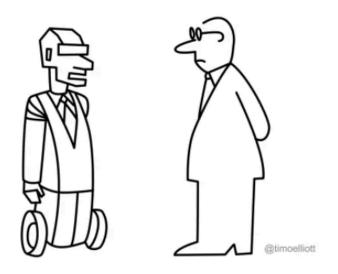
Stratégies d'IA pour Othello



"The good news is I have discovered inefficiencies. The bad news is that you're one of them."

SAUSSE Sylvain - LAFONTAINE Robin 4A ICy

Fondement de l'IA R. Mandiau 07-05-2024

Table des Matières

I. Développement du cadre de travail	
I.A. Logique du jeu	3
I.A.1. Enumeration othello::pawn	
I.A.2. Classe othello::Board	3
I.A.3. Methodes d'interactions	4
I.B. Affichage et benchmarking	5
I.B.1. Affichage avec interface graphique	5
I.B.2. Affichage CLI	
II. Développement des IA	
II.A. Intégration des IA dans le cadre de travail	
II.A.1. Classe abstraite IA::Interface et son intégration	8
II.B. Minmax	
II.C. Negamax	11
II.D. Alpha-Beta	
II.E. Heritage et changement d'heuristiques	
III. Analyse des Résultats	
IV. Conclusion et Perspectives	
V. Annexes	
V.A. Code source	
V.B. Résultats des tests	

Table des Figures

Figure 1: définition de othello::pawn	3
Figure 2: othello::Board.cases: représentation du plateau	3
Figure 3: Fonction canPlaceHere	4
Figure 4: Enumération dirs	4
Figure 5: Exemple de coup joué	5
Figure 6: Fonction canPlaceHere	5
Figure 7: Interface utilisateur du jeu	6
Figure 8:help de l'application	6
Figure 9: Récapitulatif de fin de session	7
Figure 10: Récapitulatif de fin de session	8
Figure 11: Selection de l'IA via IAInterface::selectByName	8
Figure 12: Execution des coups d'une IA en mode GUI	9
Figure 13: Pseudocode Minmax	10
Figure 14: MinMax::minmax(): Implémentation min/max du joueur	10
Figure 15: Pseudocode Negamax	11
Figure 16: NegaMax::negamax(): Implémentation de la couleur	11
Figure 17: Pseudocode Alpha-Beta	12
Figure 18: Temps d'exécution moyen par coup (ms) depth=10	14
Figure 19: Occupation moyenne du terrain par IA (%)	14
Figure 20: Temps d'exécution moyen par coup (ms) depth=8	15
Figure 21: Résultats de Alpha-Beta Positionel	17
Figure 22: Résultats de Alpha-Beta Absolue	17
Figure 23: Résultats de Alpha-Beta Mobilité	17
Figure 24: Résultats de Alpha-Beta Mixte	18
Figure 25: Résultats de Minmax	18
Figure 26: Résultats de Negamax	18
Figure 27: Résultats de Alpha-Beta	19

I. Développement du cadre de travail

Lors du developpement d'une IA il est important d'avoir à sa disposition des outils et un cadre de travail définit afin de pouvoir se concentrer sur le fonctionnement de notre IA et ses heuristiques.

Nous avons décidé d'utiliser le language C++ lors de ce TP pour sa rapiditée d'execution (via la compilation) et son archetype orienté objet qui permet d'encadrer les interactions avec les differentes structures de données.

Cette partie du rapport detaillera les differents algorithme et structures mis en place lors de ce projet pour faciliter l'interaction des IA avec le jeu.

Nous avons réparti les tâches entre nous comme suit :

- Développement du jeu : Sylvain SAUSSE
- Développement des IA et des heuristiques : Robin LAFONTAINE

Chaque section du rapport a été rédigée par la personne responsable du développement de la partie correspondante.

I.A. Logique du jeu

Othello est un jeu de stratégie abstrait joué par deux joueurs sur un plateau de 8 x 8 cases ou chaque joueur, noir et blanc, pose l'un après l'autre un pion de sa couleur sur le plateau de jeu dit « l'othellier » selon des règles précises. Le jeu s'arrête quand les deux joueurs ne peuvent plus poser de pion. On compte alors le nombre de pions. Le joueur ayant le plus grand nombre de pions de sa couleur sur l'othellier a gagné.

