Formale Spezifikation und Verifikation
SMT

Wintersemester 2023/24
Übungsblatt 06

12. Dezember 2023

SMT 1a)

Gegeben:

$(x \geq 0 \lor x + y < 7) \land (x \neq 0 \lor y < 4) \land (y > 2)$

SMT 1a)

Gegeben:

$(x \geq 0 \lor x + y < 7) \land (x \neq 0 \lor y < 4) \land (y > 2)$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A \coloneqq x \geq 0$

$B \coloneqq x + y < 7$

$C \coloneqq x \neq 0$

$D \coloneqq y < 4$

$E \coloneqq y > 2$

SMT 1a)

Gegeben:
$(x \geq 0 \lor x + y < 7) \land (x \neq 0 \lor y < 4) \land (y > 2)$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:
$A \coloneqq x \geq 0$
$B \coloneqq x + y < 7$
$C \coloneqq x \neq 0$
$D \coloneqq y < 4$
$E \coloneqq y > 2$

DPLL: Substitution durch neu eingeführte Variablen in Formel:
$(A \lor B) \land (C \lor D) \land E$

SMT 1a)

Gegeben:

$(x \geq 0 \vee x + y < 7) \wedge (x \neq 0 \vee y < 4) \wedge (y > 2)$

DPLL: Substitution mit aussagenlogischen Variablen:

$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge E$

SMT 1a)

Gegeben:
$(x \geq 0 \vee x + y < 7) \wedge (x \neq 0 \vee y < 4) \wedge (y > 2)$

DPLL: Substitution mit aussagenlogischen Variablen:
$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge E$

Unit Propagation mit $E \mapsto true$: $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

SMT 1a)

Gegeben:
$(x \geq 0 \vee x + y < 7) \wedge (x \neq 0 \vee y < 4) \wedge (y > 2)$

DPLL: Substitution mit aussagenlogischen Variablen:
$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge E$

Unit Propagation mit $E \mapsto true$: $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

Pure Literal Elimination mit $A \mapsto true$: $(C \vee D)$

SMT 1a)

Gegeben:
$(x \geq 0 \lor x + y < 7) \land (x \neq 0 \lor y < 4) \land (y > 2)$

DPLL: Substitution mit aussagenlogischen Variablen:
$(A \lor B) \land (C \lor D) \land E$

Unit Propagation mit $E \mapsto true$: $(A \lor B) \land (C \lor D)$

Pure Literal Elimination mit $A \mapsto true$: $(C \lor D)$

Pure Literal Elimination mit $C \mapsto true$: $true$

SMT 1a)

Gegeben:
$(x \geq 0 \lor x + y < 7) \land (x \neq 0 \lor y < 4) \land (y > 2)$

DPLL: Substitution mit aussagenlogischen Variablen:
$(A \lor B) \land (C \lor D) \land E$

Unit Propagation mit $E \mapsto true$: $(A \lor B) \land (C \lor D)$

Pure Literal Elimination mit $A \mapsto true$: $(C \lor D)$

Pure Literal Elimination mit $C \mapsto true$: $true$

Aussagenlogische Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \text{ beliebig}, C \mapsto true, D \text{ beliebig}, E \mapsto true\}$

SMT 1b)

Aussagenlogische Formel:

$(A \lor B) \land (C \lor D) \land E$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{A \mapsto true, B$ beliebig$, C \mapsto true, D$ beliebig$, E \mapsto true\}$

SMT 1b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge E$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B$ beliebig$, C \mapsto true, D$ beliebig$, E \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x \geq 0}_{A} \wedge \underbrace{x \neq 0}_{C} \wedge \underbrace{y > 2}_{E}$

SMT 1b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge E$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B$ beliebig$, C \mapsto true, D$ beliebig$, E \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x \geq 0}_{A} \wedge \underbrace{x \neq 0}_{C} \wedge \underbrace{y > 2}_{E}$

Erfüllende Belegung mit $[x \mapsto 1, y \mapsto 3]$:
$(1 \geq 0) \wedge (1 \neq 0) \wedge (3 > 2)$

