

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA



## Laboratorio 5 – Señales y Sistemas

Integrantes: Sofía Castro  
Gonzalo Cuevas  
Curso: Análisis de Datos  
Sección A-1  
Profesor: Max Chacón Pacheco

7 de Septiembre de 2022

# Tabla de contenidos

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	1
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>2</b>
2.1. Correlación . . . . .	2
2.2. Correlación cruzada . . . . .	2
2.3. Convolución . . . . .	3
2.4. Transformada de Pwelch . . . . .	3
2.5. Función de Transferencia . . . . .	3
<b>3. Obtención de Resultados</b>	<b>4</b>
3.1. Señales . . . . .	4
3.2. Correlación Cruzada y Auto-correlación . . . . .	6
3.3. Función de Transferencia . . . . .	8
3.4. Resultado del sistema . . . . .	9
<b>4. Análisis de Resultados</b>	<b>12</b>
4.1. Señales iniciales . . . . .	12
4.2. Correlación Cruzada y Auto-Correlación . . . . .	12
4.3. Resultado del Sistema . . . . .	13
<b>5. Conclusión</b>	<b>14</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>15</b>

# Índice de cuadros

## Índice de figuras

1.	Normocapnia PAM . . . . .	4
2.	Normocapnia VFSC . . . . .	5
3.	Hipercapnia PAM . . . . .	5
4.	Hipercapnia VFSC . . . . .	6
5.	Correlación cruzada Normocapnia . . . . .	6
6.	Correlación cruzada Hipercapnia . . . . .	7
7.	Autocorrelación Normocapnia . . . . .	7
8.	Autocorrelación Hipercapnia . . . . .	8
9.	Función de transferencia Normocapnia . . . . .	9
10.	Función de transferencia Hipercapnia . . . . .	9
11.	Resultado Normocapnia . . . . .	10
12.	Resultado Hipercapnia . . . . .	11

# 1. Introducción

En el presente informe se lleva a cabo el laboratorio 5 correspondiente a la asignatura Análisis de Datos con respecto a señales y sistemas.

Las señales contienen información acerca del comportamiento o la de un fenómeno, mientras que los sistemas responden a señales particulares produciendo otras señales o algún comportamiento deseado Oppenheim et al. (1997). En este caso las señales poseen la presión arterial media (PAM) y otra de velocidad de flujo sanguíneo cerebral.

La motivación que conlleva a realizar el laboratorio es la comprensión de la materia expuesta en cátedra.

El objetivo central de este experimento consiste en recuperar la señal (VFSC) con sus valores normales, lo cual nos permite plantear el problema; aplicar el conocimiento entregado en clases mediante el lenguaje de programación R para obtener la señal original.

Este documento consta de un leve marco teórico que permite comprender el desarrollo y su siguiente sección que corresponde a la obtención de los resultados, para luego entender estos en el apartado análisis de resultados, y finalmente se describen las conclusiones obtenidas durante el desarrollo del experimento.

## 1.1. Objetivos

1. Realizar un análisis de correlación cruzada de las señales presión arterial media y velocidad de flujo sanguíneo cerebral.
2. Identificar el número de retardos de diferencia entre ambas.
3. Modelar mediante función de transferencia la relación entre PAM y VFSC.
4. Mediante la aplicación de un escalón inverso de PAM, identificar si los niveles de VFSC retornan a sus valores normales.

## 2. Marco Teórico

En este apartado se explican la información necesaria para llevar a cabo el experimento.

### 2.1. Correlación

La correlación de Pearson entrega rangos entre  $[-1,1]$ , mientras más negativo es el resultado mayor distancia hay entre las variables, por lo que son inversamente proporcionales, por el contrario, si el valor es positivo se considera directamente proporcional. También, se puede interpretar mediante los extremos de sus valores, mientras más cerca de -1 o 1, mayor es su relación y si es equivalente a 0, significa que las variables son independientes. Sin embargo, un valor distinto a 0 no siempre significa que existe una relación causa y efecto entre las variables, pues ambas variables pueden ser afectadas por una tercera variable, lo cual no puede ser evaluado, pues la prueba permite comparación entre pares de variables Soetewey (2020).