Othello etant un jeu simple, notre implémentation se base sur 3 structures detaillées ci dessous. Toutes ces stuctures et methodes font partie du namespace othello.

I.A.1. Enumeration othello::pawn

L'enumeration pawn est le type de base utilisé dans la représentation du plateau de jeu.

```
typedef enum : unsigned short {
   empty = 0,
   black = 1,
   white = 2,
} pawn;
```

Figure 1: définition de othello::pawn

Cette représentation est basée sur le type unsigned short qui est codé sur 16 bits. ce choix permet d'avoir une représentation compacte (comparé au type int ou unsigned int) tout en ayant la capacité d'etre utilisable en tant qu'index pour les tableaux par exemple.

I.A.2. Classe othello::Board

La classe Board est le coeur même du jeu. Elle contient la représentation du plateau de jeu : un tableau de 64 othello::pawn (8x8 cases). le tableau est alloué dynamiquement à la création de l'objet et liberée à sa destruction.

```
class Board {
  private :
    // 64 unsigned short allocated array : contains the state of the board
    pawn *cases;
}
```

Figure 2: othello::Board.cases: représentation du plateau

Cette classe gère la logique du jeu au niveau du placement des jetons, mais pas au niveau du déroulement. Par exemple, cette classe est capable de verifier qu'un coup est valide lorsqu'on demande de l'effectuer et donc de l'annuler mais pas de savoir si c'est bien au joueur en question de jouer.

othello::Board.case est un attribut privé, il n'est donc modifiable que par des méthodes définies dans la classe ohtello::Board. Cela permet de s'assurer que la structure est manipulé seulement de la manière prévue dans les méthodes d'interactions.

I.A.3. Methodes d'interactions

Les methodes d'interactions sont les methodes publiques de la classe othello::Board.

I.A.3.a. Systèmes de coordonnées

Deux système de coordonées sont utilisable pour intéragir avec le plateau :

1. L'index dans la stucture de donnée, avec lesquel on peut facilement retrouver les valeur lignes - colonnes :

```
index = colonnes + (lignes \times 8) \iff (lignes \equiv index [8] \land colonnes = index \div 8)
```

Cette notation correspondant à l'index de la case dans le tableau de pion, elle est rapide mais difficile à comprendre pour une personne.

2. Les coordonées plus classiques composée d'une lettre et d'un chiffre (ex. "d7") qui sont utilisé pour l'entrée utilisateur.

Verifier si un coup est valide

La verification d'un coup valide se fait via la fonction canPlaceHere de la classe Board

```
direction canPlaceHere(int index, pawn team) const
```

Figure 3: Fonction canPlaceHere

La fonction prend en paramètre la coordonée où l'on souhaite placer le pion sous forme d'index, et l'équipe qui souhaite le placer. Après avoir verifié pour des raison évidente d'impossibilité (une pièce est deja présente sur la case par exemple) la fonction va ensuite verifier pour chaque direction si il est possible de le placer et ajoute au masque binaire direction la valeur correspondant à cette dernière.

```
typedef enum : direction {
   NODIR = 0,
   TOP = 1,
   BOTTOM = 2,
   LEFT = 4,
   RIGHT = 8,
   DTL = 16,
   DTR = 32,
   DBL = 64,
   DBR = 128,
} dirs;
```

Figure 4: Enumération dirs

Par exemple pour le coup suivant (les noirs essaient de placer un pion sur le point rouge), le retour de la fonction can PlaceHere sera de :

```
gauche + haut + diagonale haut-gauche = 4 + 1 + 16 = 21
```

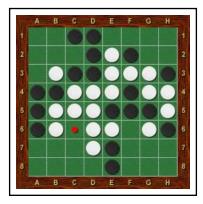


Figure 5: Exemple de coup joué

Lister les coups jouables

Le listage des coups jouables d'un joueur se fait à l'aide de la methode listAllPlay de la classe Board

```
std::vector<int> listAllPlay(pawn team) const;
```

Figure 6: Fonction canPlaceHere

Le listage des coups jouable est assez simple, on itère sur toute les cases du plateau et on teste la possibilitée de placement sur toute les cases du plateau avec la fonction canPlaceHere. La fonction retourne ensuite la liste des coups jouables sous forme de vecteur de coordonée sous forme d'index.

