Exercices d'entraînement

44 Lors d'une soirée, on a dénombré les danseurs selon leur danse préférée et leur appartenance à l'association organisatrice. On interroge un danseur au hasard.

	Salsa	Bachata	Kizomba	Total
Adhérents	27	32	54	113
Non adhérents	75	42	14	131
Total	102	74	68	244

1. Quelle est la probabilité qu'il préfère la salsa ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit adhérent et qu'il préfère la bachata ?
3. Sachant que c'est un adhérent, quelle est la probabilité qu'il préfère la kizomba ?

45 Dans un club d'athlétisme, chaque adhérent choisit une spécialité. EPS
La répartition est donnée dans le tableau ci-contre.
On choisit au hasard un adhérent dans le club.

	Course	Saut
Cadet	89	23
Junior	151	78

Soit les événements :
- J : « L'adhérent choisi est un junior. »
- S : « L'adhérent choisi a pour spécialité le saut. »

1. Calculer $p(J)$, $p(\overline{S})$ et $p(J \cup S)$.
2. Donner la probabilité que l'adhérent soit un junior sachant qu'il a pour spécialité la course.
3. Donner $p_J(\overline{S})$ puis interpréter cette probabilité.

46 Le gestionnaire d'une piscine effectue une enquête pour mieux connaître son public.

Voici la répartition des nageurs.

	Enfant	Adulte	Total
Habite la commune	125	225	350
Extérieur	100	50	150
Total	225	275	500

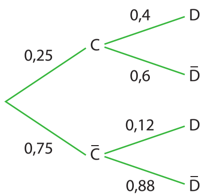
On choisit au hasard un nageur.
On considère les événements suivants.
- E : « Le nageur est un enfant. »
- H : « Le nageur habite la commune. »

1. a) Définir par une phrase les événements suivants : $\overline{E}$, $\overline{H}$, $E \cap H$, $E \cup H$ et $\overline{E} \cap H$.
b) Calculer leur probabilité sous forme de fraction irréductible.
2. Sachant que le nageur choisi n'habite pas la commune, quelle est la probabilité que ce soit un enfant ?
3. Calculer $p_E(H)$ puis interpréter le résultat.

Probabilité et arbre

Méthode 3 p. 41

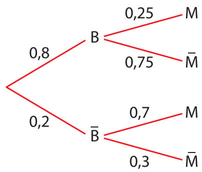
47 C et D sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Donner $p(C)$, $p_{\overline{C}}(D)$ et $p_C(\overline{D})$.
2. Calculer $p(C \cap D)$ et $p(\overline{C} \cap D)$.
3. En déduire $p(D)$.

48 Nélyne tire au sort une confiserie dans une grande boîte contenant des bonbons et des chewing-gums soit à la menthe, soit à la fraise.
On considère les événements suivants.
- B : « La confiserie tirée est un bonbon. »
- M : « La confiserie tirée est à la menthe ».

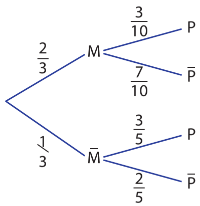
On donne ci-contre l'arbre de probabilités modélisant la situation.



1. Quelle est la probabilité que la confiserie tirée soit un chewing-gum ?
2. Sachant que la confiserie tirée est un bonbon, quelle est la probabilité qu'il soit à la fraise ?
3. Calculer $p(B \cap \overline{M})$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Calculer la probabilité que la confiserie tirée soit une confiserie à la fraise.

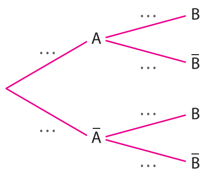
49 Oral

1. Inventer l'énoncé d'un exercice à partir de l'arbre suivant en prenant soin de définir les événements M et P.



2. Demander à un autre élève de le résoudre.

50 A et B sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Recopier et compléter l'arbre sachant que :
$p(A) = 0{,}3$, $p_A(B) = 0{,}6$,
$p_{\overline{A}}(B) = 0{,}25$.
2. Calculer $p(\overline{B})$.

Exercices d'entraînement

51 Dans son jardin, Développement durable
Marie a 45 % de fraisiers et le reste de framboisiers.
Les deux cinquièmes des framboisiers et la moitié des fraisiers sont mangés par les limaces.

