DISCIPLINA: ESTRUTURA DE DADOS II
2018

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Grafos

Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

Escola Superior de Tecnologia da UEA

NÚCLEO DE COMPUTAÇÃO

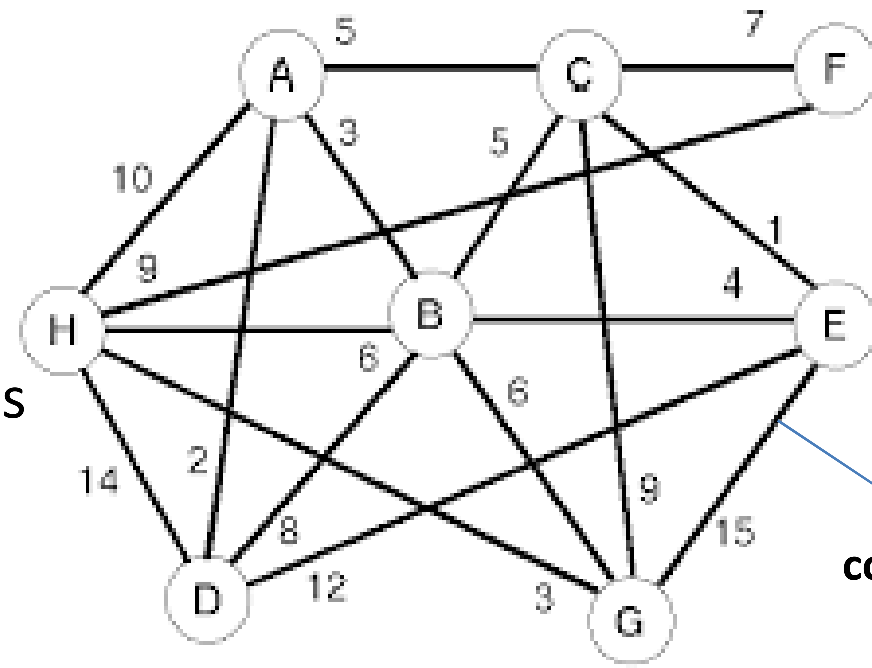
Conceitos Básicos - Grafo

- **Grafo**: Estrutura matemática que permite codificar relacionamento entre pares de objetos.

Nó ou vértices ➔ objetos
Arestas ➔ relacionamentos

Conjunto de vértices e arestas

$$G=(V,E)$$



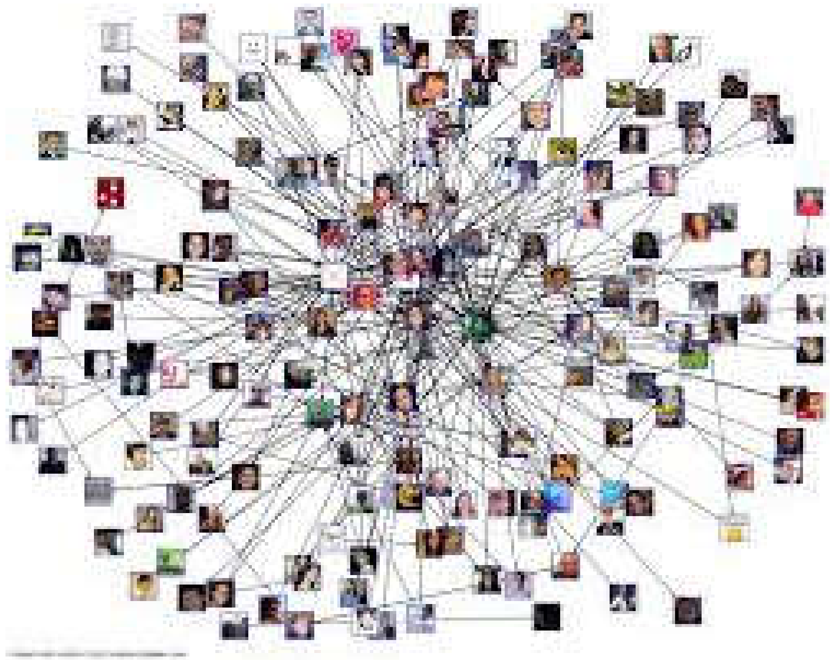
conexões

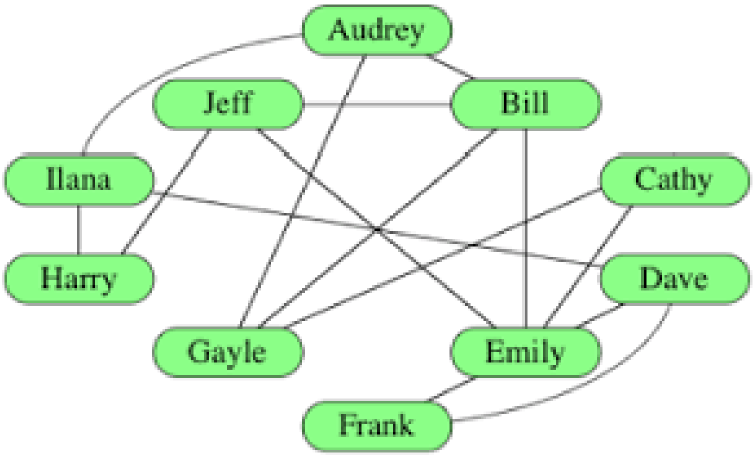
Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Conceitos Básicos - Grafo

