# Teoría de grafos - introducción

# Introducción

# Introducción

La Figura anterior muestra un recorte de un mapa de la provincia de Santa Fe, particularmente, de **Rosario y alrededores**.

Dicho mapa señala algunas **ciudades** del sur de la provincia, junto con algunas de las **rutas** más importantes que las conectan.

# Introducción

Supongamos que, como parte de un proyecto de mejoramiento del estado de los caminos, la provincia de Santa Fe desea recorrerlos para determinar en dónde sería conveniente invertir en luminaria y señalética.

# Introducción

Supongamos que, como parte de un proyecto de mejoramiento del estado de los caminos, la provincia de Santa Fe desea recorrerlos para determinar en dónde sería conveniente invertir en luminaria y señalética.

Una cuestión a resolver es cómo armar el recorrido que se hará, de modo que sea lo más económico posible (en tiempo y nafta). Siendo que el recorrido comienza en Rosario (porque el equipo de trabajo vive allí), **lo ideal sería recorrer cada camino exactamente una vez y regresar de nuevo al punto de partida.**

# Introducción

Supongamos que, como parte de un proyecto de mejoramiento del estado de los caminos, la provincia de Santa Fe desea recorrerlos para determinar en dónde sería conveniente invertir en luminaria y señalética.

Una cuestión a resolver es cómo armar el recorrido que se hará, de modo que sea lo más económico posible (en tiempo y nafta). Siendo que el recorrido comienza en Rosario (porque el equipo de trabajo vive allí), **lo ideal sería recorrer cada camino exactamente una vez y regresar de nuevo al punto de partida.**

- ¿Es esto posible?

# Introducción

Supongamos que, como parte de un proyecto de mejoramiento del estado de los caminos, la provincia de Santa Fe desea recorrerlos para determinar en dónde sería conveniente invertir en luminaria y señalética.

Una cuestión a resolver es cómo armar el recorrido que se hará, de modo que sea lo más económico posible (en tiempo y nafta). Siendo que el recorrido comienza en Rosario (porque el equipo de trabajo vive allí), **lo ideal sería recorrer cada camino exactamente una vez y regresar de nuevo al punto de partida.**

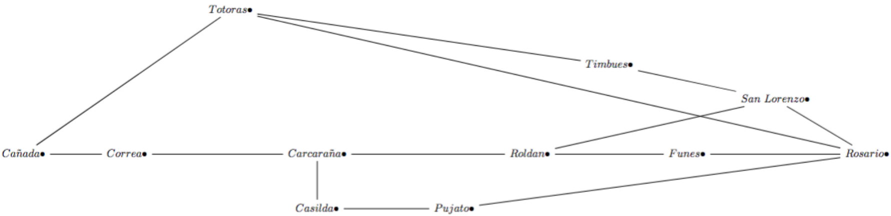
- ¿Es esto posible?

De estas preguntas (y muchas otras!) se encarga una rama de la matemática y las ciencias de la computación llamada **teoría de grafos**.

# Introducción

Este problema puede *modelarse* como un **grafo**. Los grafos son diagramas con dos componentes fundamentales: puntos y líneas (que conectan dichos puntos). Los puntos se llaman *vértices* o *nodos*, mientras que las líneas se llaman *aristas*.

En la Figura siguiente se muestra el mismo mapa representado como un grafo. Los nodos representan a las ciudades, mientras que las aristas indican la existencia de una ruta entre las ciudades que une. Notemos que las rutas que no unían ciudades indicadas no aparecen en el grafo (porque no son pertinentes al problema), y que, tanto Granadero Baigorria como Villa Gobernador Galvez, se representan en el mismo punto que Rosario.


Totoras
Timbues
San Lorenzo
Cañada
Correa
Carcaraña
Roldan
Funes
Rosario
Casilda
Pujato

# Dibujando grafos...

Cuando se dibuja un grafo, lo importante es cuales vértices se conectan con cuales aristas, no el diseño en sí.

# Dibujando grafos...

Cuando se dibuja un grafo, lo importante es cuales vértices se conectan con cuales aristas, no el diseño en sí.

Lo primero que debe notarse es que en un grafo solo se está representando la existencia de ciertos nodos, y las conexiones entre ellos.

# Dibujando grafos...

Cuando se dibuja un grafo, lo importante es cuales vértices se conectan con cuales aristas, no el diseño en sí.

Lo primero que debe notarse es que en un grafo solo se está representando la existencia de ciertos nodos, y las conexiones entre ellos.