Durant no sessions de benchmarking nous avons noté un temps d'execution de $3\pm1\mu s$ ce qui va être important par la suite puisque cette fonction va etre appelée frequement par les IAs

I.B. Affichage et benchmarking

Notre jeu d'othello propose 2 interface pour jouer ou faire jouer des IA. Ces interface sont selectionnable et paramétrable via des arguments lors du lancement de l'application.

I.B.1. Affichage avec interface graphique

L'affichage avec iterface graphique utilise SDL2 pour permettre aux utilisateurs humain d'interagir plus naturellement avec le jeu. Pour jouer, il suffit de cliquer sur la case, les coups possibles sont affiché directement sur le board via un carré au centre des cases.

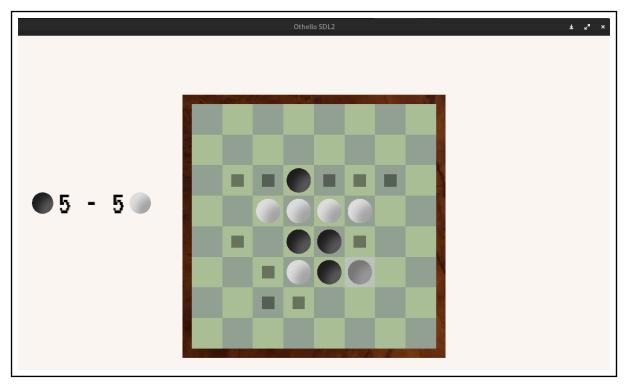


Figure 7: Interface utilisateur du jeu

Cette interface a pour but de permettre a un humain de jouer au jeu dans des condition normale de jeu. Elle n'a pas grande valeur lors du benchmarking.

I.B.2. Affichage CLI

L'affichage CLI est l'affichage pour le benchmarking. Il admet des paramètre supplémentaire qui permettent de tester les IA de manière plus précise, nottament en permettant de jouer plusieurs partie à la suite afin de faire des analyse statistique.

```
othello by 0xf7ed0 & Kappaccino
othello [--gui | --no-gui] [--IA1 <name>=<depth>] [--IA2 <name>=<depth>] [args]
--qui
                          enable the GUI to play
                          play in CLI (default)
--no-gui
--progress
                          show real-time game progres (CLI only)
                          don't show game results (CLI only)
--no-result
--gamecount <count>
                          set the number of games to play
--IA1 <name>=<depth>
                          set player1 (black) to AI with depth
--IA2 <name>=<depth>
                          set player2 (white) to AI with depth
```

Figure 8: --help de l'application

Une fois les parties jouées, un récapitulatif des parties et des temps de jeu est affiché afin de pouvoir facilement evaluer les performances des joueurs.

Figure 9: Récapitulatif de fin de session

II. Développement des IA

II.A. Intégration des IA dans le cadre de travail

II.A.1. Classe abstraite IA::Interface et son intégration

Pour permettre aux IA de jouer dans l'application, une classe abstraite nommée IA::Interface a été créée. Elle intègre toute les fonctions et attribut necessaire pour la communication avec l'interface (CLI ou Graphique) ainsi que des outils pour les IA (tel que la matrice de coup des cases et la fonction switchTeam). Il suffit alors de l'heriter pour créer son IA.

```
class IAInterface {
    protected :

        virtual int heuristics(const othello::Board& current_board, const
    othello::pawn team ) = 0;

public :

    static const int payoff_matrix[64];

    virtual int makeAMove(const othello::Board& current_board,othello::pawn
team) = 0;

    virtual void resetAI() {};

    static IAInterface* selectByName(std::string name);

    static othello::pawn switchTeam(othello::pawn p);
};
```

