Progetto - Fondamenti di informatica

Francesco Andreuzzi IN0500630

Anno 2018-2019

1 Calcolo della funzione

Ricavo la funzione dal resto della divisione del numero di matricola per 2^{16} :

| (500630 | mod | 65536) = 41878 | \rightarrow |
|-----------------------|----------------------|------------------|---------------|
| 41878 ₁₀ = | = 10100 | 001110010110_2 | |

| x | \mathbf{y} | \mathbf{z} | k | f(x,y,z,k) |
|---|--------------|--------------|---|------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Minterm

Riscrivo le combinazioni (x,y,z,k) in cui la funzione assume valore 1:

| x | \mathbf{y} | Z | k | f(x,y,z,k) |
|---|--------------|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

La funzione f(x, y, z, k) quindi si può esprimere nel seguente modo:

$$f(x, y, z, k) = (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot \overline{z} \cdot \overline$$

Maxterm

Riscrivo le combinazioni (x, y, z, k) in cui la funzione assume valore 0:

| x | у | \mathbf{z} | k | f(x,y,z,k) |
|---|---|--------------|---|------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

La funzione f(x, y, z, k) quindi si può esprimere nel seguente modo:

$$f(x, y, z, k) = (x + y + z + \overline{k}) \cdot (x + y + \overline{z} + \overline{k}) \cdot (x + \overline{y} + z + k) \cdot (x + \overline{y} + z + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + z + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{k})$$

2 Semplificazione

Semplificazione algebrica

Minterm

$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z},\boldsymbol{k}) = \frac{(\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z}\cdot\overline{k})}{(\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z}\cdot\overline{k})} + (\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot z\cdot\overline{k}) + (\overline{x}\cdot y\cdot z\cdot\overline{k}) + (\overline{x}\cdot y\cdot z\cdot\overline{k}) + (\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot\overline{z}\cdot\overline{k}) + (\overline{x}\cdot\overline{y}\cdot z\cdot\overline{k}) + (\overline{x}\cdot y\cdot z\cdot\overline{k}) + ($$

Maxterm

$$f(x,y,z,k) = (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+\overline{z}+\overline{k}) \cdot (x+\overline{y}+z+k) \cdot (x+\overline{y}+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+y+z+\overline{k}) \cdot (x+\overline{y}+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z+\overline{k}) \cdot (\overline{x}+y+z$$

 $(\overline{x} + y + \overline{z} + k) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{k})$

$$f(x,y,z,k) = \dots \\ \frac{78}{8} [x + y \cdot (x + z + \overline{k}) + \overline{k}] \cdot (y + z + \overline{k}) \cdot (\overline{y} + z + k) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + k) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} [x + x \cdot y + y \cdot z + y \cdot \overline{k} + \overline{k}] \cdot (y + z + \overline{k}) \cdot (\overline{y} + z + k) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + k) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} [x + y \cdot z + \overline{k}] \cdot (y + z + \overline{k}) \cdot (y + z + k) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} (x + y \cdot z + \overline{k}) \cdot (y + z + \overline{k}) \cdot (\overline{y} + z + k) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} (x + y \cdot z + \overline{k}) \cdot (y \cdot (\overline{y} + z + k) + z \cdot (\overline{y} + z + k) + \overline{k} \cdot (\overline{y} + z + k)) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} (x + y \cdot z + \overline{k}) \cdot (y \cdot (y + z + k) + z + \overline{k} \cdot (\overline{y} + z + k)) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} (x + y \cdot z + \overline{k}) \cdot (y \cdot \overline{y} + y \cdot z + y \cdot \overline{k} + z \cdot \overline{k} + \overline{k} \cdot \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{k}) \\ \frac{46}{9} (x + y \cdot z + \overline{k}) \cdot (y \cdot \overline{y} + y \cdot z + z \cdot \overline{k} + y \cdot$$

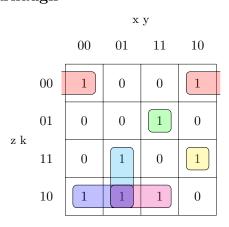
 $+\overline{u}\cdot\overline{z}\cdot\overline{k}\cdot(\overline{x}+\overline{u}+\overline{z}+\overline{k})$

$$f(x,y,z,k) = \dots$$

$$\stackrel{A6}{=} (x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot k + x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot k + \overline{x} \cdot y \cdot z + y \cdot z \cdot \overline{k} + \overline{x} \cdot z \cdot \overline{k} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{k} + \overline{x} \cdot z \cdot \overline{k}$$

Mi sono ricondotto all'espressione dei minterm non semplificata. La semplificazione può procedere come si è già mostrato sopra.

