**SWR POWER METER F8KGL** 

Etude

8.0 V

F0EOS-F4BJH-02/03/21-Vauréal Amitié Radio

# Table des matières

1-INTRODUCTION	4
1.1-Objet	4
1,2-Architecture	5
1.2.1-Coupleur directionnel	7
1,2.3-Détecteur HF	8
1,2.4-ADC	8
1.2.5-MCU	9
1.2.6-Afficheur	9
1.2.7-Régulateur d'alimentation	10
2-Etude du coupleur directionnel	13
3-Etude du détecteur HF	14
3.1-Diode schottky	14
3.2-Square Law Region	14
3.2.1-Principe	14
3.2.2-Réponse en fréquence	15
3.2.3-Charge de sortie	
3.2.3-Effets de la température	18
3.2.4-Application numérique	19
3.2.4.1-Validité du modèle	19
3.2.4.2-Sensibilité du détecteur HF	20
3.2.4.3-Conclusions	21
4-AOP	22
4.1-Principe	
4.2-Dynamique d'entrée	22
5-ADC	
5.1-Généralités	24
5.3-Sensibilité	25
5.4-Précision	26
6-MCU	28
6.1-Principe	29
6.1.1-Mesure brute en entrée de l'ADC	29
6.1.2-calcul d'un tension calibrée en entrée de l'AOP	29
6.1.3-Calcul de P et du ROS	29
6.1.4-Affichage	30
6.1.5-Mise en œuvre	30
6.1.5.1-codage par tableau	
5-Performances	
5.1-Dynamique d'entrée, précision, sensibilité et temps de réponse	32
5.2-Sensibilité	32
5.3-Saturation	32
2-THEORIE	33
2.1-Coupleur directionnel	33
2.2-Détecteur HF	
5-CONCLUSIONS	34
A-Annexe	35

A.1-Gain puissance de 2	35
A.2-Interpolation	
A.3-Square Law Region	
A.4-Relation P=f(V)	

#### 1-INTRODUCTION

#### 1.1-**Objet**

L'objectif de ce document est de faire l'étude d'une solution de mesure de puissance et de ROS pour les OM.

#### Cette étude comporte :

- une étude à proprement parlé
- une spécification HW pour la fabrication en très petite quantité (max 5) d'une carte électronique
- une spécification SW pour les fonctionnalités de mesure, calcul, et affichage
- une spécification de tests

L'ensemble des développements issues de cette étude porte le nom de « version de test du SWR POWER METER ». Elle correspond à la version v0.8 des développements du SWR POWER METER.

Cette version de test s'est avérée nécessaire à la lecture des difficultés des aspects théoriques de la calibration. En effet, comme le montrera cette étude, la calibration de la diode du détecteur HF est un exercice assez complexe : variation en température, dispersion entre les diodes, composant intrinsèquement non linéaire

La version d'étude du SWR POWER METER doit permettre, dans un premier temps, de valider les modèles théoriques décrits dans le présent document. Cette validation se fera au moyen d'une campagne de test spécifique à la version de test (SWR\_POWER\_METER\_Tests en version v0.8) Dans un deuxième temps, la version d'étude du SWR POWER METER doit permettre de :

- justifier les choix d'architecture HW et SW
- justifier les choix des composants effectués

La version d'étude n'a donc pas vocation a être un prototype, quand bien même toute la campagne de test de validation se passerait avec succès. Elle doit, au contraire, permettre de définir un prototype qui lui, aura vocation a être calibré et assurer la fonctionnalité finale de mesure de puissance.

Aucune fonctionnalité de mesure de puissance, de calcul de ROS ne sera donc développé sur la version de test du SWR POWER METER.

#### 1.2-Architecture

Le SWR POWER METER s'inspire de la structure classique du d'un wattmètre et d'un TOSmètre de l'état de l'art.

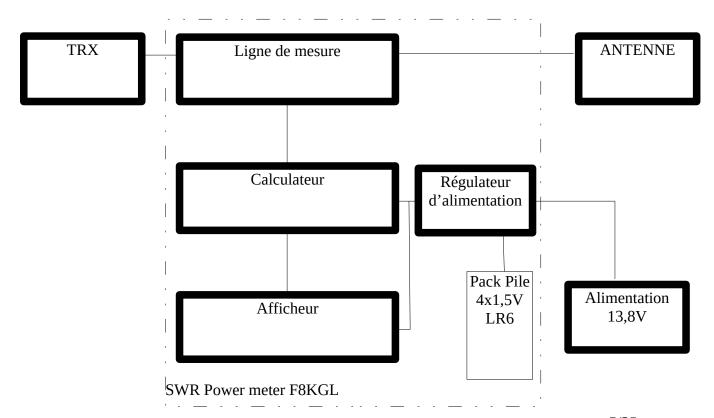


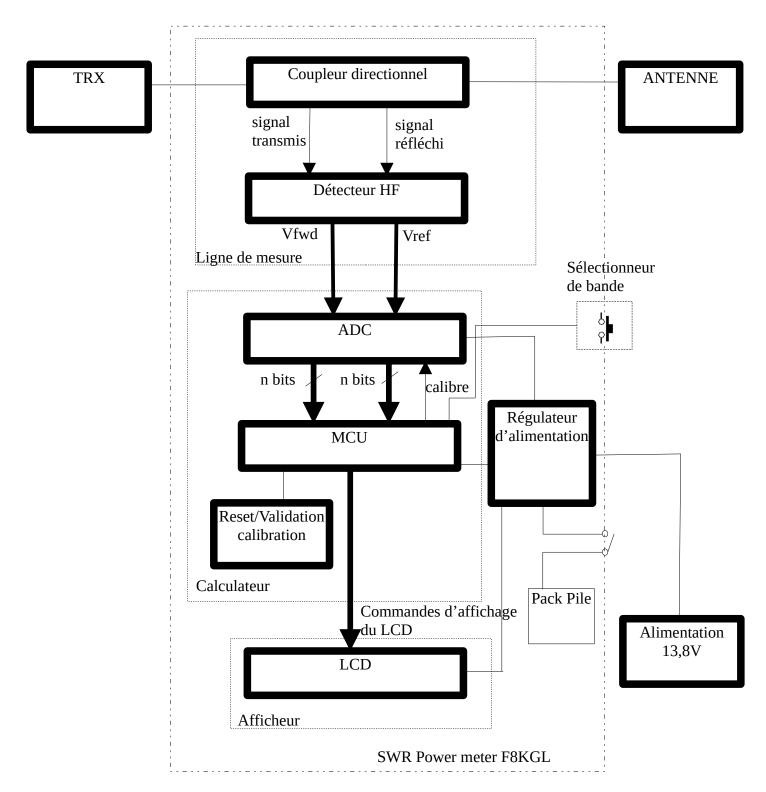
D'un point de vue fonctionnel, le « SWR Power Meter F8KGL » doit permettre :

- -de mesurer la puissance transmise de l'émetteur (TRX) vers la charge (Antenne)
- -de mesurer la puissance réfléchie par la charge.
- -de calculer le SWR à partir de la mesure de ces 2 puissances
- -d'afficher le résultat des ces 2 mesures en W, et le résultat du calcul du SWR.