- Relacionamento social entre pessoas (Red social)

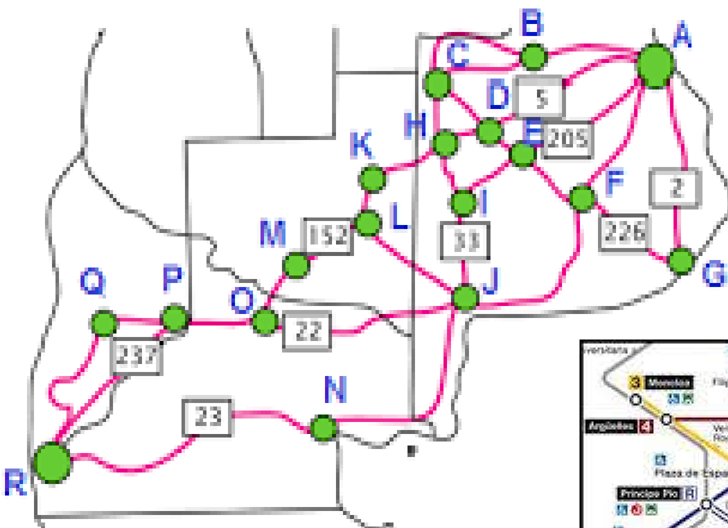




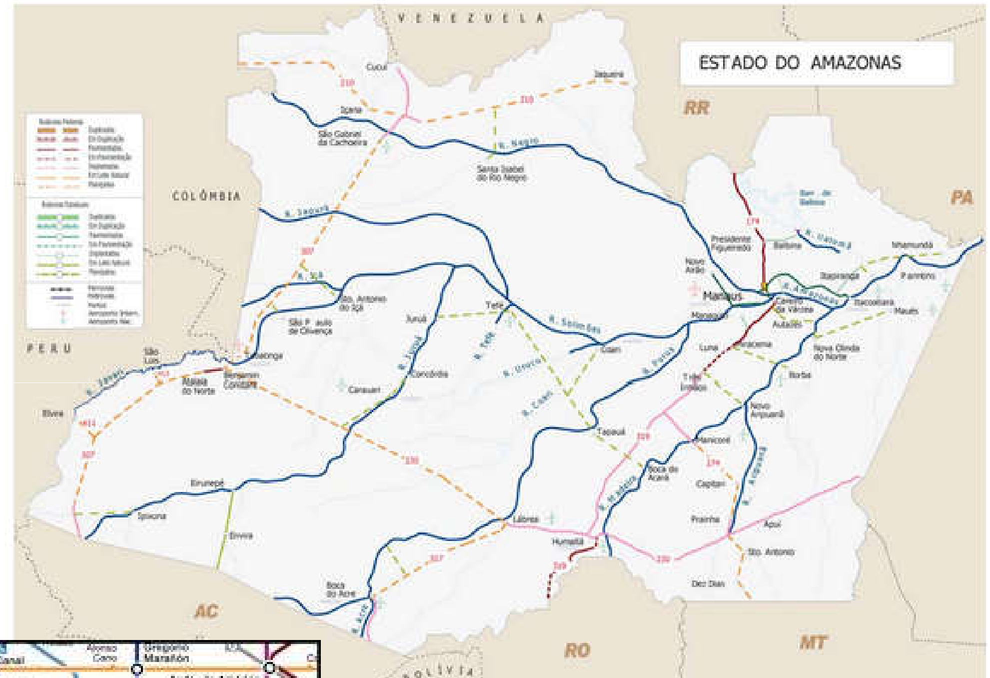
- "coisas" que se relacionam entre si são chamados de *nós* do grafo
- Cada relacionamento entre os nós é chamado de *aresta*