Existen otros aspectos del grafo que podríamos observar en la figura anterior. Por ejemplo, la *posición relativa* de los nodos (Roldán está a la izquierda de Funes), o la *longitud de las distintas aristas* (Pujato está más cerca de Casilda que de Rosario). Sin embargo, estos aspectos no aportan información significativa al modelo (¡ni son pertinentes para nuestro problema, por eso un grafo es útil para resolverlo!).

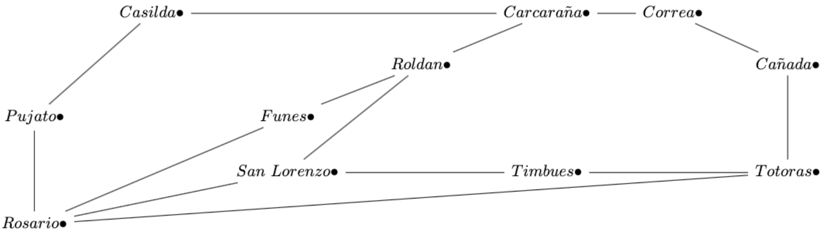
# Dibujando grafos...

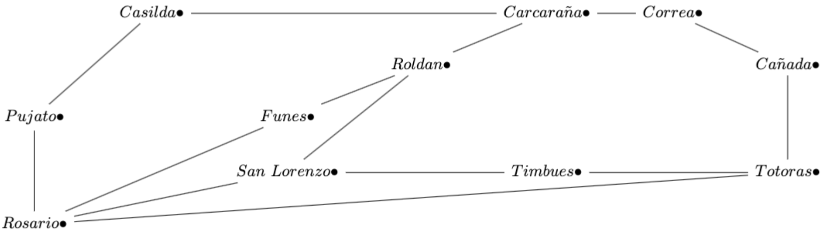
Cuando se dibuja un grafo, lo importante es cuales vértices se conectan con cuales aristas, no el diseño en sí.

Lo primero que debe notarse es que en un grafo solo se está representando la existencia de ciertos nodos, y las conexiones entre ellos.

Existen otros aspectos del grafo que podríamos observar en la figura anterior. Por ejemplo, la *posición relativa* de los nodos (Roldán está a la izquierda de Funes), o la *longitud de las distintas aristas* (Pujato está más cerca de Casilda que de Rosario). Sin embargo, estos aspectos no aportan información significativa al modelo (¡ni son pertinentes para nuestro problema, por eso un grafo es útil para resolverlo!).

Así, por ejemplo, el grafo de la siguiente Figura es igualmente válido para representar el problema en cuestión (aunque Roldán ya no esté a la izquierda de Funes, o Pujato ya no no esté más cerca de Casilda que de Rosario).

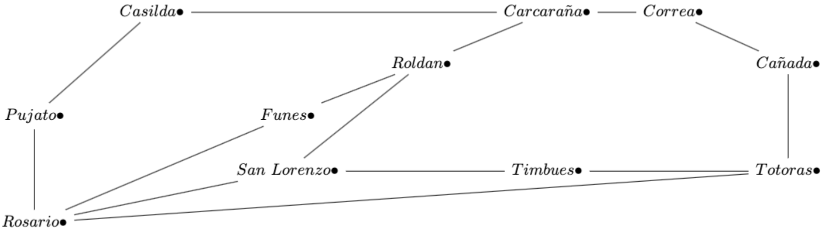

Casilda
Carcaraña
Correa
Roldan
Cañada
Pujato
Funes
San Lorenzo
Timbues
Totoras
Rosario




Gracias a la teoría de grafos, es posible demostrar que el recorrido que estamos buscando es imposible de lograr en una situación como la que tenemos. Volveremos a esto más adelante.

# Conceptos básicos sobre grafos

**Definición.** Un **grafo** (también llamado grafo no dirigido o grafo simple) $G$ consiste en un conjunto de vértices (o nodos) y un conjunto $E$ de aristas (o arcos) tal que cada arista $e \in E$ se asocia con un **par no ordenado** de vértices. Si la arista $e$ está asociada con los vértices $v$ y $w$, se escribe $e = (v, w)$ o $e = (w, v)$. Es importante notar que ambas son exactamente la misma arista.



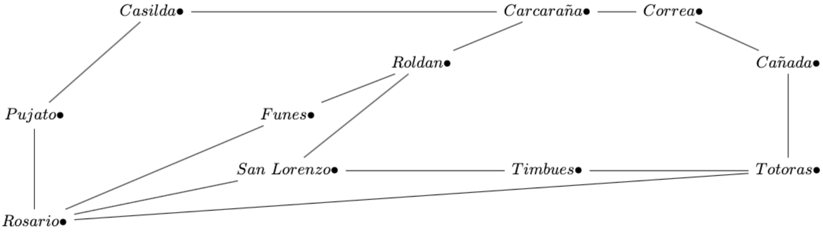

El grafo de la Figura es un grafo simple: *Casilda* y *Pujato* son ejemplos de nodos, y el par no ordenado $(Casilda, Pujato)$ es una arista del grafo.