Pour effectuer ces fonctionnalités, le « SWR Power Meter F8KGL » sera constitué de 4 dispositifs :

- -une ligne de mesure
- -un calculateur
- -un afficheur
- -un régulateur d'alimentation





Le coupleur directionnel a pour fonction de séparer le transmis du signal réfléchi.

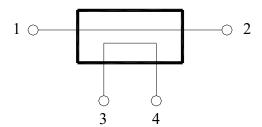
Le détecteur HF a pour fonction de convertir la puissance des signaux transmis et réfléchis en une tension continue, dont la valeur est reliée à la valeur de ces puissances

L'ADC a pour fonction de convertir la valeur de ces tensions en une valeur numérique codée en binaire.

Le MCU a pour fonction de lire ces valeurs codées en binaire pour les faire afficher sur le LCD.

L'affichage nécessite un calcul de conversion entre la valeur numérique et la valeur affichée. De plus, une fonction de calcul du ROS est implémentée dans le programme du MCU.

#### 1.2.1-Coupleur directionnel

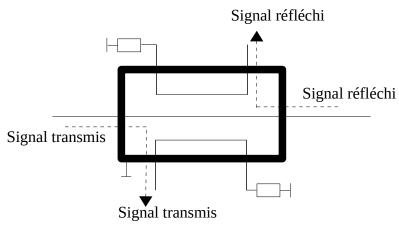


Un coupleur est constitué d'un tronçon de ligne de même impédance que celle sur laquelle il sera utilisé. Cette ligne peut être une ligne sur circuit imprimé, un guide d'onde, un câble coaxial. Parallèlement à l'âme de cette ligne, un ligne dite de « mesure » est placée à quelques millimètres. Le courant qui circule dans la ligne principale, du port 1 au port 2, induit un courant dans la ligne de mesure et provoque l'apparition d'une tension entre les deux armatures du condensateur que forment les deux lignes. Dans un coupleur parfait les signaux générés par ces deux phénomènes s'additionnent dans le sens direct et s'annulent dans le sens inverse.

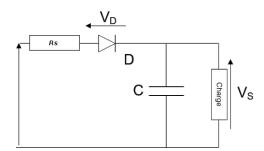
Une des extrémités de la ligne de mesure (port 4) est reliée au blindage de la ligne principale au travers d'une charge purement résistive d'une valeur qui dépend des dimensions de cette ligne de mesure et qui peut être différente de l'impédance de la ligne principale. Lorsqu'un courant circule dans la ligne principale du coupleur, une fraction (un échantillon) de ce courant se retrouve à l'autre extrémité (port 3) de la ligne de mesure. Le port 3 récupère donc une fraction de l'onde transmise au port 1.

Si l'on branche le coupleur directionnel en inversant les port 1 et 2, le port 4 récupère alors une fraction de l'onde transmise au port 2.

En doublant les lignes de mesures, on peut alors récupérer une fraction des ondes transmises (respectivement réfléchies) sur les ports 3 et 4.



#### 1.2.3-Détecteur HF



Un circuit détecteur HF est un circuit détecteur d'enveloppe, constitué d'une diode en série reliée à une charge constituée d'un condensateur et d'une résistance.

Son signal d'entrée est une fréquence porteuse. C'est donc un courant alternatif, présentant une tension tantôt positive, tantôt négative.

Quand la tension d'entrée est positive, la diode conduit et le condensateur se charge. Quand la tension d'entrée est négative, la diode se bloque, le condensateur se décharge dans la charge.

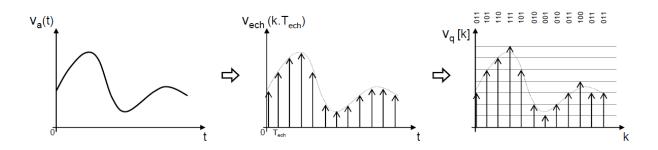
Si la résistance présente dans le circuit lors de la charge est faible, celle-ci est beaucoup plus rapide que la décharge dans la résistance. Alors, si la constante de temps du circuit résistance-condensateur est correctement choisie, sa tension reste à *peu près* constante entre deux crêtes de la porteuse.

La tension de sortie du détecteur HF est alors proportionnelle à la tension crête de la porteuse présentée en entrée du circuit.

#### 1.2.4-ADC

La conversion analogique – numérique peut être divisée en trois étapes :

- l'échantillonnage temporel
- la quantification
- et le codage.



Un signal analogique,  $v_a(t)$  continu en temps et en amplitude (i) est échantillonné à une période d'échantillonnage constante  $T_{ech}$ . On obtient alors un signal échantillonné  $v_{ech}(k,T_{ech})$  discret en temps et continu en amplitude.

Ce dernier est ensuite quantifié, on obtient alors un signal numérique  $v_q[k]$  discret en temps et en amplitude. La quantification est liée à la résolution de l'ADC (son nombre de bits)

#### 1.2.5-MCU

L'ADC fourni une valeur numérique au format binaire naturel, et elle peut être facilement traitée par une dispositif informatique.

Le traitement que ce dispositif effectue s'appelle un programme informatique. Le programme est une succession d'instruction, dont le but est de produire un résultat en fonction de la valeur de données d'entrée.

Ces données d'entrées sont stockées dans une mémoire au format binaire. Les résultats produits dépendent des instructions programmées dans une autre mémoire. Dans le cas du « SWR Power Meter F8KGL », le résultat final est un affichage de la puissance transmise et réfléchie sur un écran LCD.

L'ensemble de ces traitements, synthétisé dans un programme informatique (lecture de la valeur numérique de l'ADC, stockage en mémoire, calcul) sera effectué par le MCU (microcontroler unit).

Le SWR POWER METER est prévue pour une utilisation en contest. Le choix technique du MCU devra donc s'attacher à une autonomie d'utilisation de 24H minimum.

Compte tenu des possibles variations de fabrication de la ligne de mesure, une phase de calibration du SWR POWER METER devra être implémentée.

Les données de calibration devront être enregistrées dans une mémoire non volatile.

#### 1.2.6-Afficheur

Pour effectuer la fonctionnalité d'affichage du SWR, le « SWR Power Meter F8KGL » devra être constitué d'un dispositif appelé « Afficheur » permettant de :

- -Afficher un message de bienvenue au démarrage
- -Afficher les puissances calculées (puissances transmises, et réfléchies) en W
- -Afficher le SWR
- -Afficher les puissances calculées (puissances transmises, et réfléchies) sous la forme d'un bar-graphe croissant.

L'afficheur sera constitué d'un dispositif standards de l'état de l'art :écran LCD (ou écran à cristaux liquide).

#### (source Wikipedia)

L'écran à cristaux liquides (ACL pour affichage à cristaux liquides, ou en anglais : LCD pour *liquid crystal display*) permet la création d'écran plat à faible consommation d'électricité. Aujourd'hui ces écrans sont utilisés dans presque tous les affichages électroniques.

Les écrans à cristaux liquides utilisent la polarisation de la lumière par des filtres polarisants et la biréfringence de certains cristaux liquides en phase nématique, dont on peut faire varier

l'orientation en fonction du champ électrique. Du point de vue optique, l'écran à cristaux liquides est un dispositif passif : il n'émet pas de lumière, seule sa transparence varie, et il doit donc disposer d'un éclairage.