### 2.2. Correlación cruzada

La correlación cruzada permite calcular la similitud existente entre dos señales (de Luna-Ortega et al. (2014)). Matemáticamente, esta se encuentra definida por la ecuación:

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+1)y(n) \quad l = 0, \pm 1, \pm 2... \quad (1)$$

Donde x e y corresponden a las señales a correlacionar, l representa un retardo, mientras que n es el número de muestras para ambas señales. Los subíndices utilizados en la ecuación 1 representan las señales que se van a correlacionar. Cuando una señal se correlaciona consigo misma, se denomina autocorrelación, descrita por la siguiente ecuación:

$$r_{xx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n-l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+1)x(n) \quad (2)$$

La auto correlación cumple con la propiedad de simetría, siendo una función par.

$$r_{xy}(l) = r_{xy}(-l) \quad (3)$$

### 2.3. Convolución

Se conoce por convolución al proceso de distribución de una función  $f$ , en cada punto de otra función  $g$ . González et al. (2008) Su modelo matemático en forma discreta se encuentra definido por la siguiente ecuación:

$$f(n) * g(n) = \sum_{k=1}^N f(k)g(n-k) \quad (4)$$

### 2.4. Transformada de Pwelch

Un espectro de potencia describe la energía de una serie definida en el tiempo  $t$ , utilizando el dominio de la frecuencia. Como una serie puede ser una señal periódica, no periódica o muestreada de forma asíncrona, su espectro de potencia se define como una función continua. Por otro lado, el método de Welch es una mejora para el periodograma, un método que estima la auto-correlación de longitud finita de una señal.

El método consiste en dividir los datos de la serie temporal en segmentos, los cuales posiblemente se superpongan, calculando un periodograma modificado para cada segmento, y luego promediando las estimaciones de sus densidades espectrales de potencia. Rahi et al. (2014)

La transformada de Pwelch calcula el la densidad espectral de potencia de una señal utilizando el método de Welch.

### 2.5. Función de Transferencia

Es una expresión matemática que caracteriza las relaciones de entrada y salida de sistemas lineales invariantes en el tiempo según Vieyra and Franco (2017). El concepto de función de transferencia surge de la integral de convolución como herramienta para caracterizar la salida de un sistema ante cualquier señal de entrada arbitraria mediante el conocimiento de la respuesta al impulso del sistema Vieyra and Franco (2017). Esto es visualizado en la ecuación de 5.

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau, t > 0 \quad (5)$$

### 3. Obtención de Resultados

A continuación se exponen los resultados obtenidos en el laboratorio.

#### 3.1. Señales

Para este caso, se presentan como entradas las señales de presión arterial media (PAM) y de velocidad de flujo sanguíneo cerebral (VFSC) para dos individuos. Uno presenta normocapnia, lo que quiere decir que su presión parcial de  $\text{CO}_2$  ( $\text{PCO}_2$ ) en la circulación sanguínea se encuentra dentro de la concentración normal Kavanagh (2002). Mientras que el otro padece hipercapnia, pues su concentración de  $\text{PCO}_2$  es elevada.

Para el individuo con normocapnia, sus señales de PAM y VFSC en el dominio del tiempo, se encuentran representadas por las figuras 1 y 2.