# Conceptos básicos sobre grafos

**Definición** Se dice que una arista $e = (v, w)$ en una grafo es *incidente* sobre $v$ y $w$. A su vez, se dice que los vértices $v$ y $w$ son incidentes sobre $e$ y que son **adyacentes** (o *vecinos*) entre ellos.

# Conceptos básicos sobre grafos

**Definición** Se dice que una arista $e = (v, w)$ en una grafo es *incidente* sobre $v$ y $w$. A su vez, se dice que los vértices $v$ y $w$ son incidentes sobre $e$ y que son **adyacentes** (o *vecinos*) entre ellos.



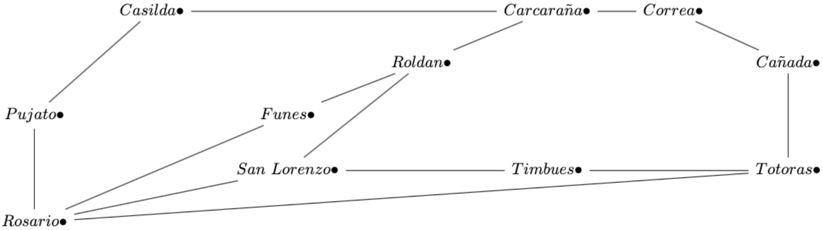

Por ejemplo, *Funes* y *Roldan* son vértices vecinos, mientras que *Pujato* y *Totoras* no lo son.

# Conceptos básicos sobre grafos

Si G es un grafo con vértices $V$ y aristas $E$, se escribe $G = (V, E)$. Usualmente, se pide que los conjuntos $E$ y $V$ sean finitos, y que $V$ sea no vacío.

# Conceptos básicos sobre grafos

Si G es un grafo con vértices $V$ y aristas $E$, se escribe $G = (V, E)$. Usualmente, se pide que los conjuntos $E$ y $V$ sean finitos, y que $V$ sea no vacío.

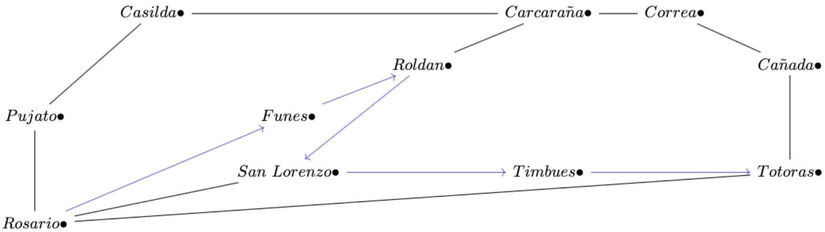



El grafo de la Figura se puede definir como $G = (V, E)$, donde
- $V = \{Casilda, Caracaraña, Correa, Roldan, Cañada, Pujato, Funes, San\ Lorenzo, Timbues, Totoras, Rosario\}$
- $E = \{(Casilda, Caracaraña), (Caracaraña, Correa), (Casilda, Pujato), (Caracaraña, Roldan), (Correa, Cañada), (Cañada, Totoras), (Roldan, Funes), (Pujato, Rosario), (Funes, Rosario), (Roldan, San\ Lorenzo), (San\ Lorenzo, Timbues), (Timbues, Totoras), (Rosario, San\ Lorenzo), (Rosario, Totoras)\}$

**Definición.** Sea un grafo $G = (V, E)$, un **camino** en dicho grafo es una sucesión de vértices $v_0, v_1, ..., v_n$, y aristas $l_0, l_1, ..., l_{n-1}$, tales que $l_i = (v_i, v_{i+1})$ para todo $i \in \{0, 1, ...n\}$. La **longitud** del camino se determina por la cantidad de aristas que recorre, en este caso, $n$.

# Conceptos básicos sobre grafos

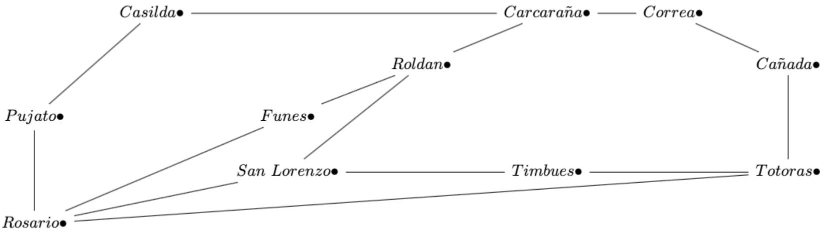
**Definición.** Sea un grafo $G = (V, E)$, un **camino** en dicho grafo es una sucesión de vértices $v_0, v_1, ..., v_n$, y aristas $l_0, l_1, ..., l_{n-1}$, tales que $l_i = (v_i, v_{i+1})$ para todo $i \in \{0, 1, ...n\}$. La **longitud** del camino se determina por la cantidad de aristas que recorre, en este caso, $n$.



