
Extensometrie Electrique par Jauges de Déformation

TP: FLEXION - TORSION

Résumé

L'objectif est de mettre en pratique certaines notions abordées d'un point de vue théorique dans les modules de physique et de mécanique (mécanique du solide déformable, thermodynamique, transferts thermiques, optique ondulatoire). Durant les différentes séances, l'étudiant sera amené à réaliser et interpréter des essais de déformation (traction, flexion, torsion) par extensiométrie mécanique ou électrique, à observer et analyser les changements d'état de la matière (fusion, liquéfaction) ainsi que le rayonnement thermique émis par des matériaux, et enfin à étudier la diffraction de la lumière par un réseau périodique

💡 Objectifs de la séance

- Détermination théorique de l'état de déformation en différents points d'une poutre droite de section circulaire soumise à une sollicitation de flexion-torsion (cf. TD n°10)
- Maîtrise du fonctionnement d'une jauge de déformation. Pour rappel, le principe de l'extensométrie par jauges de déformation est décrit dans le cours de MSD (Chap. 7 et TD n°9).
- Détermination expérimentale de la matrice des déformations en un point d'une poutre droite déformée à l'aide de rosettes biaxiales ou triaxiales.

🔥 Attention

Les questions 3.1. à 3.6. devront avoir été préparées avant la séance. Les réponses seront notées en début de TP.

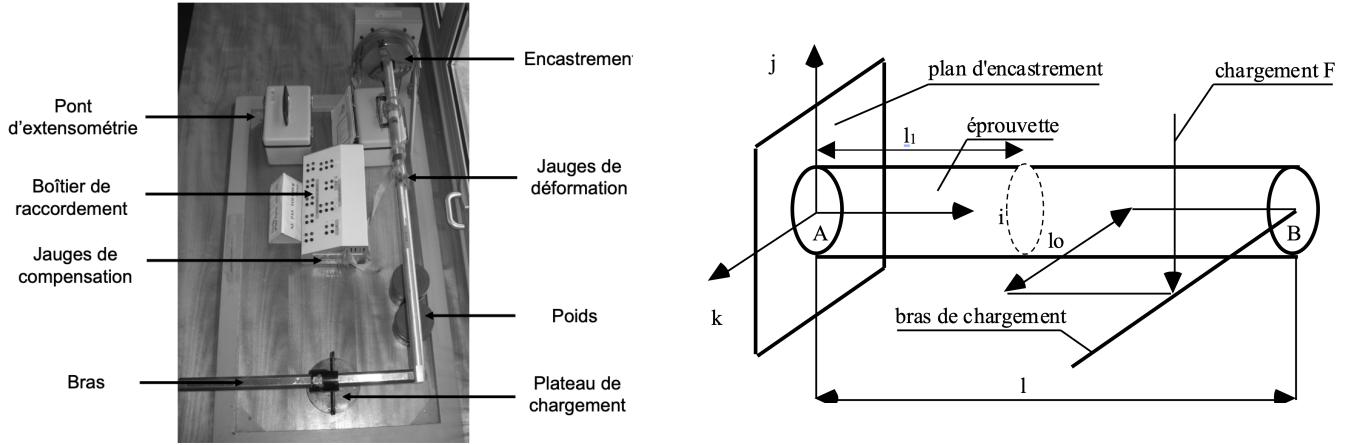
Conseils : la préparation de ce TP est relativement longue ; ne vous y prenez pas au dernier moment ! Par expérience, une préparation bâclée conduit automatiquement à une note finale inférieure à la moyenne.

1 Moyens expérimentaux

1.1 Éprouvette

On dispose d'une éprouvette en duralumin de section circulaire de rayon $R = 15 \text{ mm}$ et de longueur $l = 900 \text{ mm}$. Elle est encastree à l'une de ses extrémités ($x = 0$) et chargée à l'autre ($x = l$) par

l'intermédiaire d'un bras de longueur l_0 variable :



Ainsi, pour la surface $x = l$, le torseur global équivalent associé au chargement s'écrit en B ,

$$\tau_b = \begin{cases} \underline{R}(\tau_B) = \begin{cases} 0 \\ -F \\ 0 \end{cases} \\ \underline{M}(\tau_B, B) = \begin{cases} F \cdot L_0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \end{cases}$$

La résultante $\underline{R}(\tau_B)$ orientée selon $-j$ est responsable de la flexion de la poutre et le moment $\underline{M}(\tau_B, B)$ orienté selon i est responsable de la torsion.