Conceitos Básicos - Grafo

- Rota entre cidades – Mapa rodoviário



Rutas entre ciudades

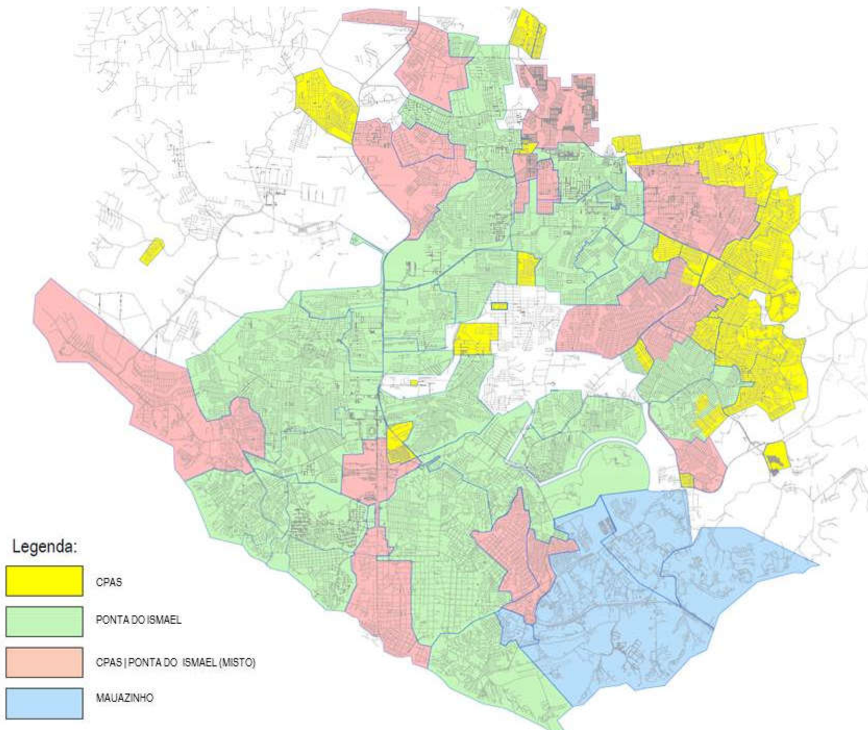


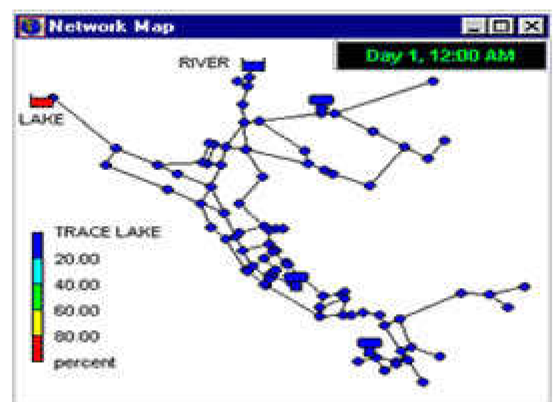
Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

UEA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Conceitos Básicos - Grafo

- Sistema de distribuição de água





Conceitos Básicos - Grafo

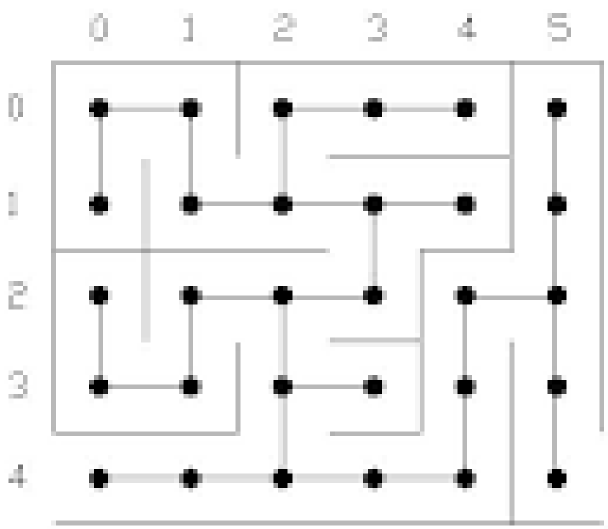
- **hierarquia de uma empresa**

Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

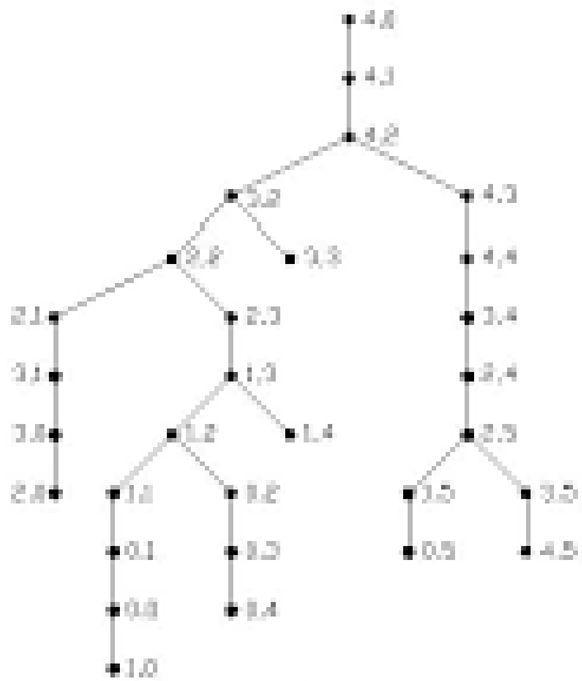
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Conceitos Básicos - Grafo

- Labirinto



a)



b)

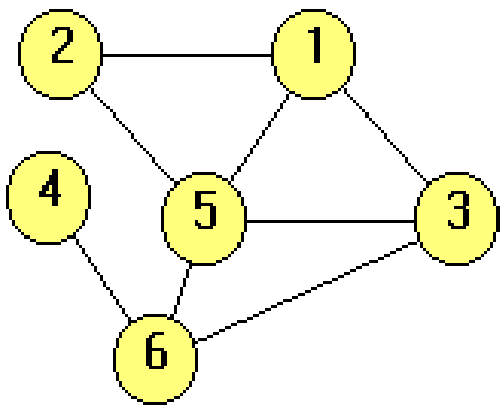
Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

Conceitos Básicos - Grafo

- conexões de vôo

Conceitos Básicos - Grafo

G=(V,E)



$e_i=(2,1)$

$e_i \in E$

$2 \in V$ e $1 \in V$

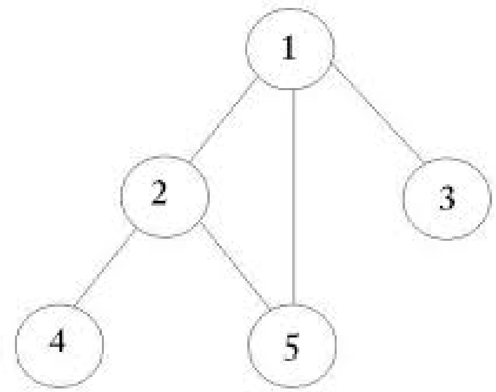
- número de vértices de G é ***n(G) = |V$_G$|***
- número de arestas por ***m(G)= |E$_G$|***