On choisit une plante au hasard.
On considère les événements suivants.
- F : « La plante choisie est un fraisier. »
- L : « La plante choisie est mangée par les limaces ».

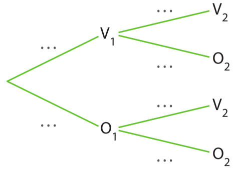
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité que la plante soit mangée par les limaces ?

52 Dans un musée, les œuvres sont réparties à parts égales dans les trois mouvements artistiques romantisme, réalisme et expressionisme. Les peintures représentent respectivement 60 %, 25 % et 40 % des œuvres du romantisme, du réalisme et de l'expressionisme. 10 % des œuvres du romantisme sont des sculptures, tandis que c'est le cas pour 50 % des œuvres du réalisme et 15 % des œuvres de l'expressionisme. Arts

Les autres œuvres sont des objets décoratifs. Melissa s'arrête observer une œuvre au hasard.
Soit les événements suivants.
- R : « L'œuvre choisie fait partie du romantisme. »
- I : « L'œuvre choisie fait partie du réalisme. »
- E : « L'œuvre choisie fait partie de l'expressionisme. »
- P : « L'œuvre choisie est une peinture. »
- S : « L'œuvre choisie est une sculpture. »
- O : « L'œuvre choisie est un objet décoratif. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. a) Calculer $p_R(O)$, $p(R \cap O)$ et $p(O)$.
b) Interpréter ces trois résultats dans le contexte de l'exercice.
3. Melissa aime particulièrement les œuvres expressionnistes. Sachant qu'elle vient de s'arrêter devant une œuvre du mouvement expressionniste, quelle est la probabilité que ce soit une sculpture ?

53 Emmy tire successivement et **sans remise** deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange.
On considère les événements suivants.
- V_1 : « La première boule tirée est verte. »
- O_1 : « La première boule tirée est orange. »
- V_2 : « La deuxième boule tirée est verte. »
- O_2 : « La deuxième boule tirée est orange ».



1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant.
2. Déterminer la probabilité d'avoir deux boules vertes.
3. Déterminer la probabilité d'avoir une boule verte au second tirage.

54 **Vérifier un résultat**
On considère deux urnes :
- l'urne A contient 4 boules rouges et 6 boules jaunes,
- l'urne B contient 8 boules rouges et n boules jaunes ($n \in \mathbb{N}^*$).

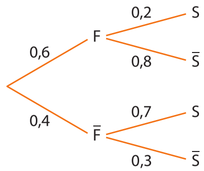
On choisit une urne au hasard puis on tire une boule au hasard dans cette urne. Soit les événements suivants.
- A : « L'urne choisie est l'urne A. »
- R : « La boule choisie est rouge. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Exprimer $p(R)$ en fonction de n.
3. À partir de combien de boules jaunes la probabilité de tirer une boule rouge est-elle inférieure à 0,3 ?

Résolution de problèmes p. 106

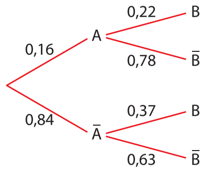
Inverser le conditionnement

55 F et S sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Donner $p(F)$ et $p_F(S)$
2. Calculer $p(F \cap S)$ puis $p(S)$.
3. En déduire $p_S(F)$.

56 A et B sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Laquelle des deux probabilités conditionnelles $p_A(B)$ ou $p_B(A)$ est directement lisible dans l'arbre ?
2. a) Quelles probabilités sont nécessaires pour calculer la probabilité qui n'est pas directement lisible à l'aide de la définition ?
b) Les calculer à l'aide de l'arbre et en déduire la probabilité conditionnelle non lisible dans l'arbre.

57 Dans une ville, 58 % des habitants ont choisi l'opérateur A et le reste l'opérateur B comme fournisseurs d'accès à Internet.
Seulement 17 % des clients de l'opérateur A sont satisfaits tandis que 72 % des clients de l'opérateur B le sont.

On choisit un habitant au hasard et on note les événements suivants.
- A : « Le client choisi est chez l'opérateur A. »
- S : « Le client choisi est satisfait. ».

Coup de pouce Même si la réalisation de l'arbre n'est pas demandée, il est souvent utile de le tracer.

