TP

30 Position limite des sécantes

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

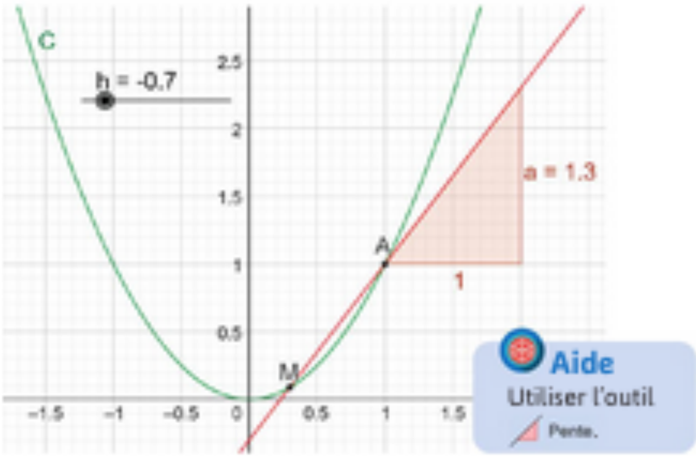
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative et on considère le point $A(1 ; f(1))$.

PROBLÉMATIQUE

Comment calculer le nombre dérivé de f en 1 ?

1. a. REPRÉSENTER À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

- tracer la courbe $\mathscr{C}$ et placer le point A ;
- créer un curseur h variant de –1 à 1 avec un pas de 0,001 et placer le point $M(1 + h ; f(1 + h))$;
- construire la droite (AM), sécante à la courbe $\mathscr{C}$, puis faire afficher son coefficient directeur.



b. Que remarque-t-on lorsque h prend des valeurs de plus en plus proches de 0 ? La valeur obtenue à cette « position limite » est le nombre dérivé de f en 1.

Exercices

18 Associer à chaque fonction définie sur $\mathbb{R}$ l'expression de sa fonction dérivée.

Fonctions
1. $f(x) = 2x^2 + x - 3$
2. $f(x) = x^2 + x + 28$
3. $f(x) = -x^2 + 28x - 3$
4. $f(x) = 14x^2 + 4x + 1$

Fonctions dérivées
a. $f'(x) = -2x + 28$
b. $f'(x) = 28x + 4$
c. $f'(x) = 4x + 1$
d. $f'(x) = 2x + 1$

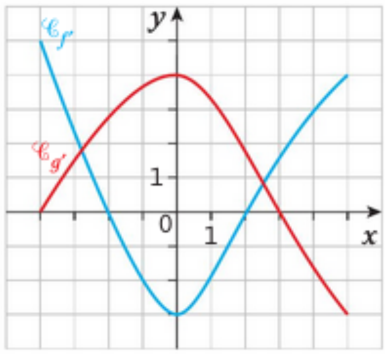
27 Voici le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $[-5 ; 10]$.

x	-5	2	4	10
Variations de f	8 ↘	1 ↗	9 ↘	3

a. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur $[-5 ; 10]$.

b. Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $[-5 ; 10]$.

36 f et g sont deux fonctions définies sur $[-4 ; 5]$. On a tracé ci-dessous les courbes représentatives de leurs fonctions dérivées f' et g'.



a. Dresser les tableaux de signes de $f'(x)$ et de $g'(x)$ sur $[-4 ; 5]$.

b. En déduire le sens de variation des fonctions f et g sur $[-4 ; 5]$.

c. Décrire les variations des fonctions f et g.

38 Une étude de marché sur les panneaux solaires permet d'estimer que la production mensuelle d'un fabricant devra être comprise entre 1 500 et 3 000 panneaux solaires. L'évolution du bénéfice de ce fabricant (en centaines d'euros) généré par la vente de x centaines de panneaux solaires est alors modélisée par la fonction f définie sur $[15 ; 30]$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 90x - 400.$$

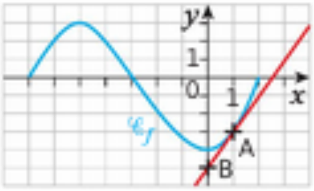
a. Déterminer la dérivée de la fonction f.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f. Interpréter les résultats dans le contexte.

c. Pour quelle production mensuelle le bénéfice est-il maximal ? Quelle est alors sa valeur ?

