

Universidade do Estado do Amazonas

Escola Superior de Tecnologia

Data: 4 de Maio de 2018

Professora: Elloá B. Guedes

Disciplina: Fundamentos Teóricos da Computação

3A LISTA DE EXERCÍCIOS
LINGUAGENS TURING-DECIDÍVEIS, TURING-RECONHECÍVEIS E
COMPUTABILIDADE

1. Seja M uma máquina de Turing. Conceitue e exemplifique:
 - a) Linguagem aceita por M
 - b) Linguagem decidida por M
 - c) Linguagem reconhecida por M
2. Construa uma máquina de Turing que receba como entrada uma sequência finita de 0's e 1's e a inverta, simulando a utilização da porta NOT.
3. Construa uma máquina de Turing que receba um número binário como entrada e o aceita quando este for par.
4. Construa, com o auxílio do JFLAP, uma máquina de Turing (diagrama de estados) que receba como entrada uma string composta de a's e que duplique a quantidade deste caractere na string. Por exemplo, se a entrada na fita é aa , a saída deve ser $aaaa$.
5. Construa, com o auxílio do JFLAP, máquinas de Turing decididoras para as seguintes linguagens:
 - a) $\{0^n 1^n 2^n | n > 0\}$
 - b) $\{w \# y | w, y \in \{0, 1\}^*, w \neq y\}$
 - c) $\{x | x \in \{0, 1\}^*, \#0 = \#1\}$ (mesma quantidade de zeros e uns)
 - d) $\{w \in \{a, b\}^* | w \text{ possui dois a's consecutivos}\}$.

6. Construa, com o auxílio do JFLAP, uma máquina de Turing (diagrama de estados) que receba como entrada dois números inteiros na base unária separados por # e que imprima na fita, ao final da entrada, o resultado da multiplicação do primeiro número pelo segundo.
 - Exemplo: Entrada: $III\#II$, Saída: $III\#II\#IIIIII$
 - A entrada pode ser modificada a fim de simplificar a resolução do problema.
7. Construa uma máquina de Turing para verificar se uma dada entrada do conjunto $\{0, 1\}^*$ é palíndroma.
8. Construa, com o auxílio do JFLAP, uma máquina de Turing que decide a linguagem $\{a^m b^n \mid m > n > 0\}$.
9. Seja $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_1, q_2, q_h, q_r \rangle$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_h, q_r\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, \#, \sqcup\}$ e δ é fornecida na tabela abaixo.

Estado Atual	Entrada	Transição
q_0	a	(q_1, D)
q_0	b	(q_0, D)
q_0	#	(q_0, D)
q_1	a	(q_1, E)
q_1	b	(q_2, D)
q_1	#	(q_1, E)
q_2	a	(q_2, D)
q_2	b	(q_2, D)
q_2	#	(q_h, D)

- a) Execute a máquina de Turing apresentada para a entrada $abb\#bb\#\#aba$.
 - b) Dê uma descrição informal do funcionamento desta máquina de Turing.
 - c) Esta é uma máquina de Turing decididora?
10. Construa uma máquina de Turing para decidir $a^n b^n c^n$.
 11. Construa uma Máquina de Turing que calcule o tamanho de uma cadeia w , onde $w \in \{a, b\}^*$, onde o tamanho deverá estar escrito na base unária. Esta máquina de Turing simulará o comando `strlen()` da linguagem C. Por exemplo: entrada = abaaba, saída = abaaba#111111.

12. Dê o diagrama de estados de uma máquina de Turing que recebe como entrada uma palavra $w \in \{0, 1\}^*$ e que dá como saída o seu reverso w^R . Exemplo: entrada: ababb, saída ababb#bbaba.
13. Construa uma máquina de Turing que receba como entrada dois números na base binária e que imprima a soma destes dois números ao final da entrada, também na base binária. Exemplo de entrada: 1011 + 0110. Exemplo de saída: 1011 + 0110 = 10001.
14. (UEA/EST 2014.2) A máquina de Turing é o modelo computacional mais poderoso que se conhece nos dias atuais. Em virtude disto, *uma máquina de Turing é capaz de resolver qualquer problema*. A afirmação anterior (em itálico) é verdadeira ou falsa? Justifique.
15. (UEA/EST 2014.2) Mostre que a classe das linguagens decidíveis é fechada sob a operação de união. Para tanto, forneça uma descrição em alto nível.
16. (UEA/EST 2014.2 & ENADE) Na Tabela 1 estão descritas as ações correspondentes a cada um dos quatro estados (início, 0, 1, parada) de uma máquina de Turing, que começa a operar no estado “início” processando os símbolos do alfabeto $\{0, 1, \sqcup, \bullet\}$, em que \sqcup representa o espaço em branco. Considere que, no estado “início”, a fita a ser processada esteja com o cabeçote na posição 1, conforme ilustrado na Tabela 2.