1. Donner $p(A)$ et $p_A(S)$.
2. Calculer : **a)** $p(A \cap S)$. **b)** $p(S)$.
3. Quelle est la probabilité que le client se fournisse chez l'opérateur B sachant qu'il est satisfait ?

58 La leucose féline est une maladie touchant les chats. Elle est provoquée par un virus. Dans un grand centre vétérinaire, on estime à 40 % la proportion de chats porteurs de la maladie. On réalise un test de dépistage de la maladie parmi les chats présents dans ce centre vétérinaire.

Lorsque le chat est porteur de la maladie, son test est positif dans 90 % des cas. Lorsque le chat n'est pas porteur de la maladie, son test est négatif dans 85 % des cas.
On choisit un chat au hasard dans le centre vétérinaire.
On note les événements suivants.
- M : « Le chat est porteur de la maladie. »
- T : « Le test du chat est positif. ».

1. Écrire les données de l'énoncé avec des notations mathématiques.
2. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
3. Calculer $p(M \cap T)$ et $p(T)$ puis interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
4. Quelle est la probabilité que le chat soit malade sachant que son test est positif ?

(D'après *Bac Métropole*, juin 2021).

Réaliser un schéma adapté

59 Une compagnie d'assurances **SES** a remarqué qu'un quart de ses clients a assuré son véhicule « Au tiers » et les autres ont la formule « Tous risques ». Parmi ceux assurés « Au tiers », seuls 15 % ont pris l'option « Assistance 0 km » tandis que parmi ceux assurés « Tous risques » 45 % ont pris l'option. On choisit un client au hasard. On note les événements :
- A : « Le client choisi a assuré son véhicule au tiers. »
- O : « Le client choisi a pris l'option. »

1. Représenter la situation par un schéma adapté.
2. **a)** Donner $p(A)$, $p_A(O)$ et $p_{\bar{A}}(O)$.
b) Calculer $p(A \cap O)$ et $p(\bar{A} \cap O)$.
c) En déduire $p(O)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

60 **Choisir le bon schéma**
Une urne contient 49 boules numérotées de 1 à 49 de couleur jaune ou bleue. La moitié des boules paires sont bleues, les $\frac{2}{5}$ des boules impaires sont jaunes.
On tire une boule au hasard dans l'urne.
1. Représenter la situation par un schéma adapté.
2. **a)** Quelle est la probabilité que la boule tirée soit jaune ?
b) Quelle est la probabilité que la boule tirée soit impaire et bleue ?
c) La boule tirée est jaune, quelle est la probabilité qu'elle soit paire ? Donner les résultats sous forme de fraction irréductible.

→ Résolution de problèmes p. 42

Étudier l'indépendance de deux événements

Méthode 4 p. 41

61 Voici la répartition des campings d'un groupe touristique.

	Mer	Campagne	Total
Avec animations	114	16	130
Sans animations	30	40	70
Total	144	56	200

On choisit un camping au hasard. On note les événements :
- M : « Le camping choisi se trouve à la mer. »
- A : « Le camping choisi propose des animations. ».

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
a) $p(A \cap M) = p(A) \times p(M)$.
b) A et M sont indépendants.
c) $p(A \cap M) = p(M) \times p_M(A)$.
d) $\bar{A}$ et M ne sont pas indépendants.

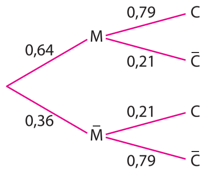
62 On considère deux événements A et B tels que $p(A) = 0{,}3$, $p(B) = 0{,}5$ et $p(A \cap B) = 0{,}2$.
Les événements A et B sont-ils indépendants ?

63 Soit deux événements indépendants E et F tels que $p(E) = 0{,}25$ et $p(F) = 0{,}48$. Calculer.
a) $p_E(F)$ **b)** $p(E \cap F)$ **c)** $p_F(E)$

64 On considère deux évènements G et H tels que $p(G) = 0{,}7$ et $p(G \cap H) = 0{,}42$.
Combien doit valoir $p(H)$ pour que les évènements G et H soient indépendants ?

65 Dans son aquarium, Louane a des poissons mâles et femelles, colorés ou non. On choisit un poisson au hasard.
Soit les événements :
- M : « Le poisson est un mâle. »
- C : « Le poisson est coloré. »

La situation est représentée par l'arbre ci-contre.



