

Progetto - Fondamenti di informatica
N. Matricola: IN0500630

Francesco Andreuzzi

Anno 2018-2019

1 Calcolo della funzione

Ricavo la funzione dal resto della divisione del numero di matricola per 2^{16} :

$$\begin{aligned} 500630 \ \% \ 65536 &= 41878 \\ 41878 &\implies 1010001110010110 \end{aligned}$$

x	y	z	k	f(x,y,z,k)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Minterm

Riscrivo le combinazioni (x, y, z, k) in cui la funzione assume il valore 1:

x	y	z	k	f(x,y,z,k)
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

La funzione $f(x, y, z, k)$ quindi si può esprimere nel seguente modo:

$$f(x, y, z, k) = (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k})$$

Maxterm

Riscrivo le combinazioni (x, y, z, k) in cui la funzione assume il valore 0:

x	y	z	k	f(x,y,z,k)
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

La funzione $f(x, y, z, k)$ quindi si può esprimere nel seguente modo:

$$f(x, y, z, k) = (x + y + z + \bar{k}) \cdot (x + y + \bar{z} + \bar{k}) \cdot (x + \bar{y} + z + k) \cdot (x + \bar{y} + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k})$$

2 Semplificazione

Semplificazione algebrica

Minterm

$$\begin{aligned}
f(x, y, z, k) &= \underline{(\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k})} + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + \underline{(x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k})} + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + \\
&\quad + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) \\
&\quad + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) \\
&= (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + \\
&\quad + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) \\
&= (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + \underline{(\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{k})} + \underline{(\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k})} + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + \\
&\quad + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k}) + \underline{(\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k})} + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + \underline{(\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k)} + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + \\
&\quad + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) + \underline{(\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k})} + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + \\
&\quad + \underline{(x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k})} \\
&\stackrel{T9}{=} (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) + (y \cdot z \cdot \bar{k}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k)
\end{aligned}$$

Maxterm

$$\begin{aligned}
f(x, y, z, k) &= (x + y + z + \bar{k}) \cdot (x + y + \bar{z} + \bar{k}) \cdot (x + \bar{y} + z + k) \cdot (x + \bar{y} + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + z + \bar{k}) \cdot \\
&\quad \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k}) \\
&= \underline{(x + y + z + \bar{k})} \cdot (x + y + z + \bar{k}) \cdot (x + y + z + \bar{k}) \cdot \underline{(x + y + \bar{z} + \bar{k})} \cdot (x + \bar{y} + z + k) \cdot \\
&\quad \cdot (x + \bar{y} + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (x + y + \bar{k}) \cdot \underline{(x + y + z + \bar{k})} \cdot (x + y + z + \bar{k}) \cdot (x + \bar{y} + z + k) \cdot \underline{(x + \bar{y} + z + \bar{k})} \cdot \\
&\quad \cdot (\bar{x} + y + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (x + y + \bar{k}) \cdot (x + z + \bar{k}) \cdot \underline{(x + y + z + \bar{k})} \cdot (x + \bar{y} + z + k) \cdot \underline{(\bar{x} + y + z + \bar{k})} \cdot \\
&\quad \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (x + y + \bar{k}) \cdot (x + z + \bar{k}) \cdot (y + z + \bar{k}) \cdot \underline{(x + \bar{y} + z + k)} \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot \\
&\quad \cdot \underline{(\bar{x} + \bar{y} + z + k)} \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k}) \\
&\stackrel{T9}{=} (x + y + \bar{k}) \cdot (x + z + \bar{k}) \cdot (y + z + \bar{k}) \cdot (\bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot \\
&\quad \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k})
\end{aligned}$$

Verifica

Dimostro per induzione perfetta che le espressioni sono equivalenti:

x	y	z	k		minterm(x,y,z,k)	maxterm(x,y,z,k)
0	0	0	0		1	1
0	0	0	1		0	0
0	0	1	0		1	1
0	0	1	1		0	0
0	1	0	0		0	0
0	1	0	1		0	0
0	1	1	0		1	1
0	1	1	1		1	1
1	0	0	0		1	1
1	0	0	1		0	0
1	0	1	0		0	0
1	0	1	1		1	1
1	1	0	0		0	0
1	1	0	1		1	1
1	1	1	0		1	1
1	1	1	1		0	0

Mappa di Karnaugh

		x y			
		00	01	11	10
z k	00	1	0	0	1
	01	0	0	1	0
	11	0	1	0	1
	10	1	1	1	0

La funzione ottenuta è la seguente:

$$f(x, y, z, k) = (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k}) + (y \cdot z \cdot \bar{k})$$

Metodo tabellare di Quine - Mc Cluskey

Costruisco la tabella (ordinata secondo il numero di 1 all'interno del termine):

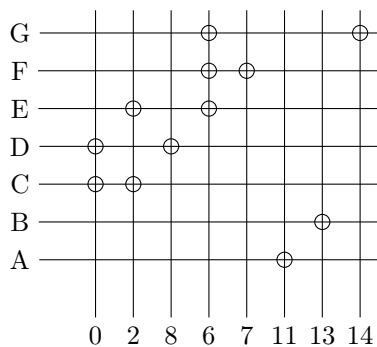
	Livello	Numero	Termine
✓	0	0	0000
✓	1	2	0010
✓	1	8	1000
✓	2	6	0110
✓	3	7	0111
A	3	11	1011
B	3	13	1101
✓	3	14	1110

Effettuate le semplificazioni, ottengo la seguente tabella.