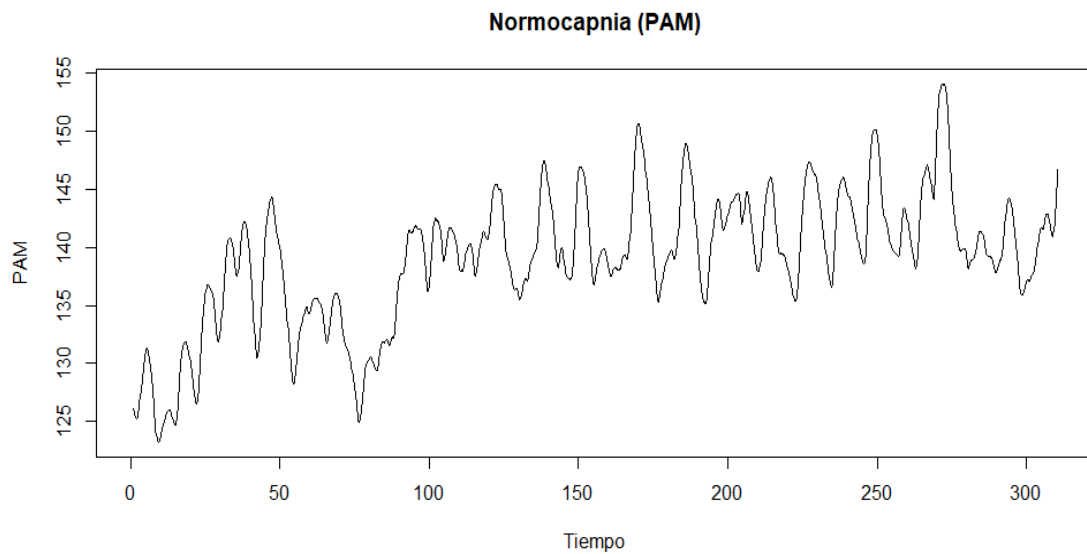


Figura 1: Normocapnia PAM



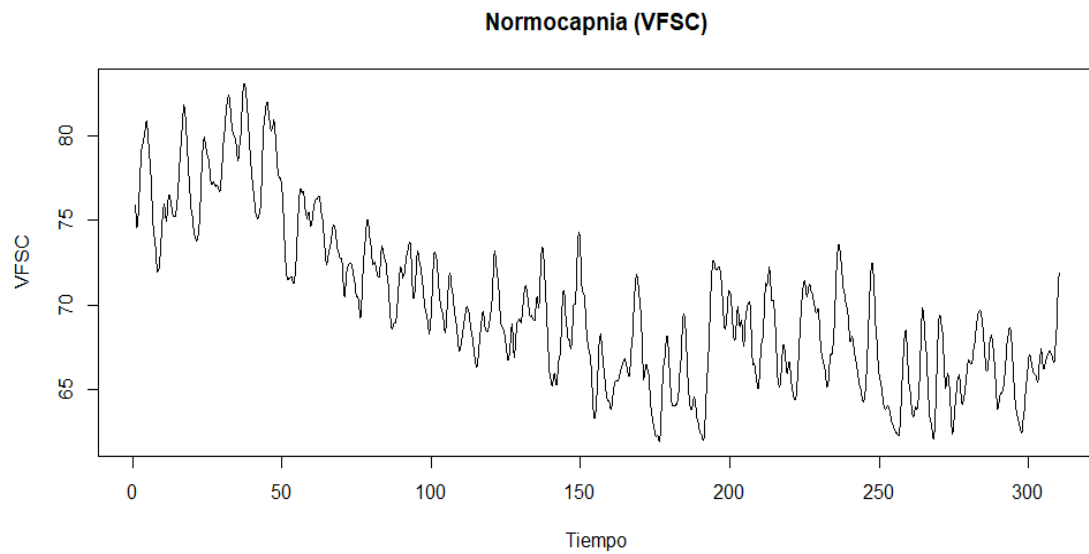


Figura 2: Normocapnia VFSC

Mientras que para el individuo con hipercapnia, las gráficas de estas señales son la figura 3 y la figura 4 respectivamente.