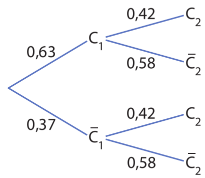
Les événements M et C sont-ils indépendants ?

Succession d'épreuves indépendantes

66 On lance deux fois de suite un dé cubique non truqué. On regarde à chaque lancer si l'on obtient *Six* ou non.
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité de l'événement D : « Obtenir deux *Six* de suite » ?

67 On considère une personne répondant à un questionnaire de culture générale en ligne et les événements suivants.
- C_1 : « La personne répond correctement à la 1re question. »
- C_2 : « La personne répond correctement à la 2e question. »

La situation est modélisée par l'arbre ci-contre.



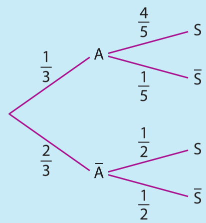
1. Expliquer pourquoi on peut penser que les événements C_1 et C_2 sont indépendants. Le vérifier.
2. En déduire la probabilité que la personne répond correctement aux deux questions.

68 Anaïs tire successivement et **avec remise** deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange.
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité p d'avoir deux boules de même couleur.
3. Déterminer la probabilité p' d'avoir au moins une boule verte.

À chacun son rythme

69 Deux entreprises A et B fournissent des prestations de jardinage.
On demande aux clients s'ils sont satisfaits de la prestation.
On note les événements suivants.
- A : « La prestation de jardinage est fournie par l'entreprise A. »
- S : « Le client est satisfait. »

Énoncé A
On modélise la situation par l'arbre donné ci-contre.



1. Donner $p(A)$, $p_A(S)$ et $p_{\bar{A}}(\bar{S})$.
2. Calculer $p(A \cap S)$ et $p(\bar{A} \cap S)$.
3. En déduire $p(S)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Énoncé B
25 % des prestations sont fournies par l'entreprise A, $\frac{3}{4}$ des clients de l'entreprise A sont satisfaits contre seulement un tiers pour l'entreprise B.
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'un client soit satisfait ?
3. Sachant que le client est satisfait, quelle est la probabilité que la prestation ait été effectuée par l'entreprise B ?

Énoncé C
90 % des clients sont satisfaits. On sait également que 95 % des clients de l'entreprise A sont satisfaits contre 80 % pour l'entreprise B. Quelle est la proportion de prestations fournies par l'entreprise A ?

Exercices de synthèse

70 Groupe sanguin et rhésus

Il existe quatre groupes sanguins : A, O, AB et B, et deux rhésus possibles : positif et négatif.
Dans la population française, les groupes les plus répandus sont A et O (45 % et 42 %), alors que le groupe AB ne représente que 4 % de la population.

Parmi les individus du groupe O, $\frac{6}{7}$ sont de rhésus positif.

Parmi les individus du groupe A, 84 % sont de rhésus positif.
15 % de la population est de rhésus négatif.
Parmi les individus du groupe AB, seul un quart sont de rhésus négatif. La population française comptant en 2022 67,8 millions d'habitants.

1. Réaliser un tableau croisé d'effectifs en millions arrondi au millième présentant ces informations.
2. a) Quelle est la fréquence d'individus de groupe B ayant un rhésus positif dans la population française ?
b) Quelle est la fréquence d'individus de rhésus négatif parmi les individus de groupe A ?
c) Quelle est la fréquence d'individus de groupe O parmi les individus de rhésus positif ?

71 Fiabilité d'un test médical — SVT

Chaque jour, SOS médecins réalise environ 9 400 actes médicaux. Le 1er décembre, des tests rapides de dépistage de la grippe ont été réalisés pour chaque patient.
On choisit un patient au hasard.
Soit les événements suivants.
- G : « Le patient est atteint par la grippe. »
- T : « Le test est positif. ».