	Livelli	Implicanti	Termine
C	0,1	0,2	00-0
D	0,1	0,8	-000
E	1,2	2,6	0-10
F	2,3	6,7	011-
G	2,3	6,14	-110

Non è possibile operare alcuna semplificazione.

Costruisco il reticolo, in modo da poter valutare quali sono gli implicanti essenziali:



Posso scegliere, per coprire il termine 2, l'implicante C oppure l'implicante E. Scegliendo l'implicante E mi riconduco all'espressione della funzione trovata con la mappa di Karnaugh.

Implicante	Termini implicati	Espressione
A	11	$x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k$
B	13	$x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k$
G	6,14	$y \cdot z \cdot \bar{k}$
F	6,7	$\bar{x} \cdot y \cdot z$
D	0,8	$\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}$
E	0,2	$\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k}$

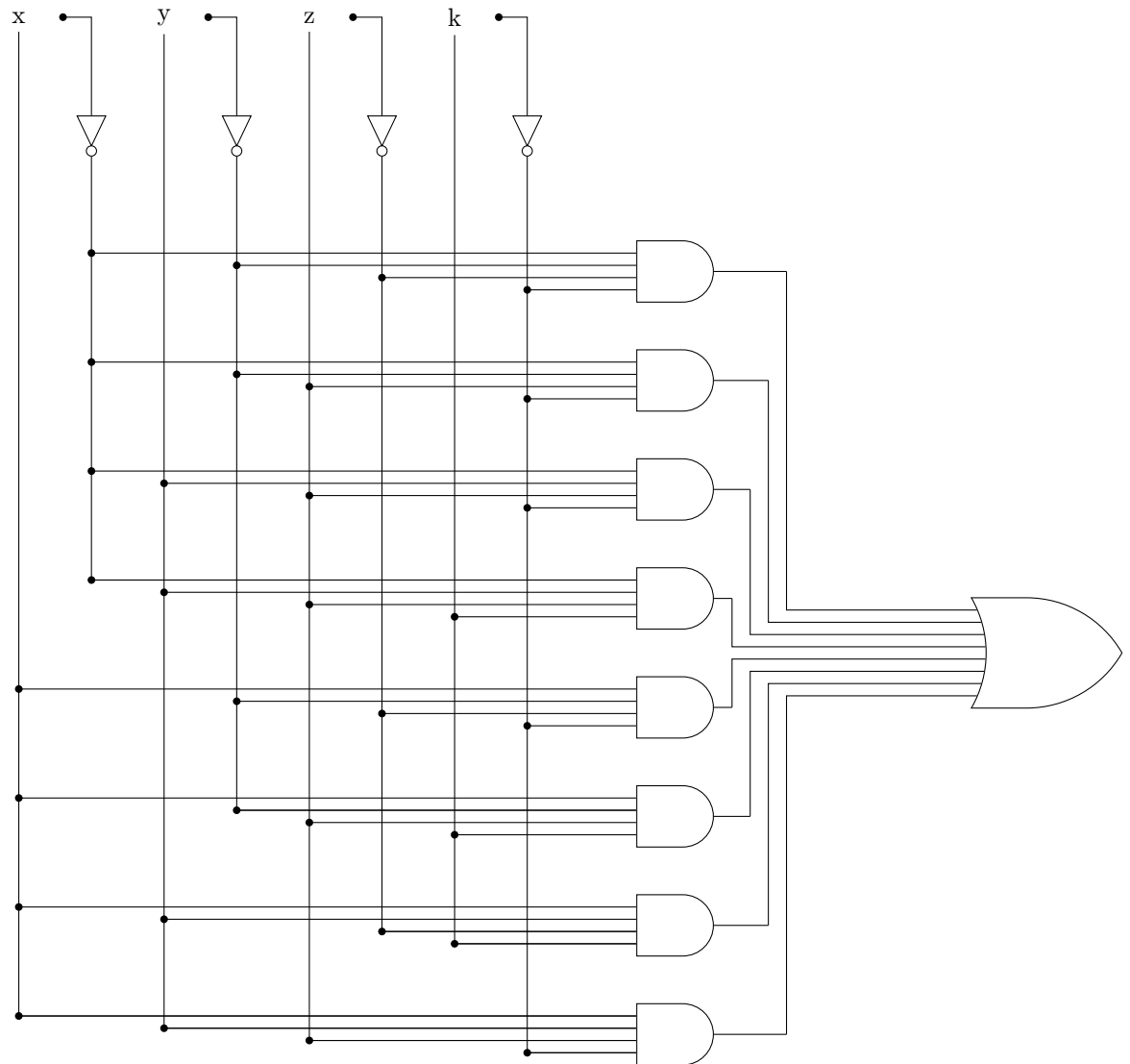
La funzione ottenuta è la seguente:

$$f(x, y, z, k) = \underbrace{(\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k})}_D + \underbrace{(x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k)}_B + \underbrace{(x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k)}_A + \underbrace{(\bar{x} \cdot y \cdot z)}_F + \underbrace{(\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k})}_E + \underbrace{(y \cdot z \cdot \bar{k})}_G$$