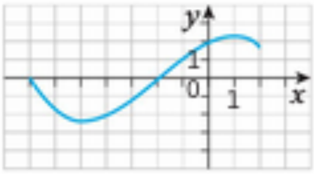
D'après Bac STMG, Antilles-Guyane, juin 2018.

32 On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur $[-7\,;2]$. La tangente au point A$(1\,;-3)$ coupe l'axe des ordonnées au point B$(0\,;-5)$.

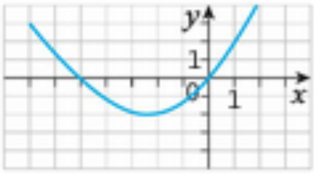


Parmi les courbes ci-dessous, laquelle pourrait représenter la fonction dérivée f' de la fonction f ?

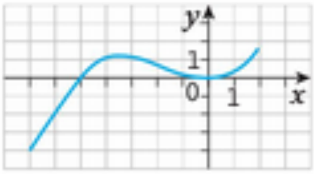
a.



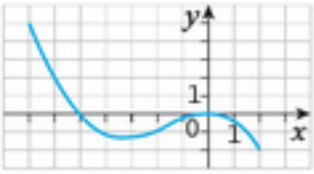
b.



c.



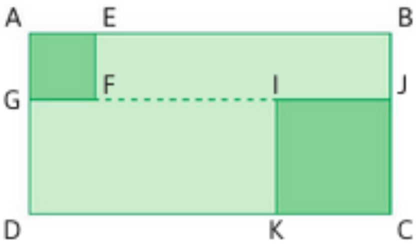
d.



Extrait Bac ES, Antilles-Guyane, sept. 2020.

43 Optimisation d'une surface

Pour les besoins d'un décor de théâtre, le régisseur doit préparer une scène rectangulaire de 8 m sur 4 m représentée par le rectangle ABCD ci-dessous. Deux estrades carrées doivent être également installées dans deux coins opposés, représentées par les carrés AEFG et IJCK, avec G, F, I et J alignés, comme sur la figure ci-contre.



PROBLÉMATIQUE

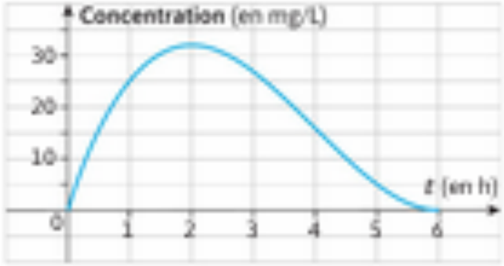
Comment faut-il construire les deux estrades pour que l'aire de la zone restante soit maximale ?

On note AE $= x$ (avec $x \in [0\,;4]$).

a. CHERCHER Montrer que l'aire de la zone hors estrades est égale à $f(x) = -2x^2 + 8x + 16$.

41 Produit actif d'un médicament SVT

Un médicament est administré à un patient. L'évolution de la concentration du produit actif dans le sang (en mg/L) en fonction du temps t (en h) est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par $f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$ et représentée par la courbe ci-dessous.



PROBLÉMATIQUE

La notice du médicament indique « au bout de 5 heures, la concentration dans le sang du produit actif est inférieure à 20 % de sa valeur maximale ». Est-ce vrai ?

a. Lire graphiquement la valeur maximale de la concentration du produit actif dans le sang.

b. Calculer $f'(t)$ et vérifier que :

$$f'(t) = (3t - 6)(t - 6).$$

c. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $[0\,;\,6]$.

d. Confirmer ou infirmer le résultat de la question **a** obtenu graphiquement.

e. MODÉLISER Répondre à la problématique.

D'après Bac ST2S, Polynésie, juin 2018.

Les métiers de la santé

Les biologistes médicaux valident les résultats d'une analyse médicale. Ils contrôlent des données biologiques (taux de sucre, taux de cholestérol, numération globulaire, etc.) des patients.

Vidéo
Biologiste médical
hatier-clic.fr/23ma1142