

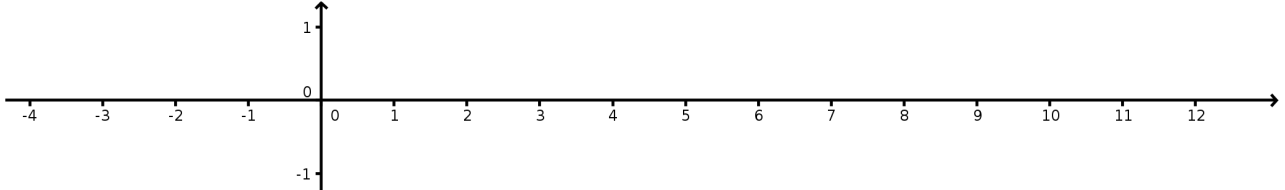
BTS - Séries de Fourier et probabilités - ET - DS1

Exercice 1 - Fourier (4 points)

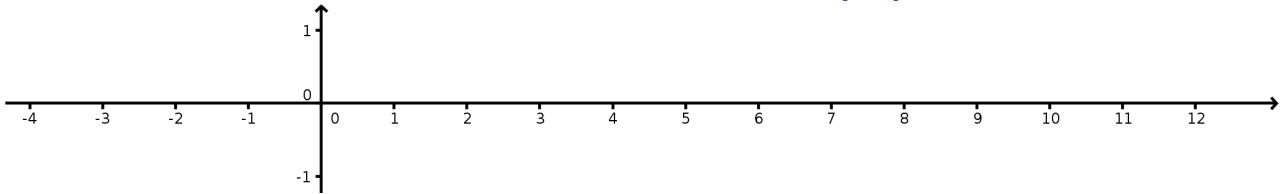
Exercice 1 : Signaux à tracer :

Tracer, ci-dessous, sur au moins deux périodes, les signaux dont les caractéristiques sont données ci-après :

1. h est un signal impair et 4-périodique défini sur $[0; 2]$ par $h(t) = \begin{cases} 0 & \text{sur } [0; 1[\\ -1 & \text{sur } [1; 2] \end{cases}$

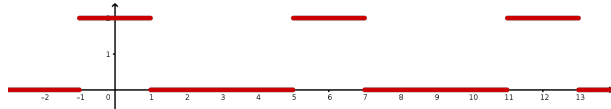


2. u est un signal pair et 4-périodique défini sur $[0; 2]$ par $u(t) = \begin{cases} t & \text{sur } [0; 1[\\ 2 - t & \text{sur } [1; 2] \end{cases}$



Exercice 2 - Fourier (8 points)

Exercice 2 : On considère la fonction f , périodique de période T , dont une représentation graphique est donnée par la figure ci-dessous :



- Déterminer la période T de la fonction f .
- Déterminer la valeur moyenne a_0 de la fonction f .
- Pour tout entier $n \geq 1$, on a $b_n = 0$. Justifier cette affirmation.
- Pour tout entier $n \geq 1$, on a $a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega t) dt$.

Démontrer, en calculant, que pour tout $n \geq 1$, on a : $a_n = \frac{4 \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)}{\pi n}$

Exercice 3 - Probabilités (8 points)

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs.

Parmi les 1200 personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.

Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A.

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note :

- A l'événement «La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A» ;
- B l'événement «La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B» ;
- V l'événement «La personne interrogée dit la vérité».

Exercice 3 :

- Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.
- Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.
- Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A.
- Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529.