3 Schema logico

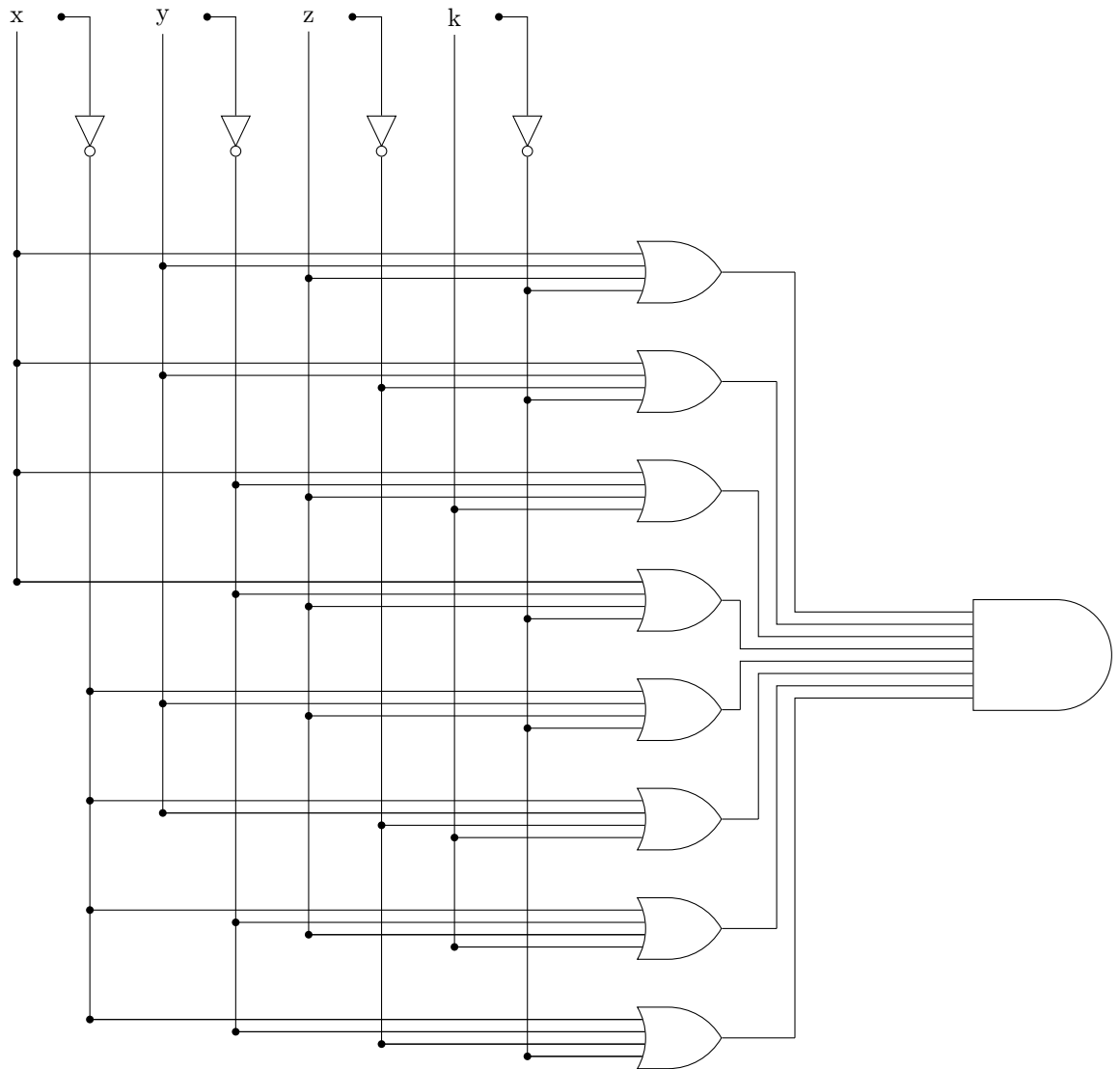
Minterm:

$$f(x, y, z, k) = (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot \bar{k}) + (\bar{x} \cdot y \cdot z \cdot k) + (x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot y \cdot z \cdot \bar{k})$$



Maxterm:

$$f(x, y, z, k) = (x + y + z + \bar{k}) \cdot (x + y + \bar{z} + \bar{k}) \cdot (x + \bar{y} + z + k) \cdot (x + \bar{y} + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + z + \bar{k}) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z} + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + z + k) \cdot (\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{k})$$



Funzione semplificata:

$$f(x, y, z, k) = (\bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{k}) + (x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot k) + (x \cdot \bar{y} \cdot z \cdot k) + (\bar{x} \cdot y \cdot z) + (\bar{x} \cdot z \cdot \bar{k}) + (y \cdot z \cdot \bar{k})$$