1.2 Dispositif de mise en charge

On dispose de 5 poids de 10, 20, 30, 40, 50 N. On peut régler la longueur l_0 (entre le plateau de chargement et l'axe de révolution de l'éprouvette) entre de 15 à 500 mm. La charge F peut ainsi varier de 10 à 150 N par incrément de 10 N et le moment de torsion peut varier continûment de 0 à 75 N.m.

1.3 Jauges de déformation

A la distance $l_1 = 410$ mm de l'encastrement, l'éprouvette est équipée de rosettes biaxiales à 90° et triaxiales à 45° comme le montre la figure ci-dessous aux points:

1. Point 1: $(l_1, R, 0)$
2. Point 2: $(l_1, -R, 0)$
3. Point 3: $(l_1, 0, R)$ et
4. Point 4: $(l_1, 0, -R)$

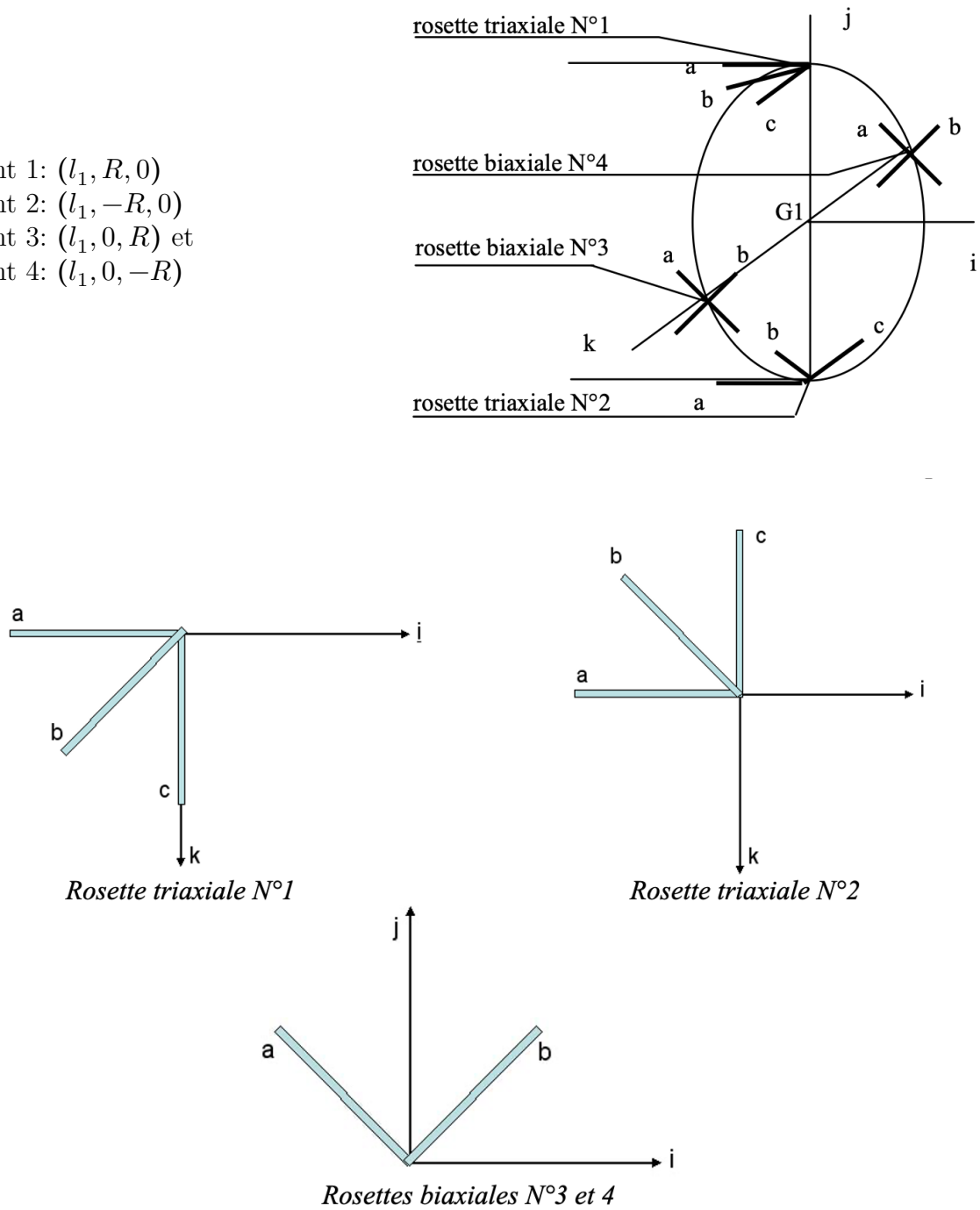


Figure 1: Rosettes

Toutes ces jauges actives sont connectées à un boîtier de raccordement (figure ci-dessous). 10 jauges de compensation sont également connectées à ce boîtier. Pour information, le facteur de jauge K associé aux jauges a pour valeur 2,12

Pour rappel,

$$\frac{dR}{R} = K\epsilon \quad \text{avec} \quad K = C(1 - 2\nu) + (1 + 2\nu)$$

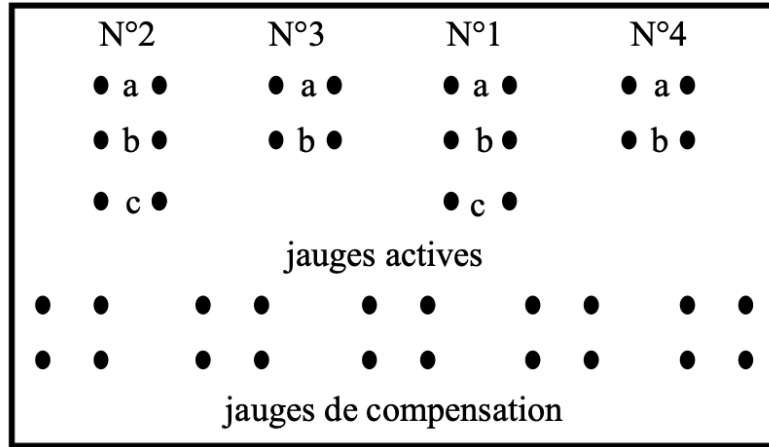


Figure 2: Tableau

1.4 Pont d'extensométrie

Un pont d'extensométrie Vishay-micromesures est prévu : il permet d'effectuer des montages quart de pont, demi-pont ou pont complet.

2 Rappels des résultats théoriques

2.1 Loi de comportement