	Patient atteint par la grippe	Patient non atteint par la grippe	Total
Test positif	334	159	493
Test négatif	202	8 705	8 907
Total	536	8 864	9 400

1. a) Quelle est la probabilité que, parmi les 9 400 patients testés le 1er décembre, le patient choisi soit malade ?
b) Quelle est la probabilité que le patient choisi ait un test positif ?
2. Quelle est la probabilité qu'un patient atteint par la grippe n'ait pas été détecté par le test ?
On parle alors de *faux-négatifs*.
3. Quelle est la probabilité que le test soit positif pour un patient non atteint par la grippe ?
On parle alors de *faux-positifs*.
4. Calculer $p_T(G)$. Interpréter par une phrase le résultat.

72 Guirlandes de Noël

Une entreprise dispose d'un stock de guirlandes électriques.
On sait que 40 % des guirlandes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B. Un quart des guirlandes provenant du fournisseur A et un tiers des guirlandes provenant du fournisseur B peuvent être utilisées uniquement en intérieur pour des raisons de sécurité. Les autres guirlandes peuvent être utilisées aussi bien en intérieur qu'en extérieur.
On choisit au hasard une guirlande dans le stock.
On note les événements :
- A : « La guirlande provient du fournisseur A. »
- I : « La guirlande peut être utilisée uniquement en intérieur. »

1. Donner $p(A)$, $p_A(I)$ et $p_{\bar{A}}(I)$.
2. Construire un arbre de probabilités décrivant la situation.
3. Montrer que la probabilité $p(I)$ de l'événement I est 0,3.
4. On choisit une guirlande pouvant être utilisée aussi bien en intérieur qu'en extérieur. Le responsable de l'entreprise estime qu'il y a autant de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. Le responsable a-t-il raison ? Justifier.

(D'après Bac 2018 Centres étrangers TES)

73 Pause déjeuner — Prise d'initiative

Lorsqu'un client se présente au stand de sandwichs de la plage des catalans, il y a deux chances sur trois qu'il choisisse des merguez. Les autres fois, il choisit des chipolatas. La probabilité qu'il prenne du ketchup est de 0,2 s'il a choisi des merguez et de 0,6 s'il a choisi des chipolatas. La probabilité qu'il prenne de la mayonnaise est de 0,3 s'il a choisi des merguez ou des chipolatas. Il a également la possibilité de prendre de la sauce blanche.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Axelle sort du stand un sandwich à la main avec une tache de ketchup sur son tee-shirt, est-il plus probable qu'elle mange un sandwich aux merguez ou aux chipolatas ?

Exercices d'approfondissement

74 Histoire des sciences

Blaise Pascal (1623-1662)

Manel et Tim jouent à *Pile* ou *Face*, ils parient chacun 16 €. Le gagnant des 32 € est le premier joueur à avoir remporté 3 succès. Manel remporte un succès lorsque la pièce tombe sur *Pile* et Tim remporte un succès lorsque la pièce tombe sur *Face*.
Aux deux premiers lancers, c'est Manel qui l'emporte, mais ils doivent interrompre leur partie. Comment répartir équitablement les 32 € de départ ?
Remarque : ce problème a été posé à Blaise Pascal par le Chevalier de Méré au XVIIe siècle. Pascal et Fermat, dans leur correspondance, finissent par aboutir à une solution commune. Ces échanges ont été considérés pendant longtemps comme la naissance du calcul des probabilités.

1. Combien de parties au maximum faut-il jouer pour avoir un vainqueur ?
2. a) Représenter la situation par un arbre de probabilité.

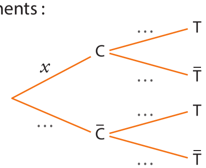
Coup de pouce Un chemin s'arrête dès qu'un joueur obtient trois succès.

b) Quelle aurait été la probabilité que Manel gagne si la partie n'avait pas été interrompue ?
c) Répartir les gains proportionnellement à cette probabilité.

75 Détection de contrefaçon

Une entreprise met au point un test optique pour détecter les copies de parfum des originaux. On sait que :
- la probabilité que le test soit positif sachant que le produit est une contrefaçon est 0,85.
- la probabilité que le test soit négatif sachant que le produit est un original est 0,95.

On note x la proportion de contrefaçon sur le marché ($0 \leqslant x \leqslant 1$). On note les événements :
- C : « Le produit est une contrefaçon. »
- T : « Le test est positif. »



1. a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre modélisant la situation.
b) Exprimer $p(T)$ en fonction de x.
2. On considère que le test est fiable lorsque $p_T(C) \geqslant 0{,}95$.
À partir de quelle proportion x le test est-il fiable ?

