

Ludwig-Maximilians-Universität München

Institut für Informatik

Prof. Dr. Gidon Ernst

Erste Probeklausur

Formale Spezifikation und Verifikation

München, 20. Februar 2024

Diese Klausur soll entwertet werden: ☐

Hinweise:

- Notieren Sie Ihre Lösung jeweils unter der Aufgabe auf dem **jeweiligen Aufgabenblatt**. Nutzen Sie gegebenenfalls auch die **Rückseite**.
- Geben Sie auch alle **unbearbeiteten Aufgabenblätter** ab.
- Verwenden Sie jedes Blatt inklusive Rückseite nur für **die jeweilige Aufgabe**.

Zusatzblätter:

- Ein **Zusatzblatt** finden Sie am Ende der Klausur, weitere Blätter erhalten Sie auf Nachfrage.
- Schreiben Sie auf jedes Zusatzblatt **Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und die Nummer der Aufgabe**.
- Die Verwendung eigener Blätter ist verboten.
- Verwenden Sie jedes Zusatzblatt nur für **eine Aufgabe**.

Sonstiges:

- Schalten Sie Ihr Mobiltelefon aus! Ausnahme: Nutzung der Corona-App wenn das Mobiltelefon in Ihrem Rucksack/Jacke in der Bank vor Ihnen verstaut ist und Ton+Vibration ausgeschaltet sind.
- Halten Sie Ihren Studierendenausweis Ausweis bereit.
- Schreiben Sie **leserlich** und mit einem blauen oder schwarzen Stift.
- Geben Sie **nur eine Lösung je Aufgabe** ab!
Falls Sie mehr als eine Lösung einreichen, wird die **schlechteste** bewertet.
- Sie haben 90 Minuten Zeit.
- Es sind 90 Punkte erreichbar.
- Während der Klausur dürfen Sie keine Hilfsmittel verwenden.

Viel Erfolg!

Wird von den Betreuern ausgefüllt

Anzahl Zusatzblätter: ____

Ausweiskontrolle:

Aufgabe 2: Testen (4 Punkte)

- a) Geben Sie 4 Testfälle (Werte für Parameter und das erwartete Ergebnis) an,
die die folgende Methode möglichst **umfassend und genau** testen.
Jeder Test soll in der Programmiersprache Java kompilierbar sein. (2 Punkte)

```
/** Gibt den umgekehrten String zurueck, also einen String,
 * bei dem das erste Zeichen dem letzten Zeichen des
 * Eingabestrings s entspricht usw.
 * Wird null uebergeben, so ist der Rueckgabewert ebenfalls null.*/
public String reverse(String s) { ... }
```

Testfälle:

s	Rückgabewert

Lösung: Ein Testfall für null muss vorhanden sein
sowie 3 beliebige Testfälle die folgende Fälle abdecken:
leerer String, Sonderzeichen, gerade und ungerade Länge des Strings, String aus nur einem Zeichen, String mit Groß-und Kleinschreibung.
Negativ bewertet werden inkorrekte Typen wie ints.

- b) Nennen Sie eine Technik, mit der Sie eine Vielzahl an Testfällen, z.B. für die vorangegangenen Funktion aus a),
generieren können! Nennen Sie zudem je einen Vor- und Nachteil dieser Technik im Vergleich zum klassischen
Testen. Welche dieser Techniken sollte in der Praxis benutzt werden? (2 Punkte)

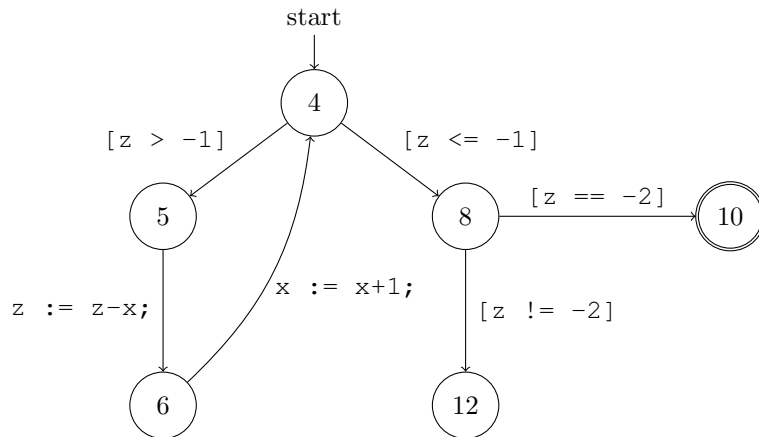
Lösung: Property-Based Testing
Vorteile: hohe Zahl an Testfällen, einfacher zu Lesen, erlaubt Wiederverwendung existierender Input-Generatoren, etc.
Nachteile: Manchmal umständlich zu schreiben (insb. Generatoren), kann trotzdem nicht alles abdecken, ressourcenaufwendig, keine Garantie dass Randfälle auch abgedeckt sind