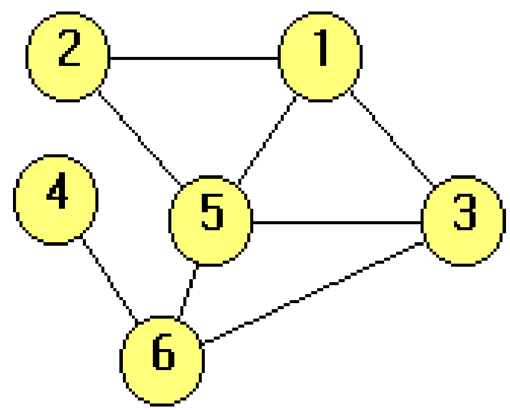
Grafo Completo

- Se $EG = V^{(2)}G$

Conceitos Básicos - Grafo

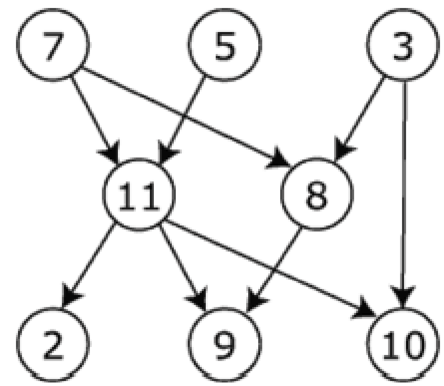
- **Não dirigido ou não direcionado:** ás arestas não tem uma direção, as relações não tem sentido definido.
- As arestas podem ser seguidas em qualquer direção.
- Arestas são pares não ordenados de vértices.
- Self-loop não são permitidos



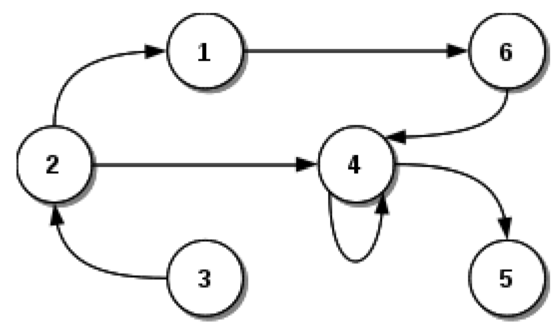


Conceitos Básicos - Grafo

- **Dirigido ou direcionado**: as relações tem sentido definido. Uma única direção.



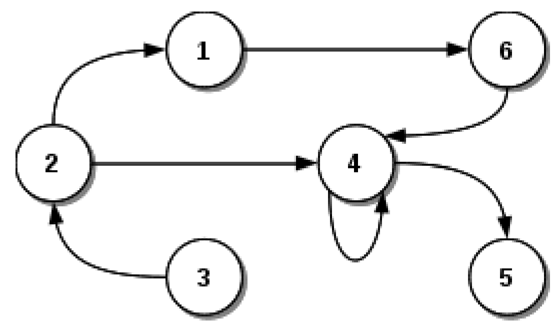
- Arestas são pares ordenados de vértices.
  - Saindo de um nó em direção ao outro.
  - Pode ser no mesmo vértice (self-loop) . ex. 4



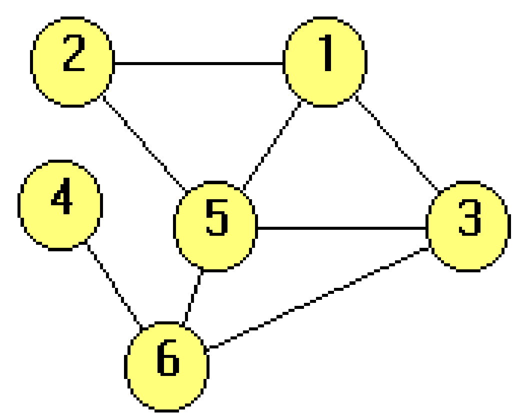
UEA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Relação de adjacência

- *Grafos dirigidos: (u,v)* : *v* é adjacente de *u* (ou *v* é vezinho de *u*)
  - A aresta sai de *u* para *v*
  - *Ex. (2,1); (6,4)*



- Grafos não dirigidos, a relação de adjacência é simétrica
  - *(u,v)* $\leftrightarrow$ *(v,u)*
  - Ex. *(2,5)* 5 é adjacente a 2 e 2 é adjacente a 5