SMT 2a)

Gegeben:

$(x = 5 \lor x > y) \land y = 2 \land \neg(x > y)$

SMT 2a)

Gegeben:

$(x = 5 \vee x > y) \wedge y = 2 \wedge \neg(x > y)$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A \coloneqq x = 5$

$B \coloneqq x > y$

$C \coloneqq y = 2$

SMT 2a)

Gegeben:

$(x = 5 \lor x > y) \land y = 2 \land \neg(x > y)$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A := x = 5$
$B := x > y$
$C := y = 2$

DPLL: Substitution durch neu eingeführte Variablen in Formel:

$(A \lor B) \land C \land \neg B$

SMT 2a)

Gegeben:
$(x = 5 \lor x > y) \land y = 2 \land \neg(x > y)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$(A \lor B) \land C \land \neg B$

SMT 2a)

Gegeben:
$(x = 5 \lor x > y) \land y = 2 \land \neg(x > y)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$(A \lor B) \land C \land \neg B$

Unit Propagation mit $B \mapsto false$: $A \land C$

SMT 2a)

Gegeben:
$(x = 5 \lor x > y) \land y = 2 \land \neg(x > y)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$(A \lor B) \land C \land \neg B$

Unit Propagation mit $B \mapsto false$: $A \land C$

Unit Propagation mit $C \mapsto true$: A

SMT 2a)

Gegeben:
$(x = 5 \lor x > y) \land y = 2 \land \neg(x > y)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$(A \lor B) \land C \land \neg B$

Unit Propagation mit $B \mapsto false$: $A \land C$

Unit Propagation mit $C \mapsto true$: A

Unit Propagation mit $A \mapsto true$: $true$

SMT 2a)

Gegeben:
$(x = 5 \vee x > y) \wedge y = 2 \wedge \neg(x > y)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B$

Unit Propagation mit $B \mapsto false$: $A \wedge C$

Unit Propagation mit $C \mapsto true$: A

Unit Propagation mit $A \mapsto true$: $true$

Aussagenlogische Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \lor B) \land C \land \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x = 5}_{A} \wedge \underbrace{x \leq y}_{B} \wedge \underbrace{y = 2}_{C}$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \lor B) \land C \land \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x = 5}_{A} \land \underbrace{x \leq y}_{B} \land \underbrace{y = 2}_{C}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $5 \not\leq 2$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x = 5}_{A} \wedge \underbrace{x \leq y}_{B} \wedge \underbrace{y = 2}_{C}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $5 \not\leq 2$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg A \vee B \vee \neg C)$ zu bisheriger Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x = 5}_{A} \wedge \underbrace{x \leq y}_{B} \wedge \underbrace{y = 2}_{C}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $5 \not\leq 2$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg A \vee B \vee \neg C)$ zu bisheriger Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$

UP $C \mapsto true$: $(A \vee B) \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B)$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x = 5}_{A} \wedge \underbrace{x \leq y}_{B} \wedge \underbrace{y = 2}_{C} \Rightarrow$ Konflikt: $5 \not\leq 2$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg A \vee B \vee \neg C)$ zu bisheriger Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$

UP $C \mapsto true$: $(A \vee B) \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B)$
UP $B \mapsto false$: $A \wedge \neg A$

SMT 2b)

Aussagenlogische Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{A \mapsto true, B \mapsto false, C \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{x = 5}_{A} \wedge \underbrace{x \leq y}_{B} \wedge \underbrace{y = 2}_{C}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $5 \not\leq 2$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg A \vee B \vee \neg C)$ zu bisheriger Formel:
$(A \vee B) \wedge C \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$

UP $C \mapsto true$: $(A \vee B) \wedge \neg B \wedge (\neg A \vee B)$
UP $B \mapsto false$: $A \wedge \neg A$
UP $A \mapsto true$: $false$
$\Rightarrow$ unerfüllbar

SMT 3a)

Gegeben:

$$(x \geq 0 \lor \neg(y > 0)) \land (\neg(x \geq 0) \lor z \geq 0) \land (y < 1 \lor \neg(z \geq 0)) \land (\neg(x \geq 0 \lor y \leq 0))$$