Aufgabe 3: Explizite Erreichbarkeitsanalyse (14 Punkte)

```

1  int x = 1;
2  int z = nondet_bool();
3  int main() {
4      while (z > -1) {
5          z = z - x;
6          x = x + 1;
7      }
8      if (z == -2) {
9          ERROR:
10         return 1;
11     }
12     return 0;
13 }

```



Es ist ein Programm als C-Code (links) sowie der dazu äquivalente Kontrollflussautomat (rechts) gegeben. Wir spezifizieren, dass kein Fehlerzustand, hier die Programmzeile 10, erreicht werden darf.

Die im Programm enthaltene Funktion `nondet_bool` gibt nicht-deterministisch entweder den Wert 0 oder 1 zurück. Dementsprechend ergeben sich die zwei Startzustände, die in der Tabelle unten bereits vorgegeben sind.

Die Knoten des Kontrollflussautomaten geben den jeweiligen Wert des Programmcounters pc an. Bedingungen an Kanten sind durch eckige Klammern gekennzeichnet. Orientieren Sie sich am angegebenen Kontrollflussautomaten, insbesondere den dort angegebenen Werten für den Programmcounter pc .

- a) Führen Sie für das gegebene Programm für jeden der Startzustände je eine explizite Erreichbarkeitsanalyse durch und tragen Sie die erreichbaren Zustände in die jeweilige Tabelle ein. (13 Punkte)

Hinweis: Die vorgedruckten Tabellen enthalten mehr Zeilen, als Sie für diese Aufgabe benötigen. Dies dient lediglich dazu, dass Sie einzelne Zeilen durchstreichen können, falls Sie sich verrechnet haben.

$pc \mapsto$	$x \mapsto$	$z \mapsto$
4	1	0
5	1	0
6	1	-1
4	2	-1
8	2	-1
12	2	-1

$pc \mapsto$	$x \mapsto$	$z \mapsto$
4	1	1
5	1	1
6	1	0
4	2	0
5	2	0
6	2	-2
4	3	-2
8	3	-2
10	3	-2

- b) Wie können Sie nach der expliziten Erreichbarkeitsanalyse ablesen ob ein Programm sicher ist und ist das gegebene Programm sicher?

(1 Punkte)

Lösung: Wenn Fehlerzustand erreichbar ist es unsicher.

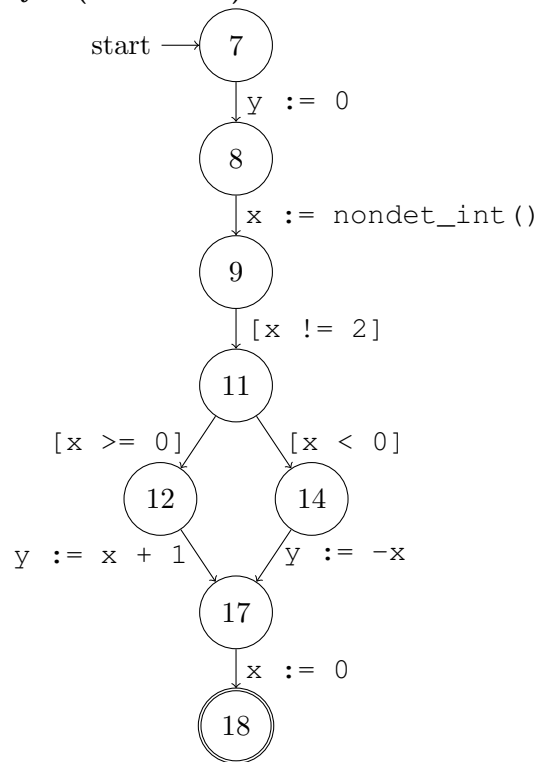
Unsicher, da Zeile 10 erreichbar.

