BTS - MathsSTI - TD Spectre 2

Rappels

***Définition 1 :** Un **développement en série de Fourier** d'un signal périodique s'écrit :*

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t) + \cdots + a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t) + \cdots \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}\left(a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t)\right)\end{aligned}$$

- $a_0 = \frac{1}{T}\int_k^{k+T} f(t)\,\mathrm{d}t$ *représente la composante continue du signal ;*
- *les autres coefficients a_n et b_n sont rattachés à $\cos$ et $\sin$; ils indiquent la valeur max de l'harmonique de rang n ;*
- *ils peuvent être en nombre infini (mais ils tendent à devenir de plus en plus petits lorsque n grandit, globalement)*

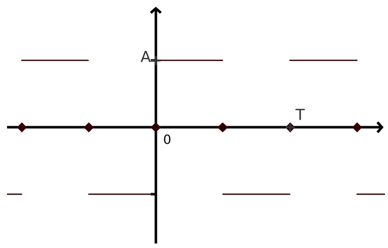
Propriété 1 :

- L'harmonique de rang n s'écrit : $h_n(t) = a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t)$;
- a pour valeur max $\boxed{A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$;
- comme c'est une sinusoïde, elle a pour valeur efficace $\boxed{H_n = \frac{A_n}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}}$;
- $F_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_k^{k+T}[f(t)]^2\,\mathrm{d}t}$ est la valeur efficace de f
- **Th. de Parseval :** $F_{\text{eff}}^2 = a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} H_n^2$

1. Valeurs efficaces et spectre - Créneau

Exercice 1 : On s'intéresse au signal créneau $f(t)$ ci-contre, avec $A = 1$ pour valeur max.

1. Lire la période T et calculer la pulsation ω et la valeur moyenne a_0.
2. Quelle est la parité du signal ? Que peut-on en déduire pour les a_n $n \geqslant 1$?
3. Justifier que la valeur efficace du signal est 1.
4. Utiliser Geogebra (page dynamique sur le site (url : f83y55.github.io/BTS_-_Maths)) pour obtenir les valeurs des coefficients a_n et remplir le tableau qui suit avec des valeurs approchées au centième.
   On rappelle que S_n donne le cumul des valeurs efficaces des rangs 0 jusqu'à n compris.
5. Entourer la valeur de n pour laquelle S_n dépasse 95% de la valeur efficace du signal.



	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$
a_n	0,5							
b_n	xxxxx							
H_n	1							
S_n								
$\frac{S_n}{V_{\text{eff}}}$ **en %**								

2. Valeurs efficaces et spectre - Triangle

Exercice 2 :

1. On veut un signal triangulaire de valeur max 1 et de période 2, pair.
   Compléter par $1+t$; $1-t$; et 0 les ... dans la formule suivante, à entrer dans Geogebra :
   `f(t) = Si(-1<t<0, ... , ...) + Si(0<t<1, ... , ...)`
   de manière à tracer un tel signal sur [-1;1].
2. De la même manière que dans la partie précédente, compléter le tableau suivant en utilisant en utilisant Geogebra.
   On rappelle que la valeur efficace d'un signal triangulaire est sa valeur max divisée par $\sqrt{3}$.
3. Tracer $a_0 + a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t) + a_2\cos(2\omega t) + b_2\sin(2\omega t) + a_3\cos(3\omega t) + b_3\sin(3\omega t)$

	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$
a_n								
b_n	xxxxx							
H_n								
S_n								
$\frac{S_n}{V_{\text{eff}}}$ **en %**								