

## 0.1 Schwach konstruierbare Garben auf simplizialen Mengen

In diesem Abschnitt möchten wir die Aussagen aus Kapitel ?? übertragen auf den Fall, dass es sich bei dem Basisraum um die Realisierung einer simplizialen Menge anstelle eines Simplizialkomplexes handelt. Wir gehen vor wie in den ersten beiden Abschnitten.

Für die Darstellung von Garben auf simplizialen Mengen als Diagrammkategorien von Garben definieren wir eine *kategorielle Realisierung* einer simplizialen Menge. Wir benötigen die Begriffe für nichtdegenerierte Simplexes (vgl. ??, ??).

**Definition 0.1.** Die Unterkategorie der endlichen nichtleeren Ordinalzahlen mit injektiven monotonen Abbildungen  $\Delta^+ \subset \Delta$  heißt *nichtdegenerierte Simplexkategorie*.

Wir wiederholen die Begriffe für simpliziale Mengen für Prägarben auf  $\Delta^+$ .

**Definition 0.2.** Die darstellbare Prägarbe auf  $\Delta^+$

$$\Delta^{+n} := \Delta^+(\cdot, [n])$$

heißt der *nichtdegenerierte Standard- $n$ -Simplex*.

Diese Zuordnung liefert einen Funktor  $r : \Delta^+ \rightarrow [\Delta^{+\text{op}}, \text{Ens}]$ . Wir erhalten unsere für die kategorielle Realisierung gewünschte kosimpliziale Kategorie durch den Funktor der nichtdegenerierten Simplexes des nichtdegenerierten Standard- $n$ -Simplex. Bezeichne dazu  $\iota : \Delta^+ \hookrightarrow \Delta$  den Inklusionsfunktor und  $\iota^* : [\Delta^{\text{op}}, \text{Ens}] \rightarrow [\Delta^{+\text{op}}, \text{Ens}]$  den Rückzugsfunktor auf Prägarben.

**Definition 0.3.** Der *Stufenfunktor* ist der Funktor

$$N : \Delta^+ \downarrow_r \iota^* \Delta^n \rightarrow \Delta^+ \downarrow_r \Delta^{+n},$$

gegeben durch das kommutative Quadrat

$$\begin{array}{ccc} f : \Delta^{+m} \rightarrow \iota^* \Delta^n & \longmapsto & N(f) : \Delta^{+k} \rightarrow \iota^* \Delta^{+n} \\ \downarrow \sim & & \downarrow \sim \\ f \in \Delta([m], [n]) & \longmapsto & N(f) \in \Delta^+([k], [n]), \end{array}$$

in dem die Vertikalen die eindeutigen Zuordnungen aus dem Yoneda-Lemma sind und die untere Horizontale die Abbildung, die eine monotone Abbildung  $f$  auf die eindeutige monotone Injektion  $N(f)$  aus ?? mit demselben Bild (und anderem Definitionsbereich  $[k]$ ) schickt.

*Bemerkung 0.4.* Der Name “Stufenfunktor” rührt daher, dass die Werte einer monotonen Funktion die Stufen in ihrem Graphen beschreiben.

Das Vorschalten von monotonen Injektionen vor  $f \in \Delta([m], [n])$  (Morphismen in  $\Delta^+ \downarrow_r \iota^* \Delta^n$ ) induziert auf der zugehörigen monotonen Injektion  $\hat{f} \in \Delta^+([k], [n])$  ebenfalls Morphismen durch Vorschalten von Injektionen, denn das Einschränken von Funktionen auf Teilmengen verkleinert auch die Bildmengen. Dies zeigt die Funktorialität.

**Proposition 0.5.** *Die Zuordnung*

$$\begin{array}{ccc}
 [n] & \longmapsto & \Delta^+ \downarrow_r \Delta^{+n} \\
 \downarrow f & & \downarrow f \circ \\
 & & \Delta^+ \downarrow_r \iota^* \Delta^m \\
 & & \downarrow N \\
 [m] & \longmapsto & \Delta^+ \downarrow_r \Delta^{+m}
 \end{array}$$

ist ein Funktor  $R : \Delta \rightarrow \text{poset}$ , genannt die kosimpliziale Standard-Kategorie.