Aufgabe 4: Symbolische Erreichbarkeitsanalyse (12 Punkte)

```

1  extern int nondet_int();
2
3  int x;
4  int y;
5
6  void main() {
7      y = 0;
8      x = nondet_int();
9      assume(x != 2);
10
11     if(x >= 0) {
12         y = x + 1;
13     } else {
14         y = -x;
15     }
16
17     x = 0;
18 }

```



Es ist ein Programm als C-Code (links) und als dazu äquivalentem Kontrollflussautomat (rechts) gegeben, analog zur Aufgabe 2. Der Wertebereich von **int** die Menge der ganzen Zahlen ist, es treten keine arithmetischen Überläufe auf. Für die Funktion `nondet_int` gibt einen nichtdeterministischen Wert aus dem Wertebereich von **int** zurück.

- Führen Sie die symbolische Erreichbarkeitsanalyse durch: Bestimmen Sie für die unten angegebenen Werte des Programmzählers `pc` eine Menge an Formeln über den Programmvariablen `x` und `y`, deren Disjunktion exakt angibt, welche Zustände dort jeweils erreichbar sind.

Orientieren Sie sich für `pc` am Kontrollflussgraph. Pro Teilaufgabe sind 1.5 Punkte erreichbar.

Achtung: Bei `pc = 18` müssen Sie die Formel so umformen, dass alle Eigenschaften von `y` erhalten bleiben!

a) `pc = 7:`

Lösung: $pc = 7$

e) `pc = 12:`

Lösung: $pc = 12 \wedge y = 0 \wedge x \in \llbracket \text{int} \rrbracket \setminus \{2\} \wedge x \geq 0$

b) `pc = 8:`

Lösung: $pc = 8 \wedge y = 0$

f) `pc = 14:`

Lösung: $pc = 14 \wedge y = 0 \wedge x \in \llbracket \text{int} \rrbracket \setminus \{2\} \wedge x < 0$

c) `pc = 9:`

Lösung: $pc = 9 \wedge y = 0 \wedge x \in \llbracket \text{int} \rrbracket$

g) `pc = 17:`

Lösung: $pc = 17 \wedge ((y > 0 \wedge x \in \llbracket \text{int} \rrbracket \setminus \{3\} \wedge x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge y > 0))$

d) `pc = 11:`

Lösung: $pc = 11 \wedge y = 0 \wedge x \in \llbracket \text{int} \rrbracket \wedge x \neq 2$

h) `pc = 18:`

Lösung: $pc = 18 \wedge x = 0 \wedge y > 0$

Aufgabe 5: Hoare-Logik (14 Punkte)

Vervollständigen Sie die gegebenen Beweisabrisse, indem Sie die Regeln der Hoare-Logik anwenden. Es ist nicht notwendig, die Formeln weiter zu vereinfachen.

a) $\{ \mathbf{x + 2 = 4} \} \quad \mathbf{x = x + 2;} \quad \{ x = 4 \}$ (1 Punkte)

b) $\{ \mathbf{y < 0 \wedge y = 1} \} \quad \mathbf{x = y;} \quad \{ \mathbf{x < 0 \wedge y = 1} \}$ (1 Punkte)

- c) Die Teilaufgabe d) gezeigte Schleife terminiert nicht. Nehmen Sie an, dass die Variablen \mathbf{x} und \mathbf{y} einen unbeschränkten Wertebereich haben und keine Über-/Unterläufe auftreten können. Damit kann bewiesen werden, dass kein Zustand nach der Schleife erreichbar ist, durch die Nachbedingung false ausgedrückt.

