# Laborator 1

Logică matematică și computațională

### **Prolog**

- Prolog este cel mai cunoscut limbaj de programare logică.
  - bazat pe logica clasică de ordinul I (cu predicate), despre care se vor învăța mai multe la curs și seminar
  - funcționează pe bază de unificare, rezoluție și backtracking (pe aceste lucruri le vom vedea doar în practică, pe parcursul laboratorului)
- Multe implementări îl transformă în limbaj de programare matur
  - I/O, operații implementate deja în limbaj etc.

### **Prolog**

- O implementare cunoscută este SWI-Prolog:
  - gratuită
  - folosită des cu scop pedagogic
  - conține multe biblioteci
  - http://www.swi-prolog.org/
- Vom folosi pentru început varianta online SWISH a SWI-Prolog:
  - http://swish.swi-prolog.org/

### **Prolog**

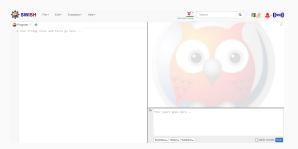
### Întrebări:

- Cum arată un program în Prolog?
- Cum interogăm un program în Prolog (și ce înseamnă aceasta)?

### Interfața SWISH

Interfața mediului SWISH conține trei componente:

- programul Prolog în stânga
- interogarea în dreapta-jos
- rezultatul interogărilor în dreapta-sus



Când ne uităm la câmpul de interogare, vedem că apare semnul ?- în stânga sa, lucru care indică faptul că, atunci când vom avea de-a face în acest suport cu un șir de caractere care are ?- la început, restul textului va trebui scris în acel câmp.

#### Sintaxă: atomi

#### **Atomi:**

- secvențe de litere, numere și \_, care încep cu o literă mică
- şiruri între apostrofuri 'Atom'
- anumite simboluri speciale

#### Exemplu

- elefant
- abcXYZ
- 'Acesta este un atom'
- '(@ \*+'
- +

#### Interogați:

```
?- atom('(@ *+ ').
```

true.

Aici, atom/1 este un predicat predefinit.

## Sintaxă: constante și variabile

#### **Constante:**

• atomi: a, 'I am an atom'

• numere: 2, 2.5, -33

#### Variabile:

- secvențe de litere, numere și \_, care încep cu o literă mare sau cu \_
- Variabilă specială: \_ este o variabilă anonimă
  - două apariții ale simbolului \_ sunt variabile diferite
  - este folosită când nu vrem să folosim variabila respectivă

#### Exemplu

- X
- Animal
- \_X
- X<sub>1</sub>2

### Un mic exercițiu sintactic

Care din următoarele șiruri de caractere sunt constante și care sunt variabile în Prolog?

- vINCENT
- Footmassage
- variable23
- Variable2000
- big\_kahuna\_burger
- 'big kahuna burger'
- big kahuna burger
- 'Jules'
- Jules
- '\_Jules'

### Un mic exercițiu sintactic

Care din următoarele șiruri de caractere sunt constante și care sunt variabile în Prolog?

- vINCENT constantă
- Footmassage variabilă
- variable23 constantă
- Variable2000 variabilă
- big\_kahuna\_burger constantă
- 'big kahuna burger' constantă
- big kahuna burger nici una, nici alta
- 'Jules' constantă
- Jules variabilă
- '\_Jules' constantă

### Sintaxă: termeni compuși

#### Termeni compuși:

- au forma p(t1,...,tn) unde
  - p este un atom,
  - t1,...,tn sunt termeni.

#### Exemplu

- is\_bigger(horse,X)
- is\_bigger(horse,dog)
- $f(g(X,_{-}),7)$
- Un termen compus are
  - un nume (numit functor): is\_bigger în is\_bigger (horse, X)
  - o aritate (numărul de argumente): 2 în is\_bigger(horse, X)

Când vorbim despre un program, marcăm aritatea unui functor cu o bară după nume, cum ar fi is\_bigger/2 în exemplul de mai sus. Functorul poate fi un predicat sau un simbol de funcție, după cum vom vedea și întelege în exemple concrete.