SMT 3a)

Gegeben:

$$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge (\neg(x \geq 0 \vee y \leq 0))$$

In KNF:

$$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge \neg(x \geq 0) \wedge \neg(y \leq 0))$$

SMT 3a)

Gegeben:

$$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge (\neg(x \geq 0 \vee y \leq 0))$$

In KNF:

$$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge \neg(x \geq 0) \wedge \neg(y \leq 0))$$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A := x \geq 0$
$B := y > 0$
$C := z \geq 0$
$D := y < 1$

SMT 3a)

Gegeben:

$$(x \geq 0 \lor \neg(y > 0)) \land (\neg(x \geq 0) \lor z \geq 0) \land (y < 1 \lor \neg(z \geq 0)) \land (\neg(x \geq 0 \lor y \leq 0))$$

In KNF:

$$(x \geq 0 \lor \neg(y > 0)) \land (\neg(x \geq 0) \lor z \geq 0) \land (y < 1 \lor \neg(z \geq 0)) \land \neg(x \geq 0) \land \neg(y \leq 0))$$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A := x \geq 0$
$B := y > 0$
$C := z \geq 0$
$D := y < 1$

DPLL: Substitution durch neu eingeführte Variablen in Formel:

$$(A \lor \neg B) \land (\neg A \lor C) \land (D \lor \neg C) \land \neg A \land B$$

SMT 3a)

Gegeben (in KNF):

$(x \geq 0 \lor \neg(y > 0)) \land (\neg(x \geq 0) \lor z \geq 0) \land (y < 1 \lor \neg(z \geq 0)) \land \neg(x \geq 0) \land \neg(y \leq 0))$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$(A \lor \neg B) \land (\neg A \lor C) \land (D \lor \neg C) \land \neg A \land B$

SMT 3a)

Gegeben (in KNF):

$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge \neg(x \geq 0) \wedge \neg(y \leq 0))$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (D \vee \neg C) \wedge \neg A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto false$: $\neg B \wedge (D \vee \neg C) \wedge B$

SMT 3a)

Gegeben (in KNF):

$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge \neg(x \geq 0) \wedge \neg(y \leq 0))$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (D \vee \neg C) \wedge \neg A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto false$: $\neg B \wedge (D \vee \neg C) \wedge B \Rightarrow$ Konflikt: $\neg B \wedge B$

Unit Propagation mit $B \mapsto true$: $false$

SMT 3a)

Gegeben (in KNF):
$(x \geq 0 \vee \neg(y > 0)) \wedge (\neg(x \geq 0) \vee z \geq 0) \wedge (y < 1 \vee \neg(z \geq 0)) \wedge \neg(x \geq 0) \wedge \neg(y \leq 0))$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (D \vee \neg C) \wedge \neg A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto false$: $\neg B \wedge (D \vee \neg C) \wedge B \Rightarrow$ Konflikt: $\neg B \wedge B$

Unit Propagation mit $B \mapsto true$: $false$

$\Rightarrow$ unerfüllbar

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x.\neg p(x) \lor q(x)) \land p(1) \land \neg q(1)$

SMT 4a)

Gegeben:
$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:
$A \coloneqq \forall x.\neg p(x) \vee q(x)$
$B \coloneqq p(1)$
$C \coloneqq q(1)$

SMT 4a)

Gegeben:
$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:
$A := \forall x.\neg p(x) \vee q(x)$
$B := p(1)$
$C := q(1)$

DPLL: Substitution durch neu eingeführte Variablen in Formel:
$A \wedge B \wedge \neg C$

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x. \neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge \neg C$

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x. \neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\forall$ Quantor gilt folgende Regel:
Gegeben eine Klausel $\forall z.\phi(z)$, nimm eine weitere Klausel $\phi(k)$ hinzu, bei der k ein beliebiger Term ist (z.B. eine Konstante)