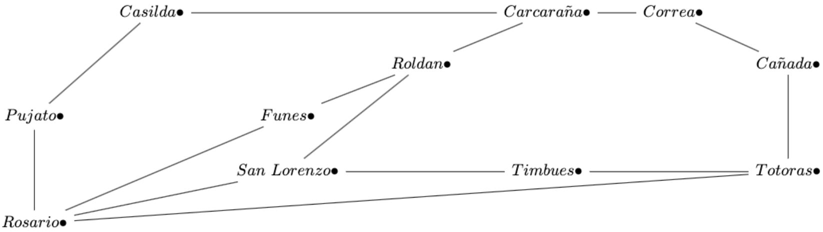

En la Figura se muestra el camino formado por la sucesión de vértices *Rosario*, *Funes*, *Roldan*, *San Lorenzo*, *Timbues*, *Totoras*, y las aristas $(Rosario, Funes)$, $(Funes, Roldan)$, $(Funes, San\ Lorenzo)$, $(San\ Lorenzo, Timb$ $(Timbues, Totoras)$. La longitud de dicho camino es 5.

# Retomando el ejemplo motivador

Ahora que sabemos conceptos básicos sobre teoría de grafos, podemos escribir el problema del ejemplo introductorio formalmente como: ¿Existe un camino desde Rosario hacia Rosario que pase por cada arista exactamente una vez?

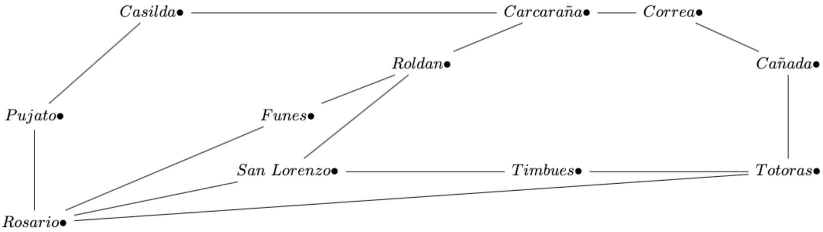


# Retomando el ejemplo motivador




Es posible demostrar que, para desgracia del encargado el proyecto, no es posible construir un camino tal.

# Retomando el ejemplo motivador



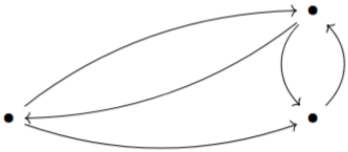

Es posible demostrar que, para desgracia del encargado el proyecto, no es posible construir un camino tal.

Para convencernos de esto intuitivamente, supongamos que existe tal trayectoria, y consideremos el vértice *Roldan*. Cada vez que se llega a *Roldan* por alguna arista, se debe salir de *Roldan* por una arista diferente.

Como tres aristas tocan a *Roldan*, se tiene una contradicción.

# Otros tipos de grafos

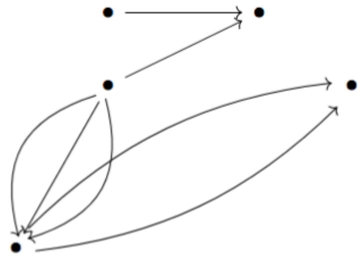
**Definición** Un **grafo dirigido** G consiste en un conjunto V de vertices y un conjunto $E$ de aristas tal que cada arista $e \in E$ se asocia con un **par ordenado** de vértices. Si la arista $e$ esta asociada con los vertices $u$ y $w$, se escribe $e = (v, w)$. Es importante considerar que en este contexto que las aristas $(v, w)$ y $(w, v)$ representan cosas distintas. El siguiente ejemplo muestra un grafo dirigido.



# Otros tipos de grafos

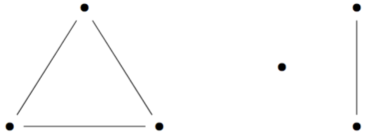
**Definición** Sea V un conjunto finito y no vacio. Decimos que $G = (V, E)$ es un **multigrafo** si, para algunos vertices, existen dos o mas aristas en E que conectan los mismos vertices. Es decir, E es un multiconjunto. La definición de **multigrafo dirigido** se hace de la misma forma, agregando dirección a las aristas.

El siguiente ejemplo muestra un multigrafo dirigido.



