Algoritmos e Estrutura de Dados II
(ESTCMP011)
2do PERIODO 2018

Combinatórios

Prof. Luis Cuevas Rodríguez, PhD
E-mail: lcuevasrodriguez@gmail.com / lrodriguez@uea.edu.br
Celular: 9298154648

Conteúdo

- Definição Combinatória
- Permutações
- Arranjos
- Combinações

Combinatória

- **Combinatória** é a matemática do contar
  - estuda coleções finitas de elementos que satisfazem critérios específicos determinados
  - Existem diversos problemas básicos de contagem que ocorrem repetidamente em ciência da computação e em programação.

Combinatória

- Exemplo 1. Quantos números de dois algarismos distintos podemos formar com os dígitos: 3, 5, 7 e 6?
  - 33,35, 37, 36
  - 53, 55, 57, 56
  - 73, 75, 77, 76
  - 63, 65, 67, 66

Combinatória

- Exemplo2. Quantas ordenações é possível fazer com um baralho de 52 cartas?
  - R/ $52! = 8{,}065817517094 \times 10^{67}$

Permutações simples

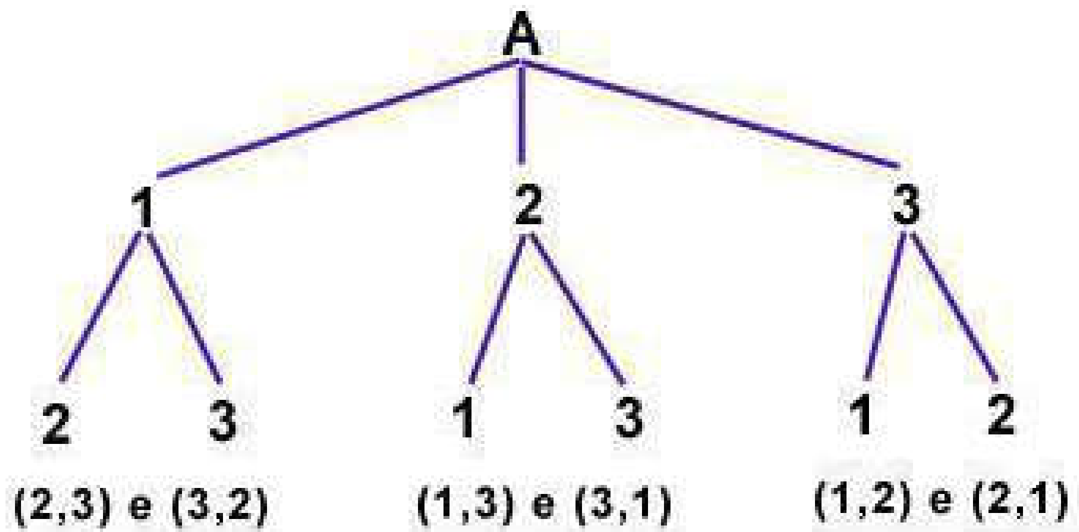
- ***Total de elementos escolhidos é igual ao total de elementos***.
- Formas de ordenar **n** elementos em **n** posições.
  - Todos os conjunto ordenado são diferentes

$$P_n = n * (n-1) * (n-2)*...*1 = n!$$

- Exemplo: Obter as possíveis permutações do conjunto {1, 2, 3}
  - P_3=3! = 6
  - {1,2,3},{1,3,2},{2,1,3},{2,3,1},{3,1,2},{3,2,1}

Arranjo

- ***Em arranjos a ordem dos elementos é importante***



Arranjo com repetição

- A ordem dos elementos importa e cada elemento pode ser contado mais de uma vez

$$AR_n^r = n^r$$

  - n→ total de elementos, r→ elementos escolhidos

Arranjo com repetição

- Exemplo: Obter as possíveis permutações de **r** elementos do conjunto {1, 2, 3}, onde **é importante a ordem** e **pode repetir elementos**

r	No. permutações	Permutações
1	$n^r=3^1=3$	{1},{2},{3}
2	$n^r=3^2=9$	{1,1},{1,2},{1,3}, {2,1}, {2,2},{2,3}, {3,1},{3,2} ,{3,3}
3	$n^r=3^3=27$	{1,2,3},{1,3,2},...,{3,3,3}