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x.\neg p(x) \lor q(x)) \land p(1) \land \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B \land \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\forall$ Quantor gilt folgende Regel:
Gegeben eine Klausel $\forall z.\phi(z)$, nimm eine weitere Klausel $\phi(k)$ hinzu, bei der k ein beliebiger Term ist (z.B. eine Konstante)

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \lor q(1)$

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\forall$ Quantor gilt folgende Regel:
Gegeben eine Klausel $\forall z.\phi(z)$, nimm eine weitere Klausel $\phi(k)$ hinzu, bei der k ein beliebiger Term ist (z.B. eine Konstante)

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \vee q(1)$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(\neg B \vee C)$

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\forall$ Quantor gilt folgende Regel:
Gegeben eine Klausel $\forall z.\phi(z)$, nimm eine weitere Klausel $\phi(k)$ hinzu, bei der k ein beliebiger Term ist (z.B. eine Konstante)

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \vee q(1)$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(\neg B \vee C)$

Ergebnis: $B \wedge \neg C \wedge (\neg B \vee C)$

SMT 4a)

Gegeben:

$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \vee q(1)$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(\neg B \vee C)$

Ergebnis: $B \wedge \neg C \wedge (\neg B \vee C)$

SMT 4a)

Gegeben:
$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \vee q(1)$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(\neg B \vee C)$

Ergebnis: $B \wedge \neg C \wedge (\neg B \vee C)$

Unit Propagation mit $B \mapsto true$: $C \wedge \neg C$

SMT 4a)

Gegeben:
$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \vee q(1)$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(\neg B \vee C)$

Ergebnis: $B \wedge \neg C \wedge (\neg B \vee C)$

Unit Propagation mit $B \mapsto true$: $C \wedge \neg C$ $\Rightarrow$ Konflikt!

Unit Propagation mit $C \mapsto true$: $false$

SMT 4a)

Gegeben:
$(\forall x.\neg p(x) \vee q(x)) \wedge p(1) \wedge \neg q(1)$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge \neg C$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto 1$: $\neg p(1) \vee q(1)$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(\neg B \vee C)$

Ergebnis: $B \wedge \neg C \wedge (\neg B \vee C)$

Unit Propagation mit $B \mapsto true$: $C \wedge \neg C \Rightarrow$ Konflikt!

Unit Propagation mit $C \mapsto true$: $false$

$\Rightarrow$ unerfüllbar

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge y = 0$

SMT 5a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:
$A \coloneqq \exists x.\ 0 < x \land x < y$
$B \coloneqq y = 0$

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge y = 0$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A \coloneqq \exists x.\ 0 < x \wedge x < y$

$B \coloneqq y = 0$

DPLL: Substitution durch neu eingeführte Variablen in Formel:

$A \wedge B$

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B$

SMT 5a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\exists$ Quantor dürfen Sie folgende Regel benutzen:
Gegeben eine Klausel $\exists z.\phi(z)$ ersetze diese durch $\phi(z_0)$ wobei z_0 eine *neue* Variable ist, die sonst nicht vorkommt.

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\exists$ Quantor dürfen Sie folgende Regel benutzen:
Gegeben eine Klausel $\exists z.\phi(z)$ ersetze diese durch $\phi(z_0)$ wobei z_0 eine *neue* Variable ist, die sonst nicht vorkommt.

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B$

Unit Propagation mit $A \mapsto \mathit{true}$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\exists$ Quantor dürfen Sie folgende Regel benutzen:
Gegeben eine Klausel $\exists z.\phi(z)$ ersetze diese durch $\phi(z_0)$ wobei z_0 eine *neue* Variable ist, die sonst nicht vorkommt.

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \land D)$

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

Aus Aufgabenstellung:

Für den $\exists$ Quantor dürfen Sie folgende Regel benutzen:
Gegeben eine Klausel $\exists z.\phi(z)$ ersetze diese durch $\phi(z_0)$ wobei z_0 eine *neue* Variable ist, die sonst nicht vorkommt.

