

51 Soit u une suite de premier terme $u(0) = 5$ et telle que chaque terme est obtenu en soustrayant 4 au précédent. Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.

52 Pourquoi la suite u est-elle arithmétique ?

53 Déterminer le terme général de la suite puis en déduire $u(10)$.

54 1. Soit la suite v définie par $v(1) = 110$ et, pour tout entier n , par $v(n+1) = v(n) - 20$.

a) Quelle est la nature de la suite v ?

b) Calculer $v(2)$, $v(3)$ et $v(4)$.

c) Déterminer $v(n)$, puis en déduire $v(7)$.

55 Mêmes questions avec la suite w définie par $w(1) = -40$ et, pour tout entier n , $w(n+1) - w(n) = 30$.

56 1. Soit la suite u définie par $u(0) = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier n , $u(n+1) - u(n) = \frac{2}{3}$.

a) Quelle est la nature de la suite u ?

b) Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.

c) Exprimer $u(n)$ en fonction de n , puis en déduire $u(12)$.

57 Mêmes questions avec la suite v définie par $v(0) = -\frac{2}{3}$ et, pour tout entier n , $v(n+1) - v(n) = \frac{7}{4}$.

58 1. Soit v la suite arithmétique telle que $v(1) = \frac{5}{3}$ et de raison $r = \frac{4}{3}$.

Calculer $v(10)$ sous forme de fraction.

59 Même question avec $w(1) = \frac{11}{4}$ et $r = -\frac{3}{4}$.

60 1. u est une suite arithmétique de raison 12.

Calculer u_0 sachant que $u_{100} = 0$.

61 v est une suite arithmétique de raison -5.

Calculer v_1 sachant que $v_{10} = 125$.

62 Soit la suite arithmétique u telle que $u_3 = 45$ et $u_7 = 21$.

1. Calculer la raison r de la suite u et le premier terme u_0 .

2. Déterminer u_n , si $n \in \mathbb{N}$, puis en déduire u_{12} .

63 Soit la suite arithmétique u telle que $u_{17} = 24$ et $u_{40} = 70$.

1. Calculer la raison r de la suite u et le premier terme u_0 .

2. Déterminer u_n , si $n \in \mathbb{N}$, puis en déduire u_{95} .

64 Soit la suite u définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n :

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{2} + 5 = 0.$$

65 Montrer que la suite u est arithmétique et préciser sa raison r .

66 Donner l'expression de u_n .

67 Soit une suite arithmétique u vérifiant $u_5 = -2$ et $u_{10} = -18$.

Calculer u_{50} .

Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique

68 Déterminer le sens de variation de chaque suite.

a) u est arithmétique de premier terme $u(0) = 3$ et de raison -7.

b) La suite v vérifie $v(n+1) = v(n) + 8$ pour tout entier naturel n .

c) Chaque terme de la suite w est obtenu en soustrayant 4 au précédent.

69 La suite v est une suite arithmétique telle que $v(5) = -23$ et $v(6) = -15$.

1. Quelle est la raison r de la suite v ?

2. Quel est le sens de variation de la suite v ?

70 Soit la suite arithmétique u telle que :

$$u_1 = 9\,750 \text{ et } u_4 = 5\,340.$$

1. Quelle est la raison r de la suite u ?

2. Que peut-on dire du sens de variation de la suite u ?

Représenter une suite arithmétique

71 Représenter les trois premiers termes de la suite arithmétique u de raison 5 et de premier terme $u(0) = -10$ dans un repère adapté, puis tracer la droite passant par ces points. En déduire $u(3)$ et $u(4)$.

72 Représenter les trois premiers termes de la suite arithmétique v définie, pour tout entier n , par :

$$v_n = 1,2 - 0,4n.$$

Tracer la droite passant par ces points.

73 Soit la représentation des cinq premiers termes d'une suite arithmétique.

1. Pourquoi les points sont-ils alignés ?

2. Que vaut le premier terme de la suite ?

3. Que vaut sa raison ?

74 On donne la représentation des cinq premiers termes d'une suite u :

1. Pourquoi la suite u semble-t-elle arithmétique ?

2. Que valent son premier terme et sa raison ?

Définir et représenter une fonction affine

75 Justifier que les fonctions dont les expressions sont données ci-dessous sont affines en précisant a et b .

a) $f(x) = 5x + 4$

b) $g(x) = -7x$

c) $h(x) = \frac{3-2x}{5}$

d) $k(x) = \frac{1}{3}(2-x)$

76 Soit f et g définies par $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$ et $g(x) = (\sqrt{2} - 1)x$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. La fonction f est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

2. La fonction g est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

77 Soit deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = (x+3)^2 - x^2$ et $g(x) = (x-1)^2 - 3x^2$.

Pour chacune d'elles, dire si elle est affine ou non en justifiant.