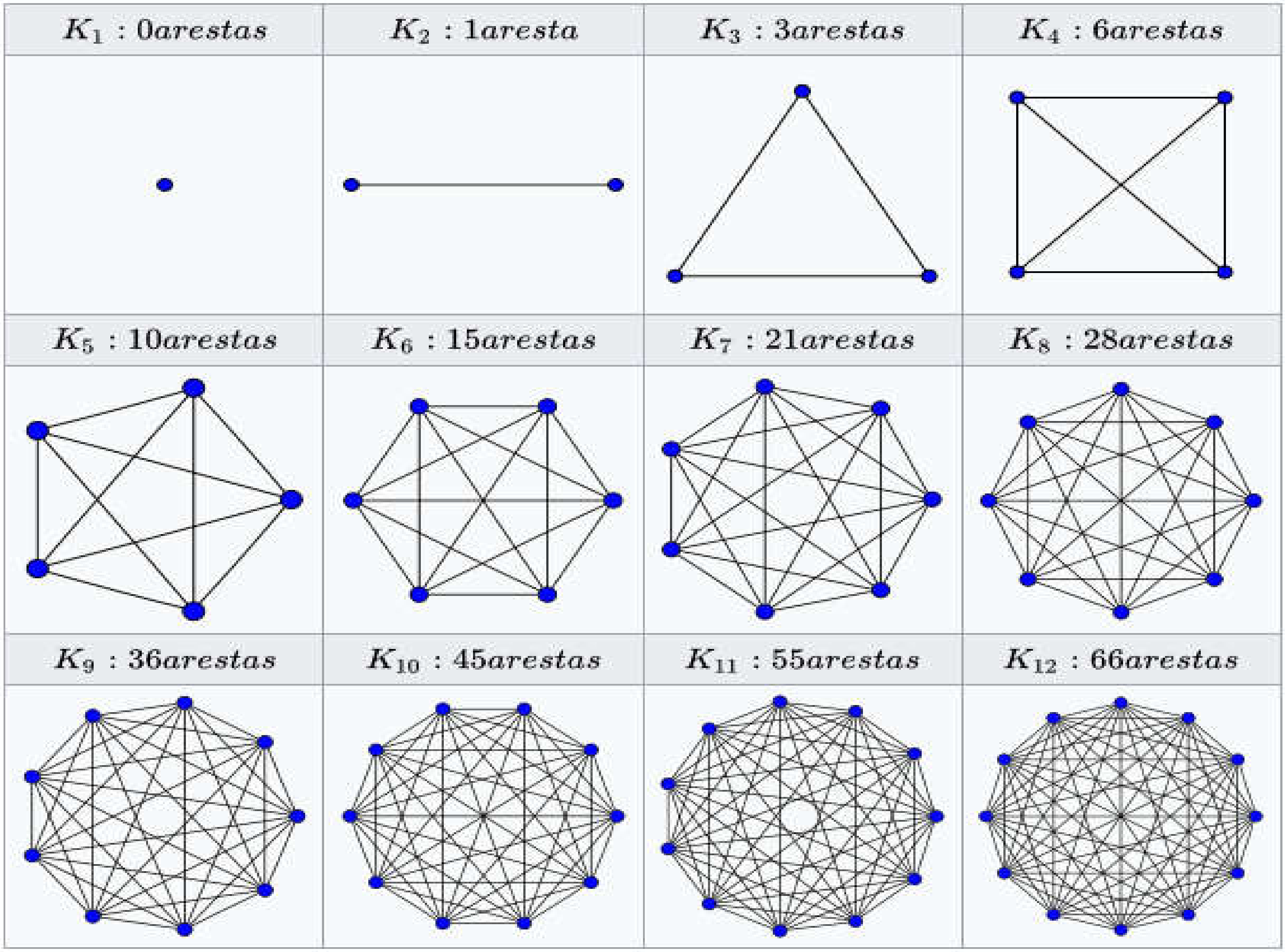
Grafo Completo

- Todo vértice é adjacente a todos os outros vértices.
- O grafo completo de n vértices é frequentemente denotado por K_n
- Numero de arestas

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

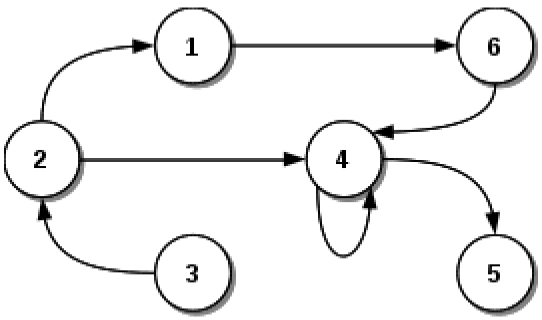
- Se $E_G = \binom{V_G}{2}$ então é um grafo completo.
- Grafo vazio se $E_G = \emptyset$

Grafo Completo

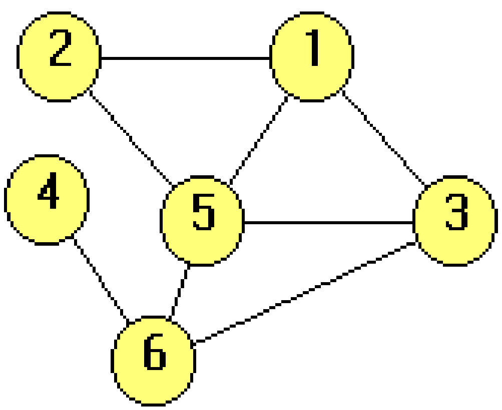


Grau do vértice

- **Dirigidos**: é o número de arestas que saem do vértice más as que chegam. `Ex. gr(2) = 3, gr(5) =1`
  - Grau de saída: número de arestas que saem. `Ex gr_s(1) = 1; gr_s(4)=2`
  - Grau de entrada: número de arestas que entram `Ex. gr_e(2)=1, gr_e(4)=3`