*Beweis.* Wir müssen zeigen, dass für monotone  $f : [m] \rightarrow [n]$  und  $g : [l] \rightarrow [m]$  gilt

$$N((f \circ g) \circ) = N(f \circ)N(g \circ)$$

für  $(f \circ)$  den Nachschaltefunktor und  $N$  den Stufenfunktor. Das folgt aber daraus, dass beide Funktoren eine monotone Injektion  $h : [k] \rightarrow [l]$  auf die Injektion auf  $\text{im}(f \circ g \circ h)$  schicken. Diese Entsprechung ist verträglich mit Einschränkungen von  $h$  (Vorschalten von monotonen Injektionen), ist also eine Transformation.

Es handelt sich bei den Kategorien  $\Delta^+ \downarrow_r \Delta^{+n}$  tatsächlich um halbgeordnete Mengen, denn die nichttrivialen Morphismen sind das Vorschalten von echten Injektionen und senken somit den Grad eines Simplex.  $\square$

*Bemerkung 0.6.* Die halbgeordneten Mengen  $\Delta^+ \downarrow_r \Delta^{+n}$  sind natürlich einfach die opponierten Standard- $n$ -Simplizialkomplexe; unsere Konstruktion liefert allerdings die Rand- und Degenerationsmorphismen auf natürliche Art mit.

**Proposition 0.7.** *Die Kategorien der kleinen Kategorien  $\text{Cat}$  und der halbgeordneten Mengen  $\text{poset}$  sind kovollständig.*

*Beweis.* Koprodukte in  $\text{Cat}$  sind die Koprodukte der zugrundeliegenden Köcher, d. h. die disjunkte Vereinigung über die Objektmengen und aus den Ausgangskategorien übernommene Morphismenmengen.

Die Koegalatoren in  $\text{Cat}$  sind schwieriger, vergleiche [?]. Wir geben die Konstruktion kurz an. Betrachte kleine Kategorien mit Funktoren  $A \rightrightarrows_G^F B$ . Die dem Koegalator  $B \rightarrow C$  zugrundeliegende mengentheoretische Abbildung ist der Koegalator der den Funktoren  $F$  und  $G$  zugrundeliegenden mengentheoretischen Abbildungen. Durch diese Identifikationen in  $C$  werden Morphismen neu komponierbar, deren Kompositionen den durch die Identifikationen verschmolzenen Morphismenmengen hinzugefügt werden. Weiter müssen wie im folgenden Diagramm Morphismen  $Ff$  und  $Gf$  identifiziert werden, was auf die Kompositionen fortgesetzt wird.

$$\begin{array}{ccccc}
 a & & Fa & \sim & Ga \\
 \downarrow f & \longmapsto & \downarrow Ff & \sim & \downarrow Gf \\
 b & & Fb & \sim & Gb
 \end{array}$$

### 0.1. SCHWACH KONSTRUIERBARE GARBEN AUF SIMPLIZIALEN MENSCHEN3

Die Identifikationen  $Fa \sim Ga$  für  $a \in A$  und  $Ff \sim Gf$  für  $f \in A(a, b)$  sind notwendig für einen Koegalisateur  $B \rightarrow C$ , damit  $A \rightrightarrows_G^F B \rightarrow C$  übereinstimmen. Die weiteren Schritte machen "minimalinvasiv"  $B$  mit diesen Identifikationen wieder zu einer Kategorie.

Für die volle Unterkategorie  $\text{poset} \subset \text{Cat}$  können wir ?? verwenden, mit dem Reflektor  $\text{Cat} \rightarrow \text{poset}$ , der im folgenden Lemma konstruiert wird.  $\square$

**Definition 0.8.** Eine Kategorie heißt *dünn*, falls jede Morphismenmenge höchstens einelementig ist. Eine Kategorie heißt *Skelettkategorie*, falls in ihr jeder Isomorphismus eine Identität ist.

**Lemma 0.9.** Die vollen Unterkategorien  $\text{thinCat}, \text{skelCat} \subset \text{Cat}$  der dünnen bzw. Skelettkategorien sind reflektiv. Der Reflektor  $\text{Cat} \rightarrow \text{skelCat}$  macht aus dünnen Kategorien dünne Kategorien und liefert durch Komposition mit dem Reflektor  $\text{Cat} \rightarrow \text{thinCat}$  einen Reflektor  $\text{Cat} \rightarrow \text{poset}$ .