Dans le domaine qui nous intéresse, le duralumin est considéré comme un matériau élastique, linéaire et isotrope. On peut ainsi appliquer la *loi de Hooke*:

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{trace}(\underline{\underline{\Sigma}}) \underline{\underline{I}}$$

Le duralumin se caractérise par un module d'Young $E = 72 \text{ GPa}$, un coefficient de Poisson $\nu = 0.32$ et une limite élastique $R_e = 240 \text{ MPa}$.

2.2 État de contrainte

On montre que la matrice des contraintes est de la forme

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & 0 & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Donc,

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(x, y, z) &= \frac{4F(l-x)y}{\pi R^4} \\ \sigma_{xy}(x, y, z) &= -\left(\frac{F}{2\pi R^2} \cdot \frac{3+2\nu}{1+\nu}\right) \left(1 - \frac{y^2}{R^2} - \frac{1-2\nu}{3+2\nu} \cdot \frac{z^2}{R^2}\right) - \frac{2Fl_0 z}{\pi R^4} \\ \sigma_{xz}(x, y, z) &= \frac{F}{\pi R^4} \cdot \frac{1+2\nu}{1+\nu} \cdot \frac{yz}{R^2} + \frac{2Fl_0 y}{\pi R^4}\end{aligned}$$

La flexion de la poutre induit la contrainte normale σ_{xx} et les premiers termes des contraintes de cisaillement σ_{xy} et σ_{xz} . La torsion de l'éprouvette est responsable des seconds termes des contraintes de cisaillement σ_{xy} et σ_{xz} .