Arranjo Simples

- É qualquer ordenação de **r** elementos entre os **n** elementos, em que cada maneira de tomar os elementos se diferenciam pela ordem e natureza dos elementos.
- de n elementos tomados r a r, onde n >= 1 e r é um número natural,

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- n→ total de elementos, r→ elementos escolhidos

Arranjo Simples

- Exemplo: Obter as possíveis permutações de **r** elementos do conjunto {1, 2, 3}, onde **é importante a ordem** e **não pode repetir elementos**

r	No. permutações	Permutações
1	$A_n^r=3!/(3-1)!=6/2=3$	{1},{2},{3}
2	$A_n^r=3!/(3-2)!=6/1=6$	{1,2},{1,3}, {2,1},{2,3}, {3,1},{3,2}
3	$A_n^r=3!/(3-3)!=6/1=6$	{1,2,3},{1,3,2} {2,1,3},{2,3,1} {3,1,2},{3,2,1}

Combinação

- ***Nas combinações a ordem dos elementos NÃO é importante***

Combinação simples

- Cada elemento pode ser contado apenas **uma vez**
- O número de combinações é o coeficiente binomial

$$C_n^r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Combinação simples

- Exemplo: Obter as possíveis permutações de **r** elementos do conjunto {1, 2, 3}, **onde a ordem não importa** e **<u>não</u> pode repetir elementos**

r	No. permutações	Permutações
1	$C_n^r = 3!/1!(3-1)!=6/1*2=3$	{1},{2},{3}
2	$C_n^r=3!/2!(3-2)!=6/2*1=6/2=3$	{1,2},{1,3}, {2,3}
3	$C_n^r=3!/3!(3-3)!=6/6*1=1$	{1,2,3}

Combinação com repetição

- Cada objeto pode ser escolhido mais de uma vez

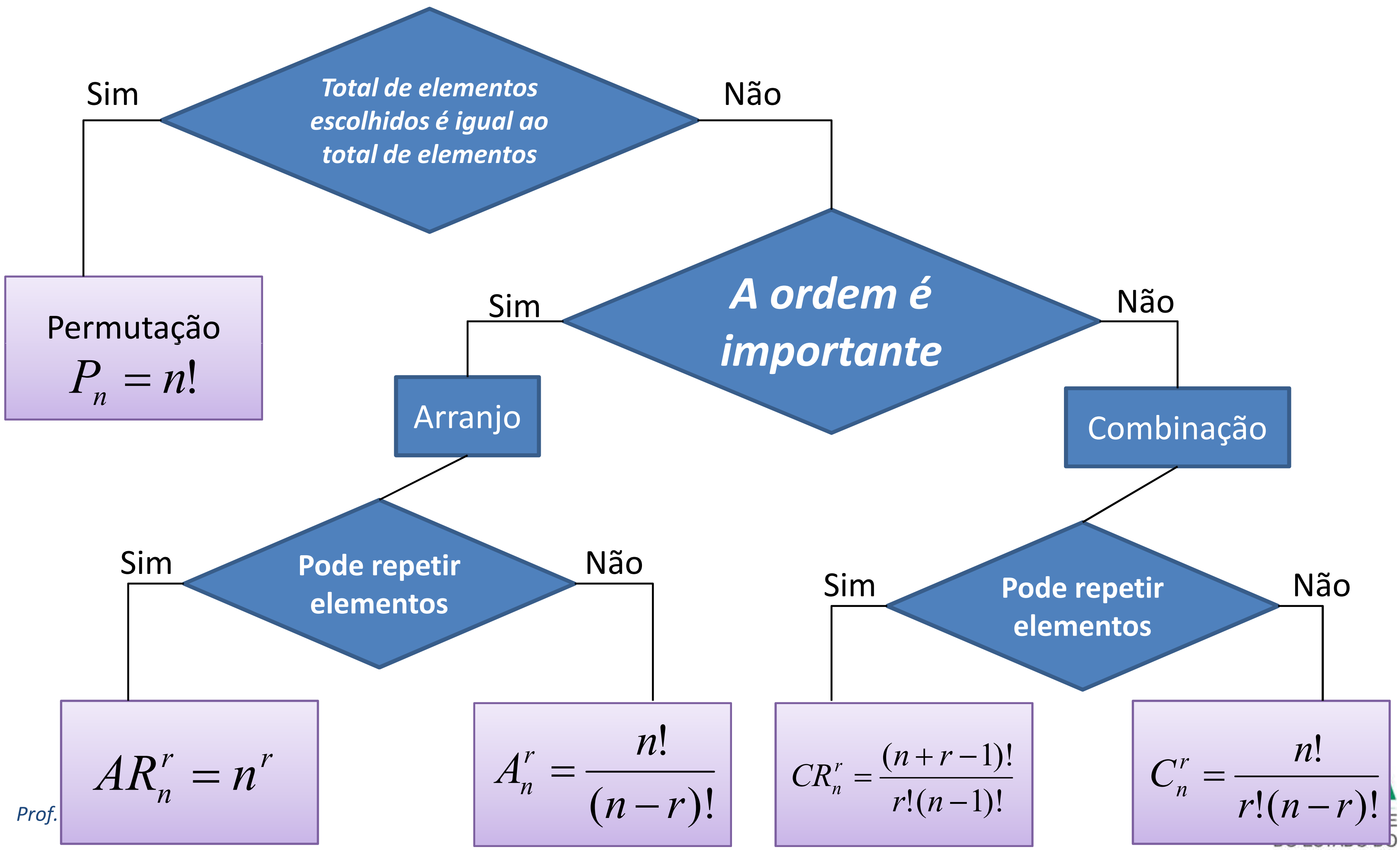
$$CR_n^r = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n+r-1-r)!} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$$

