

# BTS - Initiation aux plans d'expériences - TD

## Étude expérimentale d'une colle à prise chimique

Un fabricant met au point une nouvelle colle à prise chimique (par polymérisation). Durant la phase de collage, la résistance à la traction de la colle augmente de façon significative jusqu'à une valeur maximale. Le fabricant veut étudier la «durée de prise», c'est à dire la durée nécessaire pour que la résistance de la colle atteigne les trois quarts de sa valeur maximale.

### Partie A

Le fabricant étudie l'influence de deux facteurs, la température et l'humidité ambiantes, sur la durée de prise de la colle.

Il note  $X_1$  (resp.  $X_2$ ) la variable qui associe au facteur température (resp. humidité) son niveau, et  $Y$  la durée de prise étudiée (exprimée en minutes).

Il procède à un plan d'expérience factoriel  $2^2$  dont les résultats figurent ci-dessous.

Le modèle retenu pour  $Y$  est un modèle polynomial du type :  $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_{12}X_1X_2 + \epsilon$

Température $X_1$	Humidité $X_2$	Durée de prise (en min) $Y$
18°C	faible	11
22°C	faible	9
18°C	forte	10
22°C	forte	13

#### Exercice 1 :

- Déterminer les niveaux +1 et -1 pour chaque facteur.
- Dresser la matrice complète des expériences et des effets, construite selon l'algorithme de Yates.
- Calculer les estimations ponctuelles des effets principaux et de l'interaction.
- Écrire l'équation du modèle de  $Y$  en fonction de  $X_1$  et  $X_2$ .
- Interprétation des effets :
  - Peut-on négliger l'interaction ?
  - À la température de 20°C, Comment varie la durée de prise lorsque l'humidité varie du niveau faible à fort ?

### Partie B

Le fabricant effectue une deuxième campagne de mesures : il fait réaliser 100 collages indépendants, dans des conditions de température variables entre 18°C et 22°C. Les résultats sont donnés ci-dessous.

Durée de prise en min	[8,5 ; 9[	[9 ; 9,5[	[9,5 ; 10[	[10 ; 10,5[	[10,5 ; 11[	[11 ; 11,5[	[11,5 ; 12[	[12 ; 12,5[	[12,5 ; 13[
Effectif	0	6	9	17	22	27	13	4	2

#### Exercice 2 :

- Calculer la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart-type  $s$  de la série de mesures (on donnera les valeurs au centième).
- On admet ici que la durée de prise est une variable aléatoire  $X$  suivant une loi normale de moyenne  $\mu$  inconnue et d'écart-type  $\sigma = 0,8$ .  
On note  $\bar{X}$  la variable aléatoire qui à une série quelconque de 100 collages indépendants associe sa durée moyenne de prise.  
Donner la loi de probabilité de  $\bar{X}$  en fonction de  $\mu$  et  $\sigma$ .