

BTS - Initiation aux plans d'expériences - TD

Étude expérimentale d'une colle à prise chimique

Un fabricant met au point une nouvelle colle à prise chimique (par polymérisation). Durant la phase de collage, la résistance à la traction de la colle augmente de façon significative jusqu'à une valeur maximale. Le fabricant veut étudier la «durée de prise», c'est à dire la durée nécessaire pour que la résistance de la colle atteigne les trois quarts de sa valeur maximale.

Partie A

Le fabricant étudie l'influence de deux facteurs, la température et l'humidité ambiantes, sur la durée de prise de la colle.

Il note X_1 (resp. X_2) la variable qui associe au facteur température (resp. humidité) son niveau, et Y la durée de prise étudiée (exprimée en minutes).

Il procède à un plan d'expérience factoriel 2^2 dont les résultats figurent ci-dessous.

Température X_1	Humidité X_2	Durée de prise (en min) Y
18°C	faible	11
22°C	faible	9
18°C	forte	10
22°C	forte	13

Le modèle retenu pour Y est un modèle polynomial du type : $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_{12}X_1X_2 + \epsilon$

Exercice 1 :

- Déterminer les niveaux +1 et -1 pour chaque facteur.
- Dresser la matrice complète des expériences et des effets, construite selon l'algorithme de Yates.
- Calculer les estimations ponctuelles des effets principaux et de l'interaction.
- Écrire l'équation du modèle de Y en fonction de X_1 et X_2 .
- Interprétation des effets :
 - Peut-on négliger l'interaction ?
 - À la température de 20°C, Comment varie la durée de prise lorsque l'humidité varie du niveau faible à fort ?

Partie B

Le fabricant effectue une deuxième campagne de mesures : il fait réaliser 100 collages indépendants, dans des conditions de température variables entre 18°C et 22°C. Les résultats sont donnés ci-dessous.

Durée de prise en min	[8,5 ; 9[[9 ; 9,5[[9,5 ; 10[[10 ; 10,5[[10,5 ; 11[[11 ; 11,5[[11,5 ; 12[[12 ; 12,5[[12,5 ; 13[
Effectif	0	6	9	17	22	27	13	4	2

Exercice 2 :

- Calculer la moyenne \bar{x} et l'écart-type s de la série de mesures (on donnera les valeurs au centième).
- On admet ici que la durée de prise est une variable aléatoire X suivant une loi normale de moyenne μ inconnue et d'écart-type $\sigma = 0,8$.
On note \bar{X} la variable aléatoire qui à une série quelconque de 100 collages indépendants associe sa durée moyenne de prise.
Donner la loi de probabilité de \bar{X} en fonction de μ et σ .