

Universidade do Estado do Amazonas

Escola Superior de Tecnologia

Data: 31 de Março de 2018

Professora: Elloá B. Guedes

Disciplina: Fundamentos Teóricos da Computação

2A LISTA DE EXERCÍCIOS

LINGUAGENS LIVRES DE CONTEXTO E SENSÍVEIS AO CONTEXTO

1. Responda a cada item para a seguinte GLC G .

$$R \rightarrow XRX|S$$

$$S \rightarrow aTb|bTa$$

$$T \rightarrow XTX|X|\lambda$$

$$X \rightarrow a|b$$

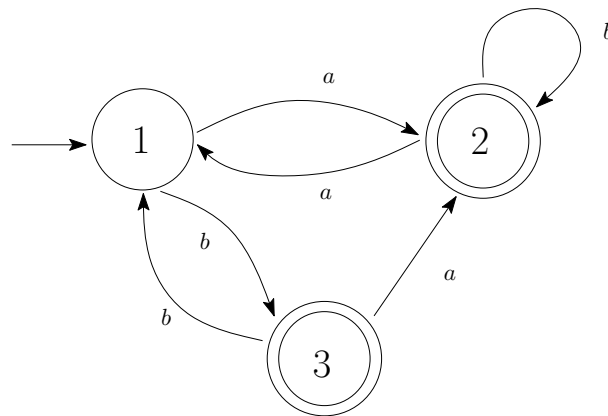
- a) Quais são as variáveis de G ?
- b) Quais são os terminais de G ?
- c) Qual a variável inicial de G ?
- d) Dê três cadeias de $L(G)$;
- e) Dê três cadeias que não estão em $L(G)$;
- f) Verdadeiro ou Falso: $T \Rightarrow aba$;
- g) Verdadeiro ou Falso: $T \Rightarrow^* aba$;
- h) Verdadeiro ou falso: $T \Rightarrow^* T$;
- i) Verdadeiro ou Falso: $T \Rightarrow T$;
- j) Verdadeiro ou Falso: $XXX \Rightarrow^* aba$;
- k) Verdadeiro ou Falso: $X \Rightarrow^* aba$;
- l) Verdadeiro ou Falso: $T \Rightarrow^* XX$;
- m) Verdadeiro ou Falso: $T \Rightarrow^* XXX$;

- n) Verdadeiro ou Falso: $S \Rightarrow^* \lambda$;
- o) Dê uma descrição em português de $L(G)$.
2. (UEA/EST 2014.2) Observe a gramática a seguir. Ela é uma gramática livre de contexto? Justifique.

$$\begin{aligned} D &\rightarrow EE \\ EE &\rightarrow FG \\ F &\rightarrow a|aF \\ G &\rightarrow b|bG \end{aligned}$$

3. Considere a gramática: $S \rightarrow aS|aSbS|\lambda$. Esta gramática é ambígua. Mostre que em particular que a cadeia aab tem duas:
- a) Árvores de análise sintática;
 - b) Derivações mais à esquerda;
 - c) Derivações mais à direita.
4. Projete uma gramática livre de contexto para gerar números naturais, sem zeros à esquerda. Em seguida, verifique se a gramática construída é ambígua e justifique sua resposta.
5. Projete uma gramática para gerar expressões aritméticas envolvendo parênteses, soma e subtração, e números inteiros, e:
- a) Gere a sentença $(35 + 4) - (5 + 6)$ com derivações mais à esquerda;
 - b) Construa a árvore de análise sintática do item anterior.
6. (UEA/EST 2014.2) Projete uma gramática livre de contexto que gere todos as palavras palíndromas sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Uma palavra é classificada como palíndroma quando pode ser lida da esquerda para a direita quanto da direita para esquerda.
7. Projete um autômato de pilha para aceitar cada uma das seguintes linguagens. Você pode aceitar por estado final ou por pilha vazia, o que for mais conveniente.
- a) $\{0^n 1^n | n \geq 1\}$;

- b) O conjunto de todas as strings de 0's e 1's com um número igual de 0's e de 1's;
- c) O conjunto de todas as strings com o dobro de 0's em relação ao número de 1's.
8. Construa uma gramática regular equivalente ao autômato da figura a seguir.