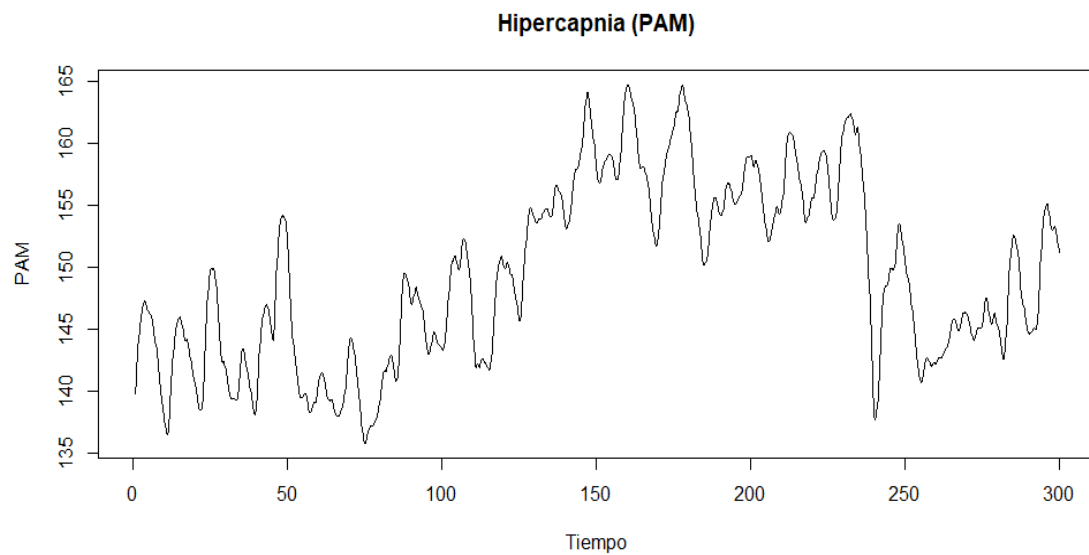


Figura 3: Hipercapnia PAM

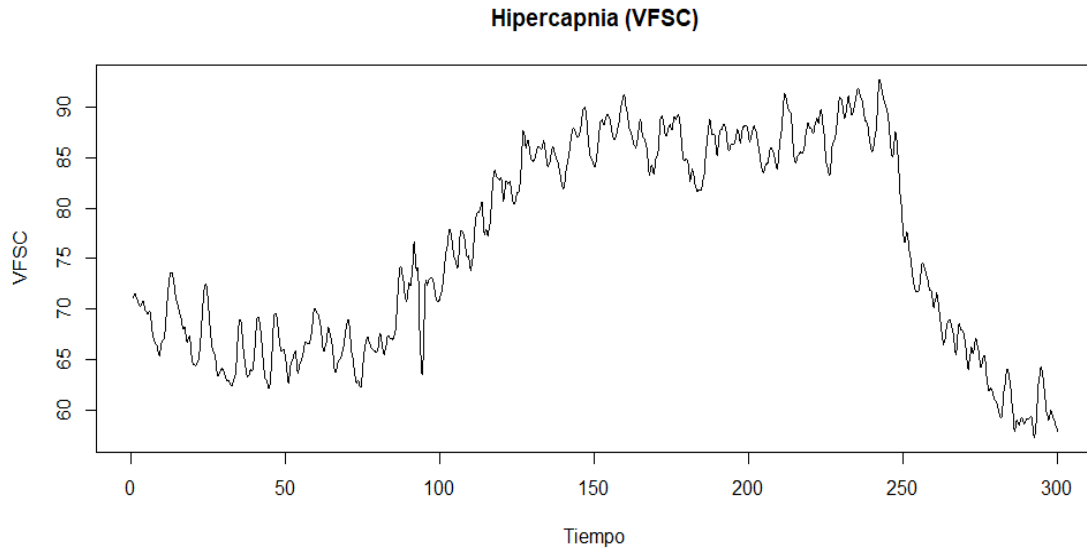


Figura 4: Hipercapnia VFSC

### 3.2. Correlación Cruzada y Auto-correlación

Como se mencionó, la correlación permite cuantificar que tan similares son dos señales. Para esta instancia, se determinó la correlación cruzada entre la señal PAM y VFSC de cada individuo, representados por la figura 5 para el individuo con normocapnia y la figura 6 para el individuo con hipercapnia. del mismo modo, se obtuvo la auto-correlación de la señal PAM para cada uno, representada por las figuras 7 y 8 respectivamente.

