

BTS - Équations Différentielles - TD3et

1. Les circuits séries simples

1.1. En régime DC

On s'intéresse à deux circuits série alimentés, dès $t=0$ secondes par une batterie en 12 V DC contenant :

- Circuit RL : une résistance $R = 2 \Omega$ et une inductance $L = 20 \text{ mH}$.
- Circuit RC : une résistance $R = 2 \Omega$ et un condensateur $C = 5 \text{ mF}$.

On utilisera, sauf mention explicite, la milliseconde (ms) pour exprimer des temps.

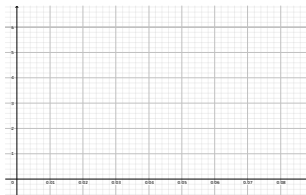
On rappelle que, à n'importe quel instant : $u_L = Li'$; $u_C = \frac{q}{C}$ avec $q' = i$ (la charge, primitive de l'intensité, est exprimée en Coulomb : C) et $u_R = Ri$.

Exercice 1 :

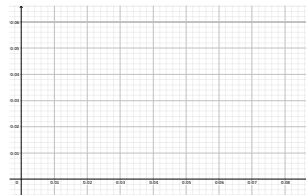
1. Faire deux schémas pour les circuits, contenant chacun les composants et mentionnant les tensions et intensités.
2. En appliquant la loi des mailles et en exprimant les tensions en fonction de i dans le circuit RL et en fonction de q dans le circuit RC, établir les 2 équations différentielles $(E_{RL}) : Li' + Ri = 12$ et $(E_{RC}) : Rq' + \frac{q}{C} = 12$.
3. Résoudre ces deux équations différentielles, en sachant qu'à $t = 0$, on a $i(0) = q(0) = 0$.
4. Tracer l'intensité dans le circuit RL, ainsi que la charge et l'intensité dans le circuit RC. Interpréter. Repérer les constantes de temps τ_{RL} et τ_{RC} sur les deux schémas (sur l'axe du temps) et faire figurer le régime permanent.

Remarque : Il est possible de calculer les coordonnées du point d'intersection de la tangente initiale avec l'asymptote, mais pour aller plus vite, on pourra considérer que $\tau = \frac{-1}{r}$ où r est la solution de l'équation caractéristique.

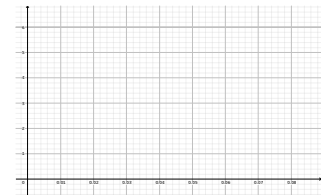
Établir qu'en général : $\tau = \frac{L}{R}$ et $\tau = RC$ pour ces 2 circuits .



$i(t)$ dans le circuit RL



$q(t)$ dans le circuit RC



$i(t)$ dans le circuit RC

2. Prise d'initiative

par groupe de 2 ou 3.

2.1. En régime AC (sinusoïdal)

Les deux mêmes circuits sont alimentés en régime sinusoïdal à partir de $t = 0$, par une tension $u(t) = 240 \sin(100\pi t)$.

Méthode 1 : Seul le second membre des équations différentielles va changer.

La solution particulière est à recalculer : on utilise la méthode des impédances.

Exercice 2 : Mêmes questions qu'à l'exercice précédent. Tracer les courbes sur un logiciel.

2.2. Circuits RC et RL en dérivation

Exercice 3 : On souhaite étudier de la même façon les associations en parallèle.

Mêmes questions qu'à l'exercice précédent. Tracer les courbes sur un logiciel.