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \wedge z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \wedge D)$

Ergebnis: $B \wedge C \wedge D$

SMT 5a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \land B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \land D)$

Ergebnis: $B \land C \land D$

SMT 5a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \land B$

Unit Propagation mit $A \mapsto \mathit{true}$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \land D)$

Ergebnis: $B \land C \land D$

UP mit $B \mapsto \mathit{true}$: $C \land D$

SMT 5a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \land D)$

Ergebnis: $B \land C \land D$

UP mit $B \mapsto true$: $C \land D$

UP mit $C \mapsto true$: D

SMT 5a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \wedge z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \wedge D)$

Ergebnis: $B \wedge C \wedge D$

UP mit $B \mapsto true$: $C \wedge D$

UP mit $C \mapsto true$: D

UP mit $D \mapsto true$: $true$

SMT 5a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land y = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \land B$

Unit Propagation mit $A \mapsto true$:

- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(C \land D)$

Ergebnis: $B \land C \land D$

UP mit $B \mapsto true$: $C \land D$

UP mit $C \mapsto true$: D

UP mit $D \mapsto true$: $true$

Aussagenlogische Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:

$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:

$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:

$\underbrace{y = 0}_{B} \wedge \underbrace{0 < z}_{C} \wedge \underbrace{z < y}_{D}$

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:
$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{y = 0}_{B} \wedge \underbrace{0 < z}_{C} \wedge \underbrace{z < y}_{D}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $0 < z < y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < 0$ ↯

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:
$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{y = 0}_{B} \wedge \underbrace{0 < z}_{C} \wedge \underbrace{z < y}_{D}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $0 < z < y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < 0 ↯$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$ zu bisheriger Formel:
$B \wedge C \wedge D \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:
$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{y = 0}_{B} \wedge \underbrace{0 < z}_{C} \wedge \underbrace{z < y}_{D}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $0 < z < y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < 0 \lightning$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$ zu bisheriger Formel:
$B \wedge C \wedge D \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$

UP $B \mapsto true$: $C \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg D)$

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:
$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{y = 0}_{B} \wedge \underbrace{0 < z}_{C} \wedge \underbrace{z < y}_{D}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $0 < z < y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < 0 \lightning$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$ zu bisheriger Formel:
$B \wedge C \wedge D \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$

UP $B \mapsto true$: $C \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg D)$
UP $C \mapsto true$: $D \wedge \neg D$

SMT 5b)

Aussagenlogische Formel:
$B \wedge C \wedge D$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{B \mapsto true, C \mapsto true, D \mapsto true\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{y = 0}_{B} \wedge \underbrace{0 < z}_{C} \wedge \underbrace{z < y}_{D}$ $\Rightarrow$ Konflikt: $0 < z < y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < 0 ↯$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$ zu bisheriger Formel:
$B \wedge C \wedge D \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg D)$

UP $B \mapsto true$: $C \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg D)$
UP $C \mapsto true$: $D \wedge \neg D$
UP $D \mapsto true$: $false$

$\Rightarrow$ unerfüllbar

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

SMT 6a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land (\forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y) \land f(1) = x \land x = 0$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:

$A \coloneqq \exists x.\ 0 < x \land x < y$
$B \coloneqq \forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y$
$C \coloneqq f(1) = x$
$D \coloneqq x = 0$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

Belegung durch aussagenlogische Variablen:
$A := \exists x.\ 0 < x \wedge x < y$
$B := \forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y$
$C := f(1) = x$
$D := x = 0$

DPLL: Substitution durch neu eingeführte Variablen in Formel:
$A \wedge B \wedge C \wedge D$

SMT 6a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \wedge B \wedge C \wedge D$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land (\forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y) \land f(1) = x \land x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \land B \land C \land D$

UP mit $A \mapsto true$:

SMT 6a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land (\forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y) \land f(1) = x \land x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B \land C \land D$

UP mit $A \mapsto true$:

Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge C \wedge D$

UP mit $A \mapsto true$:

Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \wedge z < y$

Neue daraus entstehende Klausel: $(E \wedge F)$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land (\forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y) \land f(1) = x \land x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \land B \land C \land D$

UP mit $A \mapsto true$:
- Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$
- Neue daraus entstehende Klausel: $(E \land F)$

