

# BTS - MathsSTI - TD Spectre

## 1. Harmoniques et valeurs efficaces

**Définition 1 :** Un développement en série de Fourier d'un signal périodique s'écrit :

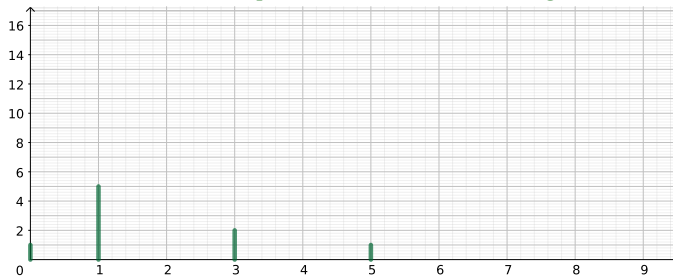
$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t) + \dots + a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

- $a_0$  représente la composante continue du signal ;
- les autres coefficients  $a_n$  et  $b_n$  sont rattachés à  $\cos$  et  $\sin$  ; ils indiquent la valeur max de l'harmonique de rang  $n$  ;
- ils peuvent être en nombre infini (mais ils tendent à devenir de plus en plus petits lorsque  $n$  grandit, globalement)

**Propriété 1 :**

- L'harmonique de rang  $n$  :  $h_n(t) = a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$  ;
- a pour valeur max  $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$  ;
- comme c'est une sinusoïde, elle a pour valeur efficace  $H_n = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}$  ;

**Méthode 1 :** On trace le spectre sous la forme d'un diagramme bâtons qui indique la valeur efficace  $H_n$  en fonction de  $n$ .

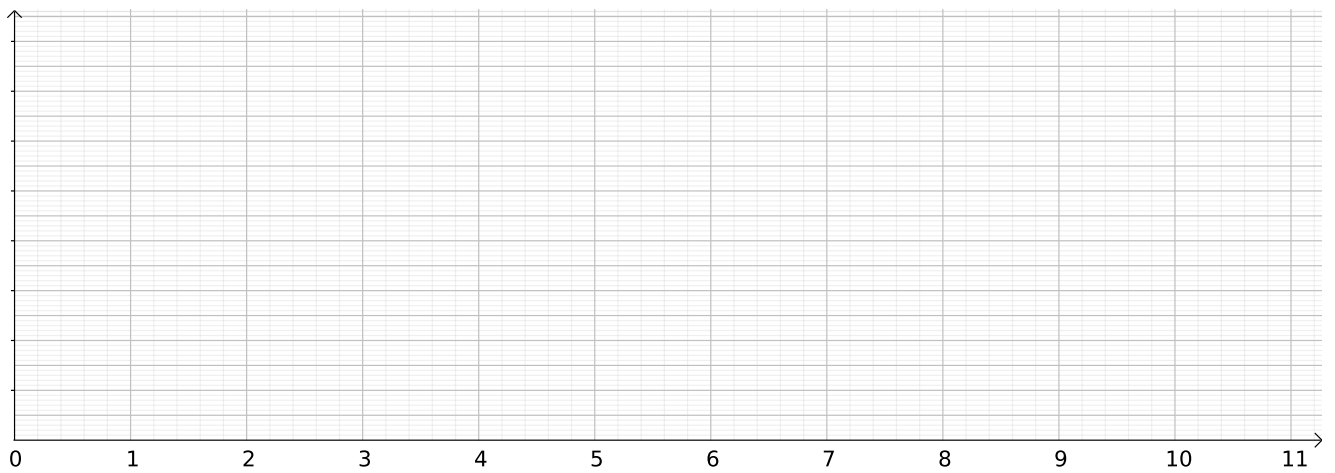


**Exemple 1 :** Le diagramme donne le spectre de  $f(t) = 1 + 4 \cos(t) + 3 \sin(t) + 2 \sin(3t) - \cos(5t)$  ; on voit sur l'expression que  $\omega = 1$  rad/s.

**Exercice 1 :** Pour chaque signal donné, après avoir indiqué  $\omega$  tracer les spectres dans les diagrammes suivants (compléter l'axe vertical).

1.  $g(t) = 1 + 4 \cos(t) + 3 \sin(t) + 2 \sin(3t) - \cos(5t)$  ;  $\omega = \dots$  rad/s
2.  $u(t) = 10 + 40 \cos(2t) + 35 \sin(4t) + 20 \sin(18t) - 5 \cos(18t)$  ;  $\omega = \dots \neq 1$  rad/s
3.  $v(t) = 5 + 240\sqrt{2} \cos(100\pi t) + 90 \sin(500\pi t) + 20 \sin(200\pi t) - \cos(800\pi t)$  ;  $\omega = \dots$  rad/s





**Exercice 2 :** Deux signaux différents peuvent-ils avoir le même spectre ?

Si oui, quelles sont les informations manquantes dans un spectre ?

## 2. Valeurs efficaces

**Définition 2 :** Deux signaux  $f$  et  $g$  sont dits **orthogonaux** lorsque la valeur efficace  $(f + g)_{\text{eff}}$  de  $f + g$  sont liées par l'expression quadratique de Pythagore :  $(f + g)_{\text{eff}}^2 = f_{\text{eff}}^2 + g_{\text{eff}}^2$

**Propriété 2 :** Deux harmoniques de rangs différents, ainsi que la composante continue d'un signal sont chacune orthogonales entre elles.

**Propriété 3 :** On en déduit :  $f_{\text{eff}}^2 = a_0^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} H_n^2$

**Exercice 3 :** Calculer les valeurs efficaces des signaux étudiés dans la partie précédente.

## 3. Enquête

**Exercice 4 :** On a relevé le spectre suivant pour un signal pair :  $a_0 = 216$  ;  $a_2 = 144$  ;  $a_4 = -29$  ;  $a_6 = 12$  ; Quel montage permet d'obtenir un signal de ce type ?

Indice : [tracer](#) la série.