Figure 10: Récapitulatif de fin de session

La methode statique selectByName permet de generer une IA (classe fille de Interface donc) à partir de texte afin de pouvoir selectionner une IA en particulier facilement.

```
IAInterface* IAInterface::selectByName(std::string name) {
 std::vector <std::string> tokens;
 std::string intermediate; std::stringstream stream(name);
 while(getline(stream, intermediate, '=')) tokens.push_back(intermediate);
 if(tokens[0] == "random") return (new Random());
 else if(tokens[0] == "minmax"){
     return (new MinMax(std::stoi(tokens[1])));
 } else if(tokens[0] == "alphabeta"){
      return (new AlphaBeta(std::stoi(tokens[1])));
 } else if(tokens[0] == "alphabeta absolute"){
      return (new AlphaBeta_Absolute(std::stoi(tokens[1])));
 } else if(tokens[0] == "alphabeta_mobility"){
      return (new AlphaBeta_Mobility(std::stoi(tokens[1])));
 } else if(tokens[0] == "alphabeta_mixte"){
      return (new AlphaBeta Mixte(std::stoi(tokens[1])));
 } else {
     std::cout << "No IA named " << name << "." << std::endl;</pre>
      throw errors::OutOfBoundError();
```

Figure 11: Selection de l'IA via IAInterface::selectByName

Cette classe est alors utilisé pour stocker et appeler les IA lors du déroulement de la partie, qu'importe la classe fille d'IA utilisée.

Les IA sont alors appelée par la methode makeAMove par l'application pour recuperer leur coup.

```
// La fonction IA play est une fonction statique qui appelle makeAMove
  // Les methodes de classe ne peuvent pas être utilisé pour un thread tel quel
  if(!qameEnded && ((current player == othello::pawn::black && isPlayer1AI) ||
(current player == othello::pawn::white ⅙ isPlayer2AI))) {
      if(!IA_launched) {
          IA_thinking = true;
          IA_launched = true;
          if(this->current player == othello::pawn::black){
              this->IAthread = new std::thread(Window::IAPlay,this->IA1,*(this-
>board),this->current_player,&IA_thinking,&IA_result);
          } else {
              this->IAthread = new std::thread(Window::IAPlay,this->IA2,*(this-
>board),this->current player,&IA thinking,&IA result);
          }
      } else {
          if(!IA_thinking) {
              if(this->IAthread->joinable()) {
                  this->IAthread->join();
                  delete this->IAthread;
              IA_launched = false;
              this->placePawn(IA result);
          }
      }
  }
```

Figure 12: Execution des coups d'une IA en mode GUI

II.B. Minmax

Avant de procéder à l'implémentation de l'algorithme de Minmax il était judicieux de bien comprendre ce dernier. Nous avons donc commencé par mettre en place le pseudo-code¹ de l'algorithme .

Algorithm 1: Minmax

```
entrées: nœud, profondeur, joueurMax
   sortie: entier
   debut
1
      si profondeur = 0 ou estTerminal(n\alpha ud) alors
        retourner heuristique(nœud)
      si joueurMax alors
4
         valeur \leftarrow -\infty
         pour chaque enfant de nœud faire
6
           valeur \leftarrow \max(v, \min\max(enfant, profondeur - 1, Faux))
      sinon
8
         valeur \leftarrow +\infty
9
         pour chaque enfant de nœud faire
10
           valeur \leftarrow \min(v, \min(a, profondeur - 1, Vrai))
11
12
      retourner valeur
```

Figure 13: Pseudocode Minmax

En suite, nous avons implémenté l'algorithme en C++ en utilisant la classe othello::Board pour représenter le plateau de jeu et othello:pawn pour représenter le joueur qu'on veut maximiser.