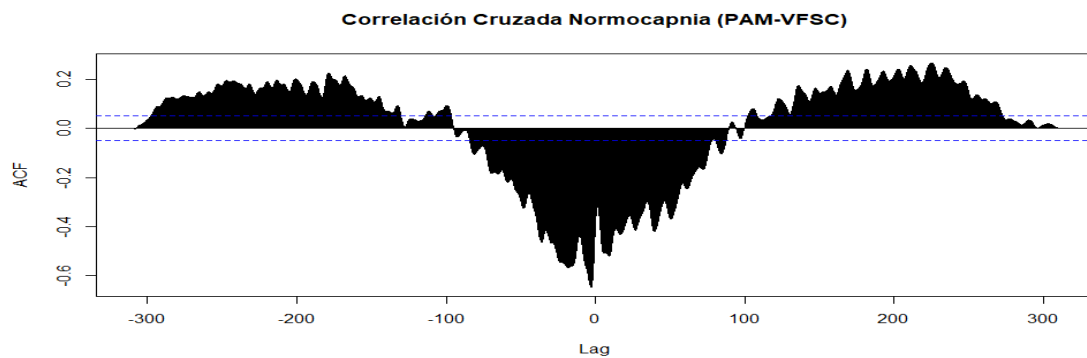


Figura 5: Correlación cruzada Normocapnia

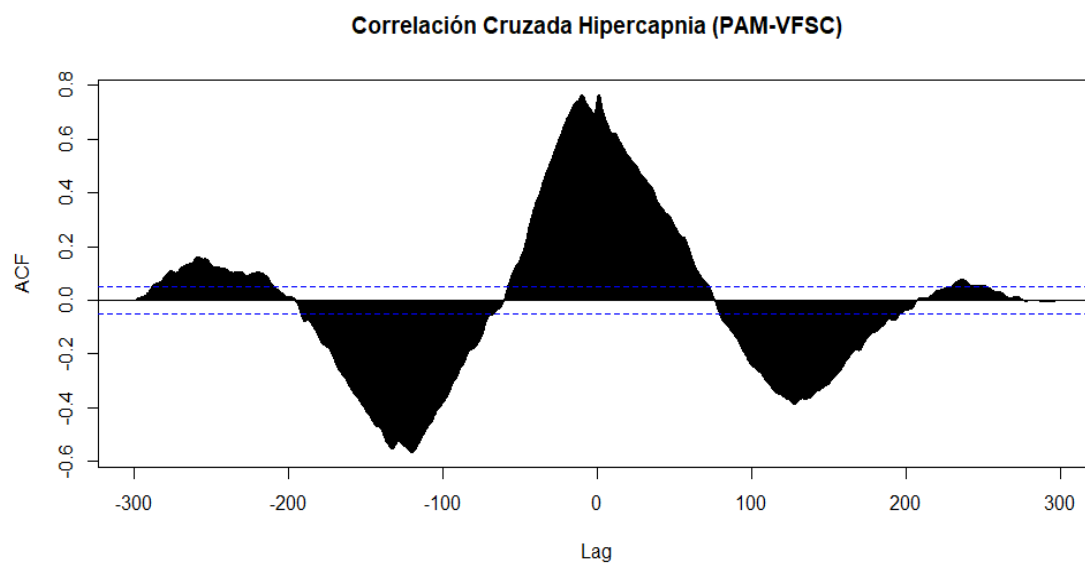


Figura 6: Correlación cruzada Hipercapnia

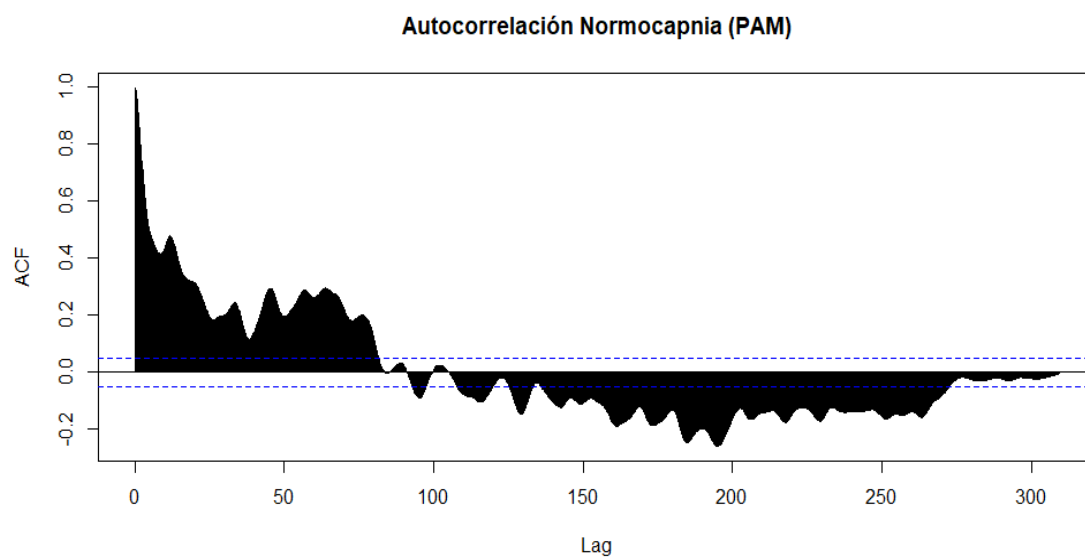


Figura 7: Autocorrelación Normocapnia

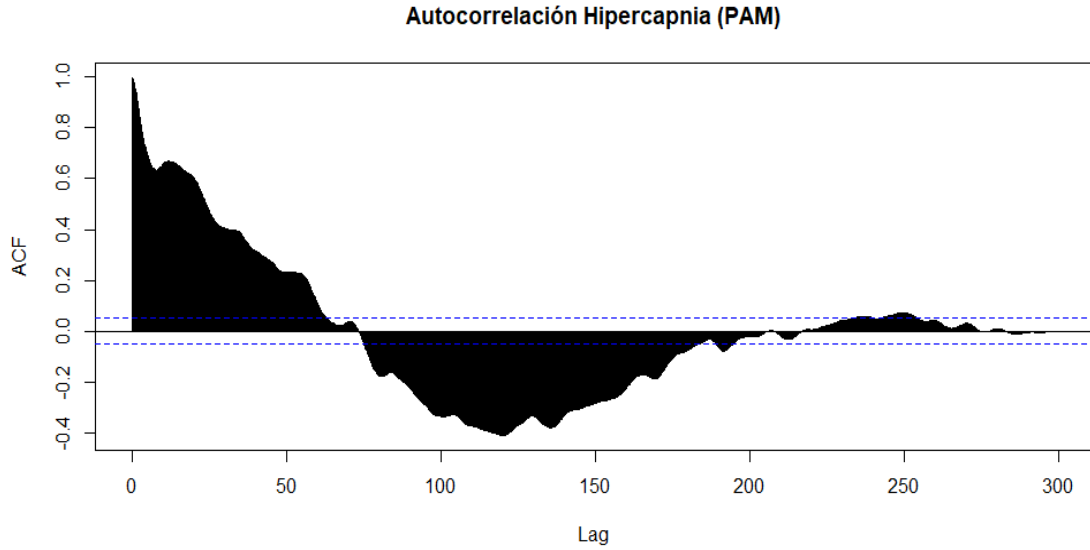


Figura 8: Autocorrelación Hipercapnia

### 3.3. Función de Transferencia

Para cada individuo, se calcula su densidad espectral de potencia mediante la transformación de Welch tanto para sus correlaciones cruzadas como sus auto-correlaciones de la señal PAM. Posteriormente se calculó su función de transferencia utilizando el espectro de densidad de la correlación cruzada como numerador de la misma y la auto-correlación de la señal PAM como denominador. La gráfica de estas funciones en el dominio de la frecuencia corresponden a la figura 9 para el individuo con normocapnia y la figura 10 para el individuo con hipercapnia.