Les contraintes aux différents points analysés sont alors les suivantes :

$$\begin{aligned}\text{Point 1 } (l_1, R, 0) &\longrightarrow \left[\sigma_{xx}(1) = \frac{4F(l-l_1)}{\pi R^3}; \quad \sigma_{xy}(1) = 0; \quad \sigma_{xz}(1) = \frac{2Fl_0}{\pi R^3} \right] \\ \text{Point 2 } (l_1, -R, 0) &\longrightarrow \left[\sigma_{xx}(2) = \frac{4F(l-l_1)}{\pi R^3}; \quad \sigma_{xy}(2) = 0; \quad \sigma_{xz}(2) = \frac{-2Fl_0}{\pi R^3} \right] \\ \text{Point 3 } (l_1, 0, R) &\longrightarrow \left[\sigma_{xx}(3) = 0; \quad \sigma_{xy}(3) = -\frac{1+2\nu}{1+\nu} \frac{F}{\pi R^2} - \frac{2Fl_0}{\pi R^3}; \quad \sigma_{xz}(3) = 0 \right] \\ \text{Point 4 } (l_1, 0, -R) &\longrightarrow \left[\sigma_{xx}(4) = 0; \quad \sigma_{xy}(4) = -\frac{1+2\nu}{1+\nu} \frac{F}{\pi R^2} + \frac{2Fl_0}{\pi R^3}; \quad \sigma_{xz}(4) = 0 \right]\end{aligned}$$

3 Questions

Les questions 3.1. à 3.6. devront avoir été préparées avant la séance.

1. (1 point) Proposer un montage expérimental qui n'induit que de la flexion (démontrer en calculant le torseur global en $x = L$ que le montage proposé n'induit que de la flexion). Mêmes questions pour la torsion.

Solution:

- Pour n'imposer que de la flexion, il suffit tout simplement de suspendre un poids au bout de la barre :

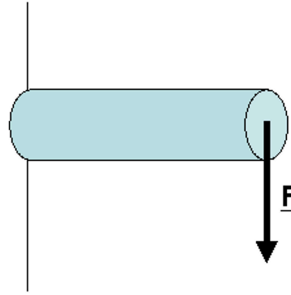


Figure 3: $R(\tau) = -F\underline{j}$

- Pour n'imposer que de la torsion, il suffit par exemple d'imposer deux forces opposées orientées selon \underline{j} qui induiront une résultante nulle et un moment selon \underline{i}

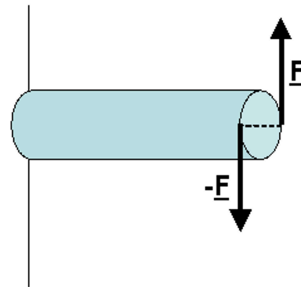


Figure 4: $R(\tau) = -F\underline{j}$

2. (1 point) Déterminer les expressions théoriques des déformations aux points 2 et 3 en fonction de E , ν , R , l_0 , l_1 et F . Puis, faites l'application numérique en vous fixant une longueur de bras de levier l_0 comprise entre 50 et 450 mm et une masse comprise entre 5 et 15 kg . Déterminer alors toutes les déformations et les directions principales associées au point 3.

Solution:

- Pour déterminer les déformations aux 4 points particuliers, il suffit d'appliquer la loi de Hooke (matériau élastique linéaire):

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{trace}(\underline{\underline{\Sigma}}) \underline{\underline{I}}$$

à partir des expressions théoriques des matrices des contraintes en ces points, on obtient ainsi :

Point 3

3. (1 point) Rappeler le principe d'une jauge de déformation. Rappeler le principe d'un pont de Wheastone et son intérêt. Quels sont les avantages du montage $\frac{1}{2}$ pont sur le montage $\frac{1}{4}$ de pont ?

