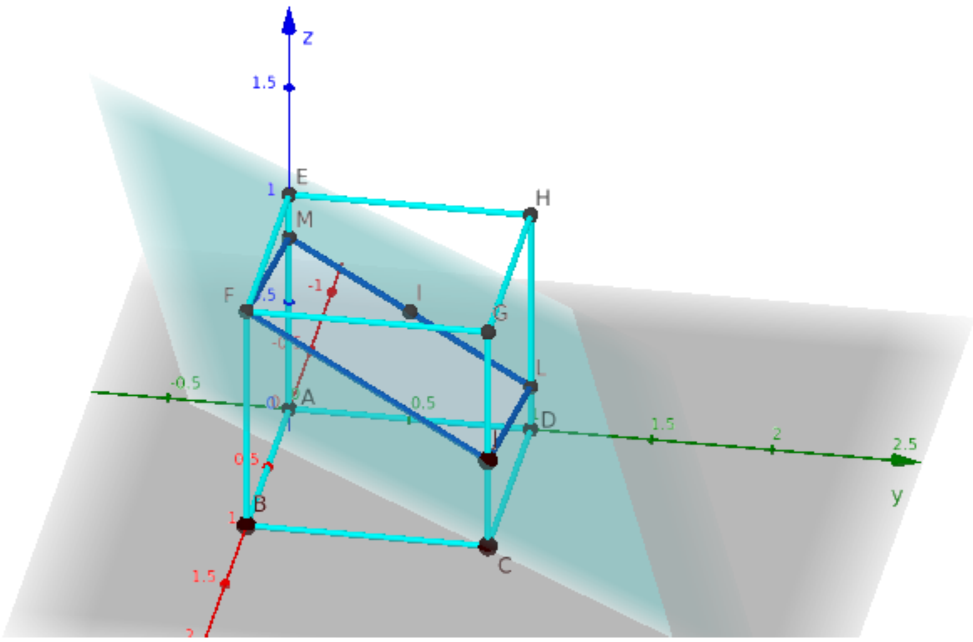
Géométrie et fonctions - DS6

2 points bonus sur les 22 points au total.

1. Géométrie (11 points)

- ABCDEFGH est ub cube de côté 1
- On se place dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.
- I est le centre du carré ADHE (le milieu des diagonales de ce carré).
- J est un point du segment [CG].
- Le quadrilatère FMLJ est la section du cube ABCDEFGH avec le plan (FIJ).



Partie A :
Dans cette partie, on a $J\left(1; 1; \frac{2}{5}\right)$.

1. Justifier que les coordonnées de I sont $I\left(0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
2. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}-1\\3\\5\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au pan (FIJ).
3. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (FIJ) est $-x+3y+5z-4=0$.
4. On note (d) la droite orthogonale au plan (FIJ) passant par B.
   Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d).
5. On note R le projeté orthogonal de B sur (FIJ). Démontrer que $R\left(\frac{6}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}\right)$.
6. Calculer, au degré près, une valeur approchée de l'angle $\widehat{RBF}$
7. **Partie B**
   Dans cette unique question, on considère que le point $J\left(1; 1; x\right)$ avec $x \in [0; 1]$.
   Un plan coupant des faces parallèles selon des droites parallèles, on peut en déduire que FMLJ est un parallélogramme.
   On admet que $L\left(0; 1; \frac{x}{2}\right)$.
   Pour quelle(s) valeur(s), si elles existent, de x, le parallélogramme FMLJ est-il un losange ?

Tourner S.V.P.

2. Fonctions (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 6x^2 + 7x$.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$, puis $f''(x)$ pour tout réel x.
3. Dresser le tableau de signe de $f''(x)$ et en déduire les variations de f'. Donner, sans justication, les valeurs des extrema et les limites.
4. En déduire que f' s'annule exactement deux fois sur $\mathbb{R}$. On notera α la solution pour laquelle on a $\alpha < 0$. En donner la valeur.
5. En déduire le signe de f' puis les variations de f.

3. Intersection de plans (3 points)

Déterminer l'intersection des plans : $\mathcal{P}_1 : x + 2y - 1{,}5z + 5 = 0$ et $\mathcal{P}_2 : 4x + 4y - 10z + 8 = 0$
On donnera la solution sous forme paramétrique.