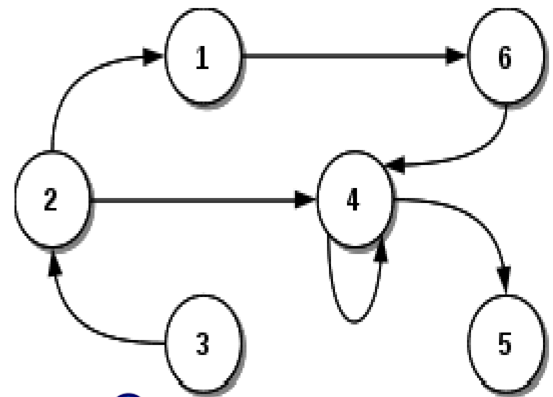


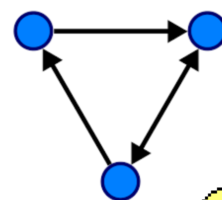
- **Não dirigidos**: é o numero de aresta que incidem nele
  - `Ex. gr(2) = 2; gr (1) = 3; gr(5) = 4`



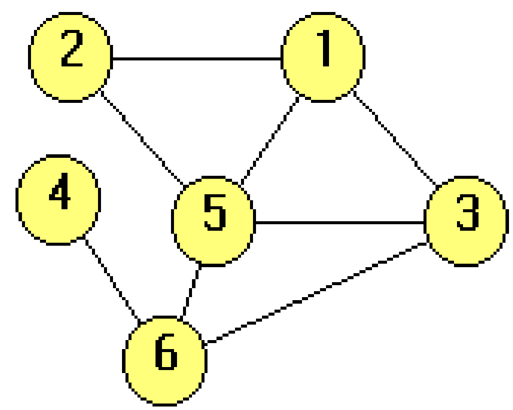
Caminho

- **Caminho** do vértice x a o vértice y: é uma seqüência de vértices ligados por arestas desde x até y.
  - `Ex. (2,1,6,4); (3,2,4,5,6); (4,4,5)`
  - Podem existir **ciclos** `(4,4)`
    - Dirigido: mínimo uma aresta
    - Não dirigido: mínimo três arestas



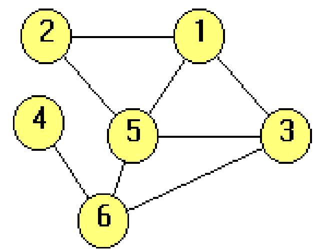


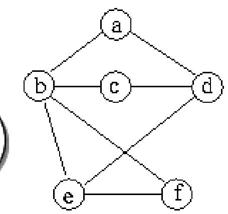
- **Comprimento do caminho**: número de arestas do caminho
  - `Ex. comp(2,1,6,4)=3; comp(3,2,4,5,6)= 4; comp(4,4,5)=2`

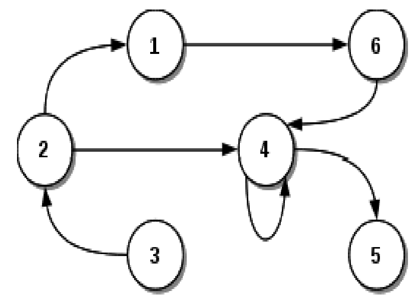


Grafos cíclicos

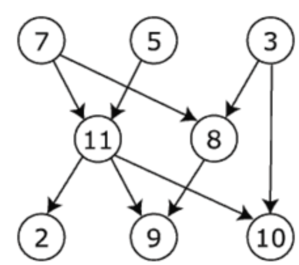
- Grafos que tem pelo menos um ciclo ➔ **grafos cíclicos**

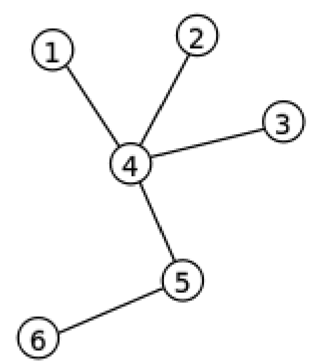






- Grafo que não tem ciclo ➔ **grafos acíclicos**

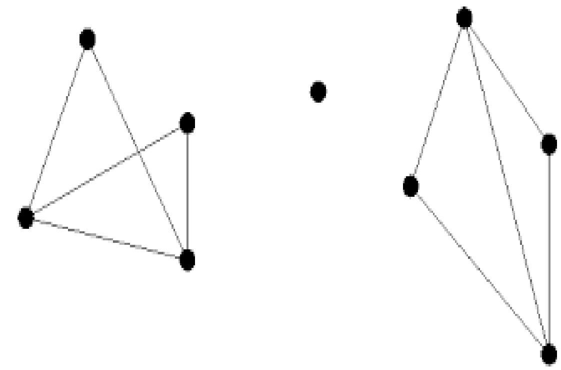


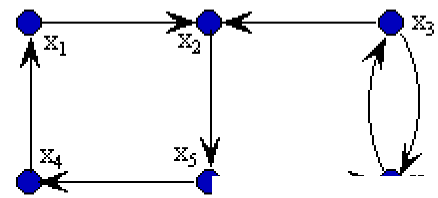


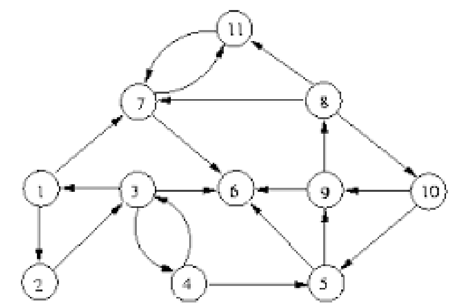
Grafo conexo

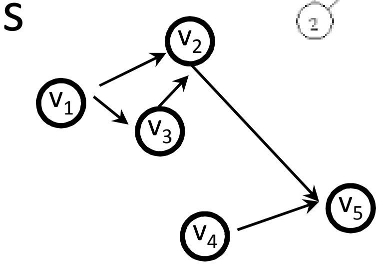
Grafo **conexo**

- ***Não dirigido***: se cada par de vértices nele estiver conectado por um caminho. Não esta quebrado
- ***Dirigido***
  - **Fortemente conexo**: existe um caminho entre qualquer par de vértices nas duas direções.
  - **Conexo**: qualquer par de vértice existe um caminho em uma das direções.
  - **Fracamente conexo**: não tem caminho entre dois vértices, mas se suas arestas são substituídas por não direcionadas produz um grafo conexo.