78 Représenter la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - 5$ dans un repère orthonormé.

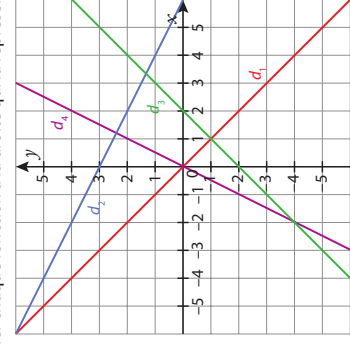
79 Représenter la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 100 - 40x$. On prendra 1 cm = 1 pour les abscisses et 1 cm = 20 pour les ordonnées.

80 Représenter les fonctions affines f , g et h définies sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 160 - 20x$; $g(x) = 10x + 40$ et $h(x) = 30x$. On prendra 1 cm = 1 pour les abscisses et 1 cm = 20 pour les ordonnées.

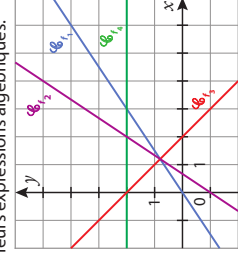
Déterminer une fonction affine

81 On donne ci-dessous les représentations graphiques de quatre fonctions affines f , g , h et k définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 3 - 0,5x$; $g(x) = 2x$; $h(x) = -x$ et $k(x) = x - 2$.

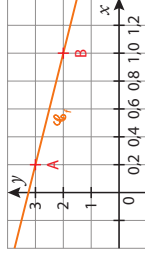
Associer chaque fonction à la droite qui la représente.



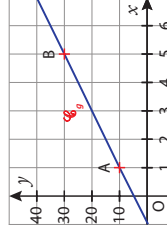
74 On a représenté ci-dessous quatre fonctions affines f_1 , f_2 , f_3 et f_4 . Déterminer leurs expressions algébriques.



75 En utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous, passant par les points $A(0,2;3)$ et $B(1;2)$, déterminer l'expression de $f(x)$, puis les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(3)$.



76 En utilisant la représentation graphique de la fonction g ci-dessous, passant par les points $A(1;10)$ et $B(5;30)$, déterminer l'expression de $g(x)$, puis les valeurs de $g(0)$ et $g(8)$.



77 Soit une fonction affine g telle que $g(-2) = -6$ et $g(4) = 3$. Déterminer l'expression algébrique de $g(x)$.

78 Soit une fonction affine f telle que $f(2) = 12$ et $f(6) = 2$. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

79 Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f dont la représentation f_1 passe par les points $A(0;4)$ et $B(2;0)$, puis en déduire son sens de variation.

80 Soit une fonction linéaire f telle que $f(0,2) = 7$. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

81 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant $f(0) = 5$; $f(3) = 6$ et $f(6) = 7$?

82 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant : $f(2) = -1$; $f(-1) = 2$ et $\frac{f(4) - f(1)}{3} = -1$?

Déterminer si un phénomène est discret ou continu

p. 63

83 On s'intéresse à la position d'un cycliste se déplaçant sur un axe à vitesse constante. Dire si l'évolution de la position du cycliste est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.



84 Le tarif de location d'une maison, fixé initialement à 7 000 € par an, augmente de 400 € chaque année. L'évolution du montant annuel du loyer est-elle discrète ou continue ? Préciser son type de croissance.

85 Oral

1. Les musiciens classent les instruments en deux catégories : discret comme le piano ou continu comme le violon.
2. Proposer un autre instrument discret et un autre instrument continu. Justifier.



Économie

86 Une usine produit des stylos dont le coût de fabrication unitaire est de 1,50 €. À ce coût de fabrication s'ajoutent 800 € de frais fixes. On suppose que le coût de production $c(x)$ de x milliers de stylos obéit à une croissance linéaire.

1. Calculer le coût de fabrication de 7 500 stylos.
2. La fonction c correspond-elle à une évolution continue ? Justifier.

Calculer un seuil

p. 64

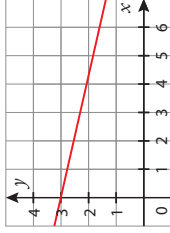
87 Soit la suite u telle que, pour tout entier naturel n , $u(n) = 25 + 12n$. Déterminer le plus petit rang à partir duquel $u(n) > 200$.