De plus, le code differe légerement du pseudo-code dans l'implémentation du joueur a maximiser. En effet, dans le pseudo-code, le joueur a maximiser est le joueur qui maximise la valeur de la fonction heuristique, alors que dans notre implémentation, le joueur a maximiser est le joueur qui joue le coup. Cela permet de partager la fonction avec les deux joueur via la fonction

MinMax::switchTeam(current player).

```
if (player == team){
    value = INT32_MIN;
    for (int i=0; i < possibility; i++) {
        othello::Board* next_move = new othello::Board(current_board);
        if(next_move->placePawn(choices.at(i),player) == 0) {
            throw -1;
        }
        value = std::max(value,this-
>minmax(*next_move,MinMax::switchTeam(player),depth-1,team));
        delete next_move;
    }
    } else {
        value = INT32_MAX;
        //...
    }
    return value;
```

Figure 14: MinMax::minmax(): Implémentation min/max du joueur

¹https://en.wikipedia.org/wiki/Minmax

II.C. Negamax

L'algorithme de Negamax est une simplification de l'algorithme Minmax. En effet, Negamax est une version simplifiée de Minmax où les valeurs des nœuds sont toujours positives. Cela permet de simplifier l'implémentation de l'algorithme, montré par le pseudocode².

Algorithm 2: Negamax

```
Entrées: nœud, profondeur, couleur
Sortie: entier

debut

\begin{vmatrix}
\mathbf{si} & profondeur = 0 & \mathbf{ou} & estTerminal(nœud) & \mathbf{alors} \\
\mathbf{si} & \mathbf{retourner} & couleur \times \text{heuristique}(nœud) \\
4 & valeur \leftarrow -\infty \\
5 & \mathbf{pour} & \mathbf{chaque} & enfant & de & nœud & \mathbf{faire} \\
6 & | valeur \leftarrow \max(\mathbf{v}, -\text{negamax}(enfant, profondeur - 1, -couleur)) \\
7 & \mathbf{retourner} & valeur
```

Figure 15: Pseudocode Negamax

Afin de simplifier l'algorithme la notion de couleur est introduite. La couleur est un entier qui vaut 1 si le joueur est le joueur maximisant et –1 si c'est le joueur minimisant.

La couleur est utilisé pour inverser la valeur de la fonction heuristique si le joueur est le joueur minimisant.

```
int color = (player == team) ? 1 : -1;

if (depth == 0) {
    return color*this->heuristics(current_board,team);
}
//...
```

Figure 16: NegaMax::negamax(): Implémentation de la couleur

 $^{^2} https://en.wikipedia.org/wiki/Negamax\\$

II.D. Alpha-Beta

L'algorithme Alpha-Beta $(\alpha - \beta)$ est une amélioration de l'algorithme Minmax qui permet de réduire le nombre de nœuds examinés.

Il évalue les positions potentielles en considérant uniquement les coups les plus prometteurs pour un joueur tout en éliminant les branches moins intéressantes. En comparant les valeurs alpha (la meilleure valeur trouvée pour le joueur maximisant) et bêta (la meilleure valeur trouvée pour le joueur minimisant), l'algorithme peut couper les branches inutiles, améliorant ainsi l'efficacité de la recherche.

Le pseudocode³ de l'algorithme Alpha-Beta est le suivant :

Algorithm 3: Alpha-Beta

```
Entrées: nœud, profondeur, \alpha, \beta, joueurMax
    Sortie: entier
    debut
 2
       si profondeur = 0 ou estTerminal(n\alpha ud) alors
         retourner heuristique(nœud)
 3
       si joueurMax alors
 4
          valeur \leftarrow -\infty
 5
          pour chaque enfant de nœud faire
 6
             valeur \leftarrow \max(v, alphabeta(enfant, profondeur - 1, \alpha, \beta, Faux))
             si valeur > \beta alors
 8
             retourner valeur
            \alpha \leftarrow \max(\alpha, valeur)
10
         retourner valeur
       sinon
12
13
          valeur \leftarrow +\infty
          pour chaque enfant de nœud faire
14
             valeur \leftarrow \min(v, alphabeta(enfant, profondeur - 1, \alpha, \beta, Vrai))
15
             si valeur < \alpha alors
16
               retourner valeur
17
            \beta \leftarrow \min(\beta, valeur)
18
          retourner valeur
19
```

Figure 17: Pseudocode Alpha-Beta

L'algorithme Alpha-Beta propose plusieurs stratégies de recherche qui permettent d'améliorer les résultats de l'algorithme.