Solution:

4. (1 point) Justifier l'utilisation d'une rosette triaxiale au point 2. Même question pour la rosette bi-axiale au point 3.

Solution:

Déterminer, pour les points 2 et 3, les relations entre les informations expérimentales fournies par les différentes jauges et les composantes de la matrice des déformations en ces points. Pour rappel, la dilatation linéique relative associée à une direction \underline{n} en un point M s'écrit: $\underline{\epsilon}(M, n) = \underline{n} \underline{E}(M) \cdot \underline{n}$

Solution:

5. Etude de la linéarité du comportement au point 2 de la jauge orientée selon \underline{a} . En vous appuyant sur les résultats des questions 3.5. et 3.2., quelle est la relation théorique exacte attendue entre la réponse en déformation mesurée et la charge appliquée F ?

Solution:

3.1 Partie expérimentale

Vérifier cette linéarité (montage $\frac{1}{4}$ de pont) en utilisant Regressi ou Excel. Calculer l'écart relatif entre pente théorique et pente expérimentale. Faites une liste la plus exhaustive possible des incertitudes associées aux valeurs théorique et expérimentale qui peuvent expliquer cet écart relatif non nul ?

- Etude du point 2 en $\frac{1}{4}$ de pont.

Déterminer expérimentalement la matrice des déformations au point 2 pour une charge F et une longueur de bras l_0 fixées (reprendre les valeurs utilisées à la question 3.2.). Comparer vos résultats expérimentaux aux résultats théoriques déterminés à la question 3.2. Calculez l'écart relatif entre ces différentes valeurs ?

- Etude du point 2 en $\frac{1}{2}$ pont

Avec la même charge F et la même longueur de bras l_0 , déterminer expérimentalement la matrice des déformations au point 2 en utilisant cette fois un montage $\frac{1}{2}$ pont. Le montage $\frac{1}{2}$ pont donne-t-il de meilleurs résultats que le $\frac{1}{4}$ de pont ? Dans quels cas, le montage $\frac{1}{2}$ pont est-il indispensable ?

- Etude du point 3

Déterminer expérimentalement l'état de déformation associé au point 3 en mesurant ϵ_a puis ϵ_b . Comparer avec les résultats théoriques (écart relatif). Comment expliquez-vous les écarts mesurés entre ϵ_a et ϵ_b ? Peut-on mettre en cause le positionnement angulaire de la rosette par l'expérimentateur (en supposant les jauges perpendiculaires l'une à l'autre) ? Faites le calcul théorique pour le vérifier.

3.10. Découplage du cisaillement et de la torsion

On peut noter que :

$$\begin{aligned}\epsilon_a^3 = -\epsilon_{xy}^3 &= - \left[-\frac{(1+2\nu)F}{E\pi R^2} - \frac{(1+\nu)F}{E\pi R^2} \frac{2l_0}{R} \right] = - [(\epsilon_{xy}^3)^{\text{flexion}} + (\epsilon_{xy}^3)^{\text{torsion}}] \\ \epsilon_a^4 = -\epsilon_{xy}^4 &= - \left[-\frac{(1+2\nu)F}{E\pi R^2} + \frac{(1+\nu)F}{E\pi R^2} \frac{2l_0}{R} \right] = - [(\epsilon_{xy}^4)^{\text{flexion}} - (\epsilon_{xy}^4)^{\text{torsion}}]\end{aligned}$$

En utilisant les rosettes 3 et 4 et en câblant les jauges en pont complet, proposer une méthode expérimentale permettant de déterminer directement la déformation de cisaillement ϵ_{xy} induite par la flexion. Même question concernant la déformation de cisaillement ϵ_{xy} induite par la torsion. Comparer ces valeurs aux valeurs théoriques. Quelle est la part prépondérante : flexion ou torsion ? Discuter ...