



**TECHNIQUES
DE L'INGÉNIEUR**

Réf. : **BM7020 V1**

Cotation fonctionnelle

Date de publication :
10 avril 1999

Cet article est issu de : **Génie industriel | Conception et Production**

par **François VILLARS**

Pour toute question :
Service Relation clientèle
Techniques de l'Ingénieur
Immeuble Pleyad 1
39, boulevard Ornano
93288 Saint-Denis Cedex

Par mail :
infos.clients@teching.com
Par téléphone :
00 33 (0)1 53 35 20 20

Document téléchargé le : **11/05/2024**

Pour le compte : **7200023220 - universite de lorraine // 193.50.135.4**

© Techniques de l'Ingénieur | Tous droits réservés

Cotation fonctionnelle

par **François VILLARS**

*Ingénieur diplômé de l'École centrale de Lyon
Responsable calcul boîtes de vitesses chez PSA Peugeot-Citroën*

1. Appellations courantes	BM 7 020 - 2
1.1 Ensemble-épure.....	— 2
1.2 Qualité des pièces.....	— 2
1.3 Dessins et cotes	— 3
1.4 Cotation arbitraire.....	— 3
1.5 Cote fonctionnelle. Prescription fonctionnelle	— 4
1.6 Exemples simples de cotations convenables.....	— 8
1.7 Cotes unilimites	— 11
2. Théorèmes de G. Michel	— 13
2.1 Théorème I	— 13
2.2 Théorème II	— 13
2.3 Théorème III	— 13
2.4 Théorème IV	— 14
2.5 Théorème V	— 14
2.6 Théorème VI	— 14
3. Considérations sur la cotation fonctionnelle	— 14
3.1 Inanité et nocivité de l'indication d'une tolérance générale	— 14
3.2 Exemple courant : profondeur des trous taraudés.....	— 15
4. Transferts de cotes	— 16
4.1 Exemples	— 16
4.2 Double transfert	— 18
5. Autres notions	— 18
5.1 Axes fonctionnels de portées	— 18
5.2 Surfaces réputées planes.....	— 18
5.3 Éléments coniques d'assemblage.....	— 19
5.4 Surfaces inclinées.....	— 20
6. Conclusion	— 21
Références bibliographiques	— 22

La **cotation fonctionnelle** est basée sur l'étude approfondie et exhaustive des conditions d'aptitude à l'emploi du produit, dont elle permet de définir les dimensions des éléments fonctionnels et leur position relative, par une cotation ni insuffisante, ni surabondante.

Pour travailler correctement, il faut d'abord faire une étude fonctionnelle de l'ensemble étudié à l'aide des méthodes appropriées (analyse fonctionnelle...). Cela permettra de définir les fonctions réelles à satisfaire et facilitera la constitution d'une liste de « chaînes de cotes » à vérifier.

Il faut se rappeler également que la « cotation fonctionnelle » doit être prise au sens large c'est-à-dire que, en plus des cotes et tolérances, elle englobe toutes les autres spécifications pourvu qu'elles soient fonctionnelles parce que conditionnant l'aptitude à l'emploi (tolérancement géométrique, matériau, caractéristiques mécaniques, chimiques, états de surface, etc.) et même celles conditionnant la vendabilité : fiabilité, aspect, sécurité (pas d'arêtes coupantes).

Toutefois, il ne faut pas être trop puriste car à vouloir rester fonctionnel, on risque fort d'oublier des conditions qui sont implicitement contenues dans la prescription méthode : tenue à la température qui peut exclure certaines matières plastiques, tenue à la corrosion (acier, magnésium) ou à l'huile (pour les embrayage et synchroniseur de boîte de vitesses).

Le but de cet article est de faire progresser la compréhension de la notion de fonctionnel dans la cotation des dessins techniques émis par les bureaux d'étude, surtout des dessins de détails, dits **dessins de définition** (du produit fini).

Dans cet article **toutes les cotes sont en millimètres** et, dans ce domaine, il est d'usage pour ne pas alourdir l'écriture d'indiquer les valeurs sans unités.

1. Appellations courantes

Pour comprendre le domaine d'application de la cotation fonctionnelle, il est nécessaire de bien faire la différence entre les différents dessins utilisés dans l'industrie (ensemble-épure, dessin de définition, dessin de fabrication), leur rôle dans l'obtention du produit, et ce qu'on entend par pièce bonne ou mauvaise en fonction du coût minimal de production. De ces notions apparaîtront facilement les avantages de la cotation fonctionnelle par rapport à la cotation classique (ou arbitraire) et les rôles respectifs du bureau d'étude et du bureau des méthodes dans la cotation des pièces.

La consultation de la norme NF E 04-550 « Dessins techniques : cotation et tolérancement fonctionnels » sera très utile, en particulier pour les définitions de certains termes partiellement reprises ici [1].

1.1 Ensemble-épure

1.1.1 Importance de l'ensemble-épure

Un projet fait l'objet d'une étude avec choix de solutions par un dessinateur projeteur. Le résultat en est un tracé d'ensemble-épure ou plan d'ensemble : il représente la création dans tous ses détails, avec repérage des pièces, dimensionnement en cotes nominales ; sur ce tracé paraissent *les jeux et leurs limites*, qui serviront à déterminer les écarts de dimensions admissibles.

Ce projet est alors transféré à un dessinateur détaillant pour exécution des plans des pièces de détail qu'on appelle **dessins de définition**.

À ce stade, des options ont déjà été prises qui conditionnent le travail méthode. Il serait donc logique que le bureau d'étude ait déjà commencé la concertation avec les méthodes. En effet, suivant le choix d'une technique monopiece (coulée, frittée...) ou multipièce (décolletage plus soudage), le dessin ne sera pas le même, par exemple sur la façon de nervurer une pièce pour la renforcer ou l'empêcher de vibrer.

Si l'ensemble-épure est bien établi, le détaillant (**dessinateur de définition**) a peu de questions à poser. Au contraire, si l'ensemble-épure comporte des lacunes, le dessinateur de définition risque de commettre des bévues s'il ne se renseigne pas et ne prend pas la peine de compléter l'ensemble-épure.

Exemples :

- circuit de graissage non représenté ;
- tel débattement non tracé ;
- tel jeu non indiqué.

Cet ensemble-épure est une référence. Il est accompagné :

- d'un dossier complet de l'étude ;
- d'une nomenclature analytique ;
- autant que possible, d'un accord de la personne qui a posé le problème.

1.1.2 Dossier complet

Ce dossier comprend :

- les notes d'enquêtes, de recherche de faits, de dénombrements, d'analyse fonctionnelle ;
- les notes de calcul ;
- le schéma de la solution ;
- les schémas d'autres solutions admissibles ;
- les schémas des solutions non retenues avec motif du refus.

1.1.3 Nomenclature analytique

C'est la liste de toutes les pièces de détail composant l'ensemble, dans l'état où elles sont susceptibles d'exister avant assemblage. Cette liste doit être absolument complète. Elle permet :

- d'attribuer à chacune d'elles un numéro de classement. Le meilleur moyen de l'établir, sans risque d'oubli ou de double emploi, est de parcourir chaque fonction (ou chaîne cinématique) ;

Exemple : allumage, alimentation, démarrage, accélération, débrayage.

- de définir les appellations exactes de chaque élément ;
- de rappeler les matières admissibles et, éventuellement, les poids ;
- au dessinateur détaillant, de pointer quels sont les dessins existant déjà, ceux à faire, l'ordre dans lequel les faire, et de tenir un état prévisionnel d'avancement.

1.1.4 Accord de la personne qui a posé le problème

Cet accord est d'autant plus nécessaire que le choix peut être le résultat d'un débat contradictoire où les intéressés ne font pas l'unanimité, et, à la limite, le fait d'un décideur qui peut avoir des raisons d'ordre tactique ou stratégique d'imposer sa solution.

1.2 Qualité des pièces

La qualité d'une pièce doit être appréciée par rapport à l'usage qui en est fait dans l'ensemble complet, et non par rapport à un dessin dont la cotation peut avoir été établie arbitrairement, comme défini plus loin (§ 1.4.1). D'où la distinction ci-après entre pièces confor-

mes et pièces bonnes. La recherche du meilleur prix de revient consiste à produire le maximum de pièces bonnes à l'emploi, même si elles ne sont pas exactement conformes au plan.

L'existence de conditions inutiles sur les plans, notamment au point de vue dimensionnel, peut conduire un service de contrôle non averti à refuser des pièces qui auraient donné satisfaction à l'emploi.

C'est de cette idée que découle la cotation fonctionnelle : **éliminer du dessin de définition toutes les contraintes non exigées par l'emploi de la pièce dans l'ensemble projeté.**

Pièce conforme : pièce satisfaisant complètement le dessin, bon ou mauvais. Elle est acceptée par le contrôle.

Pièce non conforme : pièce ne satisfaisant pas complètement le dessin, bon ou mauvais. Elle est refusée par le contrôle.

Pièce bonne : pièce conforme ou non conforme, remplissant néanmoins toutes les conditions d'aptitude à l'emploi. Lorsqu'elle n'est pas conforme, la pièce bonne est néanmoins refusée par le contrôle.

Pièce mauvaise : pièce conforme ou non conforme, ne remplissant pas toutes les conditions d'aptitude à l'emploi. Lorsqu'elle est conforme, la pièce mauvaise est néanmoins acceptée par le contrôle.

1.3 Dessins et cotes

1.3.1 Dessin de définition

Il s'agit d'un dessin définissant, complètement et sans ambiguïté, les exigences fonctionnelles auxquelles doit satisfaire le produit dans l'état de finition prescrit (ce n'est pas nécessairement l'état définitif du produit, par exemple pièce de fonderie et pièce avant revêtement). Ce dessin fait partie des documents qui font foi dans les relations entre les parties contractantes. Il satisfait à la double condition :

- ne pas permettre d'accepter de pièces mauvaises ;
- ne pas faire refuser de pièces bonnes.

Néanmoins, l'aspect du produit, la matière, certaines formes ou dimensions peuvent être imposés plus ou moins arbitrairement. Si l'ensemble étudié est fabriqué en grande série et fait l'objet de prototypes, il faudrait vérifier l'aptitude des pièces aux extrêmes des tolérances de toutes les cotes dans toutes les combinaisons entre elles, ce qui est souvent impossible (coût, délai) et peut hélas amener à limiter certaines tolérances à ce qui a été essayé.

Il faut bien se rendre compte que c'est à ce moment que l'essentiel est fixé : toute exigence inutile se traduira par une augmentation de prix, de poids...

Le dessin de définition constituant un ordre impératif, le produit défini doit pouvoir être réalisé en un lieu quelconque, à une époque quelconque et par des moyens quelconques. Ce dessin exige donc souvent la collaboration des méthodes.

Le dessinateur ne doit plus être axé sur tel moyen qui lui semble bon, mais qui semblera médiocre et coûteux à l'exécutant. Cela exige que le dessinateur de définition connaisse tous les moyens existants de production.

À cause de cela, le dessin de définition est celui qui donnera les pièces les meilleures et les moins chères.

1.3.2 Dessin limite

C'est un **dessin fonctionnel absolu**, donnant les plus larges possibilités d'obtention.

Exemple : matière à utiliser fonte ou acier coulé, matricé ou soudé, avec limites d'encombrement, de poids, de contraintes, etc., sans conditions arbitraires dimensionnelles ou autres.

Ce dessin est très difficile à établir d'emblée puisqu'il fait abstraction de toutes idées préconçues. C'est le fruit d'une collaboration étroite avec le bureau des méthodes. Il est généralement établi progressivement, au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de pièces fabriquées, en vue de l'utilisation de nouveaux moyens de fabrication.

1.3.3 Cote

Elle prend en général (l'exception étant la cote absolue) la forme d'une valeur minimale (23 mini), d'une valeur maximale (25 maxi) ou des deux. Dans ce dernier cas, elle comprend une valeur nominale, une tolérance minimale et une tolérance maximale : $a_{-a_2}^{+a_1}$. En notant : 32_{-1}^{+3} , 30_{+1}^{+4} , 33_{-2}^{+2} , on a trois écritures de la même définition. En particulier, la valeur nominale a est arbitraire.

Dans ce cas, on peut utiliser la deuxième forme pour coter un contenant destiné à recevoir un contenu de 30 maxi qui rentre avec un jeu minimal de 1.

La troisième (forme symétrique) est d'un intérêt plus faible depuis l'utilisation des calculatrices. Elle peut faciliter les transferts de cotes et la programmation des machines d'usinage à commande numérique (le déplacement est celui de la cote nominale ; la tolérance est celle de la précision de la machine). Cela montre l'intérêt de logiciels capables de lire les cotes et tolérances des dessins réalisés en CAO ou DAO, comme c'est déjà le cas de certains logiciels de contrôle.

On définit l'**intervalle de tolérance** (IT) comme :

$$IT = a_{\text{maxi}} - a_{\text{mini}} = a + a_1 - (a - a_2) = a + a_1 - a - (-a_2) = a_1 + a_2$$

1.4 Cotation arbitraire

1.4.1 Définition

C'est une cotation dans laquelle les cotes et tolérances sont choisies sans raison d'aptitude à l'emploi du produit, ou sans raison bien définie, ou simplement pour satisfaire les recommandations lues dans certains manuels ou enseignées :

a) définir les formes et les positions de toutes les surfaces de la pièce par décomposition en éléments géométriques juxtaposés, en vue de son exécution par l'ouvrier, pour éviter des calculs à l'ouvrier, en vue d'un procédé d'usinage (sous-entendu : du procédé que vous connaissez ou que vous voulez imposer) ;

b) n'inscrire des cotes que directement mesurables avec les instruments banaux (pied à coulisse, vernier de tour, etc.) ;

c) indiquer une tolérance générale, pour éviter d'inscrire une tolérance à chaque cote ;

d) totaliser les cotes partielles ;

e) ne pas mettre de tolérances *aux cotes sans importance*.