## Ideea de programare logică

- Un program logic este o colecție de proprietăți (scrise sub formă de formule logice) presupuse despre lume (sau mai degrabă despre lumea programului).
- Programatorul furnizează și o proprietate (scrisă tot ca o formulă logică) care poate să fie sau nu adevărată în lumea respectivă (interogare, query).
- Sistemul determină dacă proprietatea aflată sub semnul întrebării este o consecință a proprietăților presupuse în program.

## Exemplu de program logic

Acest exemplu este scris în limbajul logicii propoziționale:

```
\begin{array}{cccc} \text{oslo} & \to & \text{windy} \\ & \text{oslo} & \to & \text{norway} \\ & \text{norway} & \to & \text{cold} \\ \\ \text{cold} & \land & \text{windy} & \to & \text{winterIsComing} \\ & & \text{oslo} \end{array}
```

## Exemplu de program logic

Acest exemplu este scris în limbajul logicii propoziționale:

$$\begin{array}{cccc} \mathsf{oslo} & \to & \mathsf{windy} \\ & \mathsf{oslo} & \to & \mathsf{norway} \\ & \mathsf{norway} & \to & \mathsf{cold} \\ \\ \mathsf{cold} & \land & \mathsf{windy} & \to & \mathsf{winterIsComing} \\ & & \mathsf{oslo} \end{array}$$

#### Exemplu de interogare

Este adevărat winterIsComing?

## Exemplul de mai sus în SWI-Prolog

### Program:

```
windy :- oslo.
norway :- oslo.
cold :- norway.
winterIsComing :- windy, cold.
oslo.
```

#### Interogare:

```
?- winterIsComing.
true
```

## Un exemplu mai complex

```
lată un alt program Prolog:
father(peter, meg).
father(peter, stewie).
mother(lois, meg).
mother(lois, stewie).
griffin(peter).
griffin(lois).
griffin(X) :- father(Y,X), griffin(Y).
```

Un program în Prolog poate fi privit ca o bază de cunoștințe (Knowledge Base).

# Program în Prolog = mulțime de reguli

Practic, gândim un program în Prolog ca pe o mulțime de reguli cu ajutorul cărora descriem *lumea* (*universul*) programului respectiv.

### Exemplu

```
father(peter, meg).
father(peter, stewie).
                                        Predicate:
mother(lois, meg).
                                        father/2
mother(lois, stewie).
                                        mother/2
                                        griffin/1
griffin(peter).
griffin(lois).
griffin(X) :- father(Y,X), griffin(Y).
```

# Un program în Prolog



Fapte + Reguli

### **Program**

• Un program în Prolog este format din reguli de forma

Head :- Body.

- Head este un predicat aplicat unui număr de termeni egal cu aritatea sa, iar Body este o secvență de predicate (din nou, fiecare dintre ele aplicat unui număr de termeni egal cu aritatea sa), separate prin virgulă.
- Regulile fără Body se numesc fapte.

### **Program**

• Un program în Prolog este format din reguli de forma

```
Head :- Body.
```

- Head este un predicat aplicat unui număr de termeni egal cu aritatea sa, iar Body este o secvență de predicate (din nou, fiecare dintre ele aplicat unui număr de termeni egal cu aritatea sa), separate prin virgulă.
- Regulile fără Body se numesc fapte.

#### Exemplu

- Exemplu de regulă: griffin(X) :- father(Y,X), griffin(Y).
- Exemplu de fapt: father(peter,meg).

## Interpretarea din punctul de vedere al logicii

operatorul :- modelează implicația logică ←

```
Exemplu
comedy(X) :- griffin(X)

dacă griffin(X) este adevărat, atunci comedy(X) este adevărat.
```

### Interpretarea din punctul de vedere al logicii

operatorul :- modelează implicația logică ←

```
Exemplu
comedy(X) :- griffin(X)

dacă griffin(X) este adevărat, atunci comedy(X) este adevărat.
    • virgula , modelează conjuncția  \( \)

Exemplu
griffin(X) :- father(Y,X), griffin(Y).

dacă father(Y,X) și griffin(Y) sunt adevărate,
atunci griffin(X) este adevărat.
```

## Interpretarea din punctul de vedere al logicii

 mai multe reguli cu același Head servesc la definirea aceluiași predicat, între definiții considerându-se a fi un sau logic.

