

Planteamiento del problema

El Producto Interno Bruto es un indicador del flujo de la economía para un país en un periodo de tiempo determinado ([?] J3). Sin embargo, la volatilidad del entorno económico limita la precisión de las predicciones basadas en indicadores tradicionales como las tesorerías nacionales([?] J4). Los modelos estadísticos, como el ARIMA, ofrecen herramientas confiables para prever el PIB utilizando datos históricos([?] J1). Aunque se ha investigado la aplicación del ARIMA para varias naciones, cada país presenta condiciones únicas que requieren modelos adaptados. Por tanto, es crucial desarrollar modelos específicos de ARIMA para predecir con precisión el PIB, considerando las particularidades económicas de cada país([?] J2).

Objetivo general

El objetivo principal de este estudio es desarrollar un modelo de pronóstico del gasto en consumo final utilizando la metodología de Box-Jenkins para la predicción de series de tiempo. Empleando datos trimestrales del gasto en consumo final recopilados desde el primer trimestre de 2005 hasta el segundo trimestre de 2023, este modelo generará predicciones de alta precisión y gran utilidad. Estas predicciones estarán destinadas a mejorar significativamente la capacidad de planificación y toma de decisiones estratégicas, proporcionando a los responsables políticos, economistas y empresas una herramienta eficaz para anticipar y adaptarse a las tendencias futuras del consumo.

Análisis gráfico de la serie

Evolución temporal del gasto en consumo final desde el año 2005 hasta el segundo trimestre de 2023.

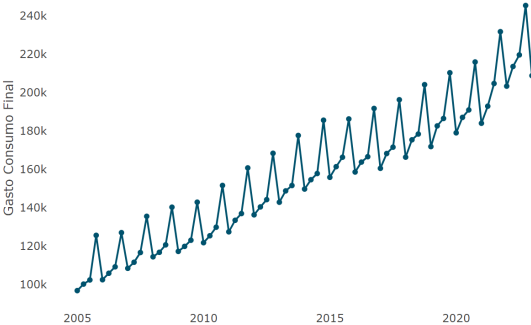


Figura 1: Serie temporal del gasto en consumo final del PIB de Colombia

ACF y PACF

Para una serie estacionaria, el ACF caerá a cero con relativa rapidez.

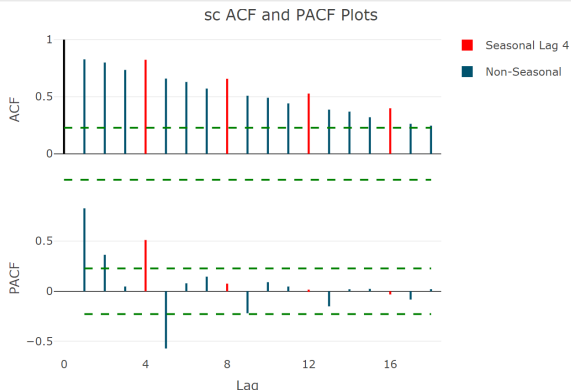


Figura 2: Gráfico de correlación temporal de la serie

Estabilización de Varianza

Reducimos la escala de valores de nuestros datos

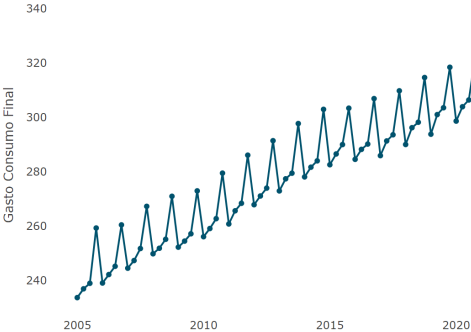


Figura 3: Gráfico de la serie temporal con varianza estabilizada.

Identificación de P y Q

Utilizaremos el análisis de ACF y PACF para determinar los valores óptimos de los componentes AR(P) y MA(Q) en la parte estacional.