1.4.2 Exemple

Soit la pièce composée de 3 éléments cylindriques coaxiaux juxtaposés (figure **1a**).

Elle comporte 2 faces extrêmes (a et d) et 2 faces intermédiaires (b et c) dont les positions peuvent être déterminées en choisissant 3 cotes parmi les 6 possibles.

Il y a $C_6^3 = 20$ combinaisons possibles des 3 cotes (figure **1b**). On peut vérifier que 16 d'entre elles définissent les positions relatives des 4 faces et que les 4 autres, celles encadrées, n'en définissent que 3.

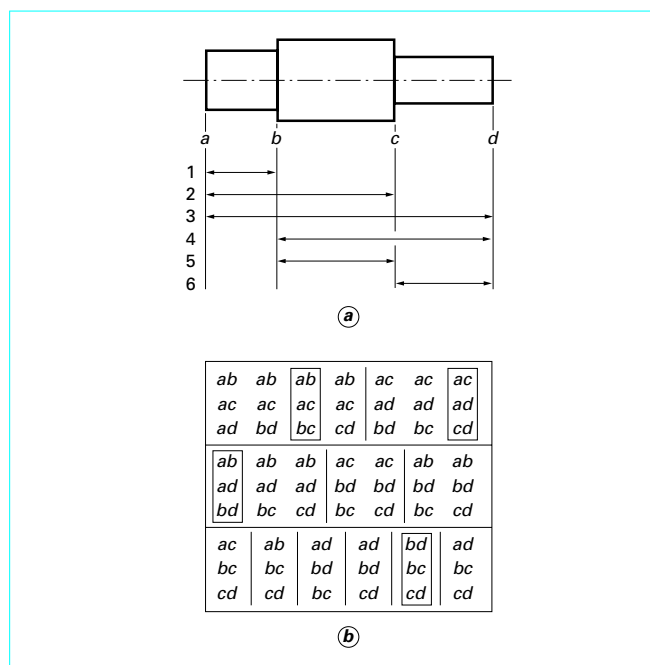


Figure 1 – Cotation arbitraire

Le dessinateur choisit une combinaison de 3 cotes définissantes :

- si le choix est fait au hasard la probabilité de coter convenablement est de 1/16 ;
- un choix selon les recommandations du paragraphe 1.4.1a, conduit à une probabilité du même ordre ;
- en appliquant les recommandations du paragraphe 1.4.1b, la probabilité diminue sensiblement ;
- en suivant les recommandations des paragraphes 1.4.1d et 1.4.1e, la probabilité est à peu près nulle.

La bonne cotation ne peut être précisée ici puisqu'on ne connaît pas les fonctions de cette pièce.

1.4.3 Application

Soit un axe utilisé de 3 façons différentes (figure 2).

Chaque figure met en évidence les jeux A et B qu'il est nécessaire de respecter pour que la pièce puisse remplir sa fonction. On en déduit les cotes fonctionnelles A_3 et B_3 qui varient pour chaque fonction de cette même pièce.

À la vue du plan coté d'une de ces 3 façons, on ne peut juger que la cotation est correcte que si on connaît la fonction à remplir.

1.5 Cote fonctionnelle. Prescription fonctionnelle

Il s'agit de cote ou de prescription imposée par une condition élémentaire d'aptitude à l'emploi, et nécessaire et suffisante pour satisfaire celle-ci.

1.5.1 Cotation fonctionnelle, cote, indication non fonctionnelle

Le procédé de **cotation fonctionnelle** n'utilise que des cotes fonctionnelles et, par extension, des prescriptions fonctionnelles.

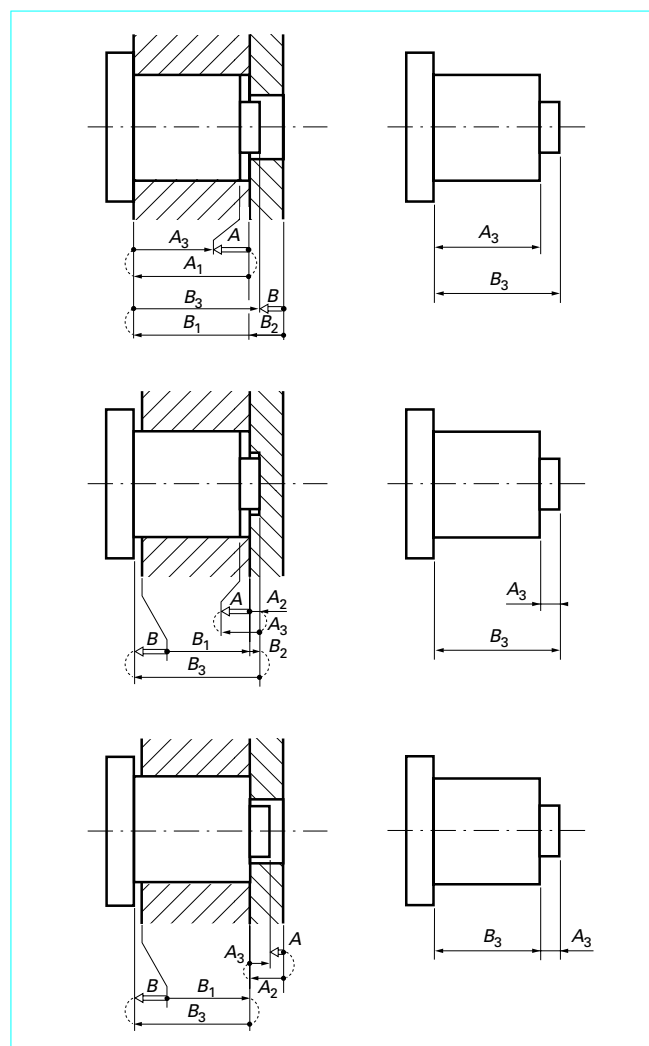


Figure 2 – Cotation d'un axe épaulé

La **cote** ou l'**indication non fonctionnelle** est mise arbitrairement et sans raison directe d'aptitude à l'emploi, tels la longueur d'un axe, d'un goujon, l'altitude d'un plafond, le poids d'une pièce *brute*, le diamètre d'un bossage de fonderie si c'est une épaisseur de matière autour du trou que l'on veut.

1.5.2 Cote absolue et forme absolue

La **cote absolue** est une cote sans tolérance pouvant pratiquement être matérialisée par un vérificateur ayant un degré de précision d'ordre supérieur. Cette cote est encadrée (par exemple [10]).

On peut utiliser ce genre de cote de différentes façons :

- pour indiquer une cible, par exemple la position du centre d'un trou. Dans ce cas, elle est obligatoirement associée à une tolérance de positionnement car la fabrication ne peut réaliser une cote avec une tolérance strictement nulle (figure 3a) ;
- pour se ramener dans un repère de cotation plus intuitif à comprendre (figure 3b) ;
- pour limiter l'encombrement d'une pièce (cf. figure 47) ;
- pour définir un plan de mesure sur une pièce conique (cf. figures 47, 48, 49).

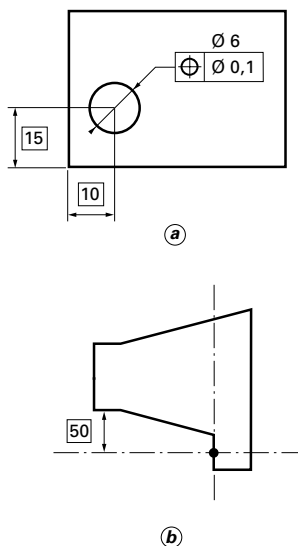


Figure 3 – Utilisation des cotes absolues

La **forme absolue** est une forme cotée sans tolérance, pouvant être concrétisée par un vérificateur précis.

1.5.3 Chaîne de cotes

1.5.3.1 Définition

Chaîne de cotes : formule algébrique donnant en résultat le jeu recherché et reliant par des opérateurs (+, -, ×, /, sin...) des cotes figurant sur les plans des pièces, par exemple la position d'un basculeur (cf. figure 5).

On peut distinguer les chaînes de cotes en variantes linéaires, surfaciques et volumiques suivant qu'elles s'étendent suivant une, deux ou trois dimensions.

Chaîne de cotes linéaire : somme de cotes mises bout à bout en série permettant de connaître la distance d'un plan de départ P à un plan d'arrivée Q parallèle à P ; chaque cote est affectée d'une tolérance et d'un signe + ou - fonction du sens dans lequel on la parcourt.

1.5.3.2 Exemple de chaîne linéaire

Calculer le jeu J entre les plans P et Q et ses variations, les cotes a_{-a2}^{+a1} , b_{-b2}^{+b1} , c_{-c2}^{+c1} , d_{-d2}^{+d1} étant connues avec leurs tolérances (figure 4a).

J est représenté par un vecteur allant du plan P au plan Q . On définit un sens positif. Si celui-ci correspond au sens de J (cas de la figure 4a), il y aura du jeu lorsque le résultat de la chaîne de cotes sera positif et du serrage lorsqu'il sera négatif. Inversement, si J est de sens négatif, un résultat positif correspondra à du serrage, un résultat négatif à du jeu. Après interprétation, le résultat est bien sûr le même dans les deux cas mais la première solution est plus simple à comprendre intuitivement.

En utilisant les relations vectorielles, on écrit la chaîne de cotes :

$$\vec{J} = \vec{PQ} = \vec{PA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CQ}$$

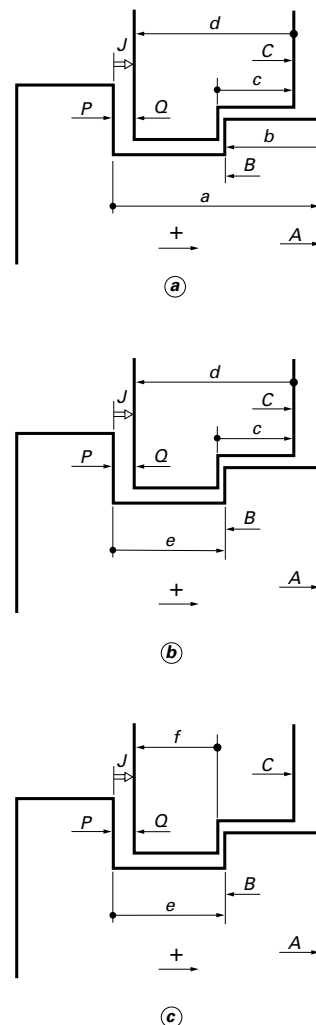


Figure 4 – Recherche de la chaîne de cotes la plus courte

d'où il résulte :

$$J = a - b + c - d$$

J sera maximal lorsque les cotes précédées du signe + seront maximales et celles précédées du signe - seront minimales :

$$J_{\max} = a_{\max} - b_{\min} + c_{\max} - d_{\min}$$

Inversement :

$$J_{\min} = a_{\min} - b_{\max} + c_{\min} - d_{\max}$$

d'où :

$$J = (a - b + c - d)_{-(a_2 + b_1 + c_2 + d_1)}^{+(a_1 + b_2 + c_1 + d_2)}$$

et :

$$\begin{aligned} ITJ &= J_{\max} - J_{\min} = (a_1 + b_2 + c_1 + d_2) + (a_2 + b_1 + c_2 + d_1) \\ &= a_1 + a_2 + b_1 + b_2 + c_1 + c_2 + d_1 + d_2 \\ &= ITa + ITb + ITc + ITd \end{aligned}$$

Si la variation de J est trop étendue, il faut réduire dans le sens convenable l'écart sur une ou plusieurs cotes.

Dans le cas de la figure **4a**, le jeu J dépend d'une chaîne comprenant 4 termes.

Moins la chaîne comporte de termes, moins il y a de cotes et de tolérances à satisfaire et plus les tolérances peuvent être larges.

En remplaçant les cotes $+a$ et $-b$ par la cote $+e$ (figure **4b**), la chaîne s'établit ainsi :

$$J = e + c - d$$

Et en remplaçant $+c$ et $-d$ par $-f$ (figure **4c**), la chaîne devient :

$$J = e - f$$

Cette dernière cotation est la plus directe : elle est **fonctionnelle**. Elle garantit de la façon la plus économique la condition du jeu J . Les cotes e et f doivent figurer sur les dessins de définition de chaque pièce.

S'il n'y a qu'une fonction à satisfaire, la chaîne de cotes la plus courte est celle où il y a une cote par pièce. S'il y a plusieurs fonctions, cette règle n'est plus valable. En général, on commencera par les chaînes où la tolérance admissible sur le jeu est la plus faible pour finir par celles où elle est la plus élevée.

1.5.3.3 Exploitation statistique

Pour calculer les jeux maximal et minimal, nous avons considéré que toutes les pièces étaient aux extrêmes défavorables de leur tolérance et nous avons fait la somme arithmétique des dispersions élémentaires permises sur chaque pièce. Mais, dans un assemblage réel, le jeu est la somme algébrique des pièces le constituant : la probabilité que toutes les pièces soient aux extrêmes défavorables doit être calculée.