Mappa di Karnaugh



La funzione ottenuta è la seguente:

$$f(x,y,z,k) = \overline{(\overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k})} + \overline{(x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot k)} + \overline{(x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot k)} + \overline{(\overline{x} \cdot y \cdot z)} + \overline{(\overline{x} \cdot z \cdot \overline{k})} + \overline{(y \cdot z \cdot \overline{k})}$$

Metodo tabellare di Quine - Mc Cluskey

Costruisco la tabella (ordinata secondo il numero di 1 all'interno del termine):

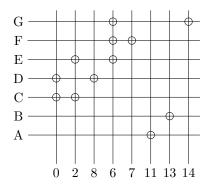
| | Livello | Numero | Termine |
|--------------|---------|--------|---------|
| \checkmark | 0 | 0 | 0000 |
| ~ | 1 | 2 | 0010 |
| ✓ | 1 | 8 | 1000 |
| ~ | 2 | 6 | 0110 |
| \checkmark | 3 | 7 | 0111 |
| A | 3 | 11 | 1011 |
| В | 3 | 13 | 1101 |
| ✓ | 3 | 14 | 1110 |

Effettuate le semplificazioni, ottengo la seguente tabella.

| | Livelli | Implicanti | Termine |
|---|---------|------------|---------|
| С | 0,1 | 0,2 | 00-0 |
| D | 0,1 | 0,8 | -000 |
| E | 1,2 | 2,6 | 0-10 |
| F | 2,3 | 6,7 | 011- |
| G | 2,3 | 6,14 | -110 |

Non è possibile operare alcuna semplifiazione.

Costruisco il reticolo, in modo da poter valutare quali sono gli implicanti essenziali:



Per coprire il termine 2 posso scegliere l'implicante C oppure l'implicante E. Scegliendo l'implicante E mi riconduco all'espressione della funzione trovata con la mappa di Karnaugh.

| Implicante | Termini implicati | Espressione |
|------------|-------------------|--|
| A | 11 | $x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot k$ |
| В | 13 | $x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot k$ |
| G | 6,14 | $y \cdot z \cdot \overline{k}$ |
| F | 6,7 | $\overline{x} \cdot y \cdot z$ |
| D | 0,8 | $\overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}$ |
| E | 0,2 | $\overline{x} \cdot z \cdot \overline{k}$ |

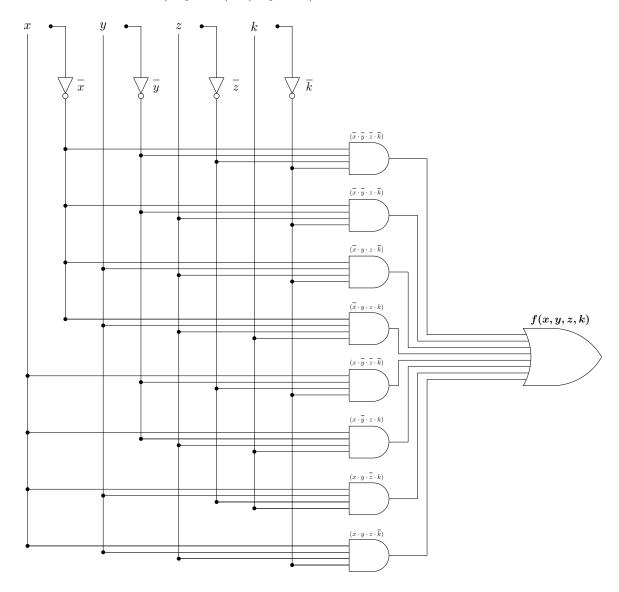
La funzione ottenuta è la seguente:

$$f(x, y, z, k) = \underbrace{(\overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k})}_{\text{D}} + \underbrace{(x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot k)}_{\text{B}} + \underbrace{(x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot k)}_{\text{A}} + \underbrace{(\overline{x} \cdot y \cdot z)}_{\text{F}} + \underbrace{(\overline{x} \cdot z \cdot \overline{k})}_{\text{E}} + \underbrace{(y \cdot z \cdot \overline{k})}_{\text{G}}$$

3 Schema logico

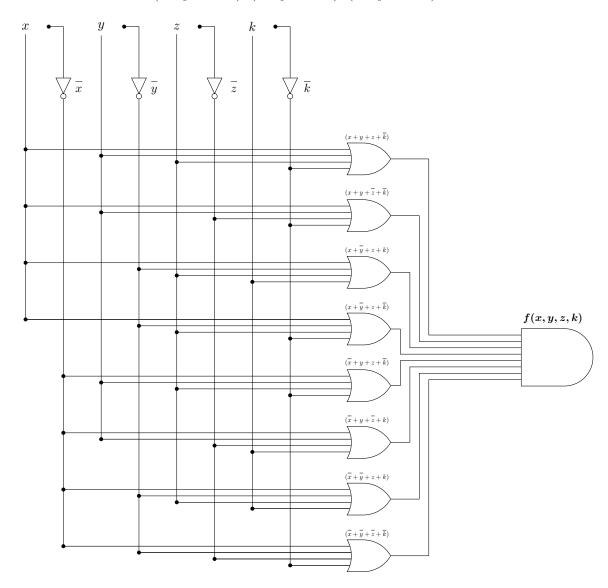
Minterm:

$$\begin{split} \boldsymbol{f(x,y,z,k)} &= (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{k}) + (\overline{x} \cdot y \cdot z \cdot \overline{k}) +$$



Maxterm:

$$f(x, y, z, k) = (x + y + z + \overline{k}) \cdot (x + y + \overline{z} + \overline{k}) \cdot (x + \overline{y} + z + k) \cdot (x + \overline{y} + z + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + z + \overline{k}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + k) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + k) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{k})$$



Funzione semplificata:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,k)} = (\overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{k}) + (x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot k) + (x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot k) + (\overline{x} \cdot y \cdot z) + (\overline{x} \cdot z \cdot \overline{k}) + (y \cdot z \cdot \overline{k})$$