(D'après Bac ES 1997)

76 Analyser un problème — Défi

Le paradoxe de Monty Hall est un problème probabiliste inspiré du jeu américain *Let's Make a Deal*. Il porte le nom de l'animateur qui a présenté ce jeu aux États-Unis durant 13 ans. Lors d'un jeu télévisé, le présentateur Monty Hall présente trois portes au candidat. Derrière l'une d'entre elles se trouve une voiture que l'on gagne si l'on devine la porte derrière laquelle elle se trouve.
Le jeu se passe en 3 étapes.
① Le candidat choisit une porte.
② Le présentateur ouvre l'une des deux autres portes derrière laquelle il sait qu'il n'y a pas de voiture.
③ Le candidat peut alors garder la porte choisie au départ ou modifier son choix.
Quelle stratégie le candidat doit-il adopter pour optimiser ses chances de gagner ?

→ Résolution de problèmes p. 124

77 Indépendance — Problème ouvert

Alanie prend son vélo pour aller au lycée un jour sur sept.
Elle a remarqué que lorsqu'elle est à vélo, il fait beau dans 70 % des cas et, lorsqu'elle n'est pas à vélo, il fait beau dans 15 % des cas. On considère les événements suivants.
- V : « Alanie prend son vélo. »
- B : « Il fait beau. »

Ces événements sont-ils indépendants ?

78 Le lièvre et la tortue

Un lièvre et une tortue font une course de 4 cases.
Pour savoir qui avance, on lance un dé cubique équilibré.
Si le résultat est différent de 6, la tortue avance d'une case.
Si le résultat est 6, le lièvre avance de 4 cases et a gagné.
Qui a le plus de chance de gagner ?

79 Esprit critique

Dwayne et Elsa font une partie de *Pierre-Feuille-Ciseau*.
On considère que leurs coups joués sont indépendants, de sorte que, bien que le jeu soit simultané, on peut l'identifier à une succession de deux épreuves indépendantes.
1. Dans cette question, on considère que, pour chacun des participants, la probabilité de chaque coup est la même.
a) Représenter la situation par un arbre ou un tableau.
b) Déterminer la probabilité d'un match nul.
2. Dwayne a lu sur Internet que *Pierre* gagne plus souvent de sorte qu'il le joue la moitié du temps, les probabilités de *Feuille* et *Ciseau* étant réparties équitablement.
Elsa joue comme à la question **1**.
a) Représenter la situation par un arbre ou un tableau.
b) Discuter la stratégie de Dwayne.

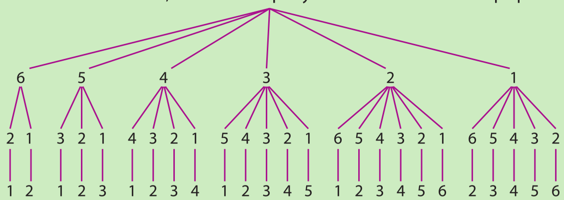
Exercices d'approfondissement

Vers les Maths complémentaires

80 Jeu du *Passe-dix*

Théorie des jeux — Tableur

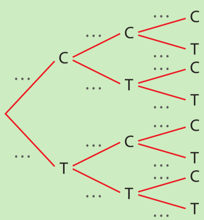
La problématique du jeu du *Passe-dix* est la suivante.
« Comment se fait-il que lorsqu'on lance trois dés, le 10 sorte plus souvent que le 9 alors qu'il y a autant de manières d'écrire 10 que 9 comme somme de nombres allant de 1 à 6 ? »
1. Donner les six façons d'obtenir 9 et 10 comme somme de trois dés cubiques.
2. À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, simuler plusieurs séries de 1 000 lancers de 3 dés et noter pour chacune d'entre elles la fréquence d'apparition du 9 et du 10.
3. a) À l'aide d'un arbre de dénombrement, on a trouvé qu'il y a 25 lancers différents qui permettent d'obtenir 9.



Faire de même pour trouver combien de lancers différents permettent d'obtenir 10.
b) En déduire la probabilité d'obtenir une somme égale à 9 et celle d'obtenir une somme égale à 10.
Conclure.