En fait, la fabrication en série réalise les cotes avec une loi de probabilité autour d'une moyenne ([R 1 305] *Contrôle dimensionnel en production de série*). Les calculs de chaînes de cotes doivent donc être faits en intégrant les statistiques ce qui était autrefois difficile mais que les calculatrices et les ordinateurs permettent maintenant assez facilement.

1.5.3.3.1 Exemples de loi de probabilité

On admet en général (mais il est prudent de le vérifier) que les cotes usinées suivent une loi normale ou loi de Laplace-Gauss caractérisée par une moyenne m et un écart type σ tels que 997,3 cotes sur 1 000 auront leur valeur comprise entre $m - 3\sigma$ et $m + 3\sigma$.

Par contre, la position d'une vis dans son trou a peu de chances d'en suivre une et va être fonction du mode opératoire de montage. Si la pièce vissée pend sous son poids, la vis sera toujours excentrée du même côté dans le trou. Il en est de même pour les défauts de forme.

Dans ce qui suit, nous supposons que les cotes suivent la loi normale. Si ce n'est pas le cas, les calculs sont plus compliqués et il faut utiliser des tirages aléatoires (méthode de Monte Carlo).

Nous noterons que, pour des variables indépendantes, on démontre que la somme de deux lois normales (m_1, σ_1) et (m_2, σ_2) est une loi normale de moyenne $m = m_1 + m_2$ et d'écart type

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}.$$

1.5.3.3.2 Relation entre IT et σ

Au départ, au bureau d'étude, on définit l'IT d'une cote comme valant 6σ , ce qui signifie que le fabricant fera 997,3 pièces sur 1 000 dans la tolérance donc 2,7 pièces sur 1 000 hors tolérance soit 1,35 inférieures au minimum et 1,35 supérieures au maximum. Ceci correspond à un $C_p = 1$ (**coefficient de capacité**).

1.5.3.3.3 Conséquences

Considérons le cas d'un ensemble de $n = 5$ pièces différentes juxtaposées et que chaque pièce ayant une tolérance de $ITa = 0,4$ mm ($6\sigma = 0,4$ mm donc 2,7 pièces sur 1 000 sont « hors tolérances »).

Par la méthode habituelle, on annoncerait comme dispersion $5 \times 0,4 = 2$ mm. En fait (les calculs théoriques sont détaillés ci-après), la dispersion de l'ensemble ne dépassera $\sqrt{5} \times 0,4 = 0,9$ mm que sur 2,7 ensembles sur 1 000 ; elle dépassera $0,9 \times 1,3 = 1,17$ mm dans 1 ensemble sur 10 000 et 2 mm dans bien moins d'un ensemble sur 1 milliard.

Inversement, si le besoin est de 2 mm sur l'ensemble, il suffit sur chaque pièce de tenir un ITs de 0,9 mm soit $2,25 \times 0,4$ ou, avec un risque de 1/10 000, $ITs_1 \approx 0,7$ mm soit $1,5 \times 0,4$ ce qui est donc notablement plus large que la tolérance d'origine (0,4 mm).

■ Calcul théorique

Examinons le cas où les n cotes sont indépendantes et ont le même intervalle de tolérance.

Dans le **calcul habituel dit arithmétique**, la tolérance sur le jeu sera annoncée égale à la somme des IT de chaque cote soit :

$$ITJ = IT \times n = 6\sigma n$$

Inversement, on en déduit, en appelant ITa l'IT de chaque pièce :

$$ITa = ITJ/n$$

Dans le **calcul statistique**, le jeu aura pour moyenne la somme des moyennes et pour écart type $\sigma\sqrt{n}$.

Cela signifie que, dans 997,3 cas sur 1 000, le jeu sera compris dans un intervalle de $6\sigma\sqrt{n}$.

Inversement, on en déduit :

$$ITs = ITJ/\sqrt{n}$$

Si le nombre d'ensembles fabriqués chaque jour est important (5 000 par exemple), il y aura 15 ensembles par jour en dehors de cet intervalle ; ceci est trop important et il faut utiliser les formules de probabilités pour garantir plus de jeux conformes.

Par exemple, si au lieu de 2,7/1 000 de non-satisfaisants, on en veut 1/10 000, la table de la loi normale donne 7,78 ce qui signifie :

$$ITJ = 7,78 \sigma\sqrt{n} \approx 1,3 \times 6\sigma\sqrt{n}$$

d'où :

$$ITs_1 = ITJ/(1,3\sqrt{n})$$

Si toutes les pièces n'ont pas le même IT, ce qui est le cas le plus fréquent, le principe de calcul est le même mais il ne peut pas être simplifié en comptant le nombre de cotes comme cela était souvent fait avant la vulgarisation des calculatrices mais ne peut actuellement se justifier que pour une esquisse d'avant-projet. Il faut faire la somme des carrés des IT et en prendre la racine.

1.5.3.4 Application à une chaîne de cotes surfacique

Prenons le cas simplifié d'un basculeur (figure **5**) muni à ses extrémités d'une partie arrondie. Il n'est pas tenu compte ici du jeu du basculeur dans son axe.

Nous cherchons la cote J entre une extrémité et la face de référence connaissant la cale contre laquelle le basculeur est appuyé de l'autre côté.

Soit (figure **6**) T le centre du basculeur, S la projection de T sur la face de référence.

Soit R le centre du cercle du côté du jeu J , P la projection de R sur la face de référence.

Soit V l'intersection entre RT et la perpendiculaire à la face de référence passant par le centre du cercle côté cale, U la projection de V sur la face de référence.

Mechanical Advantage											
Dimension analysée		J	Valeur :		99,880 mm						
Analyse statistique	Taux d'échec (ppm)	% dans la tolérance	Cp	Cpk	Tol maxi	Tol mini	Val maxi	Val mini	Types inclus		
Cas arithmétique estimé			2,1249	2,1249	0,38400	− 0,44482	100,26	99,435	D,A		
Taux échecs :											
à + / − 3,00 Sigma	2700	99,73	1,0000	N / A	0,16462	− 0,22544	100,04	99,655	Tout		
à + / − 4,00 Sigma	63	99,9937	1,3333	N / A	0,22963	− 0,29045	100,11	99,590	Tout		
à + / − 5,00 Sigma	0,574210	99,999943	1,6667	N / A	0,29464	− 0,35546	100,17	99,525	Tout		
à + / − 6,00 Sigma	0,001980	99,99999980	2,0000	N / A	0,35965	− 0,42047	100,24	99,460	Tout		
à l'objectif	164633	83,54	0,51275	0,35682	0,10000	− 0,10000	99,980	99,780	Tout		
Taux échec Monte Carlo linéaire (échantillon : 5000)		Moyenne : 99 ,851		Variance : 0,00417							
de 0,135 % à 99,865 %	2700	99,73	1,0000	N / A	0,16256	− 0,23246	100,04	99,648	Défauts		
à l'objectif	159400	84,06	0,50629	0,34772	0,10000	− 0,10000	99,980	99,780	Défauts		
Données					Résultats						
#	Nom	Valeur	Tolérance haute	Tolérance basse	Type	Sigma	MC	Sensibilité	Contribution	Contribution haute	Contribution basse
1	C	10,000 mm	+ 0,10000	− 0,10000	D	3,00	NM	− 1,20	37,9 %	+ 0,120000	− 0,120000
2	A	20,000 mm	+ 0,10000	− 0,10000	D	3,00	NM	− 1,00	26,3 %	+ 0,100000	− 0,100000
3	F	110,10 mm	+ 0,05000	− 0,10000	D	3,00	NM	− 1,20	21,3 %	+ 0,120000	− 0,060000
4	B	0,0 mm	+ 0,10000	0,0	D	3,00	NM	− 1,20	9,5 %	0,0	− 0,120000
5	G	120,00 mm	+ 0,02000	− 0,02000	D	3,00	NM	2,20	5,1 %	+ 0,044000	− 0,044000
6	D	50,000 mm	0,0	− 0,30000	D	3,00	NM	0,002	0,0 %	0,0	− 0,000720
7	E	60,000 mm	+ 0,05000	0,0	D	3,00	NM	− 0,002	0,0 %	0,0	− 0,000100

Figure 7 – Calcul du basculeur. Tableau d’analyse des tolérances simplifié (avec le logiciel Mechanical Advantage)

calcul soit 83,54 % par la méthode linéaire simplifiée et 84,06 % en faisant une analyse avec 5 000 tirages.

On remarque que par le calcul « classique », on annonce une tolérance de 0,38 + 0,44 = 0,82 mais que le risque de dépasser 0,23 + 0,29 = 0,52 n’est que de 63 ensembles sur un million.

■ Précautions

Pour simplifier l’exemple présenté figure 7, nous avons mis une valeur nulle à certaines tolérances dont le logiciel Mechanical Advantage tient fort logiquement compte. Par exemple (figure 8) la cale utilisée a un défaut de parallélisme de ses faces. S’il est de 0,05 mm, il s’ajoute aux autres contributeurs et, si dans cet exemple la contribution reste à une valeur faible (3,1 %), il existe beaucoup d’ensembles où ces défauts ne doivent pas être négligés.

La façon malheureusement classique de concevoir fait la somme arithmétique de tous les intervalles de tolérance et néglige des facteurs habituellement secondaires. Le contrôleur accepte des pièces hors tolérances car son expérience lui a montré qu’il n’y avait pas de conséquences fâcheuses.

Si on procède de la façon préconisée plus haut, il faut vérifier que les paramètres négligés peuvent bien l’être. On peut citer :

- les défauts de parallélisme et de perpendicularité ;
- les déformations sous efforts, les dilatations ;
- les tolérances des outillages de contrôle et les écarts de température.

Il faut aussi avertir l’ancien contrôleur car sinon, il appliquera le même laxisme aux nouvelles pièces et les problèmes suivront.

1.6 Exemples simples de cotations convenables

1.6.1 Une porte

La critique du dessin d’une porte entraîne les remarques suivantes :

Mechanical Advantage											
Dimension analysée			J	Valeur :		99,880 mm					
Analyse statistique			Taux d'échec (ppm)	% dans la tolérance	Cp	Cpk	Tol maxi	Tol mini	Val maxi	Val mini	Types inclus
Cas arithmétique estimé Taux échecs :					2,0915	2,0915	0,38400	− 0,44482	100,26	99,435	D,A
à + / − 3,00 Sigma			2700	99,73	1,0000	N / A	0,16773	− 0,22855	100,05	99,651	Tout
à + / − 4,00 Sigma			63	99,9937	1,3333	N / A	0,23378	− 0,29460	100,11	99,585	Tout
à + / − 5,00 Sigma			0,574210	99,999943	1,6667	N / A	0,29982	− 0,36064	100,18	99,519	Tout
à + / − 6,00 Sigma			0,001980	99,99999980	2,0000	N / A	0,36587	− 0,42669	100,25	99,453	Tout
à l'objectif			170183	82,98	0,50469	0,35122	0,10000	− 0,10000	99,980	99,780	Tout
Taux échec Monte Carlo linéaire (échantillon : 5000)				Moyenne : 99,849		Variance : 0,00423					
de 0,135 % à 99,865 %			2700	99,73	1,0000	N / A	0,18143	− 0,22197	100,06	99,658	Défauts
à l'objectif			168400	83,16	0,49579	0,36095	0,10000	− 0,10000	99,980	99,780	Défauts
Données							Résultats				
#	Nom	Valeur	Tolérance haute	Tolérance basse	Type	Sigma	MC	Sensibilité	Contribution	Contribution haute	Contribution basse
1	C	10,000 mm	+ 0,10000	− 0,10000	D	3,00	NM	− 1,20	36,7 %	+ 0,120000	− 0,120000
2	A	20,000 mm	+ 0,10000	− 0,10000	D	3,00	NM	− 1,00	25,5 %	+ 0,100000	− 0,100000
3	F	110,10 mm	+ 0,05000	− 0,10000	D	3,00	NM	− 1,20	20,6 %	+ 0,120000	− 0,060000
4	B	0,0 mm	+ 0,10000	0,0	D	3,00	NM	− 1,20	9,2 %	0,0	− 0,120000
5	G	120,00 mm	+ 0,02000	− 0,02000	D	3,00	NM	2,20	4,9 %	+ 0,044000	− 0,044000
6	Parallélisme	-----	0,05000	-----		3,00	N	0,700	3,1 %	+ 0,034976	− 0,034976
7	D	50,000 mm	0,0	− 0,30000	D	3,00	NM	0,002	0,0 %	0,0	− 0,000720
8	E	60,000 mm	+ 0,05000	0,0	D	3,00	NM	− 0,002	0,0 %	0,0	− 0,000100

Figure 8 – Calcul du basculeur. Tableau tenant compte du parallélisme, avec le logiciel Mechanical Advantage

— l'articulation sur trois paumelles est hyperstatique, donc difficile à réaliser économiquement : deux paumelles suffisent pour déterminer l'axe de pivotement ;

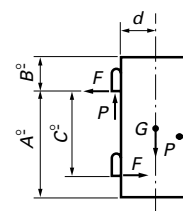
— le pivotement simultané sur trois paumelles, ou même sur deux à la fois, est surabondant. Une seule paumelle est suffisante pour réagir axialement.

La conclusion est qu'une porte doit être cotée comme sur la figure 9 si la paumelle supérieure est porteuse, à plus forte raison si la porte est préfabriquée.

Les tolérances sont déterminées en fonction des jeux minimaux nécessaires et maximaux pour aspect.

Les deux paumelles pourraient être différentes, l'une étant porteuse et l'autre non, et les composantes horizontales F étant inverses ($F = Pd/c$).