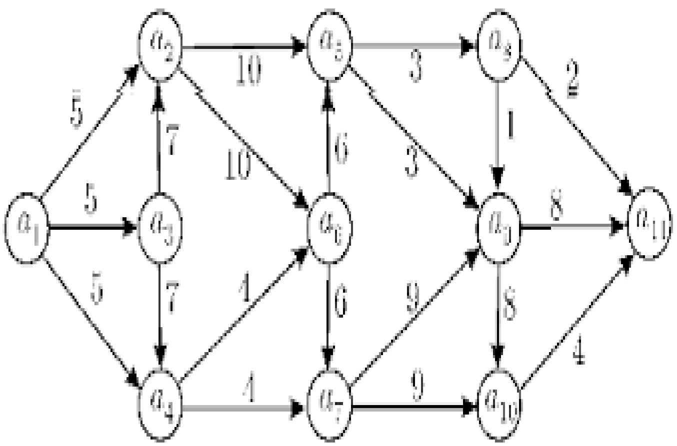


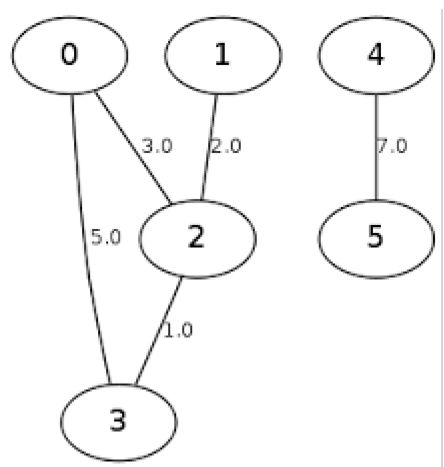


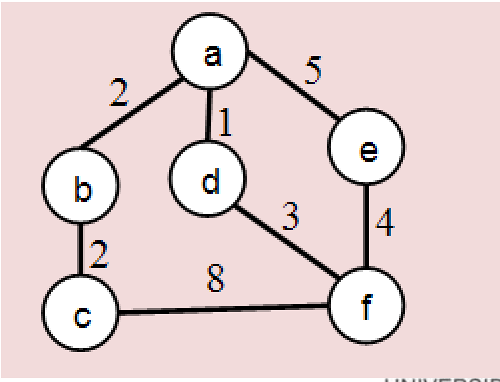


Grafos ponderados

- Grafos ponderados: tem valores associados as arestas. Ex. custo, distancia, etc.