Tabela 1: Tabela de transições da Máquina de Turing.

Estado	Símbolo Lido	Símbolo Gravado	Direção	Próximo Estado
início	•	•	D	0
0	0	1	D	0
0	1	0	D	0
0	\sqcup	\sqcup	E	1
1	0	0	E	1
1	1	1	E	1
1	•	•	D	parada

Considerando essa situação, assinale a opção que indica corretamente o conteúdo da fita após o término da operação, ou seja, após a máquina atingir o estado “parada”.

Tabela 2: Tabela representando a fita de uma máquina de Turing.

•	0	1	1	0	1	□	□	□	□	□	...
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

- a) •0011110011...
- b) •01101□□□□□...
- c) •0110101001...
- d) •□□□□□1□□□□□...
- e) •10010□□□□□□...
17. Sobre a Hierarquia de Chomsky, responda e justifique:
- a) λ é uma linguagem?
- b) $\{\lambda\}$ é uma linguagem?
- c) \emptyset é uma linguagem?
- d) Se L é uma linguagem livre de contexto, e $\lambda \notin L$, pode-se dizer que L é também sensível ao contexto?
- e) Se L é gerada por uma gramática sensível ao contexto, L pode ser reconhecida por um autômato de pilha? E no caso oposto?
- f) Se L é aceita por uma Máquina de Turing com fita ilimitada, existe alguma gramática sensível ao contexto que gere L ? E no caso oposto?
18. (POSCOMP 2002) Sobre a Hierarquia de Chomsky, podemos afirmar que:
- a) Uma linguagem que é recursivamente enumerável não pode ser uma linguagem regular
- b) As linguagens livres de contexto e as linguagens sensíveis ao contexto se excluem
- c) Uma linguagem que não é regular é livre de contexto
- d) As linguagens reconhecidas por autômatos a pilha são as linguagens regulares
- e) Há linguagens que não são nem livres de contexto nem sensíveis ao contexto

19. Com relação à classe das linguagens recursivamente enumeráveis, o que se pode afirmar para as seguintes operações:
- União
 - Intersecção
 - Diferença
 - Complemento
20. Utilizando pesquisas na internet e em livros, responda às perguntas:
- Qual a analogia que existe entre Máquina Universal e os computadores modernos, de propósito geral, programáveis por software?
 - Por que a Tese de Church-Turing não pode ser demonstrada?
 - Quais os motivos que levam a crer que a Tese de Church-Turing é verdadeira?
21. (UEA/EST 2015.2) Enuncie e prove o problema da parada.
22. (UEA/EST 2015.2) “A classe das linguagens Turing-decidíveis não é fechada segundo a operação de intersecção.” Prove ou refute a afirmação anterior justificando formalmente a sua resposta.
23. (UEA/EST 2015.2) Identifique quais afirmações a seguir são verdadeiras e falsas, assinalando 0 para falso e 1 para verdadeiro.
- ☐ Há uma equivalência entre as classes de linguagens Turing-decidíveis e Turing-reconhecíveis.
 - ☐ Existem problemas para os quais não é possível conceber uma máquina de Turing capaz de enderecá-los.
 - ☐ Uma máquina de Turing determinística é capaz de simular um autômato finito não-determinístico.
 - ☐ Existe uma associação do tipo 1-para-1 entre problemas e máquinas de Turing capazes de resolvê-los.
 - ☐ Os enumeradores, máquinas de Turing multifitas e autômatos de pilha não-determinísticos são modelos de computação equivalente.