*Beweis.* Der Linksadjungierte zu  $\text{thinCat} \hookrightarrow \text{Cat}$  ist gegeben durch die Identifikation aller nichtleeren Morphismenmengen zu einelementigen Morphismenmengen. Der Linksadjungierte zu  $\text{skelCat} \hookrightarrow \text{Cat}$  ist die zu einer kleinen Kategorie mit dem Auswahlaxiom konstruierte Unterkategorie, die Isomorphieklassen von Objekten durch ein Objekt aus diesen ersetzt. Klar ist, dass Funktoren  $F : C \rightarrow D$  in eine dünne Kategorie  $D$  Abbildungen auf Objekten sind mit der Zusatzeigenschaft, dass es einen Morphismus  $Ff : Fx \rightarrow Fy$  in  $D$  geben muss, wann immer es einen Morphismus  $f : x \rightarrow y$  in  $C$  gibt. Das ist unerheblich davon, wie viele Morphismen  $x \rightarrow y$  es in  $C$  gibt und zeigt die erste Adjunktion. Ein Funktor in eine Skelettkategorie schickt isomorphe Objekte auf dasselbe Objekt, wird also schon durch das Bild eines Objekts jeder Isomorphieklasse eindeutig festgelegt. Dies zeigt die zweite Adjunktion.

Der Reflektor  $\text{Cat} \rightarrow \text{skelCat}$  liefert eine Unterkategorie und erhält deshalb Düntheit. Halbgeordnete Mengen sind nach Definition dünne Skelettkategorien.  $\square$

*Bemerkung 0.10.* Der Ansatz, Limites und Kolimites in  $\text{Cat}$  mittels ?? über die Einbettung  $\text{Cat} \subset \text{Quiv}$  in die Kategorie der Köcher zu konstruieren, funktioniert *nicht*. Jene ist als Prägarbenkategorie tatsächlich vollständig und kovollständig und die Inklusion hat mit der freien Pfadkategorie über einem Köcher tatsächlich einen Linksadjungierten; allerdings handelt es sich nicht um eine volle (dann also reflektive) Unterkategorie, weshalb die Limites und Kolimites von denen in  $\text{Quiv}$  bzw. ihren freien Pfadkategorien abweichen.

**Definition 0.11.** Die *kategorielle Realisierung* einer simplizialen Menge  $X \in \text{sEns}$  ist definiert als das Tensorprodukt von Funktoren  $X \otimes R \in \text{poset}$  für  $R$  die kosimpliziale Standard-Kategorie und die natürliche Ens-tensorierte Struktur auf  $\text{poset}$  (??).

**Proposition 0.12.** Sei  $X \in \text{sEns}$  eine simpliziale Menge. Dann gibt es einen Homöomorphismus  $\blacktriangle X \xrightarrow{\sim} \text{Ord}((X \otimes R)^{\text{op}})$ . Insbesondere hat jeder Punkt in der plumpen Realisierung  $\sigma \in \blacktriangle X$  eine kleinste offene Umgebung  $(\geq \sigma)$ .

*Beweis.* Der Funktor  $\text{Ord} : \text{poset} \rightarrow \text{Top}$  ist nach dem nachgestellten Lemma kostetig. Daher reicht es mit ?? (und der Kostetigkeit des Opponierens),

einen Isomorphismus kosimplizialer topologischer Räume  $\mathbf{\Delta} \rightarrow \text{Ord } R^{\text{op}}$  zu finden. Beide bestehen aus einem Punkt pro nichtdegeneriertem Simplex (??) von  $\Delta^n$  und haben als offene Mengen nach oben abgeschlossene Mengen. Randabbildungen  $d_i$  sind Inklusionen in die Ränder, Degenerationen Kollapse von Kanten. Dies begründen wir sorgfältiger: Unsere Definition von  $Rs_i : R[n] \rightarrow R[n-1]$  schickt einen nichtdegenerierten Simplex  $f : [m] \rightarrow [n]$  monoton und injektiv auf  $N(s_i \circ f)$ , den nichtdegenerierten Simplex, der zum Kollaps von  $i$  und  $i+1$  in  $f$  gehört.  $\square$

**Lemma 0.13.** *Der Funktor  $\text{Ord} : \text{poset} \rightarrow \text{Top}$ , der eine halbgeordnete Menge mit der Ordnungstopologie versieht, ist kostetig.*