88 Soit la suite u telle que pour tout entier naturel n , $u(n) = -7n + 30$. Déterminer le plus petit rang à partir duquel les termes de la suite sont négatifs.

89 Soit deux suites u et v telles que pour, tout entier naturel n , $u_n = 24 + 5n$ et $v_n = 5 + 7n$. À partir de quel rang n le terme u_n est-il inférieur au terme v_n ?

90 Soit une fonction affine f telle que $f(x) = -25x + 60$. Déterminer la plus grande valeur de x pour que $f(x) \geq 120$.

91 Soit la représentation d'une fonction affine f . Estimer graphiquement la valeur de x à partir de laquelle on a $f(x) \leq 2$.



Modéliser une évolution

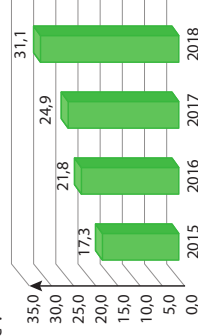
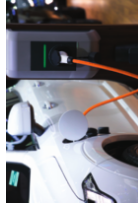
92 Analyser un problème

On donne dans le tableau suivant l'évolution du prix d'un loyer mensuel, en euros, de 2019 à 2023.

Année	2019	2020	2021	2022	2023
Loyer (en €)	1 350	1 393	1 434	1 478	1 522

Peut-on dire que l'évolution est linéaire ou quasi linéaire ?
→ Résolution de problèmes p. 124

93 Le graphique ci-dessous illustre l'évolution du nombre d'immatriculations de voitures électriques (en milliers) en France de 2015 à 2018. L'évolution des immatriculations de voitures électriques est-elle linéaire ?



94 Modéliser une évolution

Issa souhaite participer à une course cycliste. Il commence son entraînement en parcourant 40 km la première semaine, puis prévoit d'augmenter cette distance de 5 km chaque semaine. On note $u(n)$ la distance en km parcourue par Issa la n -ième semaine d'entraînement.

Ainsi, $u(1) = 40$.

1. Justifier que la suite u est arithmétique et en donner la raison.

2. Déterminer la distance parcourue la 7^e semaine d'entraînement.

3. La course cycliste fait 110 km. Combien de temps doit durer la période d'entraînement de Issa si la dernière semaine il parcourt la distance de la course ?

→ Résolution de problèmes p. 65

98 Sylvie prend très souvent le train sur la ligne Paris-Rouen.

Elle décide de souscrire un abonnement mensuel de 49 € qui lui permettra de payer son billet Paris-Rouen 5 €.

Marc préfère ne pas prendre d'abonnement, le billet Paris-Rouen lui coûte alors 12 €.

1. Combien coûteront au total 10 billets de train à Sylvie ? à Marc ?

2. Soit les suites u et v telles que u_n représente le prix mensuel payé par Sylvie pour n billets, abonnement compris, et v_n le prix de n billets sans abonnement payés par Marc.

a) Déterminer u_n et v_n .

b) Montrer que les suites u et v sont arithmétiques et en donner la raison et le premier terme.

c) Combien de billets par mois Sylvie doit-elle acheter pour que cela soit plus avantageux que la somme payée par Marc ?

99 Esprit critique

En France, en 2008, la capacité cumulée d'éoliennes était de 3 580 mégawatts et, en 2009, elle était de 4 710 mégawatts.

1. En supposant que l'évolution de la capacité d'éoliennes en France soit linéaire, quelle sera la capacité d'éoliennes en 2025 ?

2. Soit la suite arithmétique u de raison $r = 1\,130$ et de premier terme $u_0 = 3\,580$.

a) Déterminer u_n .

b) Pourquoi la suite u

permet-elle de modéliser l'hypothèse de la question 1. ? À quoi correspond n dans le contexte de l'énoncé ?

c) Retrouver alors le résultat de la question 1.

3. Ce modèle d'évolution linéaire vous semble-t-il adapté pour résoudre la crise climatique ? Pourquoi ?



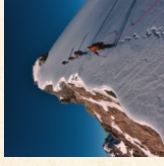
95 Histoire des sciences

Dans un traité d'alpinisme, on peut lire que la température décroît de $0,65^\circ\text{C}$ tous les 100 m d'élévation.

1. On admet que la température en degrés Celsius varie linéairement en fonction de l'altitude, en mètres.

Un jour où il fait 20°C au niveau de la mer, on considère la fonction f qui donne la température en degrés Celsius à x mètres d'altitude. Exprimer $f(x)$ en fonction de x .

