

TD 1: Referentiel de mouvement

Objectif: Comprendre les différences entre les notions de coordonnées de **base de projection** et de **référentiel**

1 Exercice 1 - Base fixe, base mobile

On se place dans un repère en coordonnées cartésiennes (\vec{u}_x, \vec{u}_y) . On place un point M de coordonnées (x, y) .

1. Faire un schéma du repère. Placer le point M . Donner l'expression du vecteur \vec{OM} , de la vitesse du point M \vec{v}_M , et de son accélération \vec{a}_M dans la base (\vec{u}_x, \vec{u}_y) en utilisant les coordonnées cartésiennes (x, y) .
2. Donner l'expression du vecteur \vec{OM} dans la base mobile $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$. Donner l'expression des vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_θ dans la base (\vec{u}_x, \vec{u}_y) . Dessiner la base mobile sur votre schéma.
3. A l'aide de la question précédente, exprimer les coordonnées cartésiennes (x, y) en fonction des coordonnées polaires (r, θ) . Exprimer \vec{OM} dans la base fixe (\vec{u}_x, \vec{u}_y) en utilisant les coordonnées polaires.
4. Exprimer la vitesse du mobile par rapport au référentiel des coordonnées cartésiennes R_c , en utilisant les coordonnées polaires (r, θ) dans la base fixe (\vec{u}_x, \vec{u}_y) puis dans la base mobile $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$. Vérifier qu'il s'agit de la même vitesse exprimée sur deux bases différentes.

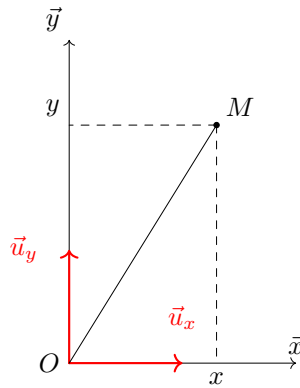
1.1 Solutions

1.1.1 Question 1: Faire un schéma du repère

On se place dans un repère en coordonnées cartésiennes (\vec{u}_x, \vec{u}_y) . On place un point M de coordonnées (x, y) .

1.1.2 Question 2: expression du vecteur \vec{OM}

En coordonnées cartésiennes:



$$\begin{aligned}\vec{OM} &= x\vec{u}_x + y\vec{u}_y \\ v(\vec{M}) &= \frac{dx}{dt}\vec{u}_x + \frac{dy}{dt}\vec{u}_y \\ a(\vec{M}) &= \frac{d^2x}{dt^2}\vec{u}_x + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{u}_y\end{aligned}$$

1.1.3 Question 3: expression du vecteur \vec{OM}

En coordonnées polaires (r, θ) :

$$\begin{aligned}\vec{OM} &= r\vec{u}_r \\ \vec{u}_r &= \cos\theta\vec{u}_x + \sin\theta\vec{u}_y ; \vec{u}_\theta = \sin\theta\vec{u}_x + \cos\theta\vec{u}_y\end{aligned}$$

2 Exercice 3: Combinaison mouvement lineaire et mouvement

Il est impératif de bien comprendre qu'on peut exprimer une vitesse relative à relative à un référentiel. Le mouvement d'un point est donc relatif à un observateur fixe dans un référentiel d'étude.



Tip

Un **référentiel** (ou **solide de référence**) est un ensemble de points tous fixes les uns par rapport aux autres. L'observateur qui étudie le mouvement d'un point est lui-même immobile dans ce référentiel.

Si l'on considère une vitesse liée à un référentiel fixe, il faut comprendre qu'il est parfois plus simple d'exprimer celle-ci sur une base tournante.

Rappel: Un vecteur peut changer dans le temps en "*tournant*", il faut toujours savoir dans quel référentiel on dérive un vecteur