*Beweis.* Klar ist, dass  $\text{Ord}$  mit Koprodukten vertauscht. Sei nun  $A \rightrightarrows_G^F B \rightarrow C$  ein Koegalisor in den halbgeordneten Mengen. Dann ist nach 0.7 und 0.9 die zugrundeliegende mengentheoretische Abbildung von  $q : B \rightarrow C$  der mengentheoretische Koegalisor: nur der Reflektor  $\text{Cat} \rightarrow \text{skelCat}$  könnte die zugrundeliegende Menge ändern, wird aber bereits auf eine Skelettkategorie angewandt, denn ein Kategorienkolimes über halbgeordnete Mengen enthält keine Morphismen in entgegengesetzte Richtungen. Wir müssen noch zeigen, dass  $\text{Ord}(q) : \text{Ord } B \rightarrow \text{Ord } C$  final ist. Ist  $U \subset C$  eine Menge mit offenem Urbild  $q^{-1}(C)$ , so ist ein Morphismus  $x \rightarrow y$  in  $C$  mit  $x \in U$  ein Pfad  $x = v_0 \rightarrow v_1 \sim w_1 \rightarrow v_2 \sim v_2 \rightarrow \dots \rightarrow y$  bestehend aus Morphismen in  $B$ , die sich nach den Identifikationen durch  $q$  verknüpfen lassen. Induktiv liegen nun nach der Abgeschlossenheit nach oben von  $q^{-1}(U)$  alle  $v_i, w_i$  in  $q^{-1}(U)$  und somit auch  $y$ . Es folgt die Offenheit von  $U$ .  $\square$

Mit ?? und 0.12 erhalten wir sofort die folgende kombinatorische Charakterisierung von Garben auf der plumpen Realisierung:

**Proposition 0.14.** *Sei  $X \in \text{sEns}$  eine simpliziale Menge. Dann gibt es eine Äquivalenz von Kategorien  $\text{Ens}/_{\mathbf{\Delta}X} \xrightarrow{\sim} [(X \otimes R)^{\text{op}}, \text{Ens}]$ .*

*Bemerkung 0.15.* Betrachte für eine feste simpliziale Menge  $X \in \text{sEns}$  die volle Unterkategorie  $(\text{sEns}/_{\text{Top}})_X \subset \text{sEns}/_{\text{Top}}$  der simplizialen Garben über topologischen Räumen mit Komorphismen, für die die Basisräume diskret und als simplizialer topologischer Raum isomorph zur simplizialen Menge  $X$  sind. Man könnte eine Aussage wie die folgende erwarten:

Die kovariante Realisierung mittels plumper Simplizes (??) liefert eine Äquivalenz von Kategorien

$$(\text{sEns}/_{\text{Top}})_X \xrightarrow{\sim} \text{Ens}/_{\mathbf{\Delta}X}.$$

Dies verhindern aber die degenerierten Simplizes  $s^*(\sigma)$  für  $s : [n] \rightarrow [m]$  monoton und surjektiv. Für diese enthält eine simpliziale Garbe  $F$  auf der linken Seite beliebig wählbare Mengen, die Halme  $(F_n)_{s^*(\sigma)}$ , welche aus der geometrischen Realisierung nicht wiedergewonnen werden können, da sie mit ihren Bildern unter  $Fs : (F_n)_{s^*(\sigma)} \rightarrow (F_m)_\sigma$  identifiziert werden.

Stattdessen setzen wir  $(\text{sEns}/_{\text{Top}})_X^{nd} \subset (\text{sEns}/_{\text{Top}})_X$  die volle Unterkategorie der oben definierten simplizialen Garben  $F$  über  $X$ , für die zudem die Degenerationen  $Fs : (F_n)_{s^*(\sigma)} \rightarrow (F_m)_\sigma$  Bijektionen sind. Für diese erhalten wir