D'abord disponible en monochrome et de petite taille, il est utilisé dans les calculatrices, les appareils de mesure, les montres du fait de sa faible consommation électrique ; il permet actuellement d'afficher en couleurs dans des dimensions dépassant un mètre, en diagonale. Il a supplanté le tube cathodique dans la plupart des applications, sauf en très haute définition lorsque la palette des couleurs doit être précise et fidèle, et dans les environnements difficiles (par exemple quand la température d'utilisation est inférieure à 5 °C).

L'écran à cristaux liquides est constitué de deux polariseurs dont les directions de polarisation forment un angle de 90°, disposés de chaque côté d'un sandwich, formé de deux plaques de verre enserrant des cristaux liquides. À chacune des interfaces avec les cristaux liquides, une couche de polymère, généralement un polyimide, rainurée assure l'ancrage des molécules au repos.

Les deux faces internes des plaques de verre comportent une matrice d'électrodes transparentes pour le noir et blanc. L'épaisseur du dispositif et la nature des cristaux liquides sont choisies de manière à obtenir la rotation désirée du plan de polarisation, en l'absence de tension électrique (90° dans les écrans TN). Dans les écrans de grande dimension, on ajoute des espaceurs, petites billes transparentes, dans l'espace rempli de cristaux liquides pour maintenir la très faible épaisseur (20 µm) constante et précise.

L'application d'une différence de potentiel plus ou moins élevée entre les deux électrodes d'un pixel entraîne un changement d'orientation des molécules, une variation du plan de polarisation, et donc une variation de la transparence de l'ensemble du dispositif.

Cette variation de transparence est exploitée par un rétro-éclairage, par réflexion de la lumière incidente ou par projection.

Les électrodes des pixels ne sont accessibles que par ligne ou colonne entières et la commande d'allumage ou d'extinction doit se faire par un balayage régulier des lignes de points. Les petits afficheurs à cristaux liquides monochromes reposent sur le même principe, mais emploient souvent des électrodes avant en forme de segment de caractère, de façon à simplifier l'électronique (commande directe en tout ou rien), tout en obtenant une très bonne lisibilité (pas de balayage).

Les écrans ACL diffèrent aussi par leur taille, leur résolution et leur pitch (taille du pixel affiché à l'écran), dont voici une liste ci-après : ceci est à prendre en considération lors du choix d'un moniteur, en fonction de son usage, et de ses besoins.

#### 1.2.7-Régulateur d'alimentation

Pour effectuer la fonctionnalité de régulation de l'alimentation, le « SWR Power Meter F8KGL » devra être constitué d'un dispositif appelé « Régulateur d'alimentation » permettant de :

-alimenter l'ensemble du « SWR Power Meter F8KGL » à partir soit d'un pack pile, soit d'une alimentation stabilisée 13.8V

Le régulateur d'alimentation sera constitué de dispositifs standards de l'état de l'art :

-régulateur de tension (source Wikipedia)

Un régulateur de tension, est un composant électronique qui maintient à sa sortie, dans certaines limites, une tension constante, indépendamment de la charge et de la tension d'entrée.

#### -1 pack pile (source Wikipedia)

On appelle pile alcaline un type de pile électrique primaire dont l'électrolyte est alcalin. Les modèles les plus courants sont la pile alcaline zinc-dioxyde de manganèse (Zn-MnO2), et la pile alcaline lithium-dioxyde de manganèse (Li-MnO2). La pile alcaline zinc-dioxyde de manganèse, que l'on appelle souvent pile alcaline par abus de langage, tire son nom du fait que ses deux électrodes, l'électrode négative en zinc et l'électrode positive en dioxyde de manganèse, sont plongées dans un électrolyte alcalin d'hydroxyde de potassium, par opposition à l'électrolyte acide de la pile saline (zinc-carbone) qui offre la même tension nominale et la même taille.

- Les fabricants, qui n'ont pas conçu les piles alcalines pour qu'elles soient réutilisables, recommandent de jeter les piles après un seul cycle de décharge.
- La construction d'une pile alcaline est très consommatrice d'énergie : il faut environ 50 fois plus d'énergie pour fabriquer une pile alcaline que ce qu'elle fournira pendant toute sa durée de vie.

Les batteries Ni-Cd (nickel-cadmium) sont aujourd'hui relativement dépassées en termes d'autonomie, et sont interdites dans l'Union européenne suite à la directive 2006/66/CE1. Elles sont remplacées par les batteries NiMH, elles-mêmes concurrencées par les batteries Li-ion.

• Le cadmium est très polluant.

Les accumulateurs Ni-MH (nickel-hydrure métallique) n'incorporent ni cadmium ni plomb et est donc peu polluant. De plus, son énergie massique est supérieure de 40 % à celle des Ni-Cd et son effet mémoire est très faible. La technologie NiMH est extrêmement répandue dans les accumulateurs portables d'usage courant :

- Les modèles AA/HR6 dont la capacité peut atteindre 2700 mAh pour les plus performants ;
- Les modèles AAA/HR3 dont la capacité maximale est de 1000 mAh.

Les accumulateurs à base de lithium (Li-Ion, Li-Po, etc.) sont issus d'une technique récemment mise au point et toujours en cours de développement. Ces piles présentent un très important potentiel électrochimique.

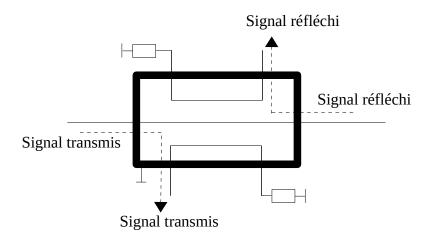
On distingue la technique lithium métal où l'électrode négative est composée de lithium métallique (matériau qui pose d'importants problèmes de sécurité, ce qui limite l'emploi de ce type de pilette combinaison), et la technique lithium ion, où le lithium reste à l'état ionique grâce à l'utilisation d'un composé d'insertion aussi bien à l'électrode négative (généralement en graphite) qu'à l'électrode positive. Des problèmes de sécurité demeurent (prise de feu) en cas de surcharge, de décharge trop rapide ou de court-circuit. Les accumulateurs lithium-ion sont parfois remplacés par

leur variante lithium polymère dite Li-Po. Sa combinaison électrochimique est le même, mais un gel (polymère) fige l'électrolyte, ce qui permet de réduire son contenant à une simple enveloppe plastique souple. Le polymère ralentit le déplacement des ions ce qui a pour effet de limiter sa capacité à fournir d'important courant et sa puissance spécifique (voir définition plus haut) est généralement inférieure à celle des éléments Li-Ion de même capacité.

- Les piles Li-Ion sont les piles rechargeables le plus utilisées dans le monde aujourd'hui.
- Ces piles sont fréquemment utilisées pour alimenter les téléphones mobiles, les ordinateurs portables, les voitures téléguidées, les perceuses électriques et même les voitures électriques.
- Le potentiel le plus répandu d'une cellule au lithium-ion est de 3,6 V ou 3,7 V. La densité énergétique des accumulateurs Lithium-ion peut atteindre un niveau de 200 Wh/kg.
- Recyclage : les difficultés rencontrées pour recycler le lithium ne permettent pas de valoriser les matériaux utilisés actuellement pour une seconde utilisation des composés chimiques. Les techniques de traitement permettent seulement de stabiliser les impacts dangereux des matériaux composant cette technologie d'accumulateur. Le coût de traitement est l'un des plus importants en fin de vie de l'ensemble des accumulateurs.