L'étude du fonctionnel amène à simplifier considérablement les structures tout en améliorant la qualité et la fiabilité. Elle assure l'interchangeabilité de chaque pièce.



La notation \pm (ou $\frac{+}{-}$) indique que la tolérance, non chiffrée, est uniquement au-dessous (ou au-dessus) du nominal.

Figure 9 – Cotation convenable d'une porte

1.6.2 Ensemble-épure simple

Se reporter à la figure 10.

1.6.2.1 L'axe est à coter en longueur (dessin de définition)

Les conditions d'assemblage sont :

- intervalles des flasques : $B = 60 \pm 0,04$;
- épaisseur de la pièce b : $20_{-0,04}^{-0,02}$;
- jeu $J = 0,01$ à $0,05$.

Les queues droite et gauche de l'axe ont des longueurs indépendantes l'une de l'autre et de la partie centrale de la pièce. Elles ignorent ce qui se trouve derrière leurs faces d'appui respectives.

1.6.2.2 Cotation fonctionnelle de la partie centrale (figure 11)

$$J = A - b \quad ; \quad ITJ = ITA + ITb$$

$$ITA = ITJ - ITb = 0,04 - 0,02 = 0,02$$

d'où : $A = 20 \pm 0,01$

L'assemblage satisfait bien le jeu :

$$J = 20 \pm 0,01 - 20_{-0,04}^{-0,02} = 0,01_{+0}^{+0,04}$$

1.6.2.3 Transfert de cotes

Un dessinateur non averti mettra par exemple des cotes directement mesurables en faisant inconsciemment un transfert de cotes (figure 12).

En supposant qu'il fasse attention à satisfaire la condition jeu, il devra resserrer les tolérances que la fabrication devra tenir et le contrôle imposer, pour obtenir $20 \pm 0,01$.

Dans ce cas $J = B - C - b$ donc : $ITJ = ITB + ITC + ITb$

d'où : $ITB + ITC = ITJ - ITb = 0,02$

soit par exemple :

$$ITB = ITC = 0,01$$

c'est-à-dire :

$$60 \pm 0,005 - 40 \pm 0,005 = 20 \pm 0,001$$

S'il ne le fait pas, son dessin fait accepter des pièces mauvaises.

1.6.2.4 Nouveau transfert de cotes

Partant de ce dessin mal coté, si le bureau des méthodes est amené à décoller la pièce, il est fort probable qu'il devra coter différemment en faisant un nouveau transfert de cotes (figure 13) permettant néanmoins de respecter le mauvais dessin :

$$60 \pm 0,0025 - 20 \pm 0,0025 = 40 \pm 0,005$$

Mais les pièces seront très difficiles à réussir. Il faudra une machine, des outils, un réglage très précis, un ouvrier très attentif, un contrôle quasi unitaire. Néanmoins, il y aura des lots de pièces hors cotes si la machine ne contrôle pas par elle-même. Le prix de revient des seules pièces bonnes sera très élevé (2 fois ou plus).

1.6.2.5 Cotation fonctionnelle des extrémités de l'axe

Condition : les flasques ont pour épaisseurs respectives D et E : l'une $10 \pm 0,5$, l'autre $12 \pm 0,5$.

1.6.2.6 Cotation parafunctionnelle ou fonctionnelle

Le lecteur admettra sans difficulté une cotation parafunctionnelle (figure 14).

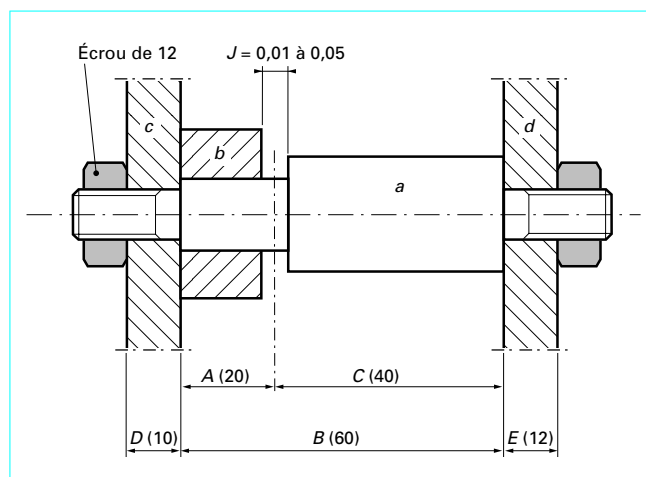


Figure 10 – Ensemble-épure simple

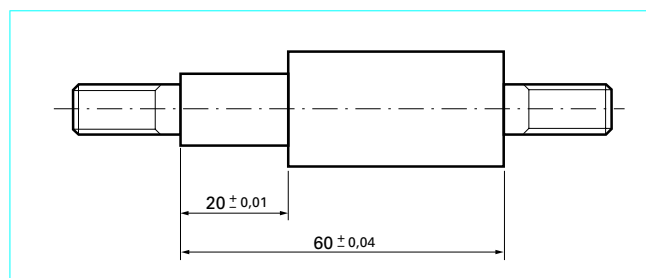


Figure 11 – Cotation fonctionnelle de la partie centrale de la figure 10

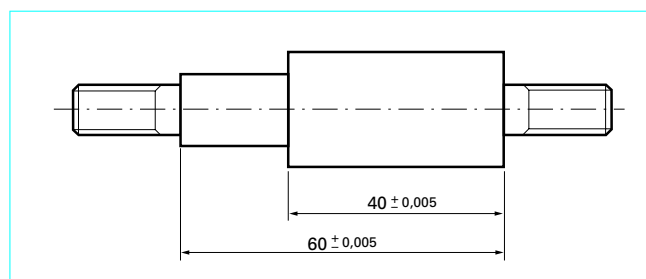


Figure 12 – Transfert de cotes

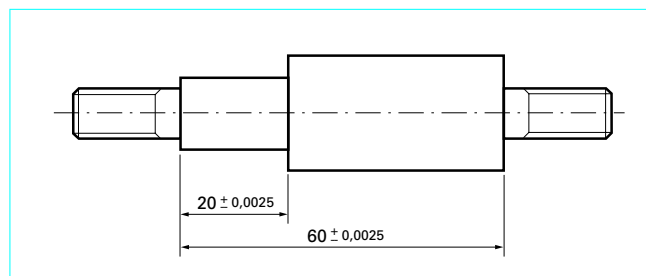


Figure 13 – Nouveau transfert de cotes

Mais admettra-t-il aussi aisément celle plus fonctionnelle parce que représentant mieux les véritables conditions voulues par l'aptitude à l'emploi (figure 15).

Ces deux cotations ne sont pas équivalentes, la deuxième, inhabituelle, est meilleure.

1.6.2.7 Cotation fonctionnelle totale de l'axe (longueur seulement)

Les limites des grands écarts ont été écrites maximales au-dessus, minimales au-dessous des lignes de cotes (maximums et minimums de matière) (figure 16).

Aucune cote n'est la somme de plusieurs autres, en particulier la longueur totale ne figure pas : non fonctionnelle, elle est indéfinissable sur le dessin de définition.

L'agent des méthodes choisira celle qui conviendra à son procédé d'obtention. Si la pièce est forgée, il n'en a pas besoin.

1.7 Cotes unilimites

1.7.1 Importance des cotes unilimites

Ce paragraphe est des plus importants pour la poursuite de l'étude du *fonctionnel* et de son assimilation. Il ne peut guère s'étudier que par la méthode des cas.

Au départ, parmi les conditions inhérentes à la pièce, il se trouve plus de conditions minimales que de maximales. La pièce doit au moins exister, au moins satisfaire telle exigence. La condition maximale est une limite due à l'encombrement, au poids, à l'aspect, par exemple :

$$3 \text{ mini} + 7 \text{ mini} < 12 \text{ maxi}$$

De même, parmi les conditions de liaison avec les autres pièces notées sur l'ensemble-épure, il y a souvent plus de minimums que de maximums :

$$\text{jeu mini} = 0,03$$

Il est donc compréhensible a priori que subsistent sur le dessin de définition plusieurs cotes unilimites avec prédominance de cotes minimales.

1.7.2 Exemple de cotes unilimites : ensemble-épure

1.7.2.1 Définition

Soit l'ensemble-épure (figure 17) représentant l'assemblage d'un moyeu claveté.

a) Trois pièces normalisées ont des dimensions et tolérances normales connues :

- la rondelle..... $c = 4 \pm 0,5$;
- l'écrou..... $d = 20 \pm 1$;
- la clavette..... $e = 50_{-1}^0$.

b) L'embase de l'arbre est située à 100 ± 1 d'une paroi P . On veut une garde de 0,5 au minimum (jeu).

c) La cote nominale du moyeu est 70 qui, affectée d'emblée d'une tolérance large, sera par exemple 70 ± 1 , sous réserve de vérification.

d) Les jeux (ou gardes) sont indiqués.

e) Les chaînes de cotes sont simples et évidentes.

1.7.2.2 Longueur A de la portée $\varnothing 1$

Cette longueur est bilimite :

- A_{mini} (expérimentale) = 65 ;
- $A_{\text{maxi}} = 70 - 1 = 68$.

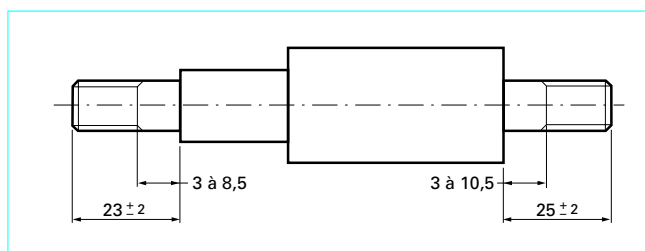


Figure 14 – Cotation parafunctionnelle

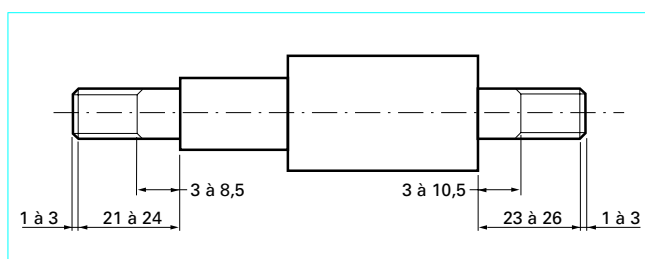


Figure 15 – Cotation fonctionnelle

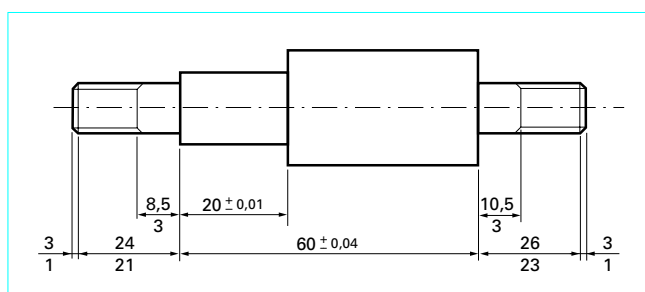


Figure 16 – Cotation fonctionnelle totale de l'axe

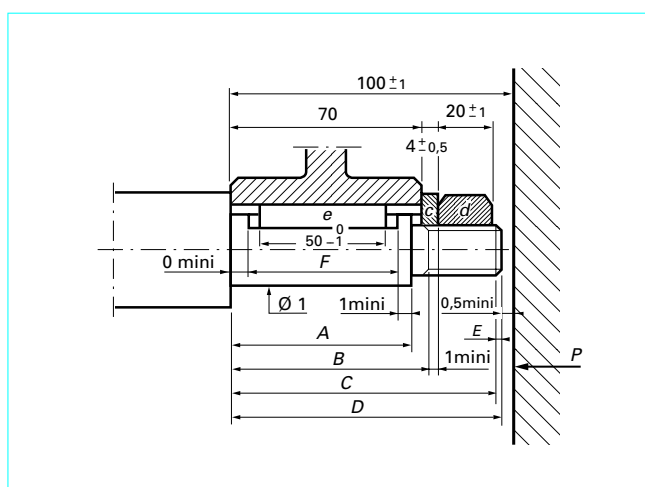


Figure 17 – Ensemble-épure

1.7.2.3 Longueur B au filet franc

Cette longueur est unilimite (plus petite que l'empilage minimal) :

$$B_{\max i} = 70^{-1} + 4 - 0,5 - 1 = 74 - 2,5 = 71,5$$

Une cote minimale n'a pas de raison directe d'aptitude.

1.7.2.4 Longueur C à la fin du filetage

Cette longueur est unilimite. Elle doit contenir :

- le moyeu maximal : 71 ;
- la rondelle maximale : $c = 4,5$;
- l'écrou minimal : $d = 19$ (puisque 19 de filetage en prise suffisent dans le cas de l'écrou minimal, ils suffiront dans le cas de l'écrou maximal et, ici, à cause de la paroi, aucune condition d'aspect n'est impossible) :

$$C_{\min i} = 71 + 4,5 + 19 = 94,5$$

Une cote maximale n'a pas de raison directe d'aptitude.

1.7.2.5 Longueur D, à l'extrémité (pour jeu 0,5 min)

Cette longueur est unilimite (plus courte de 0,5 que la distance minimale de l'embase à la paroi P) :

$$D_{\max i} = 100^{-1} - 0,5 = 98,5$$

Une cote minimale n'a pas de raison directe d'aptitude.