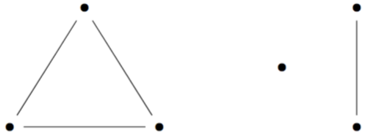
# Más conceptos sobre grafos

**Definición** Un **grafo conexo** es un grafo donde, dado cualesquiera dos vértices, siempre existe un camino que comienza en uno y termina en el otro. Todos los ejemplos que grafos que hemos visto hasta ahora son conexos. A continuacion, se da un ejemplo de un grafo **no conexo**.



# Más conceptos sobre grafos

**Definición** Un **grafo conexo** es un grafo donde, dado cualesquiera dos vértices, siempre existe un camino que comienza en uno y termina en el otro. Todos los ejemplos que grafos que hemos visto hasta ahora son conexos. A continuacion, se da un ejemplo de un grafo **no conexo**.



Intuitivamente, un grafo conexo es aquel "de una sola pieza". Mientras que los grafos no conexos parecen, a simple vista, estar formado por varias partes. A cada una de estas "partes" se la llama **componente conexa**. Se nota con $\kappa(G)$ a la cantidad de componentes conexas del grafo. En el ejemplo, $\kappa(G) = 3$.

# Más conceptos sobre Grafos

**Definición** Sea $G = (V, E)$ un grafo. $G' = (V', E')$ es un subgrafo de $G$ si se cumple:

1. $V' \subseteq V$
2. $E' \subseteq E$
3. Para toda arista $e \in E'$, si $e$ incide en los vértices $v$ y $w$, entonces $v, w \in V'$

# Más conceptos sobre Grafos

**Definición** Sea $G = (V, E)$ un grafo. $G' = (V', E')$ es un subgrafo de $G$ si se cumple:

1. $V' \subseteq V$
2. $E' \subseteq E$
3. Para toda arista $e \in E'$, si $e$ incide en los vértices $v$ y $w$, entonces $v, w \in V'$

**Definición** Sea $G = (V, E)$. Si $U \subseteq V$, el **subgrafo de $G$ inducido por** $U$ es el subgrafo cuyo conjunto de vértices es U y que contiene todas las aristas de $G$ de la forma $(v, w)$ donde $v, w \in U$.

# Más conceptos sobre Grafos

**Definición** Sea $G = (V, E)$ un grafo. $G' = (V', E')$ es un subgrafo de $G$ si se cumple:

1. $V' \subseteq V$
2. $E' \subseteq E$
3. Para toda arista $e \in E'$, si $e$ incide en los vértices $v$ y $w$, entonces $v, w \in V'$

**Definición** Sea $G = (V, E)$. Si $U \subseteq V$, el **subgrafo de** $G$ **inducido por** $U$ es el subgrafo cuyo conjunto de vértices es U y que contiene todas las aristas de $G$ de la forma $(v, w)$ donde $v, w \in U$.

**Definición** Un subgrafo $G'$ de un grafo $G = (V, E)$ es un **subgrafo inducido** si existe un conjunto $U \subseteq V$ tal que $G'$ es el subgrafo de $G$ inducido por $U$.

**Definición** Sea $v$ un vértice en un grafo (dirigido o no dirigido) $G = (V, E)$. El subgrafo de $G$ denotado por $G - v$ tiene el conjunto de vertices $V' = V - \{v\}$ y el conjunto de aristas $E' \subset E$, donde $E'$ contiene todas las aristas en $E$, excepto aquellas que son incidentes en el vértice $v$.

# Más conceptos sobre grafos

**Definición** Sea $v$ un vértice en un grafo (dirigido o no dirigido) $G = (V, E)$. El subgrafo de $G$ denotado por $G - v$ tiene el conjunto de vertices $V' = V - \{v\}$ y el conjunto de aristas $E' \subset E$, donde $E'$ contiene todas las aristas en $E$, excepto aquellas que son incidentes en el vértice $v$.

**Observación** El grafo $G - v$ es el subgrafo inducido por $V - \{v\}$.

# Más conceptos sobre grafos

**Definición** Sea $v$ un vértice en un grafo (dirigido o no dirigido) $G = (V, E)$. El subgrafo de $G$ denotado por $G - v$ tiene el conjunto de vertices $V' = V - \{v\}$ y el conjunto de aristas $E' \subset E$, donde $E'$ contiene todas las aristas en $E$, excepto aquellas que son incidentes en el vértice $v$.

**Observación** El grafo $G - v$ es el subgrafo inducido por $V - \{v\}$.

**Definición** De manera similar, si $e$ es un arista en un grafo (dirigido o no dirigido) $G = (V, E)$, el subgrafo $G - e$ es el subgrafo que contiene todas las aristas de G, excepto $e$, y el mismo conjunto de vértices.