2. Calculer la température à 4 000 m d'altitude.



96 Une ville française comptait 28 400 habitants en 2006. Depuis, sa population diminue linéairement et, en 2022, elle était de 21 200 habitants.

1. Quelle est la diminution annuelle de la population ?

2. Soit la suite v telle que v_n correspond à la population l'année $2006 + n$.

a) Pourquoi la suite v est-elle arithmétique ? Justifier.

b) Quels sont la raison et le premier terme de la suite v ?

c) Si la tendance de la diminution de la population se poursuit, en quelle année la population de cette ville sera-t-elle inférieure à 20 000 habitants ?

97 Moussa place un capital de 4 500 € à intérêts simples au taux de 3 % en 2022.

De même Sophie place un capital de 4 000 € à intérêts simples au taux de 4 % en 2022.

1. a) Modéliser la somme que possède Moussa l'année $2022 + n$ par une suite u .

b) Modéliser la somme que possède Sophie l'année $2022 + n$ par une suite v .

2. Quelle est la nature des suites u et v ? Justifier.

3. En quelle année Sophie aura-t-elle un capital plus élevé que celui de Moussa ?

À chacun son rythme

100 Soit une suite arithmétique u telle que $u(0) = 5$ et $u(1) = 9$.

Énoncé A

1. Quelle est la raison de la suite u ?

2. En déduire son sens de variation.

Énoncé B

Déterminer $u(20)$.

Énoncé C

À partir de quel rang n a-t-on $u_n > 2\,022$?



Exercices de synthèse

101 Suite arithmétique

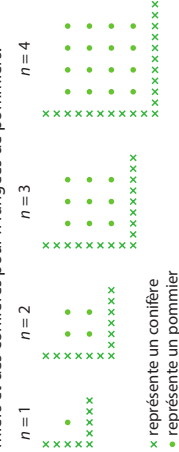
Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 53$ et de raison -2 .

1. Quel est son sens de variation ?
2. Donner son terme de rang n et en déduire $u(7)$.
3. À partir de quel terme a-t-on $u(n) < 0$?

102 Verger

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre les vents dominants, il plante des conifères sur deux côtés du verger.

Voici ci-dessous la situation avec la disposition des pommiers et des conifères pour n rangées de pommiers.



1. Soit la suite u donnant le nombre de conifères u_n en fonction du nombre $n \geq 1$ de rangées de pommiers.

a) La suite u semble-t-elle traduire une croissance linéaire ? Quelle semble être la nature de la suite u ?

b) On admet que la suite u est bien arithmétique.

Déterminer u_n en fonction de n .

En déduire le nombre de conifères pour protéger 10 rangées de pommiers.

2. Soit la suite v donnant le nombre de pommiers v_n en fonction du nombre $n \geq 1$ de rangées de pommiers.

La suite v traduit-elle une croissance linéaire ? Justifier.

103 Degrés Celsius et Fahrenheit

En France, l'unité de température est le degré Celsius, noté °C. Dans certains pays anglo-saxons, l'unité est le degré Fahrenheit, noté °F.

La conversion des degrés Celsius en degrés Fahrenheit s'obtient à l'aide d'une fonction affine f qui à une température en degrés Celsius x associe la température $f(x)$ en degrés Fahrenheit.

Pour un Californien, l'eau gèle à 32 °F et bout à 212 °F.

1. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.
2. À l'aide de cette expression, répondre aux questions suivantes.

a) Quelle est la température du corps humain en °F ?

b) S'il fait 90 °F à Los Angeles, est-ce une température supportable ?

c) Peut-on trouver une température qui s'exprime par le même nombre en °C et en °F ?

Exercices d'approfondissement

105 Démonstration

1. Soit la suite u définie par $u(n) = 7n + 3$.

a) Calculer $u(n+1) - u(n)$.
En déduire que la suite u est arithmétique et en préciser la raison.

2. Soit la suite v définie par $v(n) = an + b$ avec a et b réels.

a) Calculer $v(n+1) - v(n)$.
b) En déduire que la suite v est arithmétique et en préciser la raison.

106 Modéliser une évolution

1. Des relevés ont montré que le niveau de la mer a augmenté de 0,20 m entre 1901 et 2018. On considère que cette élévation suit une croissance linéaire.

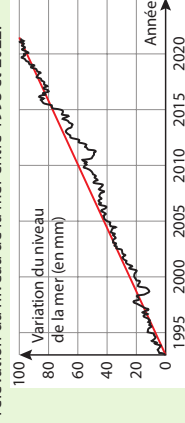


Selon ces relevés :

- a) Quelle est l'élévation annuelle en millimètres du niveau de la mer ?

b) En suivant ce rythme, quelle serait l'élévation du niveau de la mer en mm en 2050 par rapport à 2022 ?

