BTS - Probabilités 2 - TD1

Geogebra

Remarque 1 : On pourra utiliser GeoGebra Classic (en ligne)
`≡ / Affichage / Calcul de probabilités` (on peut décocher l'affichage des autres fenêtres).

1. Espérance d'une loi exponentielle

Exercice 1 : On rappelle que :

- l'espérance $E(X)$ d'une variable aléatoire X à valeurs dans un intervalle réel I et provenant d'une densité p (définie sur I) est donnée par $E(X) = \int_I xp(x)\,\mathrm{d}x$.
- X étant une variable aléatoire à valeurs dans $]0;+\infty[$, elle suit une loi exponentielle de paramètre λ lorsque sa densité est $p(x) = \lambda\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{x}}$.

Question :

1. a, b, λ étant des constantes, calculer la dérivée de $(ax+b)\mathrm{e}^{-\lambda x}$.
2. En déduire les valeurs de a et b pour que l'expression calculée soit égale à $x\lambda\mathrm{e}^{-\lambda x}$.
3. En déduire que l'espérance d'une loi exponentielle est bien $\frac{1}{\lambda}$.

2. Durée de vie

Exercice 2 : La durée de vie, exprimée en **mois**, d'un ordinateur portable est modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle.

1. On suppose que l'espérance de vie d'un ordinateur de ce modèle est de 5 ans.
   Déterminer la valeur du paramètre λ
2. Calculer $P(X \leqslant 60)$ et $P(X \geqslant 60)$ et interpréter.
3. Calculer $P(X \leqslant 30)$ et $P(X \geqslant 30)$ et interpréter.
4. Calculer la probabilité qu'un ordinateur tombe en panne avant la fin de la période de garantie de deux ans.
5. Sachant qu'un de ces ordinateurs a fonctionné 3 ans, déterminer la probabilité qu'il tombe en panne dans les 2 années suivantes.

3. Loi à déterminer

Exercice 3 : Les questions sont indépendantes.

1. On choisit, uniformément au hasard, le côté d'un carré entre 0 et 10 cm.
   Quelle est la probabilité que son aire soit inférieure à 50 cm^2 ? Quel côté correspond à une probabilité médiane ?
2. Soit n un entier strictement positif fixé. On prend un nombre x aléatoirement dans $[0;n]$. On note $F(x)$ la partie entière de x (c'est l'arrondi à l'entier immédiatement inférieur).
   Quelle est la loi de la variable aléatoire F ?
   Même question si l'on prend la première décimale d'un nombre pris au hasard entre 0 et 1.

4. Question d'Halmos

Remarque 2 : On pourra untiliser les fonctions `random()` et `somme()` sur un tableur.

Exercice 4 : On tire de manière indépendante une suite de nombres entre 0 et 1. En moyenne, quel est le plus petit nombre de tirages nécessaires pour que la somme de ces nombres dépasse 1 ? Dépasse 2 ? 10 ?