24. (UEA/EST 2015.2) Escolha uma classe de linguagens da Hierarquia de Chomsky e, sobre ela, informe:
- a) Modelos de computação que a aceitam e reconhecem;
 - b) Exemplo de linguagem pertencente à esta classe;
 - c) Exemplo de linguagem não pertencente à esta classe;
 - d) Indique, se houver, uma classe de linguagens mais abrangente ou menos abrangente que a classe escolhida. Indique a abrangência;
 - e) Indique se a linguagem é fechada ou não segundo duas operações.
25. (UEA/EST 2016.1) Construa uma máquina de Turing (diagrama de estados) que reconheça a linguagem das strings binárias de tamanho arbitrário com símbolos intercalados. Isto é, esta máquina aceita as entradas sempre que não há dois símbolos iguais adjacentes. São exemplos de palavras aceitas por esta máquina: 1010101010, 0101010101010101, 010, 1010. As palavras a seguir não são aceitas por esta máquina: 100, 00001, 11010101, 01010100.
26. (UEA/EST 2016.1) Identifique as questões verdadeiras, marcando-as com 1, e as questões falsas, marcando-as com 0.
- () Para cada linguagem existente, há um modelo formal capaz de reconhecê-la.
 - () Dado um autômato finito que aceita uma certa linguagem, é possível projetar uma máquina de Turing que aceita esta mesma linguagem.
 - () Uma máquina de Turing multifitas não determinística é mais poderosa que uma máquina de Turing determinística de fita única.
 - () As linguagens Turing-reconhecíveis são fechadas sob complemento.
 - () Existe uma máquina de Turing que decide a linguagem $\{a^n b^n | n \geq 0\}$.
27. (UEA/EST 2016.1) Levando em consideração a definição formal de uma máquina de Turing, responda às seguintes perguntas e justifique-as.
- a) Uma máquina de Turing pode alguma vez escrever o símbolo branco \sqcup em sua fita?
 - b) O alfabeto da fita Γ pode ser o mesmo que o alfabeto de entrada Σ ?

- c) A cabeça de uma máquina de Turing pode alguma vez estar na mesma localização em dois passos sucessivos?
- d) Uma máquina de Turing pode conter apenas um único estado?
28. (UEA/EST 2016.2) A classe das linguagens Turing-decidíveis é fechada sob a operação de intersecção. Prove ou refute a afirmação anterior, justificando a sua resposta.
29. (UEA/EST 2016.2) Construa uma Máquina de Turing capaz de aceitar as palavras do tipo $w\#\bar{w}$, em que w é uma palavra no alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ e \bar{w} denota a negação de w em binário. Exemplos de palavras aceitas por esta máquina de Turing são: $001\#100$, $10\#01$, $000000\#111111$, etc.
30. (UEA/EST 2016.2) Identifique as questões verdadeiras, marcando-as com 1, e as questões falsas, marcando-as com 0.
- () Há uma linguagem associada a cada Máquina de Turing.
 - () Existe uma linguagem Turing-reconhecível cujo complemento também é Turing-reconhecível.
 - () Existe uma Máquina de Turing M cuja linguagem é \emptyset .
 - () Existe uma linguagem que é Turing-decidível, mas não Turing-reconhecível.
 - () Toda linguagem regular possui uma máquina de Turing decidi-la.
31. (UEA/EST 2016.2) Descreva a diferença entre uma linguagem decidida e uma linguagem reconhecida por uma máquina de Turing. Utilize as noções formais da Teoria da Computação para justificar a sua resposta.
32. (UEA/EST 2016.2) Construa uma máquina de Turing que decida a linguagem $L = \{a^n b^m, n \geq 0, m > n\}$. Para auxiliar no processo de correção, se desejar, escreva no máximo 3 linhas sobre qual a estratégia de funcionamento da sua máquina de Turing.
33. (UEA/EST 2017.1) Construa uma máquina de Turing capaz de decidir a linguagem $L = \{a^n b^{n+1} c^{n+2} | n \geq 1\}$. São exemplos de palavras pertencentes à L : $aabbbcccc, abbccc, aaabbbbccccc$. As seguintes palavras não pertencem à L : $abc, cccbba, aacccbbbb$. Indique a variante da Máquina de Turing utilizada em sua resposta.

34. (UEA/EST 2017.1) Identifique as questões verdadeiras, marcando-as com 1, e as questões falsas, marcando-as com 0.
- () Existem máquinas de Turing que não entram em loop infinito.
 - () Há um autômato finito determinístico cuja linguagem é a mesma de uma máquina de Turing.
 - () Existem problemas que não podem ser expressos por algoritmos.
 - () Uma máquina de Turing não-determinística com múltiplas fitas jamais pode ser uma máquina de Turing decididora.
 - () Uma máquina de Turing decididora obrigatoriamente precisa ler toda a entrada antes de determinar se a aceita ou a rejeita.
35. (UEA/EST 2017.2) Faça uma máquina de Turing que receba na entrada dois números em binário separados por um #. Esta máquina deve imprimir o resultado da operação ou-exclusivo bit a bit dos números fornecidos.
36. (UEA/EST 2017.2) Contrua uma máquina de Turing decididora para a linguagem L dada a seguir:

$$L = \{w | w \in \{0, 1\}^* \wedge \#0's = \#1's\} \quad (1)$$