-1 interrupteur marche/arrêt pour arrêter le « SWR POWER METER » lorsqu'il est alimenté par le pack pile.

# 2-Etude du coupleur directionnel



Le coupleur directionnel a un fonctionnement linéaire en puissance.

$$\begin{aligned} &P_{\textit{transmis}}(\textit{dBm}) \!\!=\! P_{e}(\textit{dBm}) \!\!-\! \textit{Couplage}(\textit{dB}) \\ &P_{\textit{r\'efl\'echi}}(\textit{dBm}) \!\!=\! P_{\textit{out}}(\textit{dBm}) \!\!-\! \textit{Couplage}(\textit{dB}) \end{aligned}$$

#### 3-Etude du détecteur HF

#### 3.1-Diode schottky

Selon [1], une diode Schottky utilise une jonction métal-semiconducteur (au lieu d'une jonction P-N comme les diodes conventionnelles). Alors que les diodes standard en silicium ont une tension de seuil d'environ 0,6V, les diodes Schottky ont une tension de seuil (pour un courant de polarisation directe d'environ 1 mA) dans la gamme de 0,15 V à 0,45 V, ce qui les rend utiles en limitation de tension et en prévention de saturation des transistors.

Les inconvénients de ces diodes par rapport aux diodes à jonction P-N sont une tension de claquage en inverse beaucoup plus faible (40 V pour une diode schottky standard), un courant en polarisation inverse plus élevé, ainsi qu'une plage de fonctionnement en température moins importante. Malgré les progrès effectués, ces diodes sont donc plus fragiles dans ces conditions.

Selon [2], l'intensité qui traverse une diode schottky, et la tension à ses bornes sont reliées par la loi :

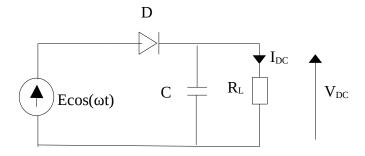
$$I = I_s(e^{\frac{eV}{kTn}} - 1)$$

où V est la tension aux bornes de la diode, I le courant qui la traverse,  $I_s$  le courant de saturation, k la constante de Boltzman (1,38064852 ×  $10^{-23}$  m<sup>2</sup> kg s<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>), T la température absolue (en K), e la charge de l'électron (e= $-1,602 \times 10^{-19}$  C), et n le facteur d'idéalité.

Selon [2],  $I_s$  peut varier d'un facteur 2, si la température varie dans une échelle de 20°C environ. De plus, une grande dispersion peut être observée entre 2 diodes schottky de même référence sur le facteur d'idéalité (1<n<2)

#### 3.2-Square Law Region

#### 3.2.1-Principe



Selon [2], 
$$V_{DC} = R_L \times I_{DC} = R_L \times \frac{I_S}{4} \times \left(\frac{E}{V_T}\right)^2$$
 si EV\_{DC} << E

Comme  $P_e = \frac{E^2}{R}$  où R=50 $\Omega$ , on en déduit :

Si 
$$P_e < \frac{V_T^2}{R}$$
  $V_{DC} = K \times P_e(W)$  où  $K = R_L \times R \times \frac{I_S}{4V_T^2}$ 

A 25°C, 
$$\frac{V_T^2}{R} \approx -18 dBm$$

La tension de sortie du détecteur HF est directement proportionnelle à la puissance d'entrée, pour des puissance inférieure à -20dBm (à 25°C), et tant que la tension de sortie est *largement* inférieur à 26mV. L'intervalle de puissance (P < -20dBm) est appelée la « Square Law Region ».

Le lecteur remarquera :

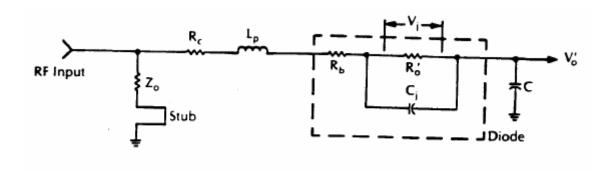
- la forte dépendance en température du coefficient de proportionnalité reliant la tension de sortie avec la puissance d'entrée au travers du courant de saturation.
- La dépendance du coefficient de proportionnalité avec V<sub>T</sub>, montrant sa possible dispersion avec les diodes
- la dépendance du coefficient avec la résistance de charge

Le coefficient de proportionnalité prend le nom de « Sensibilité de tension en circuit ouvert » (Open circuit Voltage Sensitivity). Elle s'exprime en V/W.

#### 3.2.2-Réponse en fréquence

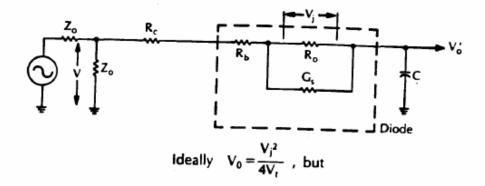
La précédente étude du détecteur ne tient pas compte :

- de la désadaptation d'impédance du générateur d'entrée
- de la réponse en fréquence de la diode, liée à ses éléments parasites
- des effets en température



Selon [2], il n'y a malheureusement pas de solution miracle, et un compromis doit être trouvé entre la bande passante d'utilisation du circuit et sa sensibilité.

# The Sensitivity of the Detector is Influenced by the Diode and the Matching Circuit



1. Ideality factor increases Vt: Vt = nKT/q 1 < n < 2

$$Vt = nKT/q \quad 1 < n < 2$$

2. Shunt conductance of diode:

A. Lowers origin resistance

$$R_0' = \frac{R_0}{1 + G_s R_0}$$

$$R_0' = \frac{R_0}{1 + G_s R_0} \quad \text{ B. Self-loading } \quad V_0' = \frac{V_0}{1 + G_s R_0}$$

3. Matching circuit loss:

$$V_{j} = \frac{R'_{0}}{R'_{0} + R_{b} + R_{C} + Z_{0/2}} V$$

A finite output load resistor will have a dramatic effect on the detector performance

Une utilisation en bande étroite, dans le cas du SWR POWER METER, devra être éventuellement envisagée :

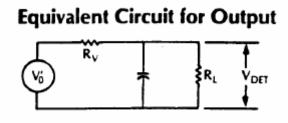
Bande 1	0-30MHz	Bande passante = 30MHz
Bande 2	144-146MHz	Bande passante = 2MHz
Bande 3	430MHz-440MHz	Bande passante = 10MHz

Un circuit d'adaptation d'impédance devra donc être pourvu en entrée du détecteur.

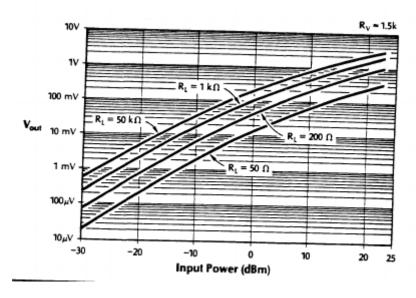
### 3.2.3-Charge de sortie

Selon [2], la résistance de charge placée en sortie du détecteur HF a une incidence non négligeable sur la sensibilité du détecteur HF.

On définit une « résistance vidéo », R<sub>v</sub>, telle que le circuit suivant est un circuit équivalent :



La résistance vidéo R<sub>v</sub> dépend du niveau d'entrée, de la température, de la fréquence et de la charge.