#### Exemplu

```
comedy(X) :- family_guy(X).
comedy(X) :- south_park(X).
comedy(X) :- disenchantment(X).
```

#### dacă

```
family_guy(X) este adevărat sau south_park(X) este adevărat sau
disenchantment(X) este adevărat,
```

#### atunci

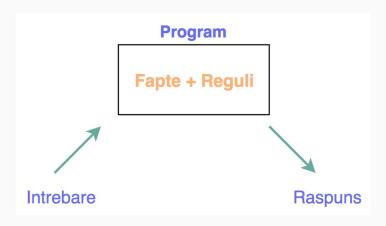
```
comedy(X) este adevărat.
```

# Un program în Prolog



Cum folosim un program în Prolog?

# Întrebări în Prolog



## Interogări în Prolog

- Prolog poate răspunde la interogări legate de consecințele relațiilor descrise într-un program în Prolog.
- Interogările sunt de forma:

```
?- predicat<sub>1</sub>(...),...,predicat<sub>n</sub>(...).
```

- Prolog verifică dacă interogarea este o consecință a relațiilor definite în program.
- Dacă este cazul, Prolog caută valori pentru variabilele care apar în interogare astfel încât instanțierea interogării cu acele valori să fie o consecință a relațiilor din program.
- Un predicat care este analizat pentru a se răspunde la o interogare se numește țintă (goal).

## Interogări în Prolog

Prolog poate da 2 tipuri de răspunsuri:

- false în cazul în care interogarea nu este o consecință a programului.
- true sau valori pentru variabilele din interogare în cazul în care ea este o consecință a programului.

## Interogări în Prolog

#### Prolog poate da 2 tipuri de răspunsuri:

- false în cazul în care interogarea nu este o consecință a programului.
- true sau valori pentru variabilele din interogare în cazul în care ea este o consecință a programului.

### Exemplu

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă regulile în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

X = a.

Să presupunem că avem programul:

```
foo(a). foo(b). foo(c).

și că interogăm:
?- foo(X).
```

Pentru a răspunde la interogare se caută o potrivire (unificator) între scopul foo(X) și baza de cunoștințe. Răspunsul este substituția care realizează potrivirea, în cazul nostru X = a.

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă regulile în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

```
foo(a). foo(b). foo(c).

și că punem următoarea întrebare:
?- foo(X).
X = a.
```

#### false

?-foo(d).

Dacă nu se poate face potrivirea, răspunsul este false.

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă regulile în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

```
foo(a). foo(b). foo(c).
```

și că punem următoarea întrebare:

```
?- foo(X).
```

X = a.

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă regulile în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

```
foo(a). foo(b). foo(c).
```

și că punem următoarea întrebare:

```
?- foo(X).
```

$$X = a$$
.

Dacă dorim mai multe răspunsuri, apăsăm Next

```
?-foo(X). X = a;
```

$$X = b$$
;

$$X = c$$
.

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă regulile în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

```
foo(a).
```

foo(b).

foo(c).

și că punem următoarea întrebare:

```
?- foo(X).
```

```
?- trace.
true.
[trace] ?- foo(X).
    Call: (8) foo(_4556) ? creep
    Exit: (8) foo(a) ? creep
X = a;
    Redo: (8) foo(_4556) ? creep
    Exit: (8) foo(b) ? creep
X = b;
    Redo: (8) foo(_4556) ? creep
Exit: (8) foo(o) ? creep
X = c.
```

Pentru a găsi un răspuns, Prolog redenumește variabilele.

#### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

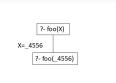
foo(a).

foo(b).

foo(c).

și că punem următoarea întrebare:

?- foo(X).



Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă regulile în ordinea apariției lor.

### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

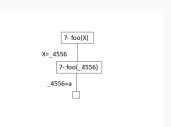
foo(a).

foo(b).

foo(c).

și că punem următoarea întrebare:

```
?-foo(X).
```



În acest moment, a fost găsită prima soluție: X=\_4556=a.