³https://en.wikipedia.org/wiki/Alpha-beta_pruning

II.E. Heritage et changement d'heuristiques

Les algorithmes restent les mêmes, peu importe les heuristiques utilisées. Nous avons donc créé des classes filles pour les algorithmes, où nous "overridons" la fonction d'heuristique afin de la modifier pour s'adapter à l'heuristique que nous voulons utiliser.

Nous avons aussi fait le choix de n'utiliser que l'algorithme Alpha-Beta puisque les trois algorithme ci dessus donnent les même résultats pour une heuristique donnée et que Alpha-Beta est l'algorithme qui sera le plus rapide a exectuer.

Voici les stratégies de Alpha-Beta que nous avons utilisées :

- Alpha-Beta positionnel : La stratégie positionnelle se concentre sur la position des pièces sur le plateau et évalue leur importance stratégique en fonction de leur position relative et de leur potentiel de contrôle.
- Alpha-Beta absolue : La stratégie absolue incorpore une évaluation absolue de la position en attribuant des valeurs numériques précises aux différentes configurations du jeu, sans tenir compte de la stratégie ou de la dynamique du jeu.
- Alpha-Beta de mobilité : L'heuristique de la mobilité se concentre sur la capacité des joueurs à effectuer des mouvements dans le jeu. Elle favorise les positions qui offrent plus d'options de mouvement aux joueurs.
- Alpha-Beta mixte : Cette approche combine plusieurs heuristiques pour évaluer la position du jeu, telles que la mobilité, la stabilité des pièces et la position sur le plateau. Elle vise à fournir une évaluation plus globale et précise.

III. Analyse des Résultats

Nous avons effectué des tests de benchmarking pour comparer les performances des différentes heuristiques. Les tests ont été effectués sur un ensemble de parties jouées entre l'IA qui choisit ses coups de manière aléatoire, et les différentes IA qui utilisent des heuristiques, en utilisant des paramètres de profondeur de recherche variés.

Les résultats des tests ont montré que les différentes heuristiques ont des performances variables en termes de temps de calcul par coup, de taux de victoire et de qualité des coups joués. Les résultats détaillés des tests sont présentés dans la Partie V.B.

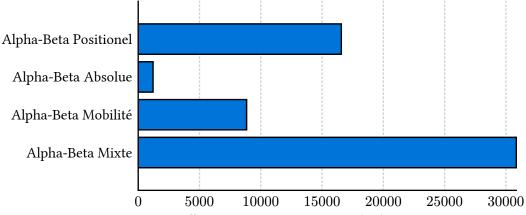
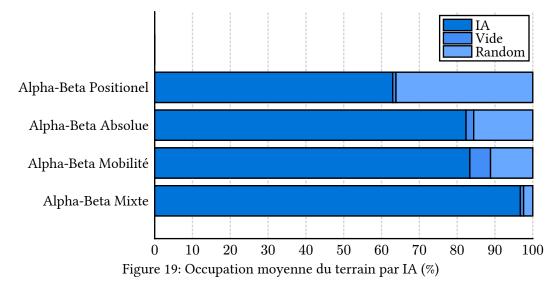


Figure 18: Temps d'exécution moyen par coup (ms) depth=10

Dans le premier graphique nous pouvions voir les temps d'execution moyen par coup pour les différentes IA à une profondeur de 10. On peut voir que l'heuristique Mixte est la plus lente ce qui est logique car la verification du nombre de coup joué est couteuse, et que les IA Alpha-Beta Absolue et Alpha-Beta Positionelle sont plus rapides. L'heuristique de mobilité etant la plus simple est aussi la plus rapide.

En termes de performances, les IA ont remporté la totalité de leurs matchs ou n'en ont perdu qu'un seul. Utiliser cette métrique pour évaluer leur performance n'était donc pas le plus optimal pour les départager. Nous avons alors utilisé le pourcentage de cases occupées par les deux équipes à la fin des parties pour essayer de comprendre quelles heuristiques fonctionnaient le mieux.