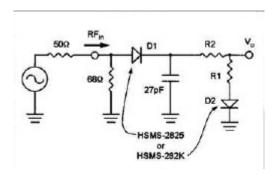
Plus la résistance de charge sera grande, meilleure sera la sensibilité.

#### 3.2.3-Effets de la température

Selon [2], les variations de température sur la tension de sortie sont liées aux variations de température du courant de saturation ( $I_s$  double tous les 20°C). La zone de puissance pour laquelle s'appliquer la « square law region » devient alors dépendante de la température si la résistance de charge n'est pas assez grande ( $R_L < V_T/I_s$ ).

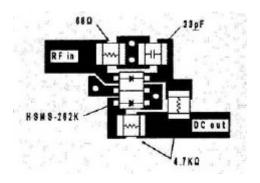
Selon [3], pour limiter les effets de la température sur les performances, une solution consiste à polariser la diode avec une tension continue. La difficulté réside alors à éliminer cette tension de polarisation de la diode en sortie de l'amplificateur vidéo (AOP dans le cas du SWR POWER METER).

La dépendance des performances du détecteur HF provient esssentiellement de la variation de la résistance vidéo avec la température. Une solution consiste alors à charger le circuit par une résistance variable en fonction de la tension de sortie du détecteur.



La résistance de charge présente alors une valeur qui décrois à mesure que la tension de sortie du détecteur augmente, améliorant ainsi la stabilité en température [3].

Le routage suivant est conseillé par [3] avec 2 diodes sur le même die. Mais ce n'est pas une obligation.



#### 3.2.4-Application numérique

Selon [2], l'intensité qui traverse une diode schottky, et la tension à ses bornes sont reliées par la loi :

$$I = I_s(e^{\frac{eV}{kTn}} - 1)$$

#### 3.2.4.1-Validité du modèle

C'est aussi le modèle des simulateurs (tel Spice, ADC, etc.)

Les valeurs de n (facteur d'idéalité) et I<sub>s</sub>ne se retrouvent pas dans les spécifications des composants, et doivent en être déduites.

L'attention du lecteur est attirée sur le fait que l'on peut trouver les valeurs du facteur d'idéalité et du courant de saturation de la diode à l'aide des modèles Spice que peuvent fournir les fabricants de composants.

#### extrait des spécifications fabricant :

ELECTRICAL CHARACTERISTICS (T<sub>A</sub> = 25°C unless otherwise noted)

Characteristic	Symbol	Min	Тур	Max	Unit
Reverse Breakdown Voltage (I <sub>R</sub> = 10 μA)	V <sub>(BR)R</sub>	30	-	-	٧
Total Capacitance (V <sub>R</sub> = 1.0 V, f = 1.0 MHz)	C <sub>T</sub>	-	7.6	10	pF
Reverse Leakage (V <sub>R</sub> = 25 V)	I <sub>R</sub>	-	0.3	2.0	μА
Forward Voltage ( = 0.1 mA) ( = 1.0 mA) ( = 10 mA) ( = 30 mA) ( = 100 mA)	V <sub>F</sub>	-	0.22 0.28 0.35 0.39 0.46	0.24 0.32 0.40 0.50 0.80	٧
Reverse Recovery Time (I <sub>F</sub> = I <sub>R</sub> = 10 mA, I <sub>R(REC)</sub> = 1.0 mA) Figure 1	t <sub>rr</sub>	-	-	5.0	ns

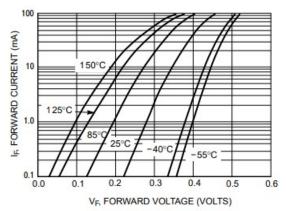


Figure 2. Forward Voltage

Source du modèle SPICE3 : <a href="https://www.onsemi.com/products/discretes-drivers/diodes-rectifiers/schottky-diodes-schottky-rectifiers/bat54xv2">https://www.onsemi.com/products/discretes-drivers/diodes-rectifiers/schottky-diodes-rectifiers/bat54xv2</a>

	BAT54XV2
$V_{\mathrm{T}}$	26mV
$I_s$	19,1828nA
n	0.984721

I	$V = n \times \ln\left(\frac{I}{I_s} + 1\right)$	spécifications
0,1mA	0,22V	0,22V
1,0mA	0,28V	0,28V

10mA	0,34V	0,35V
30mA	0,36V	0,39V
100mA	0,39V	0,46V

Erreur min du modèle = 0,95 % Erreur max du modèle = 14,4 % Erreur moyenne du modèle =5,55 %

	BAT54XV2
$V_{\mathrm{T}}$	26mV
$I_s$	26nA
n	1,053
$R_0 = V_T / I_S$	1ΜΩ

I	$V = n \times \ln\left(\frac{I}{I_s} + 1\right)$	spécifications
0,1mA	0,22V	0,22V
1,0mA	0,29V	0,28V
10mA	0,35V	0,35V
30mA	0,38V	0,39V
100mA	0,41V	0,46V

Erreur min du modèle = 0,02 % Erreur max du modèle = 10,3 % Erreur moyenne du modèle = 3,52 %

### 3.2.4.2-Sensibilité du détecteur HF

	BAT54XV2
$V_{\mathrm{T}}$	27,3mV
$I_s$	26nA
$R_{\rm L}$	5ΜΩ
R	$50\Omega$
K	2170 μV/μW

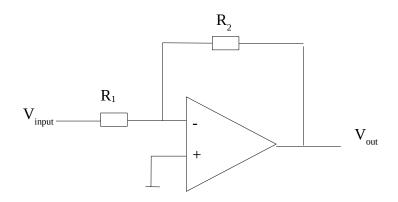
#### 3.2.4.3-Conclusions

- Le principe de l »Square Law Region » et le modèle mathématique associé ne tient pas compte des éléments passifs parasites. En revanche, d'après [2], on peut gagner en sensibilité en ajoutant des composants d'apdatation en entrée du détecteur HF
- Les spécifications de la diode sont fortement dépendantes des conditions de températures. Un dispositif de compensation doit être ajouté.
- Plus la résistance de charge sera grande, meilleure sera la sensibilité du détecteur HF, et les effets de température seront également limités.

#### 4-A0P

#### 4.1-Principe

Pour la version d'étude du SWR POWER METER, un amplificateur vidéo doit être implémenté, afin de pouvoir rentrer dans la dynamique du détecteur HF (-120dBm/-20dBm) Un montage « AOP non inverseur » est choisi pour effectuer la fonction d'amplification. Pour rendre le gain variable, et pilotable par le PIC, la structure suivante a été étudiée :



$$G = \frac{V_{out}}{V_{input}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

### 4.2-Dynamique d'entrée

Les valeurs de l'ADC sont codées sur 12 bits et la tension pleine échelle vaut 4,096V. L'ADC remonte une valeur sur une échelle [0;4,096V] par pas de 1mV.

La résolution en V de l'ADC se détermine selon :  $r = \frac{V_{FS}}{2^N}$  où  $V_{FS}$  est la tension pleine échelle, et N la résolution en bits.

Pour un gain G donné, la tension minimale détectable en entrée du bloc AOP est alors :  $V_{\min} = \frac{V_{FS}}{G \times 2^N}$ 

Pour un gain G donné, la tension maximale détectable en entrée du bloc AOP est :  $V_{max} = \frac{V_{FS}}{2 \times G}$  car l'AOP est alimenté de manière symétrique, et il entre en saturation dès que la tension dépasse 2,048V.