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă clauzele în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

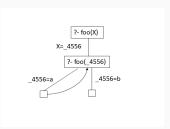
Să presupunem că avem programul:

foo(a).

foo(b).

foo(c).

și că punem următoarea întrebare:



Dacă se dorește încă un răspuns, atunci se face un pas înapoi în arborele de căutare și se încearcă satisfacerea țintei cu o nouă valoare.

Pentru a găsi un răspuns, Prolog încearcă clauzele în ordinea apariției lor.

#### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

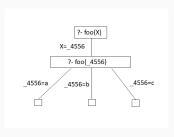
foo(a).

foo(b).

foo(c).

și că punem următoarea întrebare:

?- foo(X).



arborele de căutare

## Exemplu

Să presupunem că avem programul:

bar(b).

bar(c).

baz(c).

și că punem următoarea întrebare:

?- bar(X),baz(X).

```
?- p(X) .

X=_4556

?- bar(_4556), baz(_4556)
```

Prolog se întoarce la ultima alegere dacă o sub-țintă eșuează.

## Exemplu

Să presupunem că avem programul:

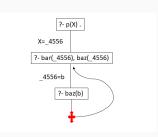
bar(b).

bar(c).

baz(c).

și că punem următoarea întrebare:

?- bar(X),baz(X).



Prolog se întoarce la ultima alegere dacă o sub-țintă eșuează.

## Exemplu

Să presupunem că avem programul:

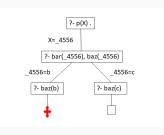
bar(b).

bar(c).

baz(c).

și că punem următoarea întrebare:

?- bar(X),baz(X).



Soluția găsită este: X=\_4556=c.

Ce se întâmplă dacă schimbăm ordinea regulilor?

### Exemplu

Să presupunem că avem programul:

```
bar(c).
```

bar(b).

baz(c).

și că punem următoarea întrebare:

```
?- bar(X),baz(X).
```

Exemplu

Ce se întâmplă dacă schimbăm ordinea regulilor?

```
bar(c).
bar(b).
baz(c).

şi că punem următoarea întrebare:
?- bar(X),baz(X).
X = c;
false
```

Să presupunem că avem programul:

Vă explicați ce s-a întâmplat? Desenați arborele de căutare!

# Un program mai complicat

### Problema colorării hărților

Să se coloreze o hartă dată cu un număr minim de culori astfel încât oricare două țări vecine să fie colorate diferit.



Sursa imaginii

# Un program mai complicat

### Problema colorării hărților

Să se coloreze o hartă dată cu un număr minim de culori astfel încât oricare două țări vecine să fie colorate diferit.

Cum modelăm această problemă în Prolog?



Sursa imaginii

# Un program mai complicat

### Problema colorării hărților

Să se coloreze o hartă dată cu un număr minim de culori astfel încât oricare două țări vecine să fie colorate diferit.

# Cum modelăm această problemă în Prolog?

## Exemplu

Trebuie să definim:

- culorile
- harta
- constrângerile



Sursa imaginii

### Definim culorile

```
culoare(albastru).
culoare(rosu).
culoare(verde).
culoare(galben).
```

### Definim culorile, harta

### Definim culorile, harta și constrângerile.

```
culoare(albastru).
culoare(rosu).
culoare(verde).
culoare(galben).
harta(RO, SE, MD, UA, BG, HU) :- vecin(RO, SE), vecin(RO, UA),
                             vecin(RO,MD), vecin(RO,BG),
                             vecin(RO, HU), vecin(UA, MD),
                             vecin(BG,SE), vecin(SE,HU).
vecin(X,Y) :- culoare(X),
               culoare(Y),
              X \== Y.
```

### Definim culorile, harta și constrângerile. Cum punem întrebarea?

```
culoare(albastru).
culoare(rosu).
culoare(verde).
culoare(galben).
harta(RO, SE, MD, UA, BG, HU) :- vecin(RO, SE), vecin(RO, UA),
                             vecin(RO,MD), vecin(RO,BG),
                             vecin(RO, HU), vecin(UA, MD),
                             vecin(BG,SE), vecin(SE,HU).
vecin(X,Y) :- culoare(X),
               culoare(Y),
              X \== Y.
```