1.7.2.6 Longueur E du chanfrein

Cette longueur est unilimite (minimum 1 par exemple) :

$$E_{\min i} = 1$$

Une cote maximale n'a pas de raison directe d'aptitude.

1.7.2.7 Longueur F de la rainure

Cette longueur est unilimite. Elle doit contenir la longueur maximale 50 de la clavette, avec une garde de 0,5 pour admettre les défauts de second ordre des extrémités mal arrondies de cette clavette :

$$F_{\min i} = 50,5$$

Une cote maximale n'a pas de raison directe d'aptitude.

1.7.2.8 Cotes unilimites et cotation arbitraire

Soit la cotation se présentant (figure 18), avec :

- 1 cote bilimite soit 2 limites à contrôler ;
- 2 cotes unilimites maximales soit 2 limites à contrôler ;
- 5 cotes unilimites minimales soit 5 limites à contrôler ;
- total des limites à contrôler = 9 seulement.

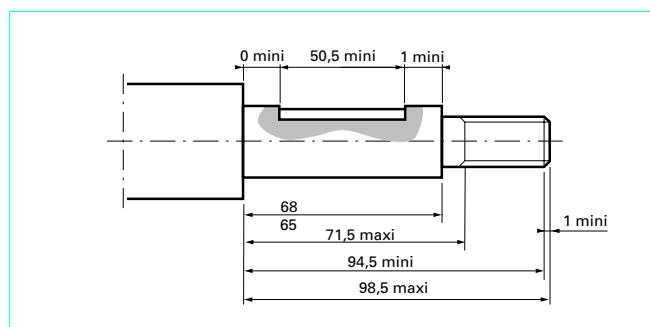


Figure 18 – Cotes unilimites

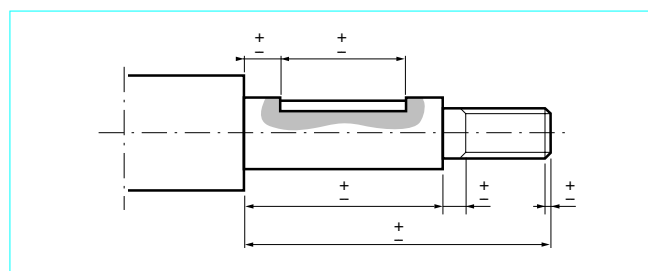


Figure 19 – Cotation arbitraire

Toutes expriment les conditions directes d'aptitude à l'emploi. C'est le propre de la cotation fonctionnelle de faire appel aux cotes unilimites avec souvent :

- plus de cotes unilimites que de cotes bilimites ;
- plus de cotes minimales que de cotes maximales.

La **cotation arbitraire** (figure 19) définit la pièce, mais coûteusement puisqu'il y a 6 cotes à 2 limites, soit 12 limites à contrôler.

De plus :

- ou les tolérances sont *serrées* pour respecter les conditions d'aptitude à l'emploi et, dans ce cas, si toutes les pièces conformes sont bonnes, bien des pièces non conformes sont bonnes également, mais refusées au contrôle ;
- ou les tolérances sont *relâchées*, et des pièces conformes seront mauvaises mais acceptées.

1.7.3 Conclusion

Pour progresser dans la pratique de la cotation fonctionnelle, il faut avoir compris ce qui précède concernant les cotes unilimites.

Il faut en particulier être mis en garde contre l'erreur courante consistant à dire que la cotation fonctionnelle *interdit systématiquement de coter comme sur la figure 20a* : une cote somme de plusieurs autres, ici deux.

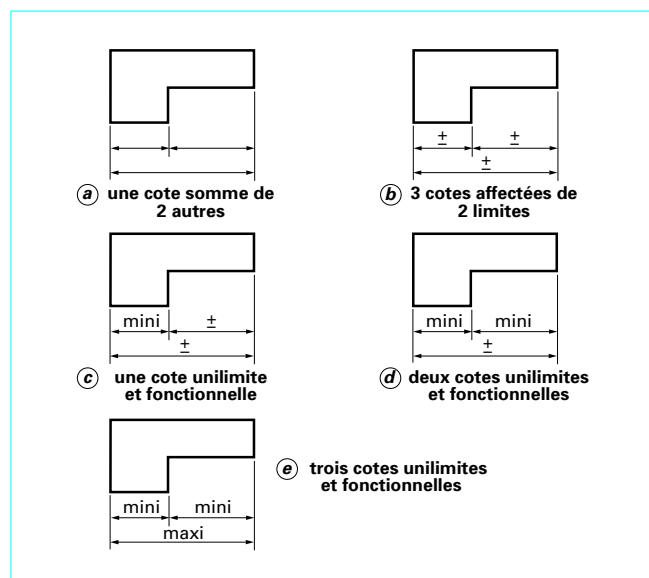


Figure 20 – Cotes unilimites

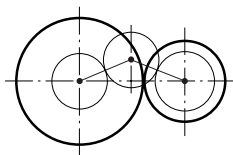


Figure 21 – Cotation fonctionnelle (entraxes de pignons engrenants)

Il faut préciser qu'elle l'interdit lorsque les trois cotes sont chacune affectées de deux limites (figure 20b), mais peut y conduire lorsqu'une (figure 20c) ou deux (figure 20d) ou les trois cotes (figure 20e) sont unilimites et fonctionnelles.

Le cas de cotation fonctionnelle (figure 20b) est extrêmement rare.

Exemple : entraxes de pignons engrenants comme sur (figure 21), mais avec les 3 axes représentés dans un même plan.

2. Théorèmes de G. Michel

2.1 Théorème I

Il est impossible de coter fonctionnellement sans connaître la fonction et les conditions.

Selon le théorème, coter une figure théorique isolée est une gageure : on peut toujours réfuter la cotation qui est tributaire de suppositions variées.

Cette évidence est connue, mais peu de manuels en tiennent compte.

Exemple : figure 22.

Ces cotations sont prétendues fonctionnelles. A priori elles ne le sont certainement pas. Les figures sont simplement *dimensionnées*.

2.2 Théorème II

Il n'existe que deux sortes de conditions élémentaires :

a) condition inhérente à la pièce (appelée par G. Michel : *condition de pièce* et, par d'autres, *condition de sélection*).

b) condition de l'une de ses liaisons avec d'autres pièces ou d'autres choses (appelée unanimement : *condition de liaison*).

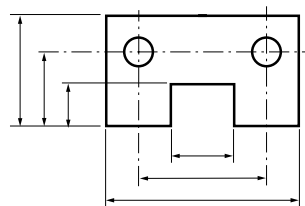
Exemple : conditions de pièce et de liaison : figure 23.

2.3 Théorème III

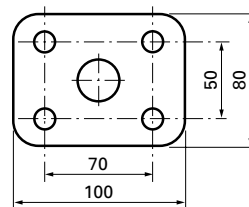
On peut toujours assurer une condition prise isolément à l'aide d'une seule cote tolérancée par pièce.

Commentaire de l'auteur : G. Michel a voulu dire : à l'aide d'une seule cote unilimite par pièce.

Cette condition isolée est dite *élémentaire*.

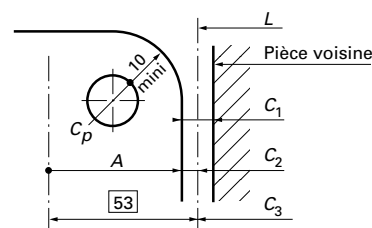


(a) exemple 1



(b) exemple 2

Figure 22 – Théorème I de G. Michel



- C_1 on veut un jeu minimal = 0 entre les deux pièces
- C_2 0 mini condition (élémentaire) de liaison entraînant un maximum à la cote $A = 53$ maxi
- C_3 l'ensemble épure
- C_p condition pièce (solidité)
- L limite d'encombrement de chacune des pièces

Figure 23 – Conditions de pièce et de liaison

Condition élémentaire (figure 24) : la vis V doit pouvoir bloquer l'ensemble. Elle ne doit donc pas entrer en contact avec le fond du taraudage avant le blocage des pièces A et B , autrement dit, le jeu J doit être positif :

($J_{\min i}$), avec garde, par exemple : $J_{\min i} = 1$

De toute évidence (chaîne de cote mentale) :

- la longueur sous tête de V comportera un maximum ;
- l'épaisseur de A , un minimum ;
- le taraudage de B , un minimum.

Une seule cote, unilimite pour chacune des trois pièces, satisfait bien la condition élémentaire d'assemblage précédemment énoncée.

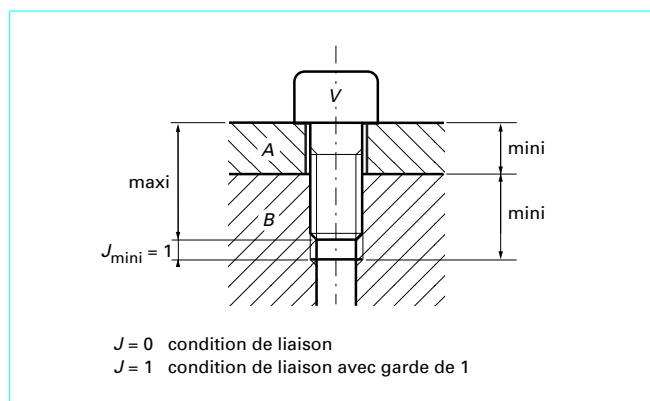


Figure 24 – Condition élémentaire

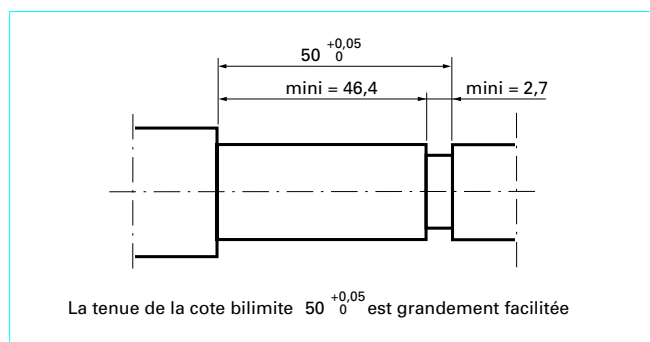


Figure 25 – Chaîne fermée de trois cotes

2.4 Théorème IV

La fabrication ne réalise jamais que deux cotes sur trois dans un circuit fermé de trois cotes. Le plan de *fabrication* en série, pour éviter les pièges, devra indiquer un (ou plusieurs) circuits non fermés-types, déduits par *transferts de cotes* (cf. § 1.6.2.3).

Mais un ouvrier *qualifié* peut fort bien faire lui-même mentalement un transfert de cotes et réaliser une chaîne fermée de trois cotes, par exemple, sur une pièce cotée selon figure 25. Il ne posera pas de questions.

2.5 Théorème V

Rappel : le dessin du bureau d'étude doit être tel que :

- il accepte toutes les pièces bonnes (aptas telles à l'emploi) ;
- il refuse toutes les pièces mauvaises (inaptas telles à l'emploi).

Nous ne pensons pas qu'il soit besoin de commentaires, mais peu de bureaux d'étude s'en soucient ; il ne viendrait pas à la Direction l'idée de tenir un compte rigoureux de leurs loupes, même si elle se croit bonne gestionnaire en négligeant ces détails.

2.6 Théorème VI

La cote condition (de pièce ou de liaison) a presque toujours la forme : $\text{mini} = 20$, par exemple.

Commentaires de l'auteur : le *presque toujours* est tout de même un terme trop fort. On trouve des contre-exemples figure 17, cotes B et D, et figure 23 cote A.

En effet, la transmission d'efforts demande une cote minimale mais le respect d'un jeu minimal (figure 4c) entre pièces imposera un minimum pour l'une et un maximum pour l'autre et inversement pour le jeu maximal.

C'est l'étude de mécanismes de plus en plus compacts qui a amené à découvrir puis à définir la cotation fonctionnelle et le théorème VI dans les années 1948.

3. Considérations sur la cotation fonctionnelle

3.1 Inanité et nocivité de l'indication d'une tolérance générale

1) Les **cotes unilimites**, minimales ou maximales, ne sauraient avoir de tolérance, puisqu'elles sont les limites absolues tolérées.

2) Les **cotes bilimites** découlent chacune de l'association d'un minimum et d'un maximum, dépendant chacun de conditions si variées que leur écart ne saurait être qu'exceptionnellement le même pour plusieurs cotes d'une même pièce.

Par conséquent une tolérance générale ne saurait être fonctionnelle.

Pourquoi la plupart des dessinateurs en imposent-ils une ?

- parce que le cartouche des dessins très souvent les y engage ;
- parce que leur chef en a donné inconsidérément l'ordre ;
- parce qu'ils ne sont pas avertis et l'ont toujours fait ;
- parce qu'une norme injustifiée vient d'être homologuée pour le faire.

Non avertis, sachant néanmoins qu'il faut tout tolérer, ils le font en bloc sur les dessins de détail, souvent pour s'éviter les recherches, l'établissement de chaînes de cotes et les calculs.

Mais alors ils négligent les conditions élémentaires, et leurs dessins sont trop *généreux* pour certaines cotes et trop *sévères* pour d'autres. Ils font accepter les pièces mauvaises et refuser les bonnes.

Lorsqu'une tolérance générale est indiquée ($\pm 0,25$ mm par exemple) un *contrôleur zélé* accomplissant son travail est fondé à refuser toute la production sans exception.

On peut hélas comprendre le dessinateur car il lui aurait fallu beaucoup de temps pour analyser le problème. La bonne solution consiste en une action en retour où les méthodes signalent aux études les cotes qui induisent un surcoût pour tenir cette tolérance générale. Il y a bien sûr encore mieux : le travail en commun...