La dynamique d'entrée du bloc AOP est  $[V_{min}; V_{max}] = [\frac{V_{FS}}{G \times 2^N}; \frac{V_{FS}}{2 \times G}]$ 

G (puissance de 2)	$V_{\mathrm{min}}$	P <sub>in_min</sub> <sup>(1)</sup> (dBm)	$V_{max}$	P <sub>in_max</sub> <sup>(1)</sup> (dBm)
0	1mV	-33	2,048V	0
1	501μV	-36	1,02V	-3
2	250μV	-39	511mV	-6
3	125μV	-42	255mV	-9
4	62,5μV	-45	128mV	-12

 $<sup>^{(1)}</sup>P_{in\_min}$  et  $P_{in\_max}$  sont les puissances d'entrées (resp. minimum et maximal) calculée en entrée du détecteur HF, en supposant que sa sensibilité K vaut  $2000\mu V/\mu W$ 

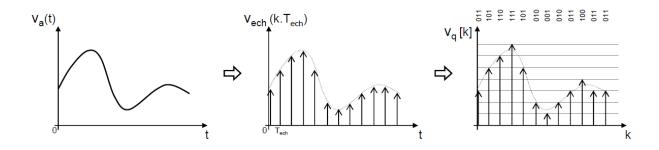
#### 5-ADC

Un convertisseur analogique – numérique (CAN, « ou ADC » pour Analog to Digital Converter) est un dispositif électronique permettant la conversion d'un signal analogique en un signal numérique.

Cette définition pour être complète en appelle deux autres :

- un signal analogique est un signal continu (au sens mathématique du terme) en temps et en amplitude
- un signal numérique est un signal échantillonné et quantifié, discret en temps et en amplitude.

Conceptuellement, la conversion analogique – numérique peut être divisée en trois étapes : l'échantillonnage temporel, la quantification et le codage.



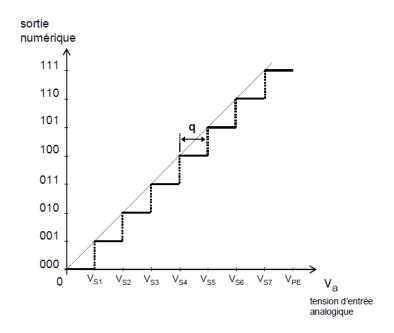
Un signal analogique,  $v_a(t)$  continu en temps et en amplitude (i) est échantillonné à une période d'échantillonnage constante  $T_{ech}$ . On obtient alors un signal échantillonné  $v_{ech}(k,T_{ech})$  discret en temps et continu en amplitude.

Ce dernier est ensuite quantifié, on obtient alors un signal numérique  $v_q[k]$  discret en temps et en amplitude. La quantification est liée à la résolution de l'ADC (son nombre de bits)

Dans l'exemple précédent  $v_q[k]$  peut prendre huit amplitudes différentes (soit  $2^3$ , 3 étant le nombre de bits de l'ADC). La figure précédente présente également l'étape de codage. Le résultat final est un code numérique sur trois bits (en code binaire naturel) associé à  $v_q[k]$  en fonction du temps.

Un ADC (Analog to Digital Converter) est donc un dispositif électronique permettant de convertir une grandeur analogique (par exemple, une tension) en une valeur numérique, qui prend la forme d'un nombre binaire.

Cette valeur numérique peut être codée sur plusieurs bits, et est proportionnelle à la grandeur analogique d'entrée.



Le pas de quantification et la précision d'un ADC dépendent du nombre de bits en sortie, appelée résolution. Pour un ADC à N bits, le nombre d'états possibles en sortie est  $2^N$ , ce qui permet d'exprimer des signaux numériques de 0 à  $2^{N-1}$  en code binaire naturel. Un ADC est caractérisé également par la plage de variation acceptable de la tension analogique d'entrée, appelée Pleine Echelle (FS pour *Full Scale* en anglais)  $V_{FS}$ .

$$q=V_{S1}=LSB=\frac{V_{FS}}{2^N}$$

Plus la résolution d'un ADC est élevée, plus la sortie numérique est une image précise du signal analogique d'entrée comme l'illustre le tableau ci-dessous pour une tension de pleine échelle de 5V.

N (résolution en bits)	Quantum (q = LSB)
8	19,5mV
10	4,8mV
12	1,22mV
14	305μV
16	76μV

#### 6-MCU

Un microcontrôleur (en notation abrégée µc, ou uc ou encore MCU en anglais) est un circuit intégré qui rassemble les éléments essentiels d'un ordinateur : processeur, mémoires (morte ou vive), unités périphériques et interfaces d'entrées sorties. Les microcontrôleurs se caractérisent par un plus haut degré d'intégration, une plus faible consommation électrique, une vitesse de fonctionnement plus faible (de quelques mégahertz jusqu'à plus d'un gigahertz1) et un coût réduit par rapport aux microprocesseurs polyvalents.

Un microcontrôleur intègre sur un unique die:

- un processeur (CPU), avec une largeur du chemin de données allant de 4 bits pour les modèles les plus basiques à 32 ou 64 bits pour les modèles les plus évolués ;
- de la mémoire vive (RAM) pour stocker les données et variables ;
- de la mémoire morte pour stocker le programme. Différentes technologies peuvent être employées : EPROM, EEPROM, mémoire flash
- souvent un oscillateur pour le cadencement.
- des périphériques, capables d'effectuer des tâches spécifiques. On peut mentionner entre autres :
  - les convertisseurs analogiques-numériques (donnent un nombre binaire à partir d'une tension électrique),
  - les convertisseurs numériques-analogiques (effectuent l'opération inverse),
  - les générateurs de signaux à modulation de largeur d'impulsion (MLI, ou en anglais, PWM pour *Pulse Width Modulation*),
  - les timers/compteurs (compteurs d'impulsions d'horloge interne ou d'événements externes),
  - les watchdog
  - les comparateurs (comparent deux tensions électriques),
  - les contrôleurs de bus de communication (UART, I2C, SSP, CAN, etc...).

Un microcontrôleur peut effectuer la plupart des instructions machine habituelles, avec certaines restrictions liées à son caractère embarqué (taille restreinte des mots machine, petite taille disponible, etc.). On note cependant quelques particularités.

Les capacités mathématiques sont en général particulièrement limitées, réduites à des additions, soustractions et décalages sur des octets pour les plus simples d'entre eux. Les calculs mathématiques évolués doivent donc être ramenés à une succession d'opérations simples portant seulement sur des octets. Des routines mathématiques (petits programmes permettant de réaliser les calculs complexes) ont été développées pour la plupart des microcontrôleurs populaires.

Les instructions d'entrée-sortie sont bien développées, de façon à pouvoir :

- lire l'état d'un port d'entrée ;
- écrire une information dans le registre d'un port de sortie, qui maintient l'information à la disposition des circuits extérieurs.

Les microcontrôleurs disposent généralement de nombreuses instructions destinées aux opérations sur les bits, de façon à rendre les programmes plus compacts, notamment lorsqu'ils agissent sur une entrée-sortie donnée. Ainsi, un processeur généraliste peut avoir besoin de *plusieurs* instructions pour tester la valeur d'un bit d'un registre et effectuer un saut si le bit vaut vrai. Cette fonction courante est assurée par *une seule* instruction dans certains microcontrôleurs2.