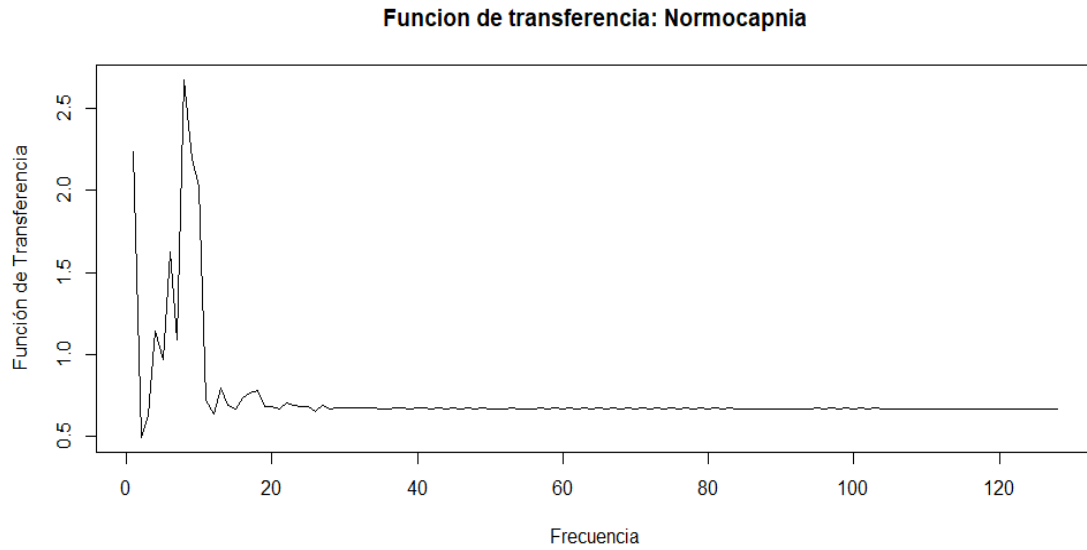


Figura 9: Función de transferencia Normocapnia

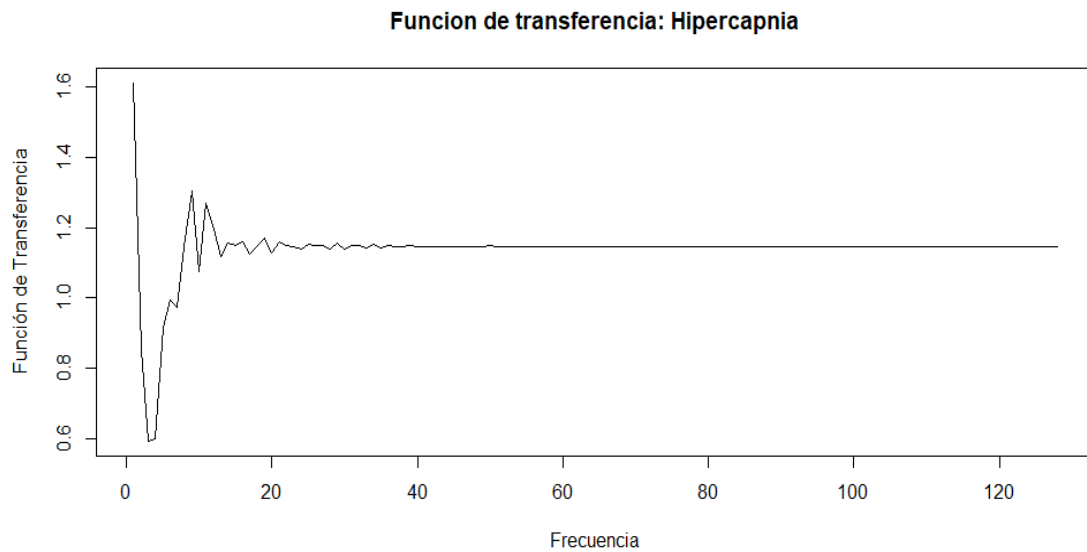


Figura 10: Función de transferencia Hiperapnia

### 3.4. Resultado del sistema

En esta sección se define un pulso unitario inverso, sobre el cual se aplica un filtro de señal para que su simulación se asemeje a la realidad y no aplique como un filtro

ideal. Luego, se calculó la transformada inversa de Fourier de cada función de transferencia, para realizar una convolución entre el pulso unitario obtenido y este valor con el objetivo de obtener la respuesta del sistema.

La figura 11 contiene el resultado del sistema para el individuo con normocapnia y la figura 12 para el individuo con hipercapnia.