Kreuzen Sie von folgenden Formeln die korrekte Invariante an. Diese Invariante soll garantieren, dass die Schleife niemals verlassen wird, oder anders gesprochen, immer wieder betreten wird. (1 Punkte)

☐ $\mathbf{x = 2 \wedge y = 6}$

☐ $\mathbf{x > y}$

☐ $\mathbf{x \neq y}$

☒ $\mathbf{x < y}$

- d) Vervollständigen Sie den Beweisabriss mit der von Ihnen gewählten Invariante. Sie brauchen die Nebenrechnungen nicht durchzuführen, allerdings können Sie damit die vorige Antwort gegenprüfen. (5 Punkte)

$\{ \text{true} \}$

$\{ \mathbf{2 < 6} \}$

$\mathbf{x = 2; y = 6;}$

$\{ \mathbf{x < y} \}$

while ($\mathbf{x \neq y}$) **do**

$\{ \mathbf{x < y \wedge x \neq y} \}$

$\{ \mathbf{x - 2 < y + 2} \}$

$\mathbf{x = x - 2; y = y + 2;}$

$\{ \mathbf{x < y} \}$

end

$\{ \mathbf{x < y \wedge \neg(x \neq y)} \}$

$\{ \text{false} \}$

Hinweise: Die Aufgabe kann wie gewohnt mit den normalen Hoare-Regeln gelöst werden, es ist trotz Nichtterminierung kein besonderer Trick notwendig. Ein an sich richtiger Beweisabriss mit einer falschen Invariante wird als Folgefehler gewertet, d.h. Sie können unabhängig von der gewählten Invariante im Beweisabriss volle Punktzahl erreichen, sofern Sie die Beweisregeln ansonsten korrekt anwenden.

Aufgabe 7: SAT/SMT (15 Punkte)

- a) Kreuzen Sie für jede Formel an, ob diese erfüllbar, allgemeingültig oder unerfüllbar ist. Es kann auch jeweils mehr als eine dieser drei Eigenschaften gleichzeitig zutreffen!

(3 Punkte)

		allgemeingültig	erfüllbar	unerfüllbar
1	$(\text{false} \wedge A) \vee (\text{false} \wedge \neg A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	$\text{true} \implies A$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	$(\neg A \implies \text{false}) \wedge \neg A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	$A \wedge \neg B \wedge C \wedge B$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5	$(\neg A \implies \text{false}) \implies A$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	$(A \implies \neg B) \iff (\neg A \vee \neg B)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- b) Geben Sie für jede erfüllbare aber nicht allgemeingültige Formel aus a) eine erfüllende Belegung der atomaren Propositionen an.

(2 Punkte)

Variablenbelegung für Sat:

- 2: $A := \text{true}$

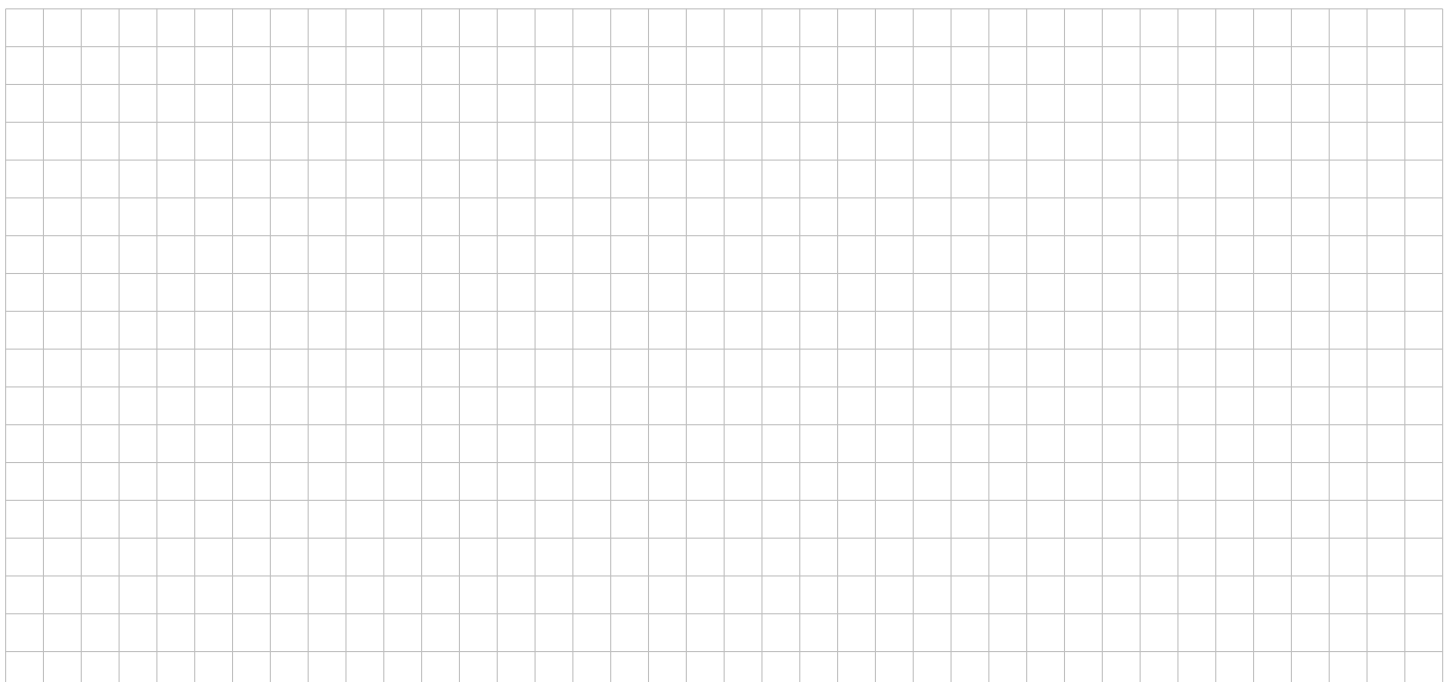
- c) Kreuzen Sie alle aussagenlogische Formeln an, welche durch die jeweils gegebene Belegung erfüllt werden. Es sind evtl. mehrere Antworten pro Teilaufgabe korrekt.