Combinação com repetição

- Exemplo: Obter as possíveis permutações de **r** elementos do conjunto {1, 2, 3}, **onde a ordem não importa** e **pode repetir elementos**

r	No. permutações	Permutações
1	C_n^r = (3+1-1)!/1!(3-1)!=3!/1*2 =6/2=3	{1},{2},{3}
2	C_n^r=(3+2-1)!/2!(3-1)!=4!/2!*2! =24/4=6	{1,2},{2,1},{1,3},{3,1} {2,3}, {3,2}
3	C_n^r=(3+3-1)!/3!(3-1)!=5!/3!*2! =120/12=10	{1,1,1},{1,1,2}, {1,1,3} {2,2,2},{2,2,1} ,{2,2,3} {3,3,3},{3,3,1} ,{3,3,2} {1,2,3}

Resumo



Total de elementos escolhidos é igual ao total de elementos
Sim
Não
Permutação
$P_n = n!$
A ordem é importante
Sim
Não
Arranjo
Combinação
Pode repetir elementos
Sim
Não
$AR_n^r = n^r$
$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$
Pode repetir elementos
Sim
Não
$CR_n^r = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$
$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Calculadora on-line

CALCULADORAS ON-LINE

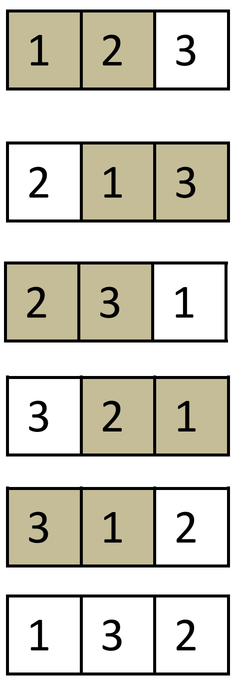
- http://ecalc.blogspot.com/p/variaveis-var-contvar-repetvar-ordemvar.html