3.2 Exemple courant : profondeur des trous taraudés

Les trous taraudés sont presque toujours cotés comme sur la figure 26 par la grande majorité des dessinateurs.

En fait, la tolérance et même la cote nominale ne sont jamais tenues parce que ce n'est guère possible, absolument inutile et extrêmement coûteux. Un seul trou hors tolérance ($\pm 0,25$ mm) ferait refuser juridiquement la pièce entière.

3.2.1 Cotation fonctionnelle d'un trou taraudé (profondeur)

Cas général (figure 27).

Soit une vis V de 25 ± 1 , (26/24) sous tête, serrant une pièce A de $11,5 \pm 0,5$ (12/11) d'épaisseur sur une pièce B .

Taraudage

La cote j_1 de profondeur du taraudage est un minimum.

La chaîne de cotes (mentale) donne en effet :

$$\text{profondeur mini} = V \text{ longue} + \text{garde} - A_{\text{mini}}$$

c'est-à-dire :

$$j_{1\text{mini}} = 1 + 26 - 11 = 16$$

Mais il faut néanmoins vérifier qu'avec une pièce A épaisse et une vis V courte, il reste une longueur j_2 suffisante de filetage en prise.

La chaîne de cotes (mentale) donne :

$$j_{2\text{mini}} = 24 - 12 = 12$$

(acceptable pour une vis de diamètre 10 ou 12 en prise dans l'acier).

Le trou devra donc être coté selon la figure 28.

Un maximum n'a pas de sens : il ne saurait être justifié ; les dessinateurs commettent une faute en l'imposant.

3.2.2 Cotation de l'avant-trou

L'avant-trou n'a *aucun rôle fonctionnel*.

Il est demandé, même exigé, par les services des méthodes, lesquels n'ont pas de moyen économique d'obtenir, par usinage, des taraudages sans avant-trous.

Il faut donc que le dessin les *admette* d'emblée. Mais il ne doit pas les *imposer*.

Un moyen est de représenter l'amorce de l'avant-trou comme sur la figure 28, sans en coter la profondeur qui, bien que normalisée on ne sait pourquoi, est une affaire des méthodes et même de simple exécutant, si l'on veut laisser à celui-ci quelque initiative.

■ Cas particulier

Il faut que l'avant-trou ne débouche pas (*trou borgne*).

Le spécifier alors sur le dessin en représentant le fond de l'avant-trou et par l'indication la mieux appropriée (figure 29).

3.2.3 Cotation de la vis

En raisonnant comme au paragraphe 1.7.2 (figure 15), on obtient la cotation de la figure 30. Les méthodes ne fabriqueront certainement pas une telle vis, mais choisiront une vis normalisée satisfaisant le dessin.

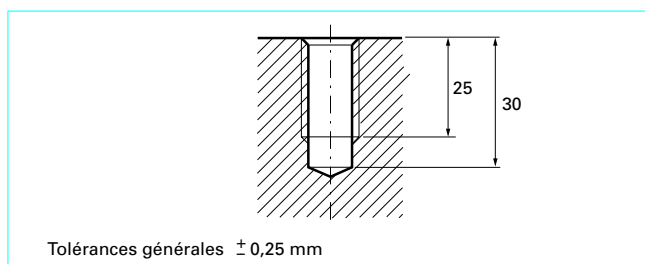


Figure 26 – Cotation courante de trous taraudés

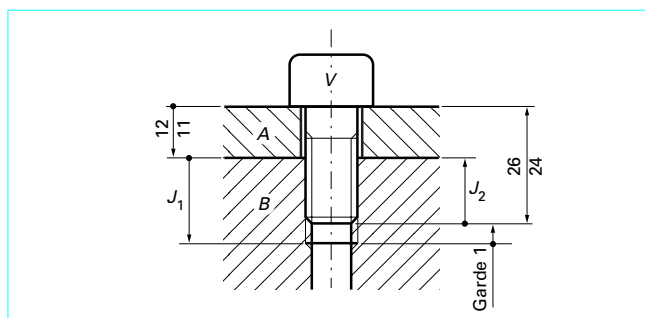


Figure 27 – Cotation de l'ensemble vis-trou taraudé

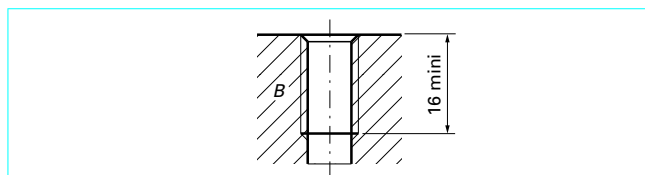


Figure 28 – Cotation fonctionnelle d'un trou taraudé

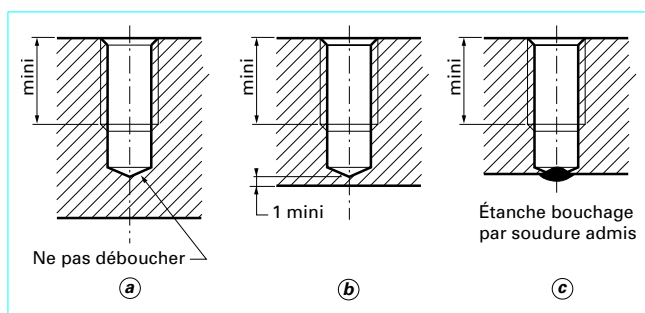


Figure 29 – Différentes cotations d'un trou borgne

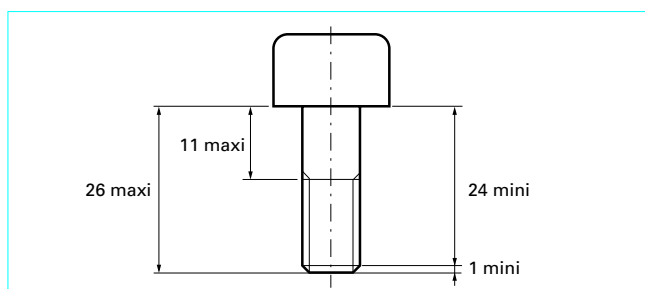


Figure 30 – Cotation de la vis

4. Transferts de cotes

Il y a transfert de cotes lorsque l'on remplace une façon, réputée voulue, de définir une condition dimensionnelle élémentaire par une autre façon devant satisfaire cette condition.

4.1 Exemples

4.1.1 Exemple 1 : bossages de fonderie (figures 31 et 32)

En négligeant la faible incidence de H7, l'on constate que :

- le transfert oblige à faire intervenir une tolérance de concentricité pour satisfaire la cotation originelle (épaisseur 10 à 14) ;
- un bossage (figure 31) de $\varnothing B = 60,00$ (ou $68,00$) parfaitement concentrique au $\varnothing A$, donc parfait, et un bossage de $\varnothing B = 61$ (ou 67) concentrique à $0,5$ près au $\varnothing A$, donc très acceptable, seraient refusés par le dessin à cotation transférée :

$$\varnothing B = 62 \text{ à } 66 ;$$

- pour admettre une concentricité de 2, le $\varnothing B$ devrait être :

$$(20 + 10 + 2) \times 2 = 64 \begin{smallmatrix} +2 \\ 0 \end{smallmatrix}$$

et pour une concentricité de 3, de 66 ± 0 . Inversement, il y a également transfert de cotes, si, partant de la cotation figure 32 jugée à tort d'aptitude à l'emploi, on recherche le vrai fonctionnement à l'aide du raisonnement suivant :

$$\varnothing B = 64 + 2 \text{ donne } \varnothing B = 66, \text{ soit rayon} = 33$$

avec une concentricité de 1 nous obtenons : $33 + 1 = 34$, donc une épaisseur maximale de $34 - 20 = 14$:

$$\varnothing B = 64 - 2 \text{ donne } \varnothing B = 62, \text{ soit un rayon de } 31$$

avec une concentricité de 1 nous obtenons : $31 - 1 = 30$, donc une épaisseur minimale de $30 - 20 = 10$.

Puisque les épaisseurs 14 maxi et 10 mini sont admises sur la figure 32 dont le bossage aura certainement un écart de concentricité, admettons d'emblée ces valeurs sur toute la périphérie. La cotation est alors celle de la figure 31, fonctionnelle.

La cotation transférée par retour au fonctionnel élargit les tolérances. Le dessin ne fait pas refuser de pièces bonnes.

4.1.2 Exemple 2

Cas de départs d'usinages différents du (ou des) départs fonctionnels cartésiens (figures 33 et 34), **cotes horizontales seulement**.

Les départs fonctionnels sont la face F_1 , puis l'axe XX des trous T , à $300 \pm 0,02$ de F_1 .

Le départ transféré est la face F_2 .

Il est aisé de constater que le transfert a entraîné un resserrement de toutes les tolérances, en premier lieu celle de la longueur L qui, de 650 ± 2 , devient $650 \pm 0,01$, pour assurer la distance $D = 300 \pm 0,02$.

De plus, il faut que F_2 soit parallèle à F_1 . Il faut alors que F_2 soit usinée, tout au moins partiellement.

Cet exemple montre que les méthodes ont intérêt à rechercher un procédé permettant les départs prévus en cotation originelle fonctionnelle, c'est-à-dire d'après F_1 , pour les trous T , puis d'après XX pour les autres trous, et à éviter le transfert de cotes qui conduit :

- à usiner la face F_2 (pour la tenue de la condition de parallélisme de F_2 avec F_1) ;

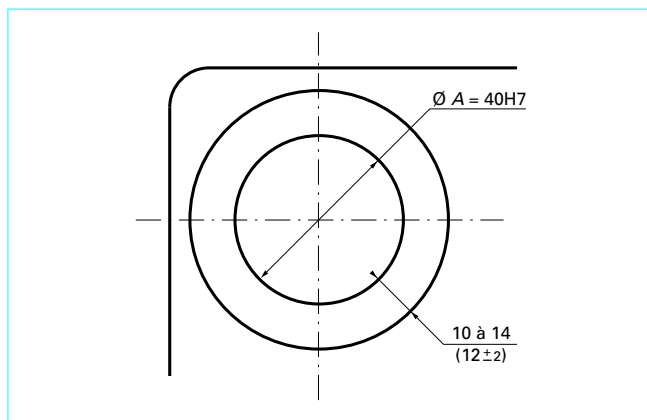


Figure 31 – Bossage de fonderie : cotation originale réputée voulue et fonctionnelle

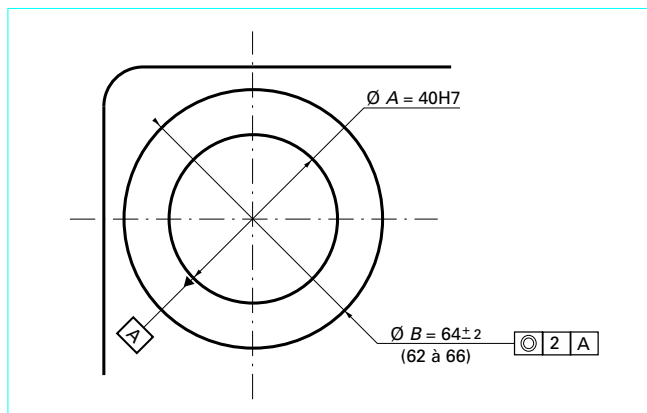


Figure 32 – Bossage de fonderie : cotation transférée

- à resserrer les tolérances ;
- à courir le risque d'erreurs.

Il en va de même pour les cotes verticales, parallèles à F_1 , avec origine Y .

4.1.3 Exemple 3

Cas de départs d'usinage différents du (ou des) départs fonctionnels polaires (figures 35, 36 et 37).

Dans les trois figures, XX est le plan axial fonctionnel contenant l'axe de l'alésage et le centre de la rainure.

Cas de la figure 35 ; la précision est tributaire de celle du plateau diviseur.

Cas des figures 36 et 37 ; la précision est tributaire de celle de l'équerrage et de la rectitude des chariots.

C'est ce qui peut motiver le choix du procédé. Du fait des transferts (figure 37), les tolérances des cotes cartésiennes de deux des trous ont dû être resserrées pour assurer celle du rayon $100 \pm 0,01$, et, pour la figure 36, celle de positionnement des trois trous, encore davantage.



Enfin, et par extension, on dit qu'il y a transfert de cotes lorsque, dans une chaîne fermée de trois cotes fonctionnelles (figure **38**), on substitue, selon le procédé d'usinage envisagé, des cotes bilimites à des cotes unilimites, comme sur la figure **39**, déterminées pour ne pas faire accepter de pièces mauvaises.

Les inconvénients, dans le présent cas, sont :

- de conduire à un contrôle de 4 limites resserrées, alors qu'il n'en est que trois larges avant transfert ;
- de faire refuser des pièces bonnes. En effet, des pièces ayant les cotes des figures **40a, b, c**, sont réputées loupées et sont refusées par la cotation transférée, mais elles sont acceptées par la cotation fonctionnelle.