### Definim culorile, harta și constrângerile. Cum punem întrebarea?

```
culoare(albastru).
culoare(rosu).
culoare(verde).
culoare(galben).
harta(RO, SE, MD, UA, BG, HU) :- vecin(RO, SE), vecin(RO, UA),
                             vecin(RO,MD), vecin(RO,BG),
                             vecin(RO, HU), vecin(UA, MD),
                             vecin(BG,SE), vecin(SE,HU).
vecin(X,Y) :- culoare(X),
               culoare(Y),
              X \== Y.
```

# Ce răspuns primim? Exemplu culoare(albastru). culoare(rosu). culoare(verde). culoare(galben). harta(RO, SE, MD, UA, BG, HU) :- vecin(RO, SE), vecin(RO, UA), vecin(RO,MD), vecin(RO,BG), vecin(RO, HU), vecin(UA, MD), vecin(BG,SE), vecin(SE,HU). vecin(X,Y) :- culoare(X), culoare(Y), X = Y.

MD = BG, BG = HU, HU = verde ■

# Exemplu culoare(albastru). culoare(rosu). culoare(verde). culoare(galben). harta(RO,SE,MD,UA,BG,HU) :vecin(RO,SE), vecin(RO,UA), vecin(RO,MD), vecin(RO,BG), vecin(RO, HU), vecin(UA, MD). vecin(BG,SE), vecin(SE,HU). vecin(X,Y) :- culoare(X), culoare(Y), X = Y. ?- harta(RO,SE,MD,UA,BG,HU). RO = albastru, SE = UA, UA = rosu,

# Compararea termenilor: =,\=, ==,\==

```
    T = U reuşeşte dacă există o potrivire (termenii se unifică)
    T \= U reuşeşte dacă nu există o potrivire
    T == U reuşeşte dacă termenii sunt identici
    T \== U reuşeşte dacă termenii sunt diferiți
```

# Compararea termenilor: =,\=, ==,\==

```
T = U reușește dacă există o potrivire (termenii se unifică) T = U reușește dacă nu există o potrivire T = U reușește dacă termenii sunt identici T = U reușește dacă termenii sunt diferiți
```

## Exemplu

$$?- X = Y$$
.  $?- X == Y$ .  $X = Y$ .  $false$   $?- p(X,q(Z)) = p(Y,X)$ .  $?- p(X,Y) == p(X,Y)$ .  $?- 2 = 1 + 1$   $?- 2 == 1 + 1$  false

• În exemplul de mai sus, 1+1 este privită ca o expresie, nu este evaluată. Există și predicate care forțează evaluarea (e.g., =:=).

# Exemplu de program și interogări cu recursie

## Exemplu

```
?- is_bigger(elephant, horse).
bigger(elephant, horse).
                                          true
bigger(horse, donkey).
                                          ?- bigger(donkey, dog).
bigger(donkey, dog).
                                          true
bigger(donkey, monkey).
                                          ?- is_bigger(elephant, dog).
is_bigger(X, Y) :-
                                          true
      bigger(X, Y).
                                          ?- is_bigger(monkey, dog).
is_bigger(X, Y) :-
                                          false
      bigger(X, Z),
       is_bigger(Z, Y).
                                          ?- is_bigger(X, dog).
                                          X = donkey;
                                          X = elephant ;
                                          X = horse
```

Acest program conține două predicate:

bigger/2, is\_bigger/2.

## Continuare

```
?- is_bigger(X, Y), is_bigger(Y,Z).
X = elephant,
Y = horse,
Z = donkey
X = elephant,
Y = horse,
Z = dog
X = elephant,
Y = horse,
Z = monkey
X = horse,
Y = donkey,
Z = dog
. . . . .
```

# Negarea unui predicat: \+ pred(X)

```
animal(dog). animal(elephant). animal(sheep).
?- animal(cat).
false
?- \+ animal(cat).
true
```

# Negarea unui predicat: \+ pred(X)

```
animal(dog). animal(elephant). animal(sheep).
?- animal(cat).
false
?- \+ animal(cat).
true
```

- Clauzele din Prolog dau doar condiții suficiente (dar nu și necesare) pentru ca un predicat să fie adevărat.
- Pentru a da un răspuns pozitiv la o ţintă, Prolog trebuie să construiască o "demonstraţie" pentru a arată că mulţimea de fapte şi reguli din program implică acea ţintă.
- Astfel, un răspuns false nu înseamnă neapărat că ținta nu este adevărată, ci doar că Prolog nu a reușit să găsească o demonstrație.

# Operatorul \+

- Operatorul predefinit \+ (scris şi not) se foloseşte pentru a nega un predicat.
- O țintă \+ Goal reușește dacă Prolog nu găsește o demonstrație pentru Goal. Negația din Prolog este definită ca incapacitatea de a găsi o demonstrație.
- Semantica operatorului \+ se numește negation as failure.

# Negația ca eșec ('negation as failure')

## Exemplu

Să presupunem că avem o listă de fapte cu perechi de oameni căsătoriți între ei:

```
married(peter, lucy).
married(paul, mary).
married(bob, juliet).
married(harry, geraldine).
```

# Negația ca eșec

## Exemplu (cont.)

Putem să definim un predicat single/1 care reușește dacă argumentul său nu este nici primul nici al doilea argument în faptele pentru married.

```
single(Person) :-
    \+ married(Person, _),
    \+ married(_, Person).

?- single(mary). ?- single(anne). ?- single(X).
false true false
```

Răspunsul la întrebarea ?- single(anne). trebuie gândit astfel:

Presupunem că Anne este single, deoarece nu am putut demonstra că este căsătorită.

## **Diverse**

### • Comentarii:

```
% comentează restul liniei
/* comentariu
pe mai multe linii */
```

• Nu uitați să puneți punct la sfârșitul fiecărei reguli.

## Exercițiul 1

încercați să răspundeți la următoarele întrebări, verificând in interpretor.

- 1. Care dintre următoarele expresii sunt atomi? f, loves(john, mary), Mary, \_c1, 'Hello'
- 2. Care dintre următoarele expresii sunt variabile?
  - a, A, Paul, 'Hello', a\_123, \_,\_abc

## Exercițiul 2

Fișierul ex2.pl conține o bază de cunoștințe reprezentând un arbore genealogic.

- Definiţi următoarele predicate, folosind male/1, female/1 şi parent/2:
  - father\_of(Father, Child)
  - mother\_of(Mother, Child)
  - grandfather\_of(Grandfather, Child)
  - grandmother\_of(Grandmother, Child)
  - sister\_of(Sister,Person)
  - brother\_of(Brother, Person)
  - aunt\_of(Aunt,Person)
  - uncle\_of(Uncle,Person)
- Verificați predicate definite punând diverse întrebări.

## Exercițiul 3: negația

Definim predicatul not\_parent folosind operatorul de negație introdus mai devreme:

```
not_parent(X,Y) := not(parent(X,Y)).
sau
not_parent(X,Y) := \+ parent(X,Y).
Testaţi-I, folosind baza anterioară de cunoştinţe (arbore genealogic):
?= not_parent(bob,juliet).
?= not_parent(X,juliet).
?= not_parent(X,Y).
```

Ce observați? Încercați să analizați răspunsurile primite.

# Exercițiul 3: negația

Definim predicatul not\_parent folosind operatorul de negație introdus mai devreme:

```
not\_parent(X,Y) := not(parent(X,Y)).
sau
not\_parent(X,Y) := \ + \ parent(X,Y).
Testați-l, folosind baza anterioară de cunoștințe (arbore genealogic):
```

```
?- not_parent(bob, juliet).
```

?- not\_parent(X,juliet).

?- not\_parent(X,Y).

Ce observați? Încercați să analizați răspunsurile primite.

• Corectați not\_parent astfel încât să dea răspunsul corect la toate întrebările de mai sus.

# **Bibliografie**

- http://www.learnprolognow.org
- http://cs.union.edu/~striegnk/courses/esslli04prolog
- U. Endriss, Lecture Notes. An Introduction to Prolog Programming, ILLC, Amsterdam, 2018.