On remarque plusieurs tendances grâce à ce graphe. Premièrement, l'heuristique mixte, qui combine astucieusement les 3 autres heuristiques, finit en général avec la quasi totalité du plateau couverte de ses pions. La deuxième est que l'heuristique positionnelle gagne ses parties avec un nombre de pions

bien plus faible que les autres heuristiques, et que l'heuristique de mobilité finit ses parties avec seulement 5% des cases vides, ce qui signifie qu'elle parvient à bloquer l'adversaire avant que le plateau soit rempli.

Ces quatre heuristiques ont des comportements différents que l'on remarque grâce à cette métrique. Cependant, la quantité de pions à la fin de la partie n'est pas le meilleur indicateur de performance pour ce jeu, car il suffit d'avoir plus de pions que son adversaire pour gagner et qu'une partie peut rapidement s'inverser en raison des règles du jeu. Pour une analyse de performance plus approfondie, il aurait fallu utiliser d'autres métriques.

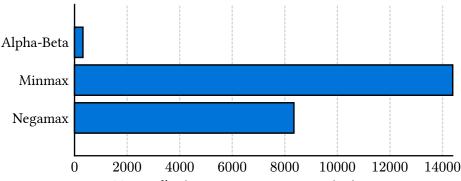


Figure 20: Temps d'exécution moyen par coup (ms) depth=8

Dans le deuxième graphique, nous pouvons voir les temps d'execution moyen par coup pour les différentes IA à une profondeur de 8. On peut voir que l'IA Alpha-Beta est la plus lente, mais que les IA Minmax et Negamax sont plus rapides.

IV. Conclusion et Perspectives

Dans le domaine de l'IA, il est largement admis que le meilleur algorithme d'Othello peut surpasser les joueurs humains les plus talentueux. Ce succès majeur dans la recherche en intelligence artificielle est illustré par l'utilisation de divers algorithmes dans cette étude sur Othello.

Dans ce projet, nous avons mis en œuvre plusieurs stratégies d'IA pour le jeu d'Othello en utilisant des algorithmes de recherche classiques tels que Minmax, Negamax et Alpha-Beta. Nous avons également exploré diverses heuristiques pour évaluer la position du jeu et orienter les décisions de l'IA.

Les résultats des tests de benchmarking ont révélé des performances variables entre les différentes stratégies d'IA, en termes de temps de calcul par coup, de taux de victoire et de qualité des coups joués. En général, les stratégies basées sur l'algorithme Alpha-Beta ont produit de meilleurs résultats en matière de temps de calcul et de qualité des coups joués.

En ce qui concerne les perspectives, il serait intéressant d'explorer davantage d'heuristiques et d'autres algorithmes de recherche, tels que la recherche arborescente Monte-Carlo, afin d'améliorer les performances des IA. L'exploration d'approches d'apprentissage automatique pour entraîner les IA à jouer à Othello de manière plus efficace et stratégique serait également pertinente.

De plus, l'amélioration de la gestion des threads pourrait permettre à l'IA de jouer de manière plus fluide et efficace. En effet, l'utilisation de threads peut entraîner des problèmes de synchronisation et de performance susceptibles d'impacter les performances de l'IA.

Enfin, l'exploration de nouvelles métriques pour évaluer les performances des IA, telles que la moyenne des cases occupées tout au long de la partie pourrait aider a mesurer la maîtrise de l'IA et donc pourrait fournir une mesure plus fine de la qualité des coups joués par l'IA et de son efficacité stratégique.

V. Annexes

V.A. Code source

Le code source complet du projet est disponible sur notre dépôt Github⁴

V.B. Résultats des tests

Figure 21: Résultats de Alpha-Beta Positionel

Figure 22: Résultats de Alpha-Beta Absolue

Figure 23: Résultats de Alpha-Beta Mobilité

⁴https://github.com/f7ed0/othello-cpp

Figure 24: Résultats de Alpha-Beta Mixte

Figure 25: Résultats de Minmax

Figure 26: Résultats de Negamax

Figure 27: Résultats de Alpha-Beta