Les modes d'adressage utilisables sont en général semblables à ceux des autres processeurs.

#### 6.1-Principe

4 fonctionnalités principales devront être développées :

- 1. Mesure : renvoie la valeur brute mesurée en entrée d'ADC (hexadécimal et convertie en V)
- 2. Calibration : fixe les paramètres de la chaîne (gain de l'AOP en puissance de 2, et valeur de R<sub>DAC</sub> associée)
- 3. Calcul : renvoie la valeur mesurée en V, en entrée de l'AOP
- 4. Puissance et ROS : à partir d'une valeur de la sensibilité du détecteur HF (K), renvoie une puissance en W, et le ROS entre les 2 voies FWD et REF.

#### 6.1.1-Mesure brute en entrée de l'ADC

L'opération consiste à convertir une valeur lue en hexadécimal par l'ADC, et à la convertir en V :

$$V = \frac{(ADC) \times V_{FS}}{2^N}$$

- 1. Codage par un tableau de taille 2<sup>N</sup>
- 2. Si V<sub>FS</sub>=2<sup>N</sup>/1000, alors la valeur d'ADC lue représente directement la tension à afficher en mV, codée en hexadécimal
- 3. algorithme mathématiques : multiplication par V<sub>FS</sub> et décalage à droite de N

La solution n°2 est la plus simple, alors que la solution n°3 est de loin la plus compliquée, et la plus consommatrice en terme de temps machine. La faisabilité de la solution n°1 dépend directement de la résolution de l'ADC, car la taille du tableau est relié aux nombres de valeurs possibles de l'ADC.

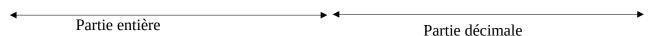
#### 6.1.2-Calcul d'un tension calibrée en entrée de l'AOP

Si  $V_{inaop}$  représente la tension en entrée de l'AOP, alors :  $V_{inaop} = \frac{(ADC) \times V_{FS}}{G \times 2^N}$ .

Si V<sub>FS</sub>=2<sup>N</sup>/1000, alors la valeur d'ADC lue représente directement la tension en entrée de l'AOP en mV, codée en hexadécimal, et au facteur G près.

Pour des raisons de simplicité de calcul de l'opération de division, on imposera des gains d'AOP qui puisse s'écrire comme une puissance de 2 : G=2<sup>m</sup>. L'opération de division par G devient alors un décalage à droite de m bits de la valeur d'ADC.

MSB(N)					LSB
		m			



La partie décimale en mV s'obtient alors comme étant le pas de résolution de l'ADC ramenée en entrée de l'AOP :  $1/2^m$ 

#### 6.1.3-Calcul de P et du ROS

La tension mesurée en entrée de l'AOP est relié par un facteur de proportionnalité à la puissance d'entrée en W (sensibilité du détecteur HF).

La valeur d'ADC lue en hexadécimal est également promotionnelle à la tension en en entrée de l'ADC en V.

La puissance en entrée du détecteur HF est donc proportionnelle à la valeur d'ADC lue par le MCU en hexadécimal.

$$P(W) = \frac{1}{K} \times (ADC)$$

- 1. Codage par un tableau de taille :  $2\times3\times2^N$  (pour les 2 ports FWD et REF, et 3 bandes de fréquences)
- 2. Algorithme mathématique

Le ROS se calcule selon la formule :  $SWR = \frac{P_i + P_r}{P_i - P_r}$ 

Comme la puissance en entrée est proportionnelle à la valeur d'ADC, on en déduit :

$$SWR = \frac{ADC_{fwd} + ADC_{ref}}{ADC_{fwd} - ADC_{ref}}$$

- 1. Codage par un tableau de taille :  $2^N \times 2^N$  tronquée dès que le SWR dépasse une certaine limite (5 par exemple ?)
- 2. Algorithme mathématique

### 6.1.3.1-Calcul de la puissance P par un algorithme

Si P<sub>e</sub> représente la puissance HF en entrée du détecteur HF, alors :  $P_e = \frac{(ADC) \times V_{FS}}{(K \times G \times 2^N)}$ 

Pour des raisons de simplicité de calcul de l'opération de division, on imposera des gains d'AOP tel

que  $P_e = \frac{V_{FS}}{(K \times G \times 2^N)}$  puisse s'écrire comme une puissance de 2.

#### 6.1.4-Affichage

Pour rappel, le LCD ne peut afficher que des caractères codées en ASCII.

Pour afficher une valeur de tension, il convient alors de la convertir d'abord en BCD (binaire codé décimal digit par digit), et de convertir ensuite chaque digit en ASCII.

#### 6.1.5-Mise en œuvre

Exemple : ADC=LTC2305 (ADC 12 bits), MCU = 18F1820

#### 6.1.5.1-codage par tableau

Codage de la puissance :

Pour P<10W :  $0xab \rightarrow$  « a.b W » (précision = 0,1W)

Pour P>  $10W : 0xabc \rightarrow \text{ ab } W \text{ » ou } \text{ abc } W \text{ » (précision } 1W)$ 

Donc, on ne peut que estimer la taille réelle du tableau, car elle sera alors dépendante des résultats de la calibration (relation (ADC) = f(P)). Le plus grand nombre à afficher (« abc W ») tient sur 3 quartets, soit 12 bits. Donc, la taille maximum du tableau sera de

$$12 \times 2 \times 3 \times 2^{12} = 294912 \, bits = 36864 \, octets$$

Pour un affichage de la puissance en dBm, il faut également 3 digits. La taille du tableau est donc identique.

De plus, le tableau doit pouvoir être téléchargé dans cette mémoire (morte a priori) en mode « in circuit », et présenter un bus de communication standard pour le MCU. Il faudra veiller à la qualité du téléchargement, compte tenu de la vitesse de téléchargement et la quantité de données à transférer (30 à 40ko)

#### **5-Performances**

### 5.1-Dynamique d'entrée, précision, sensibilité et temps de réponse

La dynamique d'entrée du SWR POWER METER F8KGL est l'intervalle de puissance d'entrée  $[P_{e\_min}, P_{e\_max}]$  permettant :

- une mesure de la puissance P avec une précision  $\frac{\Delta P}{P}$  donnée (en%)
- ullet  $P_{e\_min}$  est la puissance minimum mesurable. Par définition, c'est la sensibilité de l'appareil de mesure
- P<sub>e\_max</sub> est la puissance maximum mesurable.

Le temps de réponse du SWR POWER METER F8KGL est le temps nécessaire au dispositif pour établir une mesure de la puissance fiable, et avec le minimum d'erreur.

#### 5.2-Sensibilité

Elle correspond à la résolution de l'ADC.

Elle correspond alors à la tension de sortie du détecteur HF telle que  $V_{out} = \frac{q}{G} = \frac{V_{FS}}{2^N \times G}$ 

On peut choisir des résistances  $R_{DAC}$  et  $R_{test}$  de telle sorte que le gain G de l'AOP soit une puissance de 2.

La puissance HF en entrée du détecteur HF se détermine alors :

$$P_{e_{min}} = K \times \frac{V_{FS}}{2^{(N+N')}}$$

#### 5.3-Saturation

La puissance amenant à la saturation de l'ADC correspond à la tension pleine échelle : V<sub>FS</sub>.