Ergebnis: $B \land C \land D \land E \land F$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge C \wedge D$

UP mit $A \mapsto true$:
  Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \wedge z < y$
  Neue daraus entstehende Klausel: $(E \wedge F)$
 Ergebnis: $B \wedge C \wedge D \wedge E \wedge F$

UP mit $B \mapsto true$:

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge C \wedge D$

UP mit $A \mapsto true$:

Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \wedge z < y$

Neue daraus entstehende Klausel: $(E \wedge F)$

Ergebnis: $B \wedge C \wedge D \wedge E \wedge F$

UP mit $B \mapsto true$:

Instanziierung von B mit $z \mapsto 1$: $1 \neq 1 \vee f(1) = y)$

SMT 6a)

Gegeben:

$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land (\forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y) \land f(1) = x \land x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:

$A \land B \land C \land D$

UP mit $A \mapsto \mathit{true}$:

Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \land z < y$

Neue daraus entstehende Klausel: $(E \land F)$

Ergebnis: $B \land C \land D \land E \land F$

UP mit $B \mapsto \mathit{true}$:

Instanziierung von B mit $z \mapsto 1$: $1 \neq 1 \lor f(1) = y)$

Neue daraus entstehende Klausel: $(G \lor H)$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

DPLL: Substitution durch aussagenlogische Variablen:
$A \wedge B \wedge C \wedge D$

UP mit $A \mapsto true$:
Instanziierung von A mit $x \mapsto z$: $0 < z \wedge z < y$
Neue daraus entstehende Klausel: $(E \wedge F)$
Ergebnis: $B \wedge C \wedge D \wedge E \wedge F$

UP mit $B \mapsto true$:
Instanziierung von B mit $z \mapsto 1$: $1 \neq 1 \vee f(1) = y)$
Neue daraus entstehende Klausel: $(G \vee H)$
Ergebnis: $C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

Fortsetzung von letzter Folie:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \land x < y) \land (\forall z.\ z \neq 1 \lor f(z) = y) \land f(1) = x \land x = 0$

Fortsetzung von letzter Folie:
$C \land D \land E \land F \land (G \lor H)$

UP mit $C \mapsto true$: $D \land E \land F \land (G \lor H)$
UP mit $D \mapsto true$: $E \land F \land (G \lor H)$
UP mit $E \mapsto true$: $F \land (G \lor H)$
UP mit $F \mapsto true$: $(G \lor H)$
UP mit $G \mapsto true$: $true$

SMT 6a)

Gegeben:
$(\exists x.\ 0 < x \wedge x < y) \wedge (\forall z.\ z \neq 1 \vee f(z) = y) \wedge f(1) = x \wedge x = 0$

Fortsetzung von letzter Folie:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

UP mit $C \mapsto true$: $D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$
UP mit $D \mapsto true$: $E \wedge F \wedge (G \vee H)$
UP mit $E \mapsto true$: $F \wedge (G \vee H)$
UP mit $F \mapsto true$: $(G \vee H)$
UP mit $G \mapsto true$: $true$

Aussagenlogische Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

Problem: Klausel G ist unerfüllbar: $1 \neq 1$ $\lightning$

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

Problem: Klausel G ist unerfüllbar: $1 \neq 1$ ↯

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

Problem: Klausel G ist unerfüllbar: $1 \neq 1$ $\lightning$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg G)$ zu bisheriger Formel:
$(G \vee H) \wedge \neg G$

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

Problem: Klausel G ist unerfüllbar: $1 \neq 1$ $\lightning$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg G)$ zu bisheriger Formel:
$(G \vee H) \wedge \neg G$

UP $G \mapsto false$: H

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

Problem: Klausel G ist unerfüllbar: $1 \neq 1$ $\lightning$

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg G)$ zu bisheriger Formel:
$(G \vee H) \wedge \neg G$

UP $G \mapsto false$: H
UP $H \mapsto true$: $true$

SMT 6b) I

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H)$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, G \mapsto true\}$