9. (UEA/EST 2014.2) Sobre as linguagens formais, qual das seguintes afirmações é falsa?
- a) Há linguagens que não são nem livres de contexto nem regulares.
- b) Existem gramáticas que não geram linguagens livres de contexto.
- c) Nem toda linguagem livre de contexto pode ser gerada por um autômato não-determinístico com pilha.
- d) Qualquer gramática livre de contexto pode ser escrita na Forma Normal de Chomsky.
- e) Existem linguagens livres de contexto que são inerentemente ambíguas.
10. Use o lema do bombeamento para mostrar que a linguagem $\{0^n \# 0^{2n} \# 0^{3n}\}$ não é livre de contexto.
11. Prove que as linguagens livres de contexto são fechadas sob as seguintes operações:
- a) União;
- b) Concatenação.

12. O que é a forma de Backus-Naur? Quem a inventou e para que ela é usada?
13. (UEA/EST 2014.2) Construa um autômato de pilha que reconheça a linguagem das palavras compostas de 0's e 1's de comprimento ímpar cujo símbolo da posição central é sempre 0. Exemplos de palavras desta linguagem: 0, 101, 0110010, 1000101. Exemplo de palavras que não pertencem a esta linguagem: λ , 1, 1011, 11100. Dica: construa a gramática primeiro!.
14. (UEA/EST 2015.2) Considere a seguinte gramática livre de contexto $G_1 = \langle V, \Sigma, R, S \rangle$ em que $V = \{A, S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ e que possui as seguintes regras:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa|bbA|\lambda \\ A &\rightarrow SS \end{aligned}$$

- a) Mostre que $S \Rightarrow^* abba$ pode ser gerada ambigualmente pela gramática G_1 .
- b) Converta a gramática G_1 para Forma Normal de Chomsky.
15. (UEA/EST 2015.2) Considere a linguagem livre de contexto $\{ww^R | w \in \Sigma^*\}$ em que $\Sigma = \{a, b\}$, isto é, a linguagem formada pela concatenação de uma palavra com seu reverso. São exemplos de palavras desta linguagem: $\lambda, aa, bb, abba, ababa, aabbaa, \dots$. Construa um autômato com pilha que aceite esta linguagem. Dica: construa a gramática livre de contexto primeiro!
16. (UEA/EST 2015.2) Marque 1 (verdadeiro) ou 0 (falso) para as seguintes afirmações:
- () Toda linguagem sensível ao contexto é livre de contexto;
 - () Existe uma gramática livre de contexto equivalente a um autômato finito não-determinístico;
 - () Autômatos com pilha e gramáticas sensíveis ao contexto são equivalentes;
 - () A linguagem $\{a^n b^n | n \geq 0\}$ é sensível ao contexto, mas não é regular;
 - () A linguagem das expressões bem parentizadas não é livre de contexto.
17. (POSCOMP 2004) Seja a seguinte linguagem, em que λ representa a palavra vazia:

$$S \rightarrow AB|CD$$

$$A \rightarrow a|\lambda$$

$$B \rightarrow b|f$$

$$C \rightarrow c|g$$

$$D \rightarrow h|i$$

Qual o conjunto de terminais que podem começar sentenças derivadas de S ?

- a) $\{a, c, g\}$
 - b) $\{a, b, f, c, g\}$
 - c) $\{a, b, f, c, g, h, i\}$
 - d) $\{a, c, g, h, i\}$
 - e) $\{a, b, f\}$
18. Considere a gramática livre de contexto $G = \langle \{S\}, \{a, b\}, R, S \rangle$ em que as regras desta gramática são $S \rightarrow SS|aSa|bSb|\lambda$. Faça o que se pede.
- a) Converta esta gramática para a Forma Normal de Chomsky;
 - b) Construa um autômato de pilha equivalente a esta gramática.
19. (UEA/EST 2016.1) Seja G a gramática $\langle \{P, A, B\}, \{a, b\}, R, P \rangle$ em que R consta de:

$$P \rightarrow APB|\lambda$$

$$A \rightarrow aAb|\lambda$$

$$B \rightarrow bBa|ba$$

- a) Construa uma derivação mais à esquerda de $aabbba$.
 - b) Desenvolva uma árvore de derivação para a palavra $aabbba$.
20. (UEA/EST 2016.1) Seja a linguagem livre de contexto $L = \{w \in \{0, 1\}^* | w \text{ tem um número par de } 1\}$. Algumas palavras contidas em L são: 0000, 010, 100, 111111, etc. Construa um

autômato finito não-determinístico com pilha que aceite L . Para facilitar a resolução desta questão, construa a gramática livre de contexto.