den gewünschten quasiinversen Funktor, indem wir mit 0.14 einer Garbe  $F \in [(X \otimes R)^{\text{op}}, \text{Ens}]$  auf folgende Weise eine simpliziale Garbe  $\hat{F} \in (\text{sEns}_{\text{Top}})_X^{nd}$  zuordnen: Schreibe für  $\sigma \in X_n$  kurz  $F(\sigma)$  für die Menge, die  $F$  dem maximalen Element in  $\{\sigma\} \times R[n]^{\text{op}}$  via  $X_n \times R[n]^{\text{op}} \rightarrow (X \otimes R)^{\text{op}}$  zuordnet. Die Garben  $\hat{F}_n \in \text{Ens}_{/X_n}$  sind diskret und bestehen dann aus der Menge  $F(N(\sigma))$  über  $\sigma$ . Für eine monotone Abbildung  $f : [n] \rightarrow [m]$  erhalten wir die Abbildungen  $(\hat{F}_n)_{f^*(\sigma)} \rightarrow (\hat{F}_m)_\sigma$  für die Komorphismen von  $\hat{F}$  über  $f^*$  aus  $F(N(f(\sigma))) \rightarrow F(N(\sigma))$ . Insbesondere sind die Degenerationen  $(\hat{F}_n)_{s^*(\sigma)} \rightarrow (\hat{F}_{n-1})_\sigma$  dann einfach Identitäten und unsere Abbildungen erfüllen die simplizialen Relationen.

Wir kommen nun zur Übertragung der Ergebnisse aus ?? auf die Situation simplizialer Mengen. Dies ermöglicht etwa die Aussage auch für Triangulierungen wie in Beispiel ??.

Nach der Bemerkung ?? reicht es, die topologischen Teile des Beweises zu übertragen. Wir sammeln die benötigten Axiome:

**Definition 0.16.** Eine *Konstruierbarkeitssituation* ist eine stetige Abbildung  $p : |\mathcal{K}| \rightarrow \mathcal{K}$  mit den folgenden Eigenschaften:

1.  $p$  ist final, surjektiv und hat zusammenhängende Fasern.
2. Jeder Punkt  $\sigma \in \mathcal{K}$  besitzt eine kleinste offene Umgebung  $(\geq \sigma)$ .

Wir notieren  $U(\sigma) = p^{-1}((\geq \sigma))$ . In einer Konstruierbarkeitssituation nennen wir  $\mathcal{K}$  die *kombinatorische* und  $|\mathcal{K}|$  die *geometrische Realisierung*.

Der “richtige” äquivalente Begriff von schwacher Konstruierbarkeit aus ?? wird zur allgemeinen Definition:

**Definition 0.17.** Eine Garbe  $F \in \text{Ab}_{/|\mathcal{K}|}$  heißt schwach  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbar, falls die Koeinheit der Adjunktion auf  $F$  einen Isomorphismus  $p^*p_*F \xrightarrow{\sim} F$  ist.

Auch übertragen wir den Begriff derivierter schwach  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbarer Garben (mit schwach  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbaren Kohomologiegarnen) und die Notationen  $\text{s-Kons}(\mathcal{K})$  und  $\text{Der}_{\text{sk}}(|\mathcal{K}|)$ .

Mit identischem Beweis überträgt sich der allgemeine Teil von ?? übertragen:

**Proposition 0.18.** In einer Konstruierbarkeitssituation  $p : |\mathcal{K}| \rightarrow \mathcal{K}$  sind für  $F \in \text{Ab}_{/|\mathcal{K}|}$  äquivalent:

- (1)  $F$  ist schwach  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbar
- (2)  $F$  liegt im wesentlichen Bild des Rückzugs  $p^*$ .
- (3) Die Restriktion  $F(U(\sigma)) \rightarrow F_x$  ist für alle  $\sigma \in \mathcal{K}$  und alle  $x \in |\sigma|$  ein Isomorphismus.

Und es folgt sofort, in Anbetracht von ??:

**Theorem 0.19.** *Sei  $p : |\mathcal{K}| \rightarrow \mathcal{K}$  eine Konstruierbarkeitssituation und  $X \in \text{Top}$ . Dann gibt es eine Äquivalenz von Kategorien*

$$\text{Der}(\text{s-Kons}(\mathcal{K} \times X)) \xrightleftharpoons[R\beta]{\iota} \text{Der}_{\text{sk}}(|\mathcal{K}| \times X),$$

wobei  $\iota$  die Inklusion und  $\beta = (p \times \text{id}_X)^*(p \times \text{id}_X)_* : \text{Ab}_{|\mathcal{K}| \times X} \rightarrow \text{s-Kons}(\mathcal{K} \times X)$  ist.

Es reicht also für den Fall simplizialer Mengen, die Axiome einer Konstruierbarkeitssituation zu zeigen.