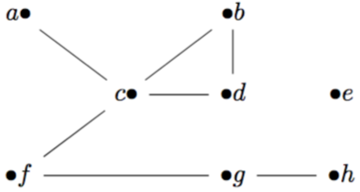
# Más conceptos sobre grafos

**Definición** Sea $G$ un grafo dirigido o no dirigido, o un multigrafo. Para cada vertice $v$ de $G$, el **grado** de $v$, denotado por $\delta(v)$ es el número de aristas incidentes en $v$.

# Más conceptos sobre grafos

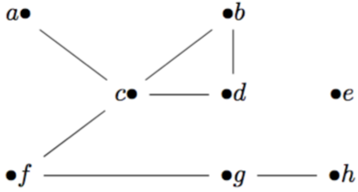
**Definición** Sea $G$ un grafo dirigido o no dirigido, o un multigrafo. Para cada vertice $v$ de $G$, el **grado** de $v$, denotado por $\delta(v)$ es el número de aristas incidentes en $v$.

Por ejemplo, en el siguiente grafo, $\delta(a) = 1$, $\delta(b) = 2$, $\delta(c) = 4$, $\delta(d) = 2$, $\delta(e) = 0$, $\delta(f) = 2$, $\delta(g) = 2$ y $\delta(h) = 1$



**Definición** Sea $G$ un grafo dirigido o no dirigido, o un multigrafo. Para cada vertice $v$ de $G$, el **grado** de $v$, denotado por $\delta(v)$ es el número de aristas incidentes en $v$.

Por ejemplo, en el siguiente grafo, $\delta(a) = 1$, $\delta(b) = 2$, $\delta(c) = 4$, $\delta(d) = 2$, $\delta(e) = 0$, $\delta(f) = 2$, $\delta(g) = 2$ y $\delta(h) = 1$




Si $G = (V, E)$ es un grafo no dirigido o un multigrafo, luego $\sum_{e \in V} \delta(v) = 2|E|$.

# Grafos Ponderados

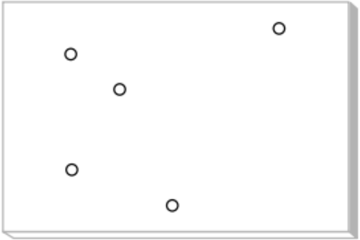
**Definición** Llamamos **grafo ponderado** o **grafo con pesos** a un grafo $G = (V, E)$ con una función $w : E \to \mathbb{R}$, es decir, un grafo donde a cada arista se le asigna un peso. Notamos $w(i, j)$ al peso de la arista que va de $i$ a $j$, si esta existe.

# Grafos Ponderados

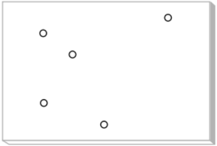
**Definición** Llamamos **grafo ponderado** o **grafo con pesos** a un grafo $G = (V, E)$ con una función $w : E \to \mathbb{R}$, es decir, un grafo donde a cada arista se le asigna un peso. Notamos $w(i, j)$ al peso de la arista que va de $i$ a $j$, si esta existe.

**Definición** En un grafo con pesos, modificamos la definición de **longitud de un camino**. La longitud del camino en un grafo con pesos es la suma de los pesos de las aristas que recorre dicho camino.

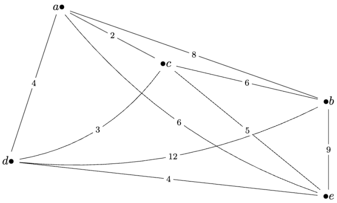
**Ejemplo** A menudo en la manufactura, es necesario hacer agujeros en hojas de metal. Luego se atornillan las componentes a estas hojas de metal. Los agujeros se perforan utilizando un taladro controlado por computadora. Para ahorra tiempo y dinero, el taladro debe moverse tan rápido como sea posible. La figura sirve para ilustrar el problema.



# Grafos Ponderados



Se modelará la situación como un grafo. Los vértices del grafo corresponden a los agujeros. Cada par de vértices se conecta por una arista. En cada arista se escribe el tiempo para mover el taladro entre los hoyos correspondientes.



# Grafos Ponderados

Primero notemos que este es un problema muy distinto al de las rutas de Santa Fe. Para empezar, ahora tenemos un costo en las aristas que hay que considerar. Además, no estamos interesado en un camino que recorra todas las aristas, si no en un camino que recorra todos los vértices exactamente una vez, además de hacerlo de la forma óptima.