21. (UEA/EST 2016.1) Utilizando a gramática sensível ao contexto a seguir, mostre uma derivação para uma palavra w qualquer, em que $|w| \geq 5$.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow abc|aSQ \\ bQc &\rightarrow bbcc \\ cQ &\rightarrow Qc \end{aligned}$$

22. (UEA/EST 2016.1) Converta a seguinte gramática para a Forma Normal de Chomsky. Mostre claramente os passos executados para realizar esta conversão.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa|bBb|\lambda \\ A &\rightarrow C|a \\ B &\rightarrow C|b \\ C &\rightarrow CD|\lambda \\ D &\rightarrow A|B|ab \end{aligned}$$

23. (UEA/EST 2016.1) Identifique as questões verdadeiras, marcando-as com 1, e as questões falsas, marcando-as com 0.

- () Existe uma linguagem regular que não é livre de contexto.
- () Os autômatos finitos não-determinísticos com pilha aceitam uma subclasse da classe das linguagens sensíveis ao contexto.
- () Não há equivalência entre expressões regulares e gramáticas regulares.
- () Uma gramática regular não é uma gramática livre de contexto.
- () Existe um autômato finito não-determinístico com pilha que aceita a linguagem $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$.

24. (UEA/EST 2016.1 – Sipser p. 136) Seja a linguagem

$$L = \{w | \text{o comprimento de } w \text{ é ímpar e o símbolo do meio é um } 0\}.$$

- a) Construa uma gramática livre de contexto G que gere L ;
- b) Mostre uma derivação mais à esquerda para uma palavra qualquer de L de comprimento 5;
- c) Construa o autômato finito não-determinístico com pilha equivalente à gramática livre de contexto G .
25. (UEA/EST 2016.2) Seja a gramática dada a seguir:
- $$\begin{aligned} S &\rightarrow abc|aSQ \\ bQc &\rightarrow bbcc \\ cQ &\rightarrow Qc \end{aligned}$$
- a) Qual é o tipo desta gramática?
- b) Mostre a derivação de uma palavra w com esta gramática, em que $|w| \geq 5$.
- c) Denote esta gramática segundo a forma normal compatível com seu tipo.
26. (UEA/EST 2016.2) Seja a linguagem livre de contexto dada por $L = \{a^nwb^n, w \in \{c\}^*\}$.
- a) Mostre uma gramática livre de contexto capaz de gerar L .
- b) Construa um autômato finito não-determinístico com pilha capaz de reconhecer L .
27. (UEA/EST 2016.2) Identifique as afirmativas a seguir com 0, para as que forem falsas, e com 1 para as que forem verdadeiras.
- () Toda linguagem livre de contexto é sensível ao contexto.
- () Uma gramática livre de contexto não pode ser denotada na Forma Normal de Kuroda.
- () Existem linguagens livres de contexto que não são regulares.
- () A linguagem $a^n b^n, n \geq 0$ pode ser reconhecida por um autômato finito não-determinístico.
- () A Forma Normal de Chomsky é útil na cirurgia de árvores sintáticas para a prova do Lema do Bombeamento para Linguagens Livres de Contexto.

- () No Lema do Bombeamento para Linguagens Livres de Contexto, a palavra a ser bombeada tem que ser dividida em 5 partes, das quais 3 são bombeadas.
- () A pilha limitada é uma das características particulares dos autômatos finitos não-determinísticos com pilha que tornam este modelo capaz de reconhecer linguagens livres de contexto.
- () Nem toda gramática livre de contexto pode ser denotada na Forma Normal de Chomsky.

28. (UEA/EST 2016.2) Seja a gramática dada a seguir:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow abAB \\ A &\rightarrow bAB|\lambda \\ B &\rightarrow BAa|A|\lambda \end{aligned}$$

- a) Que tipo de gramática é esta? Justifique.
 - b) Mostre a derivação de uma palavra w com esta gramática, em que $|w| \geq 5$.
 - c) Denote esta gramática segundo a forma normal compatível com seu tipo.
 - d) Construa um autômato finito não-determinístico com pilha capaz de reconhecer a linguagem gerada por esta gramática.
29. (UEA/EST 2016.2) Seja a linguagem regular sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ dada pela expressão regular a seguir:

$$L = \{aab^*aba^*\} \quad (1)$$

- a) Apresente a definição formal de um gramática regular capaz de gerar esta linguagem.
 - b) Obtenha um autômato finito não-determinístico com pilha capaz de aceitar L .
30. (UEA/EST 2016.2) Considere a seguinte linguagem livre de contexto sobre o alfabeto binário:

$$L = \{w | w \text{ contém ao menos 3 símbolos } 1\}. \quad (2)$$

São exemplos de palavras que pertencem à linguagem L : 010101, 111000, 011100101, etc.