**Proposition 0.20.** *Sei  $X \in \text{sEns}$  eine simpliziale Menge. Dann ist  $p : |X| \rightarrow \blacktriangle X$  eine Konstruierbarkeitssituation.*

*Beweis.* Die Abbildung  $p : |X| \rightarrow \blacktriangle X$  ist ein Kolimes über die Quotientenabbildungen  $|\Delta^n| \rightarrow \blacktriangle^n$  mit zusammenhängenden Fasern und das Axiom 0.16 ?? folgt aus dem nachgestellten Lemma. Das Axiom 0.16 ?? zur Existenz kleinster offener Umgebungen folgt aus 0.14.  $\square$

**Lemma 0.21.** *Sei  $X_i \rightarrow Y_i$  ein Morphismus von Diagrammen von topologischen Räumen  $[I, \text{Top}]$  mit finalen, surjektiven Abbildungen  $X_i \rightarrow Y_i$  mit zusammenhängenden Fasern. Dann ist die induzierte Abbildung  $\text{col}_i X_i \rightarrow \text{col}_i Y_i$  final, surjektiv und hat zusammenhängende Fasern.*

*Beweis.* Die Surjektivität ist offensichtlich (nimm ein Urbild unter einem geeigneten  $Y_i \rightarrow \text{col}_i Y_i$ , dann unter  $X_i \twoheadrightarrow Y_i$  und dann dessen Inklusion nach  $\text{col}_i X_i$ ). Ist die Komposition  $\text{col}_i X_i \rightarrow \text{col}_i Y_i \rightarrow Z$  stetig, so sind alle

$$X_i \rightarrow \text{col}_i X_i \rightarrow \text{col}_i Y_i \rightarrow Z = X_i \rightarrow Y_i \rightarrow \text{col}_i Y_i \rightarrow Z$$

stetig, und die Stetigkeit von  $g$  folgt daraus, dass Kompositionen finaler Abbildungen final sind und  $\text{col}_i Y_i$  folglich die Finaltopologie bezüglich aller  $X_i \rightarrow \text{col}_i Y_i$  trägt.

Für den Zusammenhang der Fasern sei  $y \in \text{col}_i Y_i$ ,  $F_i \subset Y_i$  die Faser von  $y$  unter  $Y_i \rightarrow \text{col}_i Y_i$  und  $G_i \subset X_i$  das Urbild von  $F_i$ . Die beiden Kolimites sind Quotienten der disjunkten Vereinigung über das System nach einer von den Systemmorphisme herrührenden Äquivalenzrelation. Ist  $y_i \sim f(y_j)$  mit  $y_i \in F_i$  und  $f : Y_i \rightarrow Y_j$  einem Systemmorphismus eine erzeugende Relation, so sind auch die Zusammenhangskomponenten von  $ZK(y_i)$  und  $ZK(f(y_i))$  in  $\text{col}_i X_i$  nicht disjunkt:

$\square$

In guten Konstruierbarkeitssituationen lässt sich auch eine geometrische Formulierung schwacher  $|\mathcal{K}|$ -Konstruierbarkeit angeben:

**Definition 0.22.** In einer Konstruierbarkeitssituation  $p : |\mathcal{K}| \rightarrow \mathcal{K}$  heißt eine Garbe  $F \in \text{Ab}_{/|\mathcal{K}|}$  geometrisch schwach  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbar, falls die Einschränkungen  $F|_{|\sigma|}$  konstant sind für alle Urbilder  $|\sigma| = p^{-1}(\sigma)$  von Punkten  $\sigma \in \mathcal{K}$ .

### 0.1. SCHWACH KONSTRUIERBARE GARBEN AUF SIMPLIZIALEN MENGEN 7

**Proposition 0.23.** *Ist in einer Konstruierbarkeitssituation  $p : |\mathcal{K}| \rightarrow \mathcal{K} \dots$  so ist für eine Garbe  $F \in \mathbf{Ab}_{/|\mathcal{K}|}$  äquivalent:*

1.  *$F$  ist  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbar.*
2.  *$F$  ist geometrisch schwach  $|\mathcal{K}|$ -konstruierbar.*

Das ist der fehlende Teil von ??.

*Beweis.* Die Richtung  $1 \Rightarrow 2$  folgt wieder aus 0.18 (3) und ?? wegen  $|\sigma| \subset U(\sigma)$ .

Für die umgekehrte Richtung □