# Grafos Ponderados

La siguiente tabla muestra todas las rutas que visitan los nodos comenzando por *a* y terminando en *e*.

| Camino | Costo |
|---|---|
| a, b, c, d, e | 21 |
| a, b, d, c, e | 28 |
| a, c, b, d, e | 24 |
| a, c, d, b, e | 26 |
| a, d, b, c, e | 27 |
| a, d, c, b, e | 22 |

# Grafos Ponderados

La siguiente tabla muestra todas las rutas que visitan los nodos comenzando por *a* y terminando en *e*.

| Camino | Costo |
|---|---|
| a, b, c, d, e | 21 |
| a, b, d, c, e | 28 |
| a, c, b, d, e | 24 |
| a, c, d, b, e | 26 |
| a, d, b, c, e | 27 |
| a, d, c, b, e | 22 |

Se ve que la ruta que visita los vértices a, b, c, d, e, en ese orden, tiene longitud mínima.

# Grafos Ponderados

La siguiente tabla muestra todas las rutas que visitan los nodos comenzando por $a$ y terminando en $e$.

| Camino | Costo |
|---|---|
| a, b, c, d, e | 21 |
| a, b, d, c, e | 28 |
| a, c, b, d, e | 24 |
| a, c, d, b, e | 26 |
| a, d, b, c, e | 27 |
| a, d, c, b, e | 22 |

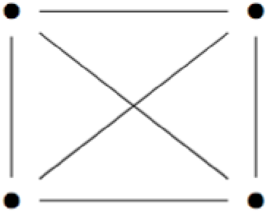
Se ve que la ruta que visita los vértices a, b, c, d, e, en ese orden, tiene longitud mínima.

Numerar todas las trayectorias posibles es un método muy ineficiente. Por desgracia, nadie conoce un método que sea mucho más práctico para grafos arbitrarias.

# Grafos importantes: el grafo completo

**Definición** El grafo completo de $n$ vértices, notado como $K_n$, es el grafo simple con $n$ vértices y una arista entre cada par de vértices distintos. A modo de ejemplo, se muestra el grafo $K_4$.

**Definición** El grafo completo de $n$ vértices, notado como $K_n$, es el grafo simple con $n$ vértices y una arista entre cada par de vértices distintos. A modo de ejemplo, se muestra el grafo $K_4$.



# Ejercicio 1

1. Dibuje los grafos $K_3$ y $K_5$.
2. Encuentre una fórmula para la cantidad de aristas de un grafo completo.

# Grafos bipartitos

**Definición** Un grafo $G = (V, E)$ es un **bipartito** si existen subconjuntos $V_1$ y $V_2$ de $V$ tales que:

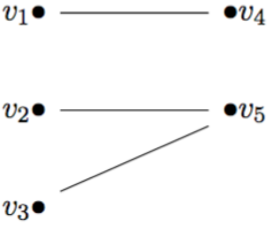
1. $V_1 \cap V_2 = \emptyset$
2. $V_1 \cup V_2 = V$
3. Cada arista en E es incidente en un vértice $V_1$ y un vértice en $V_2$.

# Grafos bipartitos

**Definición** Un grafo $G = (V, E)$ es un **bipartito** si existen subconjuntos $V_1$ y $V_2$ de $V$ tales que:

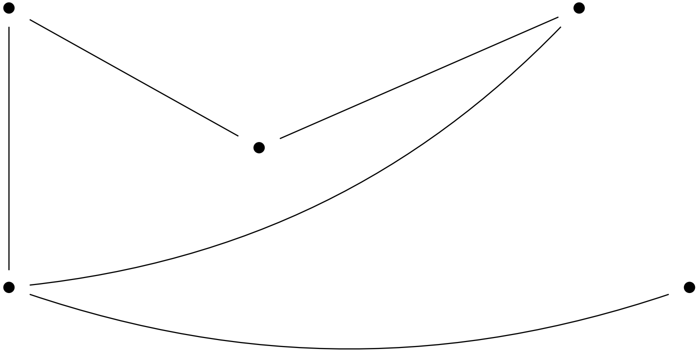
1. $V_1 \cap V_2 = \emptyset$
2. $V_1 \cup V_2 = V$
3. Cada arista en E es incidente en un vértice $V_1$ y un vértice en $V_2$.

Por ejemplo, el grafo de la siguiente figura es bipartito con $V_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $V_2 = \{v_4, v_5\}$.



# Ejercicio 2

Decida si el siguiente grafo es bipartito. Justifique.