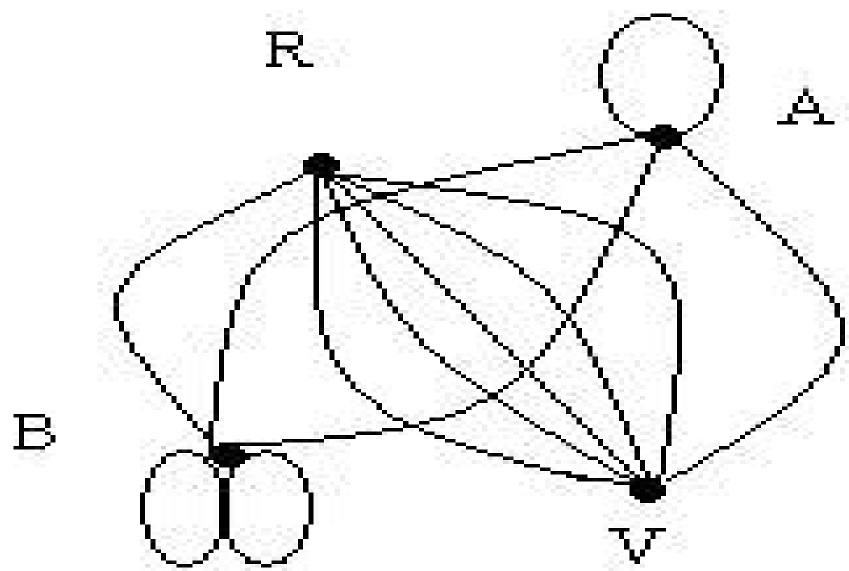


Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

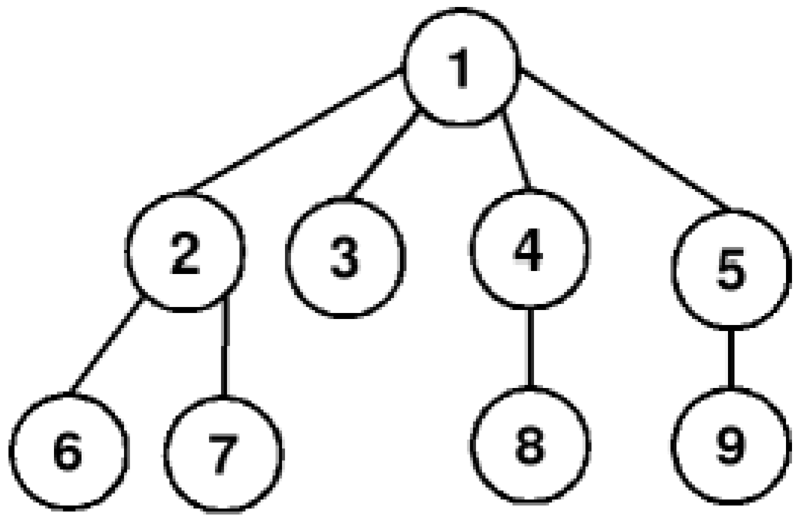
Multigrafo ou pseudografo

- Um grafo
- Pode possuir arestas múltiplas (ou paralelas, arestas com mesmos nós finais)
- Dois vértices podem estar conectados por mais de uma aresta



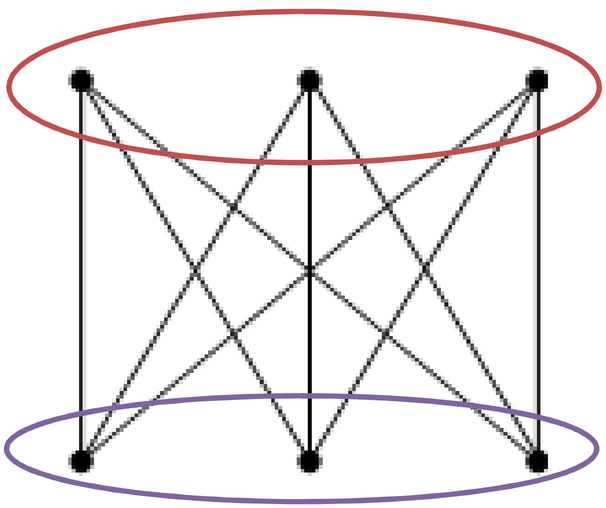
Conceitos Básicos - Grafo

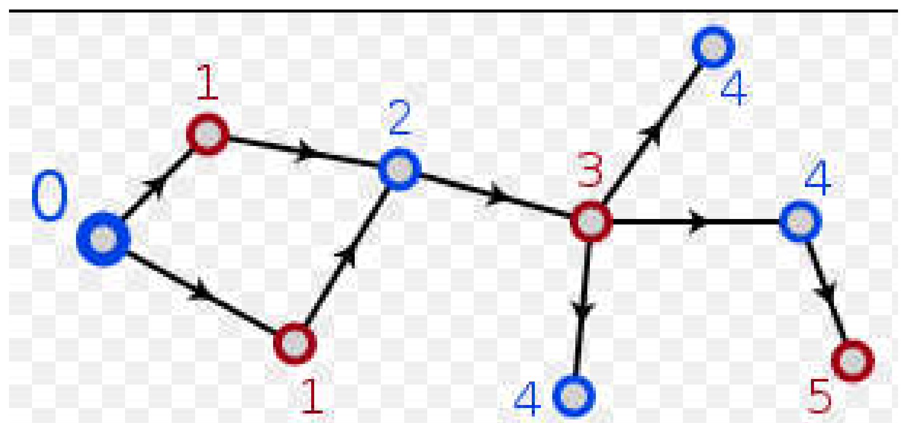
- Árvore é um grafo
  - Não dirigido
  - Acíclico
  - Conexo



Grafo bipartido

- um grafo cujos vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos *U* e *V* tais que toda aresta conecta um vértice em *U* a um vértice em *V*





Operações entre grafos

- **união** de dois grafos G e H é o grafo:
  - $(V_G \cup V_H, E_G \cup E_H)$
  - $G \cup H$
- **Interseção** de dois grafos G e H é o grafo:
  - $(V_G \cap V_H, E_G \cap E_H)$
  - $G \cap H$
- Grafo **disjunto**: G e H são disjuntos se os conjuntos V_G e V_H são disjuntos,
  - $V_G \cap V_H = \varnothing$;.

Exercícios

1. Construir uma representação geométrica do grafo G = (V,E), onde:
   - V = {1,2,3,4,5,6}
   - E = {(1,3), (1,4), (1,5), (2,3),(2,4),(2,5),(3,5),(4,5)}

2. Os amigos João, Pedro, Antônio, Marcelo e Francisco sempre se encontram para botar conversa fora e às vezes jogar dama, xadrez e dominó. As preferências de cada um são as seguintes: João só joga xadrez; Pedro não joga dominó; Antônio joga tudo; Marcelo não joga xadrez e dominó e Francisco não joga nada.

a) Represente através de um grafo bipartido G=(V,E) todas as possibilidades de um amigo jogar com os demais. Defina V e E.

b) Defina um subgrafo em que todos, menos Francisco, joguem ao mesmo tempo.

c) A partir do grafo bipartido do item a) construa um grafo rotulado que mostra quem pode jogar com quem o que.

Exercício

1. O grafo do cavalo t-por-t é definido assim: os vértices do grafo são as casas de um tabuleiro de xadrez com t linhas e t colunas; dois vértices são adjacentes se um cavalo (= horse) do jogo de xadrez pode saltar de um deles para o outro em um só movimento. (Veja figura 1.3.)
   - Faça uma figura do grafo do cavalo 3-por-3.