2. Des observations par satellites ont permis de mesurer l'élévation du niveau de la mer entre 1993 et 2022.



On a tracé en rouge, la droite passant par le premier et le dernier point représentant une élévation constante du niveau de la mer.

- a) En utilisant cette droite de tendance, quelle est l'élévation annuelle moyenne en millimètres sur la période représentée ?

b) Selon ces relevés quelle sera l'élévation du niveau de la mer entre 2022 et 2050 ?

- c) Comparer les résultats trouvés aux questions 1. b) et 2. b), puis ces modèles.

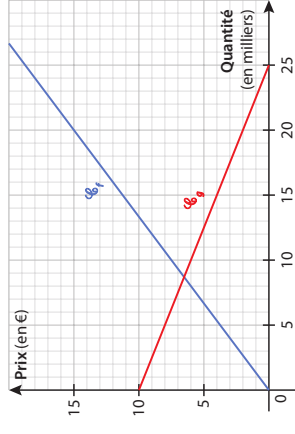
→ Résolution de problèmes p. 65

104 L'offre et la demande

L'offre est la quantité de biens qu'une entreprise est prête à vendre à un prix donné.

La demande est la quantité de biens que les consommateurs sont prêts à acheter pour un prix donné.

Lors du lancement d'un jouet sur le marché, une étude a permis d'obtenir les représentations des fonctions d'offre et de demande.



1. a) Déterminer à l'aide du graphique l'expression algébrique de la fonction f .

b) Que valent $g(0)$ et $g(25)$?

c) En déduire l'expression algébrique de $g(x)$.
Laquelle des deux représentations graphiques représente la demande ?

Justifier.

d) Lorsque le prix est de 5 €, quelle quantité approximative de jouets l'entreprise est-elle prête à vendre ?

Quelle quantité de jouets les consommateurs sont-ils prêts à acheter ?

2. Le marché d'offre et de demande est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte par les producteurs est égale à la quantité demandée par les consommateurs.

Déterminer ce prix d'équilibre :

- a) graphiquement.
- b) par le calcul arrondi au centime.
- c) À quelle quantité ce prix correspond-il ?



107 Suite auxiliaire

Soit la suite u telle que $u_0 = 1$ et, pour tout entier n :

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4 . Que peut-on conjecturer pour le terme général u_n ?

2. On pose pour tout entier $n, v_n = \frac{1}{u_n}$.

a) Calculer v_0, v_1, v_2, v_3 et v_4 .
Quelle semble être la nature de la suite v ?

b) Calculer v_{n+1} en fonction de u_n .

c) Calculer $v_{n+1} - v_n$. En déduire que la suite v est arithmétique et en préciser la raison.

d) Exprimer v_n en fonction de n .

3. Déduire de la question précédente l'expression de u_n .

108 Carrelages

Un artisan pose un carrelage de forme hexagonale dans une grande pièce. L'artisan pose un premier carreau au centre puis l'entoure à l'aide de 6 carreaux. Il continue ainsi aux étapes suivantes.

On note $u(n)$ le nombre de carreaux posés par l'artisan à la n -ième étape ainsi $u(1) = 6$.

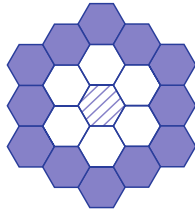
1. Donner la valeur de $u(2)$.

2. On admet que la suite u est arithmétique.

a) Quelle est sa raison ?

b) Exprimer $u(n)$ en fonction de n .

c) Déterminer le nombre de carreaux posés à la 6^e étape.



109 Suite et triangles

La figure ci-contre indique le début de la construction de zones colorées que l'on peut prolonger. Tous les triangles sont équilatéraux.

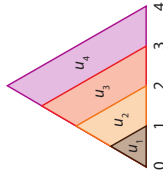
u_1, u_2, u_3, u_4 représentent les aires des surfaces colorées correspondantes.

On rappelle que l'aire d'un triangle équilatéral de côté a vaut $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 .

2. Montrer que $u_n = \frac{(2n-1)\sqrt{3}}{4}$.

3. Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire que la suite est arithmétique et en donner la raison.



110 Modélisation

1. Trouver un exemple de situation pouvant être modélisée par une suite arithmétique.

2. Déterminer l'expression de cette suite.

3. À l'aide de cette suite, interpréter les résultats dans le contexte (valeur de certains termes, sens de variation...).

