PROVA RISERVATA 2

2018

December 13, 2018

1 Regole generali

La prova riservata è destinata esclusivamente agli studenti o studentesse che seguono le lezioni di Analisi Matematica 1 del Professor Enzo Mitidieri durante l'anno accademico 2018/19. Prove di studenti o studentesse che NON seguono le lezioni non saranno considerate. L'ammissione alla prova è subordinata alla presenza durante le lezioni. Ricordo che la frequenza del corso è obbligatoria. La consegna delle soluzioni deve avvenire **esclusivamente**, **pena l'esclusione**, tramite posta elettronica utilizzando l'indirizzo **proveriservate@gmail.com**. L'oggetto del messaggio e il nome del file pdf contenente le soluzioni deve essere

COGNOME 2 2018

Messaggi relativi a prove, non conformi a questa richiesta saranno cestinati. Confermare via e-mail all'indirizzo proveriservate@gmail.com la ricezione di questo file e relativo file sorgente allegato per le soluzioni.

2 Regole particolari

Il file delle soluzioni deve essere in formato pdf e compilato in ogni sua parte. Pena l'esclusione. Il termine ultimo per la consegna: **Mercoledì 26 dicembre 2018 prima delle 18.00**. Il formato del file deve essere **pdf** e compilato in **Tex** o programma equivalente. Per le soluzioni, utilizzare l'allegato file di sorgente, compilandolo in ogni sua parte. **Prove incomplete di nome, cognome, e matricola o altre parte da compilare non saranno considerate. Se non avete bonus lasciate in bianco. Un esercizio si intende svolto se è corretto e completo in ogni sua parte. Esercizi con soluzioni parziali non saranno valutati. Per essere esonerati dalla prova scritta bisogna raggiungere una valutazione media delle due prove pari a** 23/30.

Consiglio generale. Se non siete in grado di svolgere un esercizio, NON COPIATE e NON COLLABORATE CON NESSUNO altrimenti la prova sarà annullata. Consigli sulle soluzioni verranno comunicati a ricevimento o via SKYPE. Meglio non svolgere un esercizio piuttosto che copiare.

Questionario. Inserire qui una foto (formato jpeg o jpg) della valutazione della prima prova. Inserire i commenti agli esercizi che avete svolto e che vi ho inviato.

3 Testo degli esercizi - Ogni esercizio vale mediamente 10 punti. Un esercizio si intende svolto se è corretto e completo in ogni sua parte. Se un esercizio contiene due parti, per essere considerato completo, è necessario svolgere correttamente e completamente le due parti.

Esercizio 1

Sia (a_n) una successione tale che

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = a \neq 0.$$

Provare che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_{n+1} - a_n,$$

converge assolutamente se e solo se converge assolutamente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}.$$

Esercizio 2

i) Sia $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ una funzione monotona decrescente tale che

$$\int_0^{+\infty} f(x)\,dx < +\infty.$$

Provare che

$$\lim_{h\to 0^+} \sum_{n=1}^{+\infty} f(nh) = \int_0^{+\infty} f(x)\,dx.$$

Utilizzare questo risultato per calcolare

$$\lim_{h\to 0^+} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{h}{1+h^2n^2}.$$

Suggerimento: Magari a breve...

ii) Sia

$$f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$$

una funzione positiva e continua tale che,

$$\int_0^{+\infty} f(x)\,dx < +\infty.$$

Dimostrare che

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} \int_0^n x\,f(x)\;dx = 0.$$

Suggerimento: Ricordare il teorema di Cesàro.

Esercizio 3

Stabilire se la funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) := \sin 3x\, |x|,$$

è uniformemente continua.