

## TD 4:

### 1 Exercice 1 - Arme à l'ancienne

L'une des armes utilisée au Moyen-âge pour envoyer des charges lourdes contre les murailles était ce que l'on appelle "un trébuchet". Il est composé d'une poutre  $AB$  à laquelle est fixée un contrepoids en  $A$ . En  $B$  est attachée une corde au bout de laquelle une poche contient le projectile  $M$ .

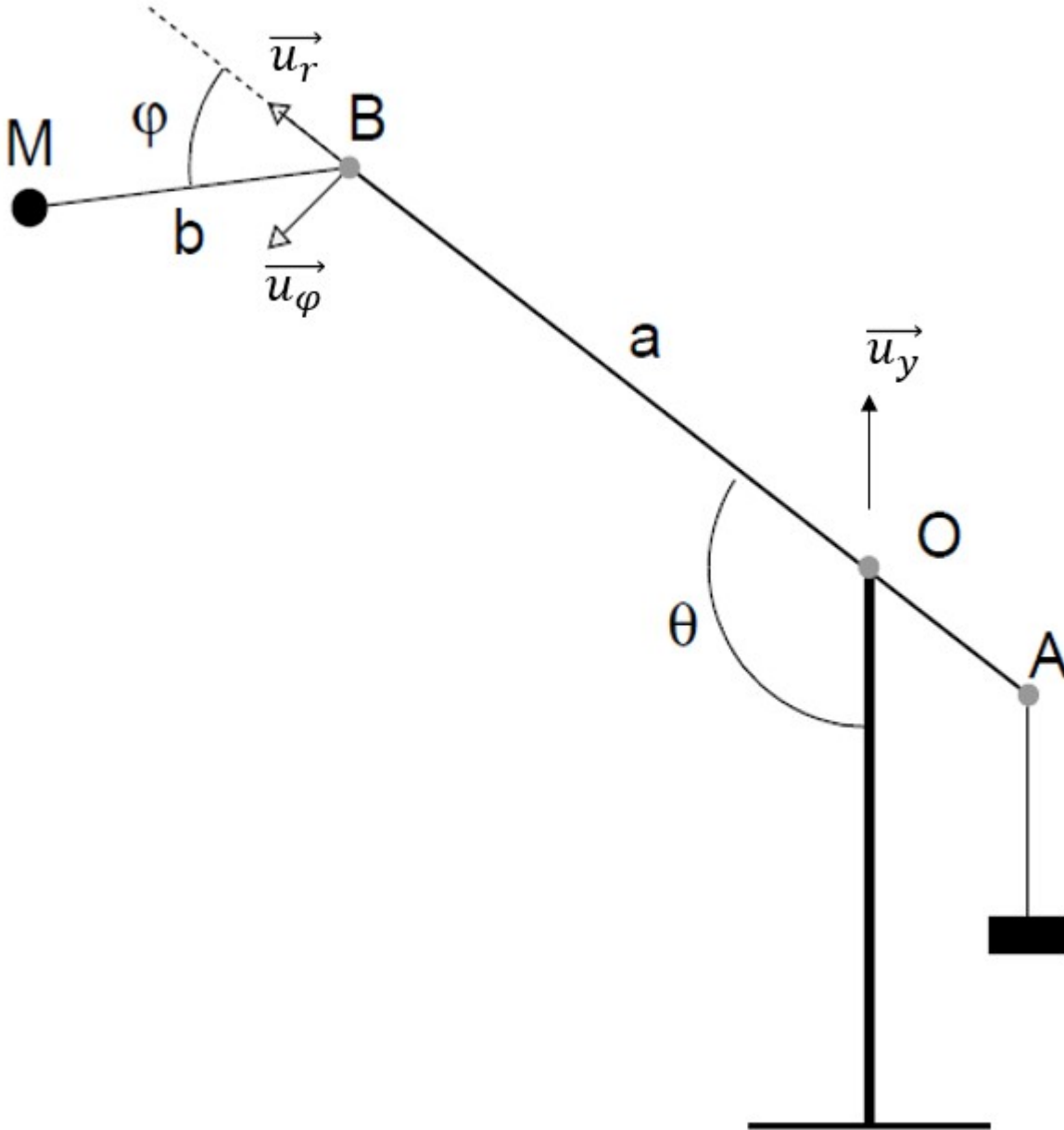
Soit  $R(O, x, y, z)$  le repère lié au sol et  $R_B(B, x_1, y_1, z_1)$  le repère lié à la poutre. Le mouvement a lieu dans le plan  $(Oxy)$ . La base polaire  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\varphi)$  est liée à  $RB$ . On donne  $OB = a$  et  $BM = b$ .

#### 1.1 Partie A

1. Quel est le mouvement de  $R_b$  par rapport à  $R$ ?
2. On suppose que la corde  $BM$  reste tendue. Donner l'expression de  $B\vec{M}$ . En déduire l'expression de  $\vec{v}(M_{/R_B})$ .
3. Déterminer l'expression du vecteur  $O\vec{M}$ . En déduire l'expression de  $v(\vec{M}_{/R})$ .

Le projectile est lâché lorsque  $\theta = \pi$  et  $\varphi = 0$ .

4. Déterminer l'expression de  $\vec{v}(M_{/R})$ , en fonction de  $a, b, \dot{\varphi}, \dot{\theta}$ .
5. Montrer que la vitesse obtenue est plus grande que s'il n'y avait qu'un seul bras rigide de longueur  $a + b$ . \end{enumerate}



## 1.2 Partie B

On étudie désormais le projectile  $M$  lâché avec une vitesse horizontale  $v_0 = 200 \text{ km/h}$ , depuis la hauteur totale du trébuchet  $H = 16 \text{ m}$ . On se place dans un repère orthonormé  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ . On considère que le projectile a une masse  $m = 100 \text{ kg}$ . Les frottements sont négligés.

1. A l'aide du PFD, déterminer l'équation de la trajectoire  $y(x)$ .
2. En déduire la distance que parcourt horizontalement le projectile avant de s'écraser au sol.