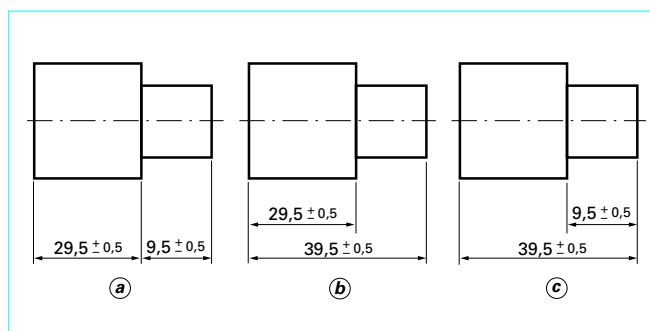


Figure 39 – Transfert de cotes

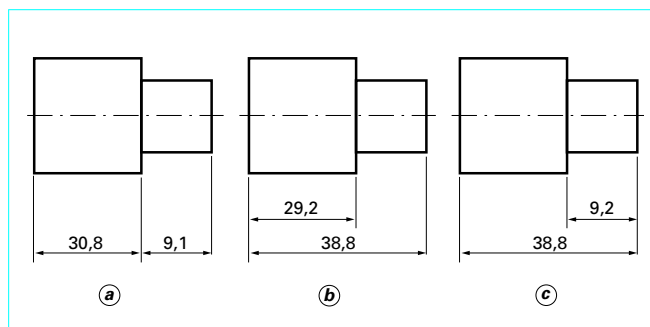


Figure 40 – Pièces refusées par la cotation transférée, mais acceptées par la cotation fonctionnelle

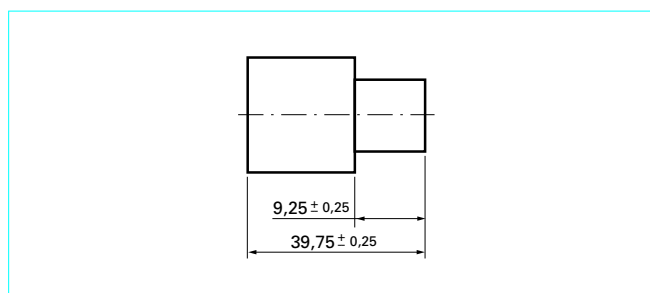


Figure 41 – Double transfert

4.2 Double transfert

Supposons :

- que les conditions fonctionnelles soient celles de la figure 38 ;
- que le dessinateur de définition ait coté par routine comme la figure 39b, pensant à un mode d'exécution.

Si le préparateur juge devoir procéder en cotant comme la figure 39c, il devra faire le transfert des cotes d'une cotation déjà inconsciemment transférée.

Le dessin d'opération sera comme sur la figure 41, où les tolérances ont dû être poussées à $\pm 0,25$, pour satisfaire $29,5 \pm 0,5$, cote imposée par la figure 39b.

5. Autres notions

Ces notions ont été mises en lumière par l'étude du fonctionnel.

On a été contraint de définir ou de préciser certaines différences entre la géométrie pure des figures et celle imparfaite des volumes limités par des surfaces.

La ligne droite n'existe pas, sinon fictive (axe absolu), le point non plus, sinon fictif (point d'un axe).

Seule la surface est *palpable*, donc mesurable.

Il ne faut donc pas être surpris de n'avoir aucune ligne réputée droite à tolérer (contrairement à ce que voudrait recommander une fâcheuse didactique erronée).

5.1 Axes fonctionnels de portées

Axe fonctionnel d'une portée mâle : c'est l'axe matérialisé par la plus petite bague contenant.

Axe fonctionnel d'une portée femelle : c'est l'axe matérialisé par le plus grand tampon contenu.

Centre fonctionnel d'une portée : c'est le point de l'axe figurant un centre moyen ayant un rôle fonctionnel, tel le centre d'une portée de roulement, situé au milieu de sa longueur.

Axe fonctionnel d'un arbre tournant (ou fixe) : ligne absolue autour de laquelle tourne l'arbre (ou un moyeu).

Ce peut être, par exemple, la ligne joignant les centres des portées de roulement ou d'appui.

Axe fonctionnel d'arbre encastré : ce peut être, par exemple, la ligne passant par le centre d'une portée et perpendiculaire à une face d'appui (figure 42).

Axe de symétrie : c'est la trace d'un plan, dit *de symétrie*, déterminable fonctionnellement, passant par le milieu absolu d'un élément fonctionnel et auquel les autres parties symétriques seront rapportées (figure 43).

5.2 Surfaces réputées planes

Les surfaces réputées planes ne le sont jamais parfaitement.

Mais trois des zones particulièrement fonctionnelles de la surface déterminent un plan *P* qui est le plus fonctionnel.

Lorsque ces zones ne sont pas discernables parce que non recherchées, ni définies par le dessinateur pour établir sa construction, on admet que la surface est confondue pratiquement avec un plan idéal (rigide) en appui *au mieux*, ou sous une charge π donnée, placée *au mieux* (figure 44).

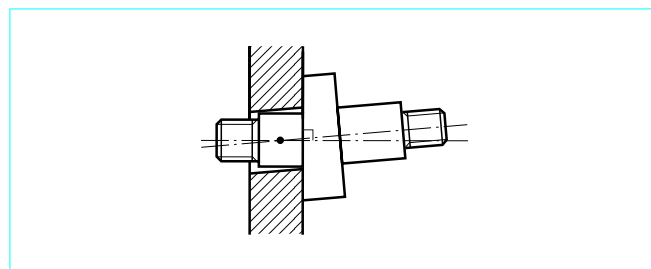


Figure 42 – Axe fonctionnel d'arbre encastré

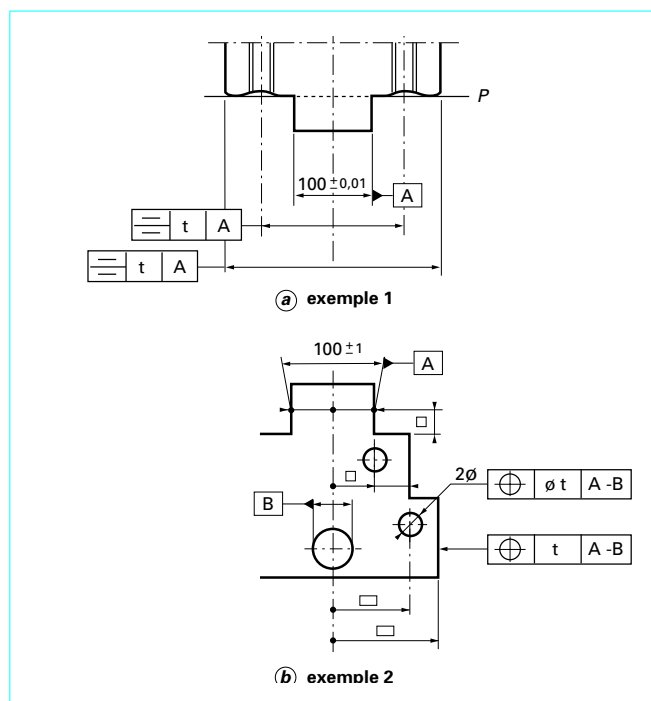


Figure 43 – Cotation avec un axe de symétrie

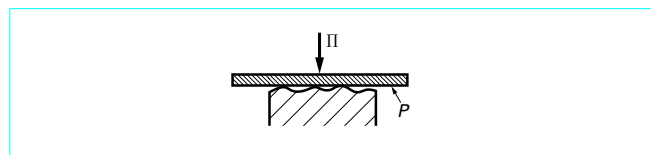


Figure 44 – Surface réputée plane

5.2.1 Parallélisme de surfaces réputées planes et parallèles

Il est évident que les plans P_1 , P_2 et P_3 des trois surfaces F_1 , F_2 et F_3 réputées planes et parallèles ne sont jamais absolument parallèles. Ils sont sécants en dehors du dessin (figure 45).

La tolérance de faux parallélisme peut être faible par rapport à la tolérance dimensionnelle ; elle peut au contraire être forte. Elle peut également être différente suivant la direction.

Il faut explicitement limiter le faux parallélisme.

On voit (figure 45) que, sur la vue de côté, la tolérance permet de gros écarts de position.

Il peut, dans certains cas, être fonctionnel de limiter le faux parallélisme dans un sens seulement, en plus ou en moins.

5.2.2 Distance de surfaces réputées planes et parallèles

Les surfaces n'étant jamais planes et parallèles, que sont alors les distances des plans :

- $P_1 - P_2$;
- $P_1 - P_3$;
- $P_2 - P_3$?

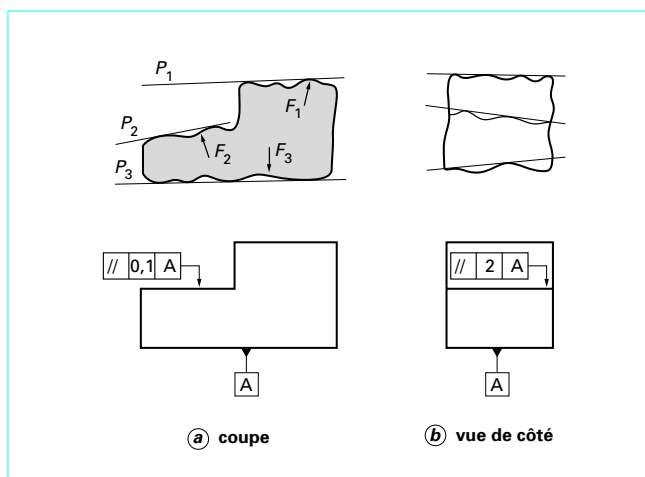


Figure 45 – Parallélisme de surfaces réputées planes et parallèles

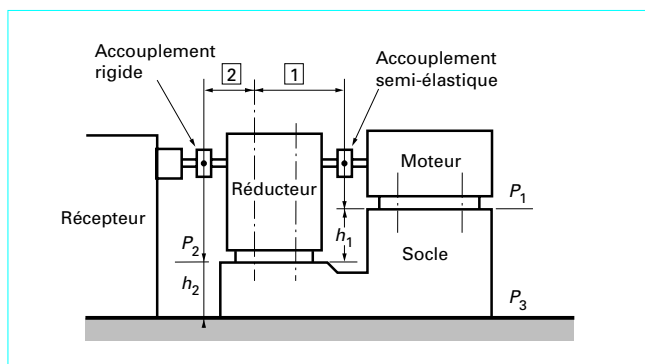


Figure 46 – Distance de surfaces réputées planes et parallèles

Où faut-il les mesurer ?

Il faut rechercher la position fonctionnelle de la mesure, selon les conditions fonctionnelles.

Exemple (figure 46) :

- la hauteur $(P_1 - P_2) = h_1$ devra être mesurée à l'extrémité de [1] ;
- la hauteur $(P_2 - P_3) = h_2$ devra être mesurée à l'extrémité de [2].

Dans ce cas :

la hauteur $(P_1 - P_3)$ n'est pas fonctionnelle et n'a pas à être mesurée : le moteur n'a pas de liaison directe avec le récepteur.

5.3 Éléments coniques d'assemblage

5.3.1 Définition de l'ensemble-épure

Soit l'ensemble-épure (figure 47). L'arbre est situé dans l'ensemble par l'embase F_1 . Le pignon est situé sur l'arbre par la face fictive F_2 qui est la section commune choisie comme la plus fonctionnelle (voisine du grand diamètre).

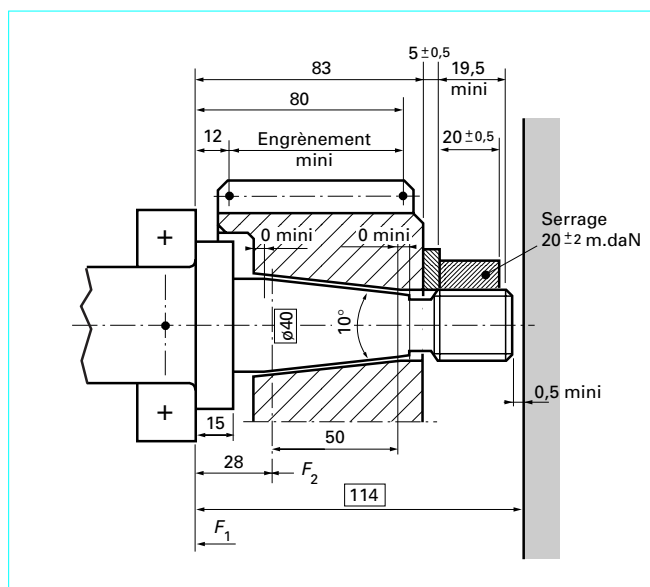


Figure 47 – Éléments coniques d'assemblage : ensemble-épure

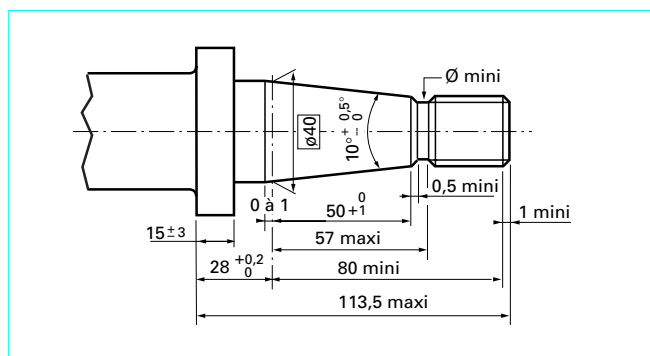


Figure 48 – Cotation fonctionnelle de l'arbre

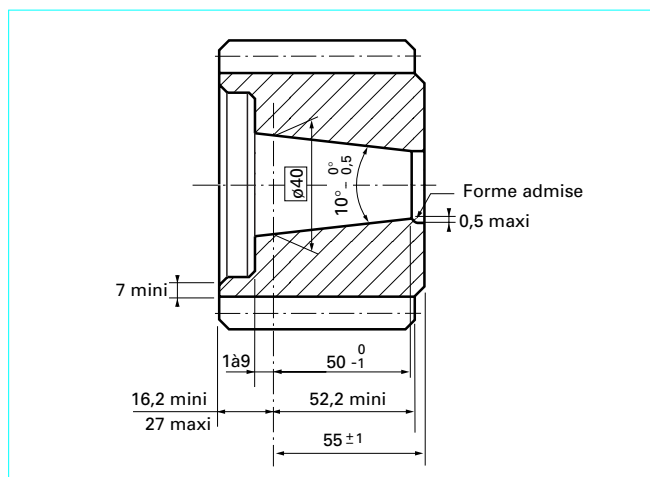


Figure 49 – Cotation fonctionnelle du pignon

5.3.2 Conditions de liaison

La cote de position sur l'arbre de cette face commune F_2 est 28 (cote nominale).