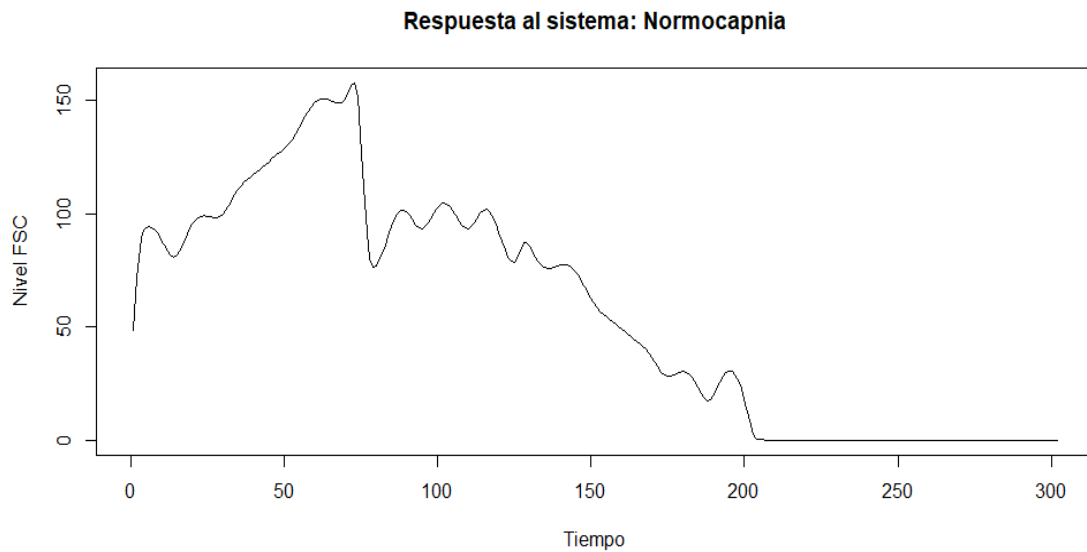


Figura 11: Resultado Normocapnia

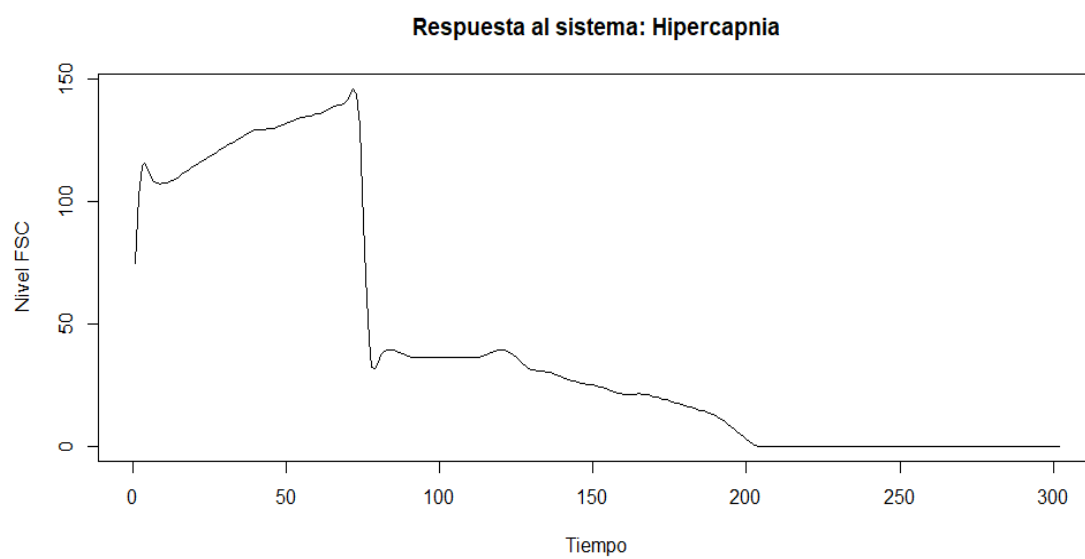


Figura 12: Resultado Hipercapnia

## 4. Análisis de Resultados

En este apartado se realiza el análisis de los resultados obtenido.

### 4.1. Señales iniciales

Para el individuo con normocapnia, se observa que su señal PAM tiende a aumentar sus valores hasta un punto en el que parecieran ser constantes a medida que el tiempo avanza, mientras que su señal VFSC decrece con el tiempo, indicando que estas pueden tener una correlación negativa.

Para el individuo con hipercapnia, las fluctuaciones de sus señales PAM y VFSC son similares, aumentando y decreciendo casi en los mismos instantes de tiempo, lo cual puede ser asociado a una correlación positiva entre ellas.

### 4.2. Correlación Cruzada y Auto-Correlación

Para el individuo con normocapnia, utilizando la figura 5 se aprecia que en el intervalo de tiempo  $[-100,100]$  predomina una correlación negativa, lo cual confirma el hecho de que sus señales, al menos en dicho instante, no son similares, permitiendo aseverar que para este periodo, la señal PAM aumenta, mientras que la señal VFSC decrece, sin embargo, para los instantes de tiempo mayores a 100 y menores a -100, se observa una correlación positiva de las señales, pero esta no es superior a 0.2, por lo que a pesar de que en estos instantes estas parecieran ser similares, su correlación es baja, lo cual se confirma con las figuras 1 y 2 de ambas señales.

