

Page Géométrie - Fiche d'exercices 1

* 132 20 min Capacité 4, p. 53

ABCD est un tétraèdre. M, N et P sont définis par :

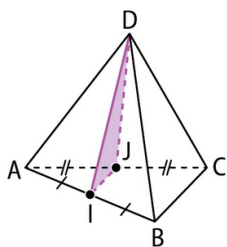
$$\vec{CM} = \vec{AC}, \vec{CN} = \vec{BM} \text{ et } \vec{AP} = \vec{DN}.$$

- Justifier l'égalité $\vec{DP} = \vec{DA} + \vec{DM} + \vec{BC}$.
- En déduire que les vecteurs \vec{DP} , \vec{DC} et \vec{BC} sont coplanaires.

* 133 10 min Capacités 5 et 6, p. 55

On considère le tétraèdre ABCD. I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC].

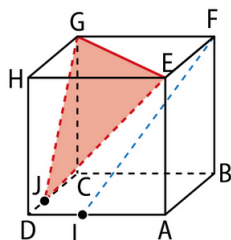
- Justifier que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
- Les plans (DIJ) et (BCD) sont-ils parallèles ? Justifier.
- Déterminer l'intersection des plans (ABD) et (ACD).



* 134 15 min Capacité 6, p. 55

ABCDEFGH est un cube. I et J sont définis par $\vec{AI} = \frac{3}{5}\vec{AD}$ et $\vec{DJ} = \frac{2}{5}\vec{DC}$.

- Justifier que les vecteurs \vec{JI} et \vec{GE} sont colinéaires.
- En déduire la position relative de la droite (FI) et du plan (EGJ).



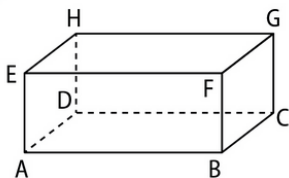
* 135 10 min Capacité 7, p. 57

VRAI/FAUX

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

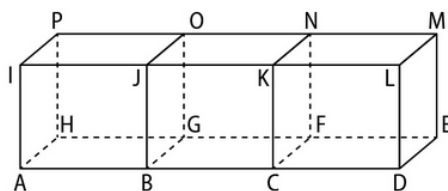
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

- (\vec{AB}, \vec{BC}) est une base du plan (ABC).
- (\vec{BE}, \vec{CH}) est une base du plan (EBC).
- $(\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ est une base de l'espace.
- $(\vec{BE}, \vec{AH}, \vec{CA})$ est une base de l'espace.



* 136 10 min Capacité 8, p. 57

La figure ci-dessous est composée de trois parallélépipèdes rectangles identiques :



Décomposer les vecteurs \vec{AN} , \vec{OC} , et \vec{HL} dans chacune des bases suivantes :

- $(\vec{AB}, \vec{AH}, \vec{AI})$
- $(\vec{KN}, \vec{KJ}, \vec{KB})$

* 137 15 min Capacité 12, p. 60

Soit les points A(1 ; 1 ; -2), B(0 ; 5 ; 5), C(6 ; -3 ; -5) et D(1 ; 2 ; 0).

- Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.
- Le point E(2 ; 3 ; 1) appartient-il au plan (ABD) ? Justifier.

* 138 30 min Capacités 13 et 14, p. 61

QCM Choisir la ou les bonnes réponses.

Soit les vecteurs $\vec{u}(1 ; -1 ; 3)$, $\vec{v}(2 ; 7 ; -5)$, $\vec{w}(1 ; 17 ; -17)$ et $\vec{t}(7 ; -7 ; 19)$.

- Les vecteurs \vec{u} et \vec{t} forment une base d'un plan.
- $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base de l'espace.
- Dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$, \vec{t} a pour coordonnées (4 ; 2 ; -1).
- Dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{t})$, \vec{w} a pour coordonnées (4 ; 2 ; -1).

* 139 20 min Capacités 13 et 14, p. 61

On considère les points A(2 ; -2 ; 1), B(0 ; -1 ; 3) et C(4 ; 1 ; -1).

- Calculer les coordonnées du milieu I de [BC].
- Calculer les coordonnées du point D, symétrique du point I par rapport au point A.
- Calculer les coordonnées du point E tel que : $\vec{BE} = \vec{BC} - 3\vec{AC}$.
- Calculer les coordonnées du point F tel que : $3\vec{BF} = 5\vec{CF}$.
- Les points D, E et F sont-ils alignés ? Justifier.

* 140 15 min Capacités 9 et 10, p. 59

VRAI/FAUX

Soit A(4 ; -2 ; 6) et soit d de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 6t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

- A est un point de d.
- $\vec{u}(2 ; -1 ; 3)$ est un vecteur directeur de d.
- La droite d coupe le plan (O ; \vec{i} , \vec{k}) en B(-3 ; 2 ; 0).
- Une représentation paramétrique de la droite d' passant

$$\text{par A et parallèle à d est : } \begin{cases} x = 4k \\ y = -2k \\ z = 6k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

* 141 20 min Capacité 11, p. 60

La droite d passe par le point A(-1 ; 3 ; -3) et admet pour vecteur directeur $\vec{u}(-3 ; 2 ; 1)$. La droite d' passe par le point B(1 ; 3 ; -1) et admet pour vecteur directeur $\vec{v}(-2 ; 1 ; 0)$.

- Montrer que les vecteurs \vec{AB} , \vec{u} et \vec{v} sont coplanaires.
- Justifier qu'alors d et d' sont sécantes.
- Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

* 142 10 min Capacité 11, p. 60

Soit d et d' les droites de représentations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = -2k \\ z = -2 + 4k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R} \text{ et } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Les droites d et d' sont-elles parallèles, sécantes ou non coplanaires ? Justifier.

155 Parallélisme et intersections

ABCDEFGH est un parallélépipède. I et J sont les milieux respectifs de [AC] et de [FH] :

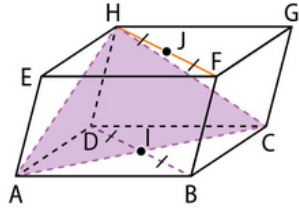
1. Justifier que la droite (BJ) est parallèle au plan (ACH).

2. a. Pourquoi la droite (DJ) et le plan (ACH) sont-ils sécants ?

b. On nomme K le point d'intersection entre (DJ) et (ACH).

Que peut-on dire de K ? Justifier.

c. Exprimer \vec{AK} dans la base $(\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.



Piste 2. b. : On peut commencer par déterminer la nature du quadrilatère DIJH.