81 Pause-café

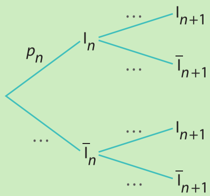
Henry a remarqué que 70 % des personnes utilisant le distributeur automatique prennent du café, les autres boivent du thé. Le prix unitaire d'un café est de 1 € tandis que celui du thé est de 1,20 €.
Trois personnes ont déjà utilisé la machine ce matin.
Les choix de boissons de chaque personne sont indépendants.
1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.



2. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3 € ?
3. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3,60 € ?
4. a) Combien de chemins mènent à une somme de 3,20 € ?
b) Quelle est la probabilité d'un chemin y menant ?
c) Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3,20 € ?
5. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit supérieure à 3,30 € ?

82 Interrogation de vocabulaire

En début d'année, Karine, la professeure de Français, a prévenu ses élèves :
• s'il y a une interrogation de vocabulaire lors du cours, la probabilité qu'il y en ait une au cours suivant est 0,25.
• s'il n'y a pas d'interrogation de vocabulaire lors du cours, la probabilité qu'il y en ait une au cours suivant est 0,75.



Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on note I_n l'événement « il y a une interrogation au n-ième cours » et on note $p_n = p(\mathrm{I}_n)$.
Lors de son premier cours, Karine ne fait pas d'interrogation donc $p_1 = 0$.
1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessus.
2. Montrer que $p_{n+1} = -0{,}5p_n + 0{,}75$.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_n = p_n - 0{,}5$.
a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.

Coup de pouce La forme explicite d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

b) En déduire v_n puis p_n en fonction de n.
4. Quelle est la probabilité qu'il y ait une interrogation le 37^e jour ?

Préparer le contrôle — Je révise

CARTES FLASH
Mémoriser le cours
www.lienmini.fr/7822-5

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω, p une probabilité sur cet univers et A et B deux événements de Ω de probabilités non nulles.

Objectif 1 Calculer et interpréter des fréquences

Notion de fréquence

La **fréquence** d'un caractère dans une population est l'effectif de la sous-population vérifiant ce caractère divisé par l'effectif total de la population.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Fréquence marginale et fréquence conditionnelle

Une **fréquence marginale** est une fréquence dans la population totale.

Une **fréquence conditionnelle** est une fréquence dans une sous-population.

Objectif 2 Calculer des probabilités à partir d'un tableau

Probabilité conditionnelle

La probabilité de **A sachant B** se note $p_B(A)$.

On a : $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

Dans une situation d'équiprobabilité

On a plus simplement :

$$p_B(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A \cap B}{\text{nombre d'issues dans B}}$$

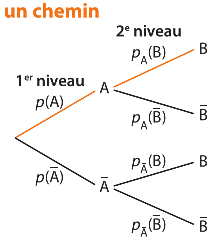
La formule précédente s'applique à partir d'un tableau d'effectifs comme le suivant.

Nombre d'issues dans	A	$\overline{A}$	Total
B	$A \cap B$	$\overline{A} \cap B$	B
$\overline{B}$	$A \cap \overline{B}$	$\overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{B}$
Total	A	$\overline{A}$	

Objectif 3 Calculer des probabilités à partir d'un arbre

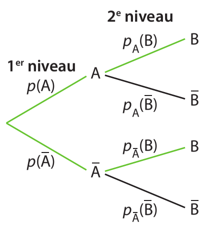
Probabilité associée à un chemin

Pour déterminer la probabilité associée à un chemin, on **multiplie entre elles** les probabilités associées aux branches du chemin (orange).



Probabilité d'un événement en 2^e niveau

Pour calculer la probabilité d'un événement en 2^e niveau (ici B), on **additionne** les probabilités associées à tous les chemins (verts) menant à cet événement.



On a : $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$

Objectif 4 Utiliser l'indépendance de deux événements

Notion d'indépendance

Deux événements sont indépendants quand le fait qu'un événement A soit réalisé ou non n'influence pas la probabilité de réalisation de l'autre événement.

Critères d'indépendance

A et B sont **indépendants** si et seulement si :
- $p(A) = p_B(A)$ ou
- $p(B) = p_A(B)$ ou
- $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

Succession d'épreuves indépendantes

Deux tirages (ou épreuves) sont indépendants quand le résultat de l'un n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre.