

DISCIPLINA: ESTRUTURA DE DADOS II
2018



Implementação de Grafos

Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD



Grafos

- Representação de Grafos
- Criação de um grafo
- Incluir uma aresta no grafo
- Visualizar o grafo

Usando listas de adjacência

REPRESENTAÇÃO DE GRAFOS

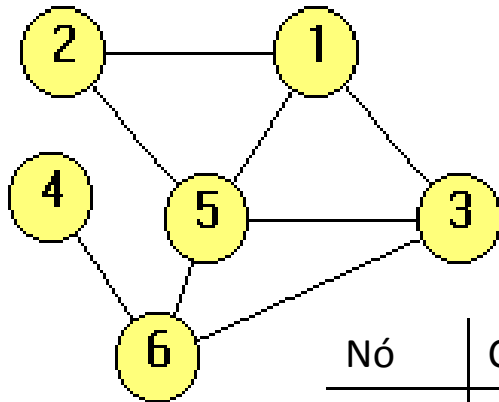
Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

Representação de Grafos

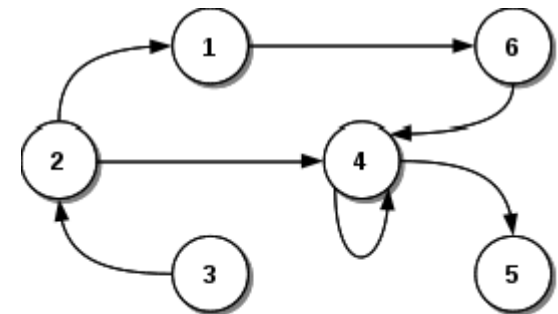
- Listas de adjacência: utiliza uma coleção de listas de adjacência.
 - Útil para representar *grafos esparsos*
 - $(|E| \ll \binom{V}{2})$
- Matrizes de adjacência:
 - Preferível quando o grafo é denso ($|E| \approx \binom{V}{2}$)
 - Necessidade de conhecer com rapidez se uma aresta conecta dois vértices

Grafos

- Cada nó vai ter uma lista de nós aos quais ele esta conectado



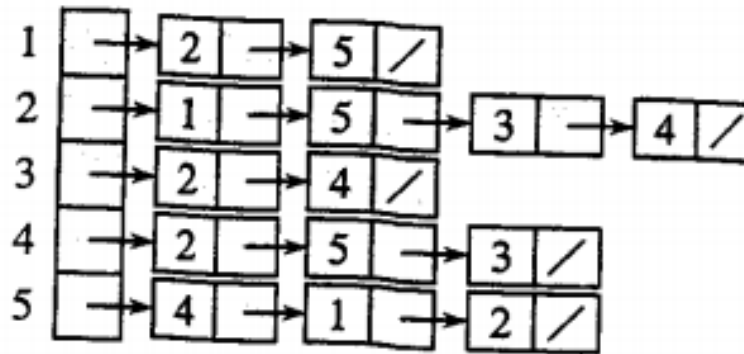
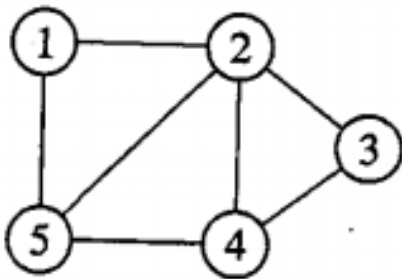
| Nó | Conectado a |
|----|----------------|
| v1 | v2, v5, v3 |
| v2 | v1, v5 |
| v3 | v1, v5, v6 |
| v4 | v6 |
| v5 | v1, v2, v3, v6 |
| v6 | v3, v4, v5 |



| Nó | Conectado a |
|----|-------------|
| v1 | v6 |
| v2 | v1, v4 |
| v3 | v2 |
| v4 | v4, v5, |
| v5 | |
| v6 | v4 |

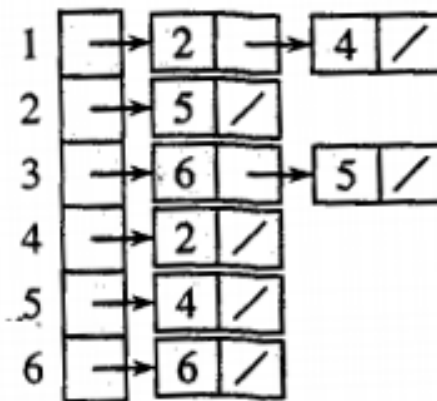
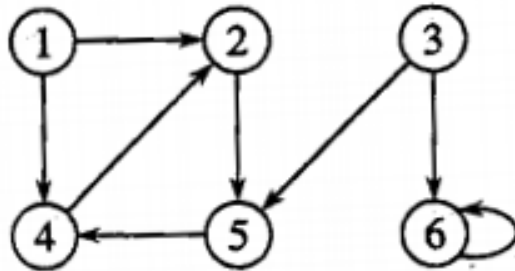
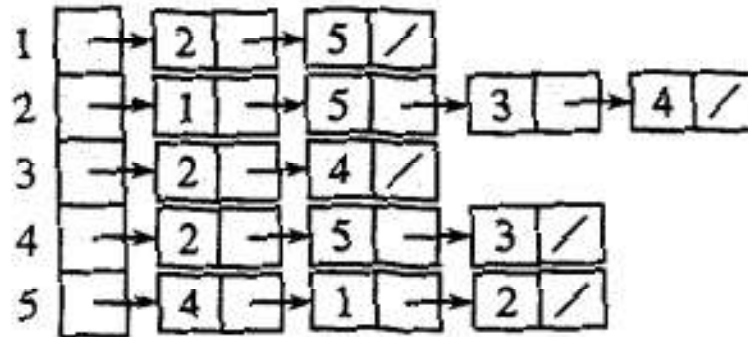
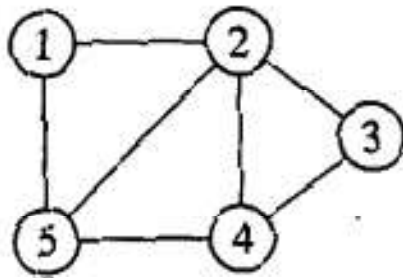
Grafos – Lista de Adjacência

- Um arranjo de $|V|$ listas, uma para cada vértice.
- A lista de adjacência de $u \in V$ contém ponteiros para todos os vértices v tais que existe uma aresta (u,v) .
- Vértices ordenados de forma arbitrária.



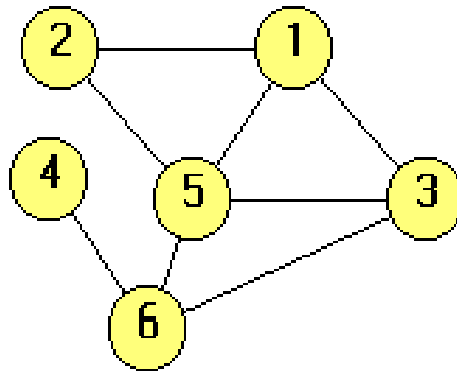
Prof.

Grafos – Lista de Adjacência

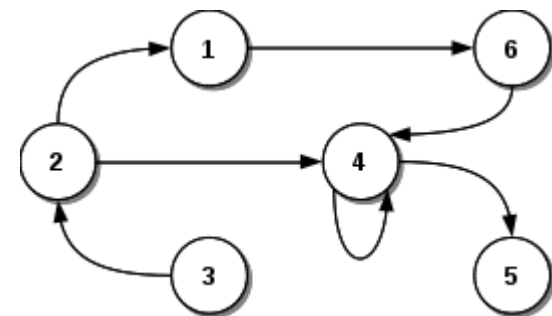


Grafos – Lista de Adjacência

| | |
|------|----------------|
| v1 → | v2, v5, v3 |
| V2 → | v1, v5 |
| V3 → | v1, v5, v6 |
| v4 → | v6 |
| v5 → | v1, v2, v3, v6 |
| V6 → | v3, v4, v5 |

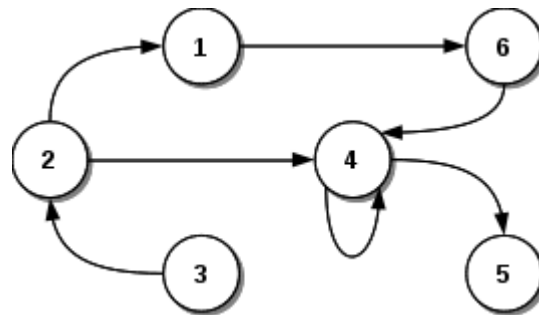


| | |
|------|---------|
| v1 → | V6 |
| V2 → | v1, v4 |
| V3 → | v2 |
| v4 → | v4, v5, |
| v5 → | |
| V6 → | v4 |



Grafos – Lista de Adjacência

- Arranjo de n **listas ligadas**, uma para cada vértice do grafo. (tem que ter o número de nó)
- Um **lista ligada**, os elementos ou dados de cada nó são listas ligadas como os vértices que tem aresta com esse vértice.



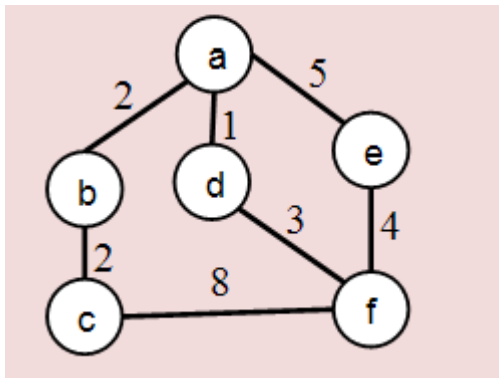
| | |
|------|---------|
| v1 → | V6 |
| V2 → | v1, v4 |
| V3 → | v2 |
| v4 → | v4, v5, |
| v5 → | |
| V6 → | v4 |

Grafos – Lista de Adjacência

- G é um grafo orientado: a soma dos comprimentos de todas as listas de adjacência é $|E|$
- G é um grafo não orientado: a soma dos comprimentos de todas as listas de adjacência é $2|E|$

Grafos – Lista de Adjacência

- Grafo ponderado: a listas de adjacência se podem adaptar.



| | |
|------|--------------------|
| va → | vb,2 → vd,1 → ve,5 |
| vb → | va,2 → vc,2 |
| vc → | vb,2 → vf,8 |
| vd → | va,1 → vf,3 |
| ve → | va,5 → vf,4 |
| vf → | ve,4 → vd,3 → vc,8 |

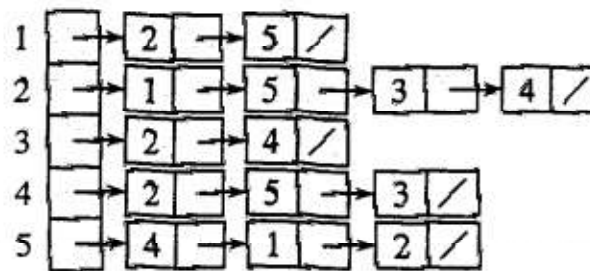
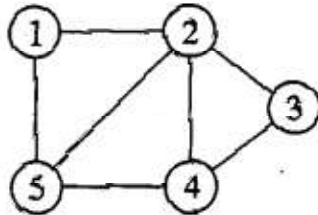
Grafos – Matriz de Adjacência

- Uma matriz $n \times n$ ($|V| \times |V|$), onde n é o numero de vértices.
- $A[i,j] \rightarrow$ representa se houver uma aresta desde o vértice i até o vértice j

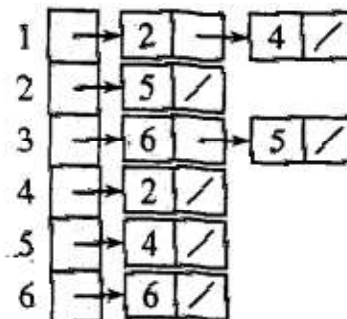
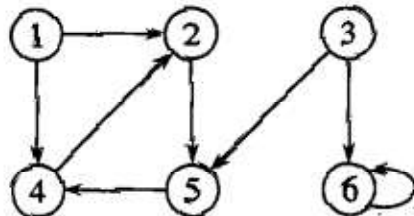
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } (i, j) \in E, \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

- Se o grafo é ponderado o valor de $a[i,j]$ é o peso
- Grafo não ponderado o valor de $a[i,j]$ é 0 ou 1

Grafos - Representação

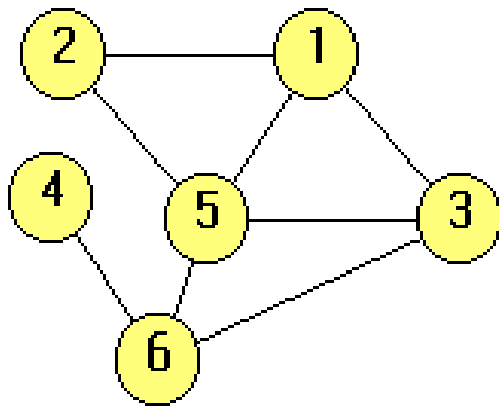


| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

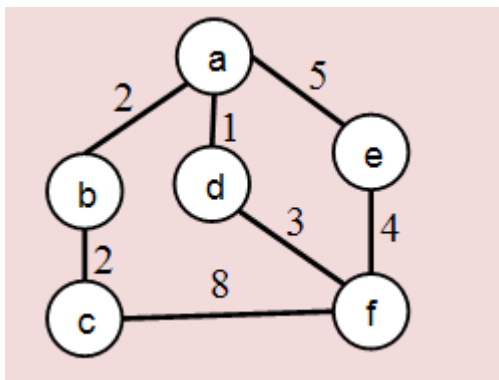


| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Grafos – Matriz de Adjacência



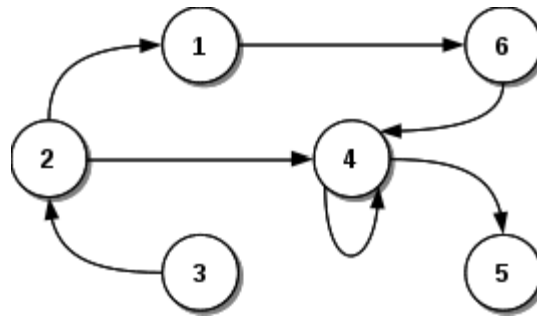
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |



| | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 2 | 0 | 1 | 5 | 0 |
| b | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| c | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| d | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| e | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| f | 0 | 0 | 8 | 3 | 4 | 0 |

Grafos – Matriz de Adjacência

- Exercícios: Mostrar as duas representações.



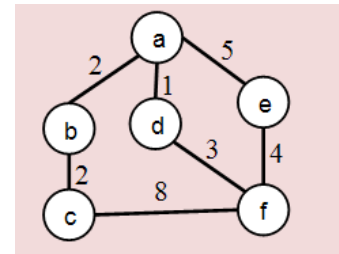
Grafos

- Grafos densos: muitas arestas em relação ao numero de vértices.

| | |
|------|--------------------|
| va → | vb,2 → vd,1 → ve,5 |
| vb → | va,2 → vc,2 |
| vc → | vb,2 → vf,8 |
| vd → | va,1 → vf,3 |
| ve → | va,5 → vf,4 |
| vf → | ve,4 → vd,3 → vc,8 |

| | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 2 | 0 | 1 | 5 | 0 |
| b | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| c | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| d | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| e | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| f | 0 | 0 | 8 | 3 | 4 | 0 |

Listas enormes, mais memória



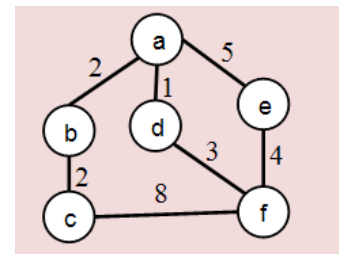
Grafos

- Grafos esparso: poucas arestas em relação ao numero de vértices.

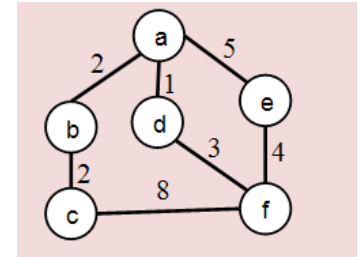
| | |
|------|--------------------|
| va → | vb,2 → vd,1 → ve,5 |
| vb → | va,2 → vc,2 |
| vc → | vb,2 → vf,8 |
| vd → | va,1 → vf,3 |
| ve → | va,5 → vf,4 |
| vf → | ve,4 → vd,3 → vc,8 |

menos memória

| | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 2 | 0 | 1 | 5 | 0 |
| b | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| c | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| d | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| e | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| f | 0 | 0 | 8 | 3 | 4 | 0 |



Grafos



Em dependência da operações.

- Busca → mais rápida como lista de adjacência
- Testar existência de uma aresta → mais rápida em matrizes.
- Encontrar predecessor de um nó → mais rápido em matrizes

| | |
|------|--------------------|
| va → | vb,2 → vd,1 → ve,5 |
| vb → | va,2 → vc,2 |
| vc → | vb,2 → vf,8 |
| vd → | va,1 → vf,3 |
| ve → | va,5 → vf,4 |
| vf → | ve,4 → vd,3 → vc,8 |

| | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 2 | 0 | 1 | 5 | 0 |
| b | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| c | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| d | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| e | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| f | 0 | 0 | 8 | 3 | 4 | 0 |

Grafos

| Matrizes de adjacência | Listas de adjacência |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• Grafos densos.• Operações como teste de aresta, identificação de predecessores. | <ul style="list-style-type: none">• Grafos esparsos.• Operações que tenham como base um caminho de um vértice a outro (ex. busca) |

IMPLEMENTAÇÃO LISTAS DE ADJACÊNCIA

Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

Grafo

```
typedef struct adjacencia {  
    int vertice;  
    int peso;  
    struct adjacencia *prox;  
}ADJACENCIA;  
  
typedef struct vertice {  
    ADJACENCIA *cad;  
}VERTICE;  
  
typedef struct grafo{  
    int vertices;  
    int arestas;  
    VERTICE *vert;  
}GRAFO;
```

Criação de um grafo

- Número fixo de vértices

```
GRAFO* criaGrafo(int v) {  
    GRAFO* g = new (GRAFO);  
    g->vertices=v;  
    g->arestas=0;  
    g->vert = new VERTICE[v];  
    for (int i=0; i<v; i++)  
        g->vert[i].cad = NULL;  
    return g;  
}
```

| | |
|-------|------|
| 1 → | NULL |
| 2 → | NULL |
| ... → | NULL |
| ... → | NULL |
| ... → | NULL |
| v → | NULL |

```
int main()  
{
```

```
    GRAFO* gr = criaGrafo(5);
```

Incluir uma aresta no grafo

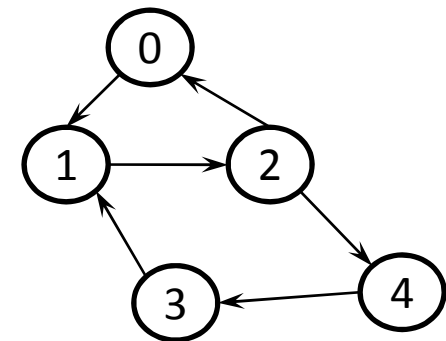
- Criação de adjacência

```
ADJACENCIA* criaAdj(int v, int peso) {  
    ADJACENCIA* temp = new(ADJACENCIA);  
    temp->vertice=v;  
    temp->peso = peso;  
    temp->prox=NULL;  
    return (temp);  
}
```

Incluir uma aresta no grafo

- Criação da aresta

```
bool criaAresta(GRAFO* gr, int vi, int vf, TIPOPESO p) {  
    if (!gr) return (false);  
    if ((vf < 0) || (vf >= gr->vertices))  
        return (false);  
    if ((vi < 0) || (vi >= gr->vertices))  
        return (false);  
    ADJACENCIA* novo = criaAdj(vf, p);  
    novo->prox = gr->vert[vi].cad;  
    gr->vert[vi].cad = novo;  
    gr->arestas++;  
    return (true);  
}
```



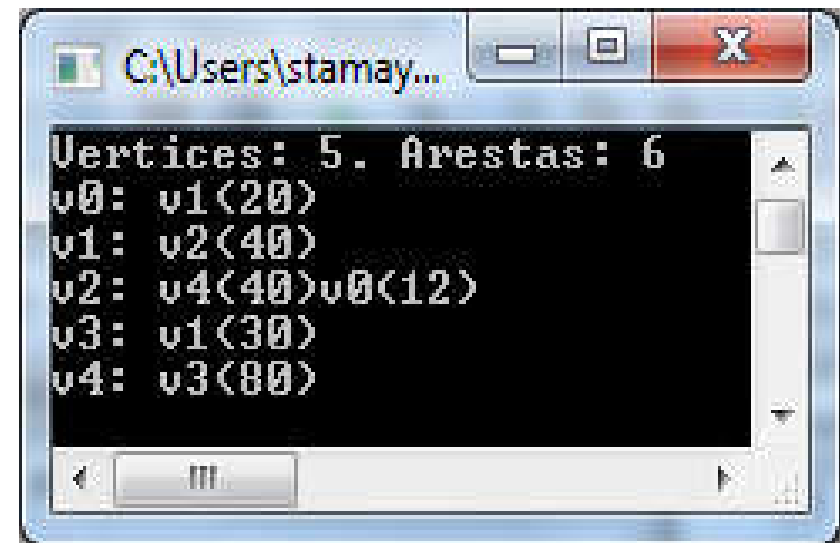
```
int main()  
{  
    GRAFO* gr = criaGrafo(5);  
    criaAresta(gr, 0, 1, 20);  
    criaAresta(gr, 1, 2, 40);  
    criaAresta(gr, 2, 0, 12);  
    criaAresta(gr, 2, 4, 40);  
    criaAresta(gr, 3, 1, 30);  
    criaAresta(gr, 4, 3, 80);  
}
```


Visualizar o grafo

```
void imprime(GRAFO* gr) {  
    cout << "Vertices: " << gr->vertices << ". Arestas: " << gr->arestas << endl;  
    for (int i=0; i < gr->vertices; i++) {  
        cout << "v" << i << ": ";  
        ADJACENCIA* ad = gr->vert[i].cad;  
        while(ad) {  
            cout << "v" << ad->vertice << "(" << ad->peso << ")";  
            ad = ad->prox;  
        }  
        cout << endl;  
    }  
}
```

Grafo exemplo

```
int main()
{
    GRAFO* gr = criaGrafo(5);
    criaAresta(gr, 0, 1, 20);
    criaAresta(gr, 1, 2, 40);
    criaAresta(gr, 2, 0, 12);
    criaAresta(gr, 2, 4, 40);
    criaAresta(gr, 3, 1, 30);
    criaAresta(gr, 4, 3, 80);
    imprime(gr);
    return 0;
}
```



Exercício

- Escrever o código mostrado na aula e testar.
- Representar o problema do tabuleiro de xadrez e os cavalos
- Fazer uma implementação que procure o menor caminho para ir de uma casa a outra do tabuleiro de xadrez usando os movimentos do cavalo