El caso es contrario para el individuo con hipercapnia, se observa una correlación positiva que llega hasta un 0.8 entre cercano al intervalo de tiempo  $[-80,80]$  de la figura 6, indicando que en este intervalo, las señales tienden a ser muy similares, y es que si se observan las figuras 3 y 4 en el intervalo de tiempo  $[0,80]$ , ambas tienen valores parecidos, y es después de este intervalo donde comienzan a diferir, pues como se ve en la figura 6 para instantes fuera del intervalo  $[-80,80]$  se presenta una correlación negativa la cual puede ser considerada débil, ya que toma valores cercanos a 0.5 y no asciende más allá de 0.6.



### 4.3. Resultado del Sistema

Díaz and Carrillo (2015) estipulan que el rango normal de flujo sanguíneo cerebral (FSC) oscila entre los 40-50 mL/100g , por lo que se esperaría que alguno de los individuos presentara valores cercanos a ellos. Al analizar el individuo con normocapnia, su nivel de flujo sanguíneo cerebral comienza elevado y continua ascendiendo hasta llegar a un "pico" máximo cercano a los 150 mL/100g, para luego descender presentando diferentes variaciones en su nivel de FSC,

hasta llegar a valores que pueden ser asociados al rango normal, lo cual se aprecia en la figura 11. Sin embargo, sería necesario continuar analizando su comportamiento en el tiempo para determinar que su nivel de FSC se mantuvo estable, pues incluso en el rango de valores normales, estos parecen ser inestables.

El individuo con Hipercapnia (figura 12) comienza con 70 mL/100g aproximadamente, para luego continuar en un ascenso hasta llegar a los 120 mL/100g, donde sufre un leve descenso hasta 101 mL/100g y procede a elevar sus valores hasta 150 mL/100g, este valor corresponde a su "pico" máximo. Por consiguiente disminuye de manera abrupta llegando a 30 mL/100g, aumentando a 45 y luego disminuir a un valor de 40 mL/100g en el que se mantiene constante por varios instantes, donde finalmente comienza un nuevo descenso, el cual indicaría que su nivel de FSC no se estabilizó dentro de los valores normales.

## 5. Conclusión

El trabajo consistió en analizar la base de datos correspondiente a señales de Hipercapnia y Normocapnia, con el fin de estudiar su comportamiento mediante el tratamiento de la información entregada en cada archivo a través del uso de la correlación cruzada y una función de transferencia.

Los objetivos propuestos fueron desarrollados en su totalidad, logrando obtener señales distintas en cada etapa del procedimiento, permitiendo así determinar las relaciones existentes entre las señales PAM y VFSC de cada individuo, así como también, fue posible determinar como afectaba en cada individuo las variaciones en los valores de las mismas.

Una de las mayores complicaciones al momento de desarrollar la experiencia, fue el rango de valores con el que se estaba trabajando en cada instancia, debido a ciertas incongruencias encontradas en la literatura, en relación con las variables de estudio, por lo que el análisis se realizó bajo el supuesto de normalización de los valores.

Como trabajo propuesto, se espera analizar nuevamente las señales, para corroborar lo expuesto en este informe, pero con otros métodos o con mayor dedicación en cuanto a la investigación de información y mayor entendimiento a las funciones ocupadas en el lenguaje de programación R.

# Bibliografía

- de Luna-Ortega, C. A., Mora-González, M., Martínez-Romo, J. C., Luna-Rosas, F. J., and Muñoz-Maciel, J. (2014). Reconocimiento del habla mediante el uso de la correlación cruzada y una perceptrón multicapa. *Nova scientia*, 6(12):108–124.
- Díaz, M. and Carrillo, R. (2015). Flujo sanguíneo cerebral. *Fundación Clínica Médica Sur*, 38(3):S419–S420.
- González, M. M., Rodríguez, F. J. C., Maciel, J. M., Romo, J. C. M., Rosas, F. J. L., de Luna Ortega, C. A., Rosas, G. G., and Lecona, F. G. P. (2008). Reducción de ruido digital en señales ecg utilizando filtraje por convolución. *Investigación y Ciencia*, 16(40):26–32.
- Kavanagh, B. (2002). Normocapnia vs hypercapnia. *Minerva anesthesiologica*, 68(5):346–350.
- Oppenheim, A., Willsky, A., and Hamid, S. (1997). Señales y sistemas. *Prentice Hall*, page XVII.
- Rahi, P. K., Mehra, R., et al. (2014). Analysis of power spectrum estimation using welch method for various window techniques. *International Journal of Emerging Technologies and Engineering*, 2(6):106–109.
- Soetewey, A. (2020). Correlation coefficient and correlation test in r. <https://statsandr.com/blog/correlation-coefficient-and-correlation-test-in-r/>.
- Vieyra, N. and Franco, H. (2017). Función de transferencia y sistemas de primer orden. [http://dctrl.fi-b.unam.mx/lab\\_control/docs/asys/P03\\_LASyS.pdf](http://dctrl.fi-b.unam.mx/lab_control/docs/asys/P03_LASyS.pdf).