(2 Punkte)

- 1) Sei Belegung s_1 gegeben durch:

$$s_1 := \{ A \mapsto \text{false}, B \mapsto \text{true}, C \mapsto \text{false} \}$$

- ☒ $(\neg A \implies B) \wedge (C \implies A) \wedge B$
☐ $(A \vee B) \wedge (A \implies C) \wedge C$
☒ $B \wedge (A \implies \neg C) \wedge \neg A \wedge B$
☐ $(A \implies B) \wedge (A \iff \neg C)$



11 / 15	Name:	Matrikel-Nr.:	Punkte:
---------	-------	---------------	---------

Aufgabe 7, Fortsetzung: SAT/SMT (15 Punkte)

d) Gegeben Sei die Formel:

$$A \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg C \vee \neg B) \wedge ((\neg C \vee \neg D) \implies D)$$

Berechnen Sie mit Hilfe des DPLL Algorithmus ob die Formel erfüllbar ist.

(4 Punkte)

Geben Sie in jedem Schritt an:

- welche atomare Proposition mit welchem Wahrheitswert belegt wird
- ob die jeweilige Belegung zwingend ist (hier typischerweise durch Unit Propagation, UP), oder durch Fallunterscheidung erfolgt (Split)
- die daraus resultierende Formel, vereinfacht mit der von Ihnen gewählten Belegung

i. In KNF bringen: $A \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg C \vee \neg B) \wedge (C \vee D) \wedge D$

ii. UP: $A := true$ oder alternativ $D := true$

iii. UP: Wenn vorher $A := true$ dann $B := false$ oder $D := true$,
wenn vorher $D := true$ dann $A := true$

iv. UP: Je $B := false$ oder $D := true$ abhängig von der Zeile davor

$true$

Ist die Formel erfüllbar? Wenn ja, geben Sie die in d) gefundene erfüllende Belegung vollständig an. Es genügt nicht, nur auf die Schritte des Algorithmus zu verweisen. (1 Punkte)

☐ unerfüllbar ☒ erfüllbar mit $s = \left\{ A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto false \vee true, D \mapsto false \right\}$

Aufgabe 8: Temporallogik (12 Punkte)

- a) Kreuzen Sie jeweils alle Aussagen an, die zu den gegebenen LTL-Formeln passen. Das bedeutet: Wenn ein Lauf die LTL-Formel erfüllt, dann soll dieser zu den von Ihnen angekreuzten Aussagen passen (aber nicht notwendigerweise umgekehrt). (4 Punkte)

1) $\Diamond(P \mathcal{U} Q)$

- ☐ Wenn P nicht eintritt, tritt auch Q nicht ein
- ☒ Irgendwann gilt P eine Weile, dann tritt Q garantiert ein
- ☐ Q gilt, bis irgendwann P eintritt
- ☒ $\neg Q$ darf gelten bevor P eintritt