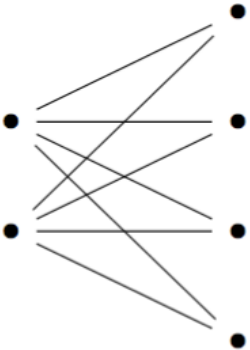
# Grafos bipartitos completos

**Definición** El grafo bipartito completo de $m$ y $n$, denotado $K_{m,n}$ vértices es el grafo simple donde el conjunto de vértices puede particionarse en $V_1$ con $m$ vértices y $V_2$ con $n$ vértices, y donde el conjunto de aristas consiste en todas las aristas de la forma $(v_1, v_2)$ con $v_1 \in V_1$ y $v_2 \in V_2$.

# Grafos bipartitos completos

**Definición** El grafo bipartito completo de $m$ y $n$, denotado $K_{m,n}$ vértices es el grafo simple donde el conjunto de vértices puede particionarse en $V_1$ con $m$ vértices y $V_2$ con $n$ vértices, y donde el conjunto de aristas consiste en todas las aristas de la forma $(v_1, v_2)$ con $v_1 \in V_1$ y $v_2 \in V_2$.

Se muestra como ejemplo el grafo $K_{2,4}$.



# Ejercicio 3

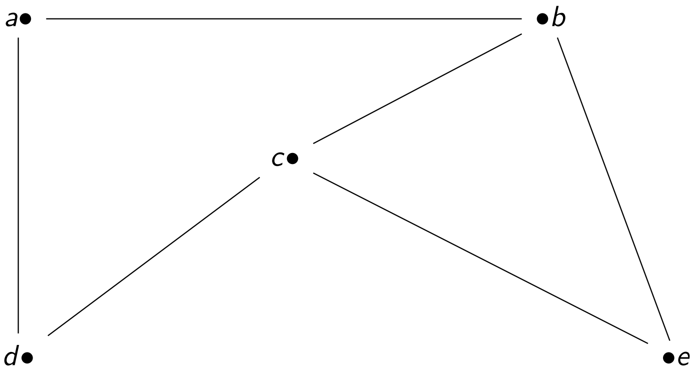
1. Dibuje los grafos bipartitos completos $K_{1,3}$ y $K_{7,2}$.
2. Encuentre una fórmula para la cantidad de aristas del grafo $K_{n,m}$.

# Representación de grafos

Venimos representando a los grafos como simples dibujos. Sin embargo, para que una computadora pueda analizarlos, se necesita una representación más formal.

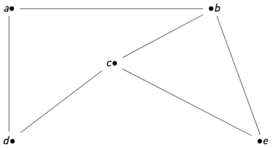
# Matriz de adyacencia

Considere el grafo de la figura



# Matriz de adyacencia

Para obtener la **matriz de adyacencia**, primero se elige un orden para los vértices, por ejemplo (a, b, c, d, e). Después, se construye una matriz tal que el elemento en la posición $i, j$ tiene un 1 si los vértices en las posiciones $i, j$ son adyacentes y 0 si no. Si $i == j$, ponemos un 0.




La matriz de adyacencia para este grafo es:

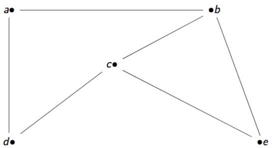
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

# Matriz de adyacencia

**Propiedades**

- El grado de un vértice $v$ se puede obtener sumando el renglón o la columna que corresponda al vértice $v$.
- Es una matriz simétrica respecto a la diagonal.
- El elemento $i, j$ de la matriz $A^n$ es igual al número de caminos desde el vértice que corresponde a la posición $i$ al vértice que corresponde a la posición $j$.

# Matriz de incidencia

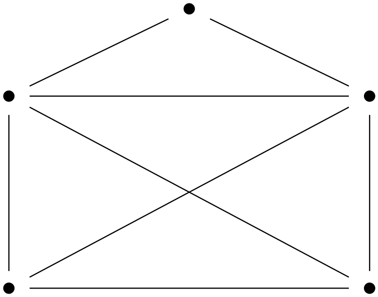



Para obtener la **matriz de incidencia**, se etiquetan los renglones con los vértices y las columnas con las aristas en algún orden arbitrario. El elemento en el renglón $v$ y la columna $e$ tiene un 1 si $e$ es incidente en $v$, o un 0 si no. La matriz de incidencia para el grafo de ejemplo es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

# Ejercicio 4

Escriba las matrices de adyacencia y de incidencia para el siguiente grafo



# Referencias


Johnsonbaugh
*Matemáticas discretas*. 6ta Edición.
Capítulos 8.1, 8.2 y 8.4

Grimaldi, R.
*Matemáticas Discretas y Combinatoria*.


**Advertencia** La terminología asociada a la teoría de grafos no se ha estandarizado aún. Al leer artículos y libros sobre grafos, es necesario verificar las definiciones que se emplean. Ante cualquier duda, consultar con los docentes de la cátedra.