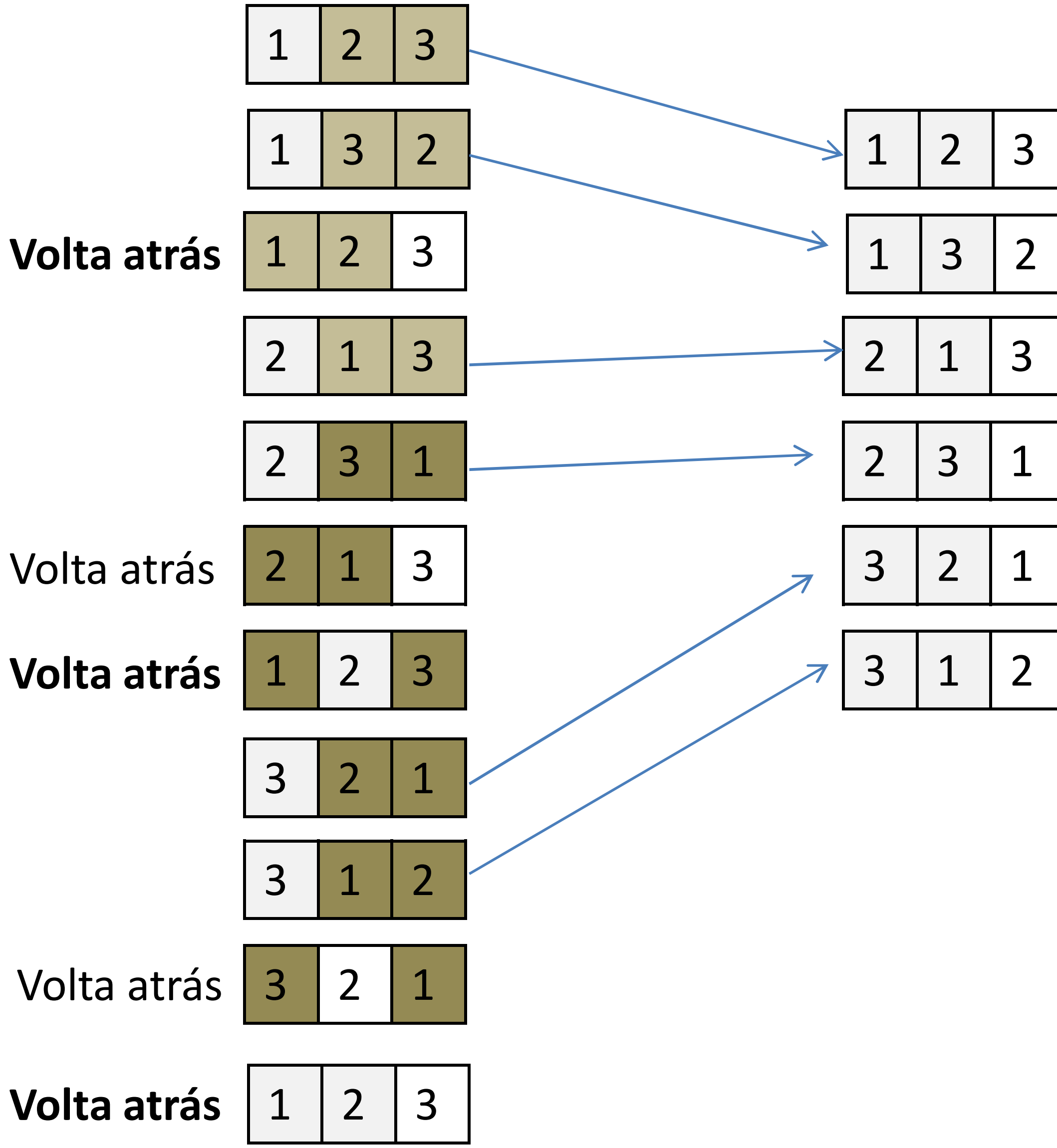
Algoritmos

- Dado uma seqüência fazer todas as permutações possíveis.
- Estratégia: cada permutação deve ser diferente anterior tocando apenas dois elementos adjacentes.

Exemplo

n = 3
Pn=3!=6





Implementação

```
void permutacao(int *a, int inicio, int fim)
{
    int i;
    if (inicio == fim){
      imprime_vetor(a);}
    else
     {
        for (i = inicio; i <= fim; i++)
        {
           trocar(&a[inicio], &a[i]);
           permutacao(a, inicio+1, fim);
           trocar(&a[inicio], &a[i]); //voltar atrás
        }
     }
}
```

Exercícios

1. De quantas maneiras o pódio – 1º, 2º e 3º lugar – pode ser formado em uma corrida com 14 pilotos?
2. No sorteio da quina de 4 de outubro, foram sorteados os números 08, 13, 32, 52 e 54. De quantas maneiras distintas a sequência de resultados pode ter ocorrido?

Exercícios

3. Qual a quantidade de anagramas que pode ser formada com as letras da palavra BRASIL?
4. (ITA-SP) Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham duas das letras a, b e c?

Exercícios

- Um time de futebol é composto de 11 jogadores, sendo 1 goleiro, 4 zagueiros, 4 meio campistas e 2 atacantes. Considerando-se que o técnico dispõe de 3 goleiros, 8 zagueiros, 10 meio campistas e 6 atacantes, determine o número de maneiras possíveis que esse time pode ser formado.

Problemas Combinatórios

- **Problemas Combinatórios** são aqueles em que uma solução é a combinação de um subconjunto de elementos.