2) $\Box(\circ \circ \neg P)$

- ☐ Im ersten Zustand muss $\neg P$ gelten
- ☒ Es muss sein, dass in mindestens einem Zustand $\neg P$ gilt
- ☒ Es kann einen Zustand geben, in dem P gilt
- ☐ Wenn im ersten Zustand $\neg P$ gilt, dann ist die Formel bereits erfüllt

- b) Formalisieren Sie jeweils den gegebenen Satz als LTL-Formel über den Propositionen P und Q . Achten Sie darauf, mit Klammern deutlich zu machen, wie die Formeln genau gemeint sind. (4 Punkte)

1) P gilt garantiert mindestens einmal und dann zu einem späteren Zeitpunkt nochmal

$\Diamond(P \wedge \circ(\Diamond P))$

Die Formel ist eine ☐ Sicherheitseigenschaft oder eine ☒ Lebendigkeitseigenschaft

2) Immer wenn P eintritt, dann bleibt P eine Zeit lang erhalten bis garantiert Q eintritt

$\Box(P \implies (P \mathcal{U} Q))$

Kreuzen Sie an, welche Aussage(n) stimmt/stimmen:

- ☒ Die Formel hat endliche Abläufe als Gegenbeispiele
- ☒ Die Formel hat unendliche Abläufe als Gegenbeispiele

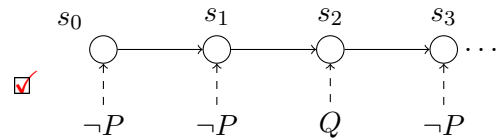
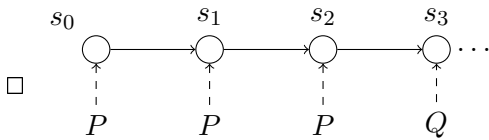
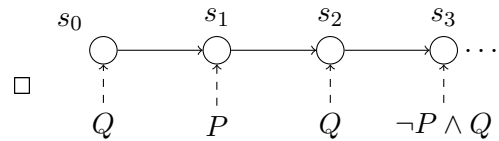
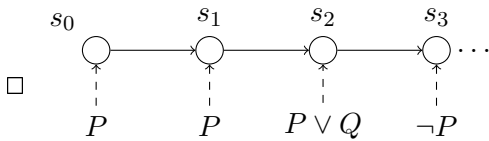
Aufgabe 8, Fortsetzung: Temporallogik (12 Punkte)

- c) Kreuzen Sie in Teilaufgabe 1)-2) jeweils den einen unendlichen Lauf s_0, s_1, \dots an, der die gegebene LTL-Formel definitiv erfüllt. Für die an jedem Zustand mit einer gestrichelten Linie annotierten Formeln dürfen sie annehmen, dass diese dort garantiert gelten. Für die Zustände nach s_3 sollen Sie annehmen, dass für diese dieselben Formeln wie für s_3 erfüllt sind. (4 Punkte)

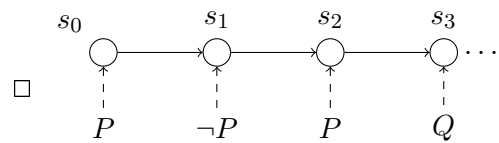
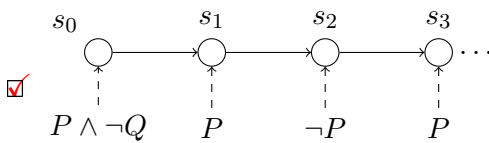
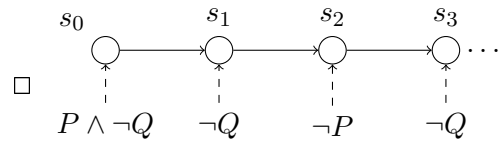
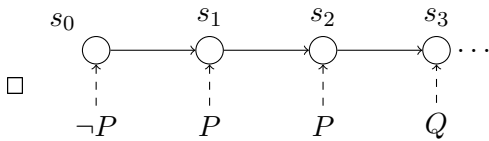
Lösung:

1) $Q \mathcal{W} (\neg P)$

Äquivalent zu: $(Q \mathcal{U} \neg P) \vee \Box Q$



2) $P \wedge (\circ P \Rightarrow \neg \circ \circ P)$



Zusatzblatt: Fortsetzung von Aufgabe ____