Elle correspond alors à la tension de sortie du détecteur HF telle que  $V_{out} = \frac{V_{FS}}{G} = \frac{V_{FS}}{2^{N'}}$ 

Où N' représente la puissance de 2 du gain de l'AOP, pour des résistances  $R_{DAC}$  et  $R_{test}$  idoines La puissance HF en entrée du détecteur HF se détermine alors :

$$P_{e_{max}} = K \times \frac{V_{FS}}{2^{(N')}}$$

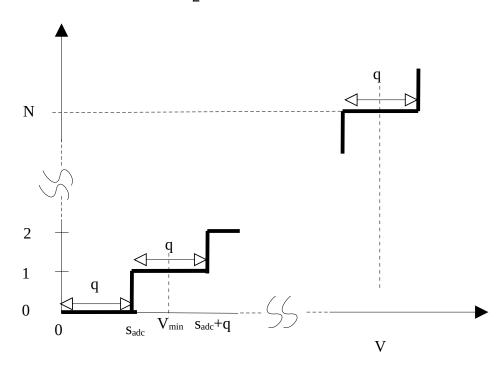
#### 5.3-Sensibilité

La sensibilité de l'ADC est la tension minimale analogique d'entrée donnant en sortie, une valeur numérique de 0x01 :  $s_{ADC} = q = LSB = \frac{V_{FS}}{2^N}$ 

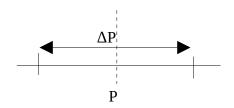
La tension en entrée de l'ADC correspond à la tension de sortie du détecteur HF. On en déduit donc :  $P_{detecteur_{min}} = \frac{1}{K_a} \frac{V_{FS}}{2^N}$ 

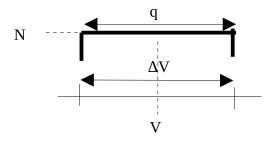
### 5.4-Précision

La sensibilité de l'ADC est la tension minimale analogique d'entrée donnant en sortie, une valeur numérique de 0x01 :  $s_{ADC} = q = LSB = \frac{V_{FS}}{2^N}$ 



 $P = K_a \times (V)^a \Rightarrow dP = aK_a V^{(a-1)} dV \Rightarrow \Delta P = aP \frac{\Delta V}{V} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = a \frac{\Delta V}{V}$  où P et V sont les valeurs centrées sur  $\Delta P$  et  $\Delta V$ .





On en déduit donc que :

$$\Delta V = q$$

Dans une zone de puissance du détecteur HF donnée  $(P_0,V_0)$  /  $(P_1,V_1)$ , la précision maximum de mesure de P est alors donnée par :

$$\Delta P = a \frac{q}{V_0 + q/2} P \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = a \frac{V_{FS}/2^N}{V_0 + V_{FS}/2^{N-1}}$$

### 2-THEORIE

### 2.1-Coupleur directionnel

### 2.2-Détecteur HF

# **5-CONCLUSIONS**

#### **A-Annexe**

#### A.1-Gain puissance de 2

Pour des raisons pratiques, on cherche a rendre la gain réglable par pas de puissance de 2.

$$G=2^{n}=1+\frac{R_{DAC}}{R}=2^{0}+\frac{DAC\times10000}{R\times2^{10}}=\frac{2^{(10+r)}+DAC\times10000}{2^{(10+r)}}$$

Le gain est une puissance de 2 s'il existe un entier m tel que :  $2^m = 2^{(10+r)} + DAC \times 10000$ 

si m=10+r : DAC=0, 
$$R_{DAC}$$
=0, et G=1= $2^{\circ}$ 

si m = 10 + r + 1: 
$$DAC = \frac{1}{10000} (2^{(10+r)} \times 1)$$
,  $R_{DAC} = 2^r$ ,  $G = 2 = 2^1$ 

pour m = 10 +r +p (où p>2): 
$$DAC = \frac{1}{10000} (2^{(10+r+p)} - 2^{(10+r)}) = \frac{2^{(10+r)}}{10000} (2^p - 1)$$
,  $R_{DAC} = 2^r (2^p - 1)$ ,  $G = 2^p$ 

# **A.2-Interpolation** $P = K \times (V_{out})^a$

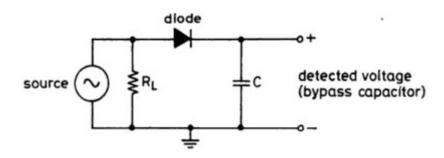
Données :  $(P_0, V_0) / (P_1, V_1)$ 

$$a = \frac{\log(P_1) - \log(P_0)}{\log(V_1) - \log(V_0)}$$

$$K = \frac{P_0}{(V_0)^a}$$

### **A.3-Square Law Region**

Selon [2]



 $V_D$ , la tension aux bornes de la diode, peut s'écrire :  $V_D = V_{DC} + V_{RF} \cos(\omega t)$ 

Le développement limité de l'exponentielle (  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + ...$  ) permet d'en déduire :

$$I_{DC} = I_s \left( 1 + \frac{V_D}{nV_T} + \frac{1}{2} \left( \frac{V_D}{nV_T} \right)^2 - 1 \right) = I_s \left( \frac{V_{DC}}{nV_T} + \frac{1}{2} \left( \frac{V_{DC}}{nV_T} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{V_{rf}}{nV_T} \right)^2 \right) \quad \text{si} \quad V_D \ll V_T$$

On peut négliger le terme  $\frac{1}{2} \left( \frac{V_{DC}}{V_T} \right)^2$ 

Le facteur d'idéalité devra également être déterminé avec la condition  $V_D \ll V_T$ 

On a: 
$$I_{DC} = 0 \Rightarrow V_{DC} = \frac{-e}{4 kTn} V_{RF}^2$$

Composante continue du courant traversant la diode est nulle, puisqu'il n'y a pas de telle source dans ce circuit. On fait également l'hypothèse que le circuit est chargé par une haute impédance.

Donc: 
$$V_{out} = -V_{DC} = \frac{e}{4kTn}V_{RF}^2 = \frac{e}{2kTn}V_{RFrms}^2 = \frac{25e}{kTn}P_{RF}$$

On sort de la « Square Law Region » à mesure que la puissance RF augmente. Le point limite est obtenu lorsque la partei dans l'exponentielle de caractéristique i-v de la diode vaut 1. Typiquement, on sort de cette zone, lorsque la puissance RF approche les -22dBm (soit environ 6,25µW, ou une tension RF peak de 25mV)

#### A.4-Relation P=f(V)

$$V = K(\sqrt{P})^{\alpha} \Rightarrow \log(V) = \log(K) + \frac{\alpha}{2} \times \log(P) \Rightarrow \log(P) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \log(K) + \frac{\alpha}{2} \times \log(P) \Rightarrow \log(P) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \log(K) + \frac{\alpha}{2} \times \log(P) \Rightarrow \log(P) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(K)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \log(V) = \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{V}{K})^{(\frac{2}{\alpha})} + \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{2}{\alpha})^{(\frac{2}{\alpha})} + \frac{2}{\alpha}(\log(V) - \log(V)) \Rightarrow P = (\frac{2}{\alpha})^{(\frac{2}{\alpha})} + \frac{2}{\alpha}(\log(V)) \Rightarrow P = (\frac$$

On en déduit que la relation P=f(V) est de la forme :  $P=K_a \times V^a$