- a) Forneça uma gramática livre de contexto capaz de gerar essa linguagem;
 - b) Obtenha uma gramática equivalente na Forma Normal de Chomsky;
 - c) Mostre uma derivação mais à esquerda da palavra 111111 por esta gramática;
 - d) A partir da sua resposta do item anterior, obtenha um autômato finito não determinístico capaz de reconhecer essa linguagem.
31. (UEA/EST 2017.1) Considere a linguagem livre de contexto dos parênteses balanceados. Atenda ao que se pede.
- a) Apresente uma gramática livre de contexto que gera esta linguagem. Considere que a palavra vazia possui parênteses balanceados.
 - b) A partir da gramática apresentada, elabore um autômato finito não-determinístico com pilha capaz de reconhecer a linguagem em questão.

32. (UEA/EST 2017.1) Seja a expressão regular dada por:

$$\{a^*bba^*\} \cup \{b^*baba^*\} \quad (3)$$

- a) Construa uma gramática regular equivalente a esta expressão regular. Mostre detalhadamente os passos nesta obtenção.
 - b) Denote a gramática obtida na Forma Normal de Chomsky.
 - c) Mostre uma derivação mais à esquerda para uma palavra w qualquer de tamanho 6 ou superior.
 - d) Pode-se afirmar que esta expressão regular corresponde à uma linguagem livre de contexto? Justifique utilizando aspectos das linguagens formais.
33. (UEA/EST 2017.1) Identifique as questões verdadeiras, marcando-as com 1, e as questões falsas, marcando-as com 0.
- () Toda linguagem regular é sensível ao contexto.
 - () Toda árvore de derivação de uma gramática na Forma Normal de Chomsky é binária.
 - () A linguagem $a^n b^n c^n d^n e^n$ não é sensível ao contexto.

- () Os autômatos finitos não-determinísticos com pilha podem ser usados para reconhecer algumas linguagens sensíveis ao contexto.
- () É possível conceber uma gramática livre de contexto capaz de gerar qualquer palavra palíndroma.
34. (UEA/EST 2017.1) Construa um autômato de pilha que reconheça a linguagem das palavras compostas de 0's e 1's de comprimento ímpar cujo símbolo da posição central é sempre 0. Exemplos de palavras desta linguagem: 0, 101, 0110010, 1000101. Exemplo de palavras que não pertencem a esta linguagem: λ , 1, 1011, 11100.
35. (UEA/EST 2017.2) Obrigatoriamente utilizando conceitos das Linguagens Formais, estabeleça as diferenças entre as Gramáticas Livres de Contexto e as Gramáticas Sensíveis ao Contexto.
36. (UEA/EST 2017.2) Seja a gramática dada a seguir, a qual produz expressões aritméticas em notação polonesa reversa sobre o alfabeto $\{a, +, *\}$:

$$E \rightarrow EE +$$

$$E \rightarrow EE *$$

$$E \rightarrow a.$$

- a) Mostre uma derivação mais à direita para a palavra " $aaa * a + +$ ";
- b) Converta esta gramática para a forma normal apropriada para o seu tipo;
- c) Qual o tipo da linguagem gerada por esta gramática? Justifique.
37. (UEA/EST 2017.2) Diz-se que uma palavra é *palíndroma* se, ao ser percorrida do final para o início, ela apresenta a mesma sequência de símbolos que quando percorrida do início para o final.
- a) Apresente uma gramática livre de contexto que gere todos os palíndromos de comprimento ímpar sobre o alfabeto $\{a, b, c\}$.
- b) Especifique um autômato de pilha que reconheça esta linguagem.

38. (UEA/EST 2017.2) Seja a gramática livre de contexto dada a seguir:

$$S \rightarrow 0A0|1B1|BB$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow S|A$$

$$C \rightarrow S|\lambda$$

- a) Obtenha um autômato finito não-determinístico com pilha equivalente à esta gramática.
- b) Apresente esta gramática na Forma Normal de Chomsky.