La section F_2 a un diamètre de 40.

La longueur utile de la portée conique est 50.

Pour la bonne qualité de l'assemblage :

- le cône mâle doit dépasser de 0 mini (vers le petit diamètre), et pénétrer de 0 mini (vers le grand diamètre) ;
- l'extrémité de l'arbre doit laisser une garde minimale de 0,5 près de la paroi d'un carter-type, située à 114.

5.3.3 Cotation fonctionnelle

■ Extrémité de l'arbre (figure 48) :

- la cote 28 est affectée d'une tolérance *en plus* pour tenir compte de l'enfoncement du pignon sous l'effet du serrage, du rodage, etc. ;
- pour la bonne qualité de l'assemblage, la portée conique sera préférentielle vers le grand diamètre : tolérance vers le camard.

■ Pignon (figure 49) :

- la longueur totale de la denture n'est pas fonctionnelle ;
- les tolérances sont très larges. Il est certain que, par souci d'économie, le bureau des méthodes n'ira pas jusqu'à la cote 27 maxi. Mais une pièce ayant néanmoins cette cote serait apte à l'emploi. Il est probable que le bureau des méthodes visera une cote de 17 à 18 ;
- la *forme admise* a été demandée par le bureau des méthodes pour faciliter la tenue de la cote de contact 50_{-1}^0 ;
- pour la qualité de l'assemblage, même remarque que ci-dessus : tolérance vers l'aigu.

5.4 Surfaces inclinées

■ Définition de l'ensemble

Soit l'ensemble dimensionné banc de tour, chariot et contrepointe (figure 50a) cotation transversale, valant pour toutes les sections.

On veut que les faces frottantes du chariot ne débordent pas celles du banc, directrices et moins susceptibles d'usure, mais les couvrent le plus possible.

■ Profil du banc (figure 50c)

La position du vé de chariot est rapportée au plan axial de poupée (550 ± 1).

La position du vé de contrepointe également, mais de façon plus relâchée puisque la contrepointe est réglable (300 ± 2).

Ces positions sont déterminées par les plans axiaux des vés situés au milieu des largeurs absolues arbitraires, choisies ici dans un plan P distant de 25 du milieu du bandeau plat. La largeur absolue du bandeau de contrepointe ne pourra être exactement sur le plan P , mais ne doit pas s'en écarter de plus de 0,1 vers le haut, pour permettre une certaine interchangeabilité parachevable par une retouche manuelle légère pour la tenue des normes.

■ Profil du chariot (figure 50b)

La cotation découle de celle du banc.

■ Profil de la semelle de contrepointe

Nous laissons au lecteur le soin de faire la cotation par analogie avec la précédente.

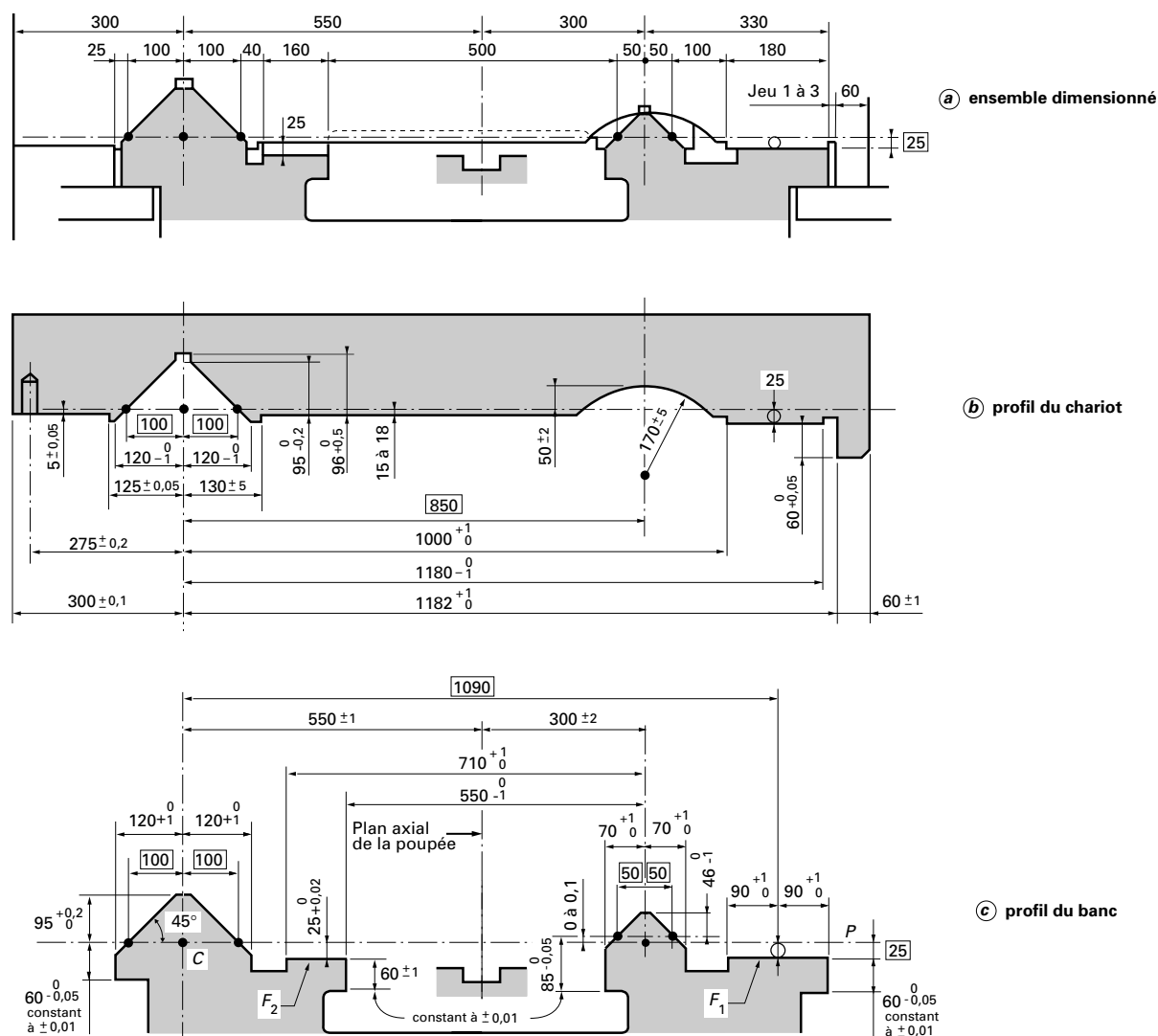


Figure 50 – Surfaces inclinées

Pour tendre vers l'interchangeabilité avant ajustement par retouches, il faut écrire sur le dessin que les faces des vés doivent être à 45° et celles des bandeaux plats parallèles au plan *P* à 0,01 % dans le sens de la vue et à 0,01 ‰ (0,01 par mètre) dans le sens longitudinal.

6. Conclusion

La cotation fonctionnelle permet les plus larges tolérances possibles. C'est donc elle qu'il faut appliquer sur le dessin de définition

pour donner à coup sûr aux méthodes les plus larges possibilités de transfert lorsqu'elles le jugent avantageux, en particulier dans la commande numérique des machines-outils.

Dans la fabrication en série, il faut abandonner l'ancien principe : toutes les pièces sont bonnes et situées de façon quelconque dans l'intervalle de tolérance.

La nouvelle voie suppose que les méthodes, la fabrication et le contrôle connaissent leur « capacité » (coefficients *C_p* et *C_{pk}*) et que l'intervalle de tolérance fixé par les études est respecté avec une certaine probabilité (6 σ en général soit 2,7 % de pièces « hors tolérances »).

Références bibliographiques

[1] Norme NF E 04-550 (mars 1983). Dessins techniques. Cotation et tolérancement fonctionnels.

Norme NF E 04-551 (déc. 1995). Dessins techniques. Tolérancement de dimensions linéaires et angulaires (NF ISO 406).

NF E 04-552 (nov. 1983). Dessins techniques. Tolérancement géométrique. Généralités, définitions, symboles, indications sur les dessins.

NF E 04-553. Dessins techniques. Cotation et tolérancement. Tolérancement géométrique.

Exploitation des normes NF E 04-552 et NF E 04-554.

[2] Notice du logiciel Mechanical Advantage de la société Cognition.

Gagnez du temps et sécurisez vos projets en utilisant une source actualisée et fiable



RÉDIGÉE ET VALIDÉE
PAR DES EXPERTS




MISE À JOUR
PERMANENTE



100 % COMPATIBLE
SUR TOUS SUPPORTS
NUMÉRIQUES



SERVICES INCLUS
DANS CHAQUE OFFRE

- + de 340 000 utilisateurs chaque mois
- + de 10 000 articles de référence et fiches pratiques
- Des Quiz interactifs pour valider la compréhension 

SERVICES ET OUTILS PRATIQUES



Questions aux experts*

Les meilleurs experts techniques et scientifiques vous répondent



Articles Découverte

La possibilité de consulter des articles en dehors de votre offre



Dictionnaire technique multilingue

45 000 termes en français, anglais, espagnol et allemand



Archives

Technologies anciennes et versions antérieures des articles



Info parution

Recevez par email toutes les nouveautés de vos ressources documentaires

*Questions aux experts est un service réservé aux entreprises, non proposé dans les offres écoles, universités ou pour tout autre organisme de formation.

Les offres Techniques de l'Ingénieur



INNOVATION

- Éco-conception et innovation responsable
- Nanosciences et nanotechnologies
- Innovations technologiques
- Management et ingénierie de l'innovation
- Smart city – Ville intelligente



MATÉRIAUX

- Bois et papiers
- Verres et céramiques
- Textiles
- Corrosion – Vieillessement
- Études et propriétés des métaux
- Mise en forme des métaux et fonderie
- Matériaux fonctionnels. Matériaux biosourcés
- Traitements des métaux
- Élaboration et recyclage des métaux
- Plastiques et composites



MÉCANIQUE

- Frottement, usure et lubrification
- Fonctions et composants mécaniques
- Travail des matériaux – Assemblage
- Machines hydrauliques, aérodynamiques et thermiques
- Fabrication additive – Impression 3D



ENVIRONNEMENT – SÉCURITÉ

- Sécurité et gestion des risques
- Environnement
- Génie écologique
- Technologies de l'eau
- Bruit et vibrations
- Métier : Responsable risque chimique
- Métier : Responsable environnement



ÉNERGIES

- Hydrogène
- Ressources énergétiques et stockage
- Froid industriel
- Physique énergétique
- Thermique industrielle
- Génie nucléaire
- Conversion de l'énergie électrique
- Réseaux électriques et applications



GÉNIE INDUSTRIEL

- Industrie du futur
- Management industriel
- Conception et production
- Logistique
- Métier : Responsable qualité
- Emballages
- Maintenance
- Traçabilité
- Métier : Responsable bureau d'étude / conception



ÉLECTRONIQUE – PHOTONIQUE

- Électronique
- Technologies radars et applications
- Optique – Photonique



TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION

- Sécurité des systèmes d'information
- Réseaux Télécommunications
- Le traitement du signal et ses applications
- Technologies logicielles – Architectures des systèmes
- Sécurité des systèmes d'information



AUTOMATIQUE – ROBOTIQUE

- Automatique et ingénierie système
- Robotique



INGÉNIERIE DES TRANSPORTS

- Véhicule et mobilité du futur
- Systèmes aéronautiques et spatiaux
- Systèmes ferroviaires
- Transport fluvial et maritime



MESURES – ANALYSES

- Instrumentation et méthodes de mesure
- Mesures et tests électroniques
- Mesures mécaniques et dimensionnelles
- Qualité et sécurité au laboratoire
- Mesures physiques
- Techniques d'analyse
- Contrôle non destructif



PROCÉDÉS CHIMIE – BIO – AGRO

- Formulation
- Bioprocédés et bioproductions
- Chimie verte
- Opérations unitaires. Génie de la réaction chimique
- Agroalimentaire



SCIENCES FONDAMENTALES

- Mathématiques
- Physique Chimie
- Constantes physico-chimiques
- Caractérisation et propriétés de la matière



BIOMÉDICAL – PHARMA

- Technologies biomédicales
- Médicaments et produits pharmaceutiques



CONSTRUCTION ET TRAVAUX PUBLICS

- Droit et organisation générale de la construction
- La construction responsable
- Les superstructures du bâtiment
- Le second œuvre et l'équipement du bâtiment
- Vieillessement, pathologies et réhabilitation du bâtiment
- Travaux publics et infrastructures
- Mécanique des sols et géotechnique
- Préparer la construction
- L'enveloppe du bâtiment
- Le second œuvre et les lots techniques