Problem: Klausel G ist unerfüllbar: $1 \neq 1$ ↯

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg G)$ zu bisheriger Formel:
$(G \vee H) \wedge \neg G$

UP $G \mapsto false$: H
UP $H \mapsto true$: $true$

Aussagenlogische Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:

$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H) \wedge \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:

$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H) \wedge \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

Entspricht Gleichungssystem:

$$\underbrace{f(1) = x}_{C} \wedge \underbrace{x = 0}_{D} \wedge \underbrace{0 < z}_{E} \wedge \underbrace{z < y}_{F} \wedge \underbrace{\neg(1 \neq 1)}_{\neg G} \wedge \underbrace{f(1) = y}_{H}$$

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:

$C \land D \land E \land F \land (G \lor H) \land \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

Entspricht Gleichungssystem:

$$\underbrace{f(1) = x}_{C} \land \underbrace{x = 0}_{D} \land \underbrace{0 < z}_{E} \land \underbrace{z < y}_{F} \land \underbrace{\neg(1 \neq 1)}_{\neg G} \land \underbrace{f(1) = y}_{H}$$

Konflikt: $0 < z < y$ Widerspruch zu $f(1) = x = y = 0$ ↯

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:

$C \land D \land E \land F \land (G \lor H) \land \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:

$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

Entspricht Gleichungssystem:

$$\underbrace{f(1) = x}_{C} \land \underbrace{x = 0}_{D} \land \underbrace{0 < z}_{E} \land \underbrace{z < y}_{F} \land \underbrace{\neg(1 \neq 1)}_{\neg G} \land \underbrace{f(1) = y}_{H}$$

Konflikt: $0 < z < y$ Widerspruch zu $f(1) = x = y = 0$ ↯

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg H)$ zu bisheriger Formel:

$(G \lor H) \land \neg G \land \neg H$

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H) \wedge \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$$\underbrace{f(1) = x}_{C} \wedge \underbrace{x = 0}_{D} \wedge \underbrace{0 < z}_{E} \wedge \underbrace{z < y}_{F} \wedge \underbrace{\neg(1 \neq 1)}_{\neg G} \wedge \underbrace{f(1) = y}_{H}$$

Konflikt: $0 < z < y$ Widerspruch zu $f(1) = x = y = 0$ ↯

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg H)$ zu bisheriger Formel:
$(G \vee H) \wedge \neg G \wedge \neg H$

UP $G \mapsto false$: $H \wedge \neg H$

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:
$C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge (G \vee H) \wedge \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$$\underbrace{f(1) = x}_{C} \wedge \underbrace{x = 0}_{D} \wedge \underbrace{0 < z}_{E} \wedge \underbrace{z < y}_{F} \wedge \underbrace{\neg(1 \neq 1)}_{\neg G} \wedge \underbrace{f(1) = y}_{H}$$

Konflikt: $0 < z < y$ Widerspruch zu $f(1) = x = y = 0$ ↯

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg H)$ zu bisheriger Formel:
$(G \vee H) \wedge \neg G \wedge \neg H$

UP $G \mapsto false$: $H \wedge \neg H$
UP $H \mapsto false$: $false$

SMT 6b) II

Aussagenlogische Formel:
$C \land D \land E \land F \land (G \lor H) \land \neg G$

Formel erfüllbar durch Belegung:
$\{C, D, E, F, H \mapsto true, G \mapsto false\}$

Entspricht Gleichungssystem:
$\underbrace{f(1) = x}_{C} \land \underbrace{x = 0}_{D} \land \underbrace{0 < z}_{E} \land \underbrace{z < y}_{F} \land \underbrace{\neg(1 \neq 1)}_{\neg G} \land \underbrace{f(1) = y}_{H}$

Konflikt: $0 < z < y$ Widerspruch zu $f(1) = x = y = 0$ ↯

Hinzufügen einer neuen Klausel $(\neg H)$ zu bisheriger Formel:
$(G \lor H) \land \neg G \land \neg H$

UP $G \mapsto false$: $H \land \neg H$
UP $H \mapsto false$: $false$

$\Rightarrow$ unerfüllbar