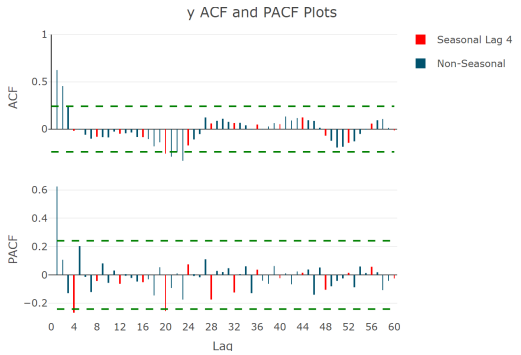


Figura 5: Gráfico de correlación temporal de la serie diferenciada

Identificación de p y q mediante EACF para Horizontes de Pronóstico

Identificaremos modelos (p, q) significativos según el EACF y revisaremos si algunos relevantes fueron omitidos por estar bajo el umbral de 0.2425 y 0.2461 o fuera del triángulo. Ajustaremos el umbral del EACF aumentándolo en 0.07 para evaluar nuevos modelos, especialmente para $h=2$ y $h=4$.

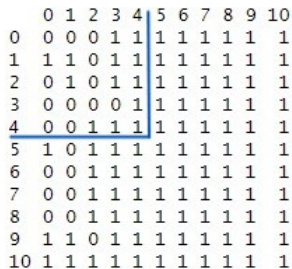


Figura 6: eacf para $h=2$.

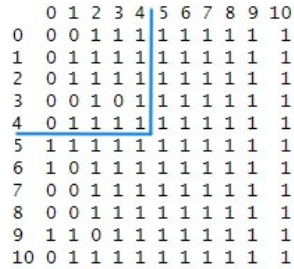


Figura 7: eacf para $h=4$.

Estimación de los parámetros del modelo **SARIMA** para **h=2**

Tabla 2: Pruebas de significancia de los coeficientes para modelos de h=2

Modelo	Coeficiente	Estimación	Error Estándar	Valor-z	Pr(> z)
SARIMA(1,1,3)(1,1,0)₄	ar1	0.80278	0.11158	7.1945	6.271e-13 ***
	ma1	-1.14808	0.13526	-8.4879	2,2e-16 ***
	ma2	0.62687	0.17667	3.5482	0.0003879 ***
	ma3	-0.47879	0.13928	-3.4375	0.0005871 ***
	sar1	-0.47886	0.14678	-3.2625	0.0011045 **
SARIMA(0,1,2)(1,1,0)₄	ma1	-0.22410	0.11225	-1.9965	0.045884 *
	ma2	0.37703	0.13560	2.7805	0.005428 **
	sar1	-0.56914	0.12296	-4.6288	3.678e-06 ***

Estadísticamente, los modelos anteriores muestran coeficientes significativos, lo que indica que los términos son fundamentales para un ajuste efectivo. Las pruebas de significancia ($Pr(> |z|) < 0,05$) sugieren que estos modelos capturan bien las características de la serie temporal.

Estimación de los parámetros del modelo **AutoARIMA(1,0,2)(0,1,1)** para **h=2**

Tabla 3: Pruebas de significancia de los coeficientes para autoArima con h=2

Coefficiente	Estimación	Error Estándar	Valor-z	Pr(> z)
ar1	0.80409	0.10688	7.5236	5.33e-14 ***
ma1	-0.17918	0.13745	-1.3036	0.1923757
ma2	0.40215	0.15273	2.6331	0.0084606 **
sma1	-0.52386	0.14673	-3.5703	0.0003566 ***
drift	1.19693	0.11880	10.0750	2.2e-16 ***

todos los coeficientes son estadísticamente significativos ($Pr(> |z|) < 0,05$), excepto el coeficiente *ma1* del modelo, que no es significativo ($p - valor = 0,1923757$). Esto indica que este coeficiente no contribuye significativamente al modelo.

Estimación de los parámetros del modelo **AutoARIMA(1,0,2)(0,1,1)** para **h=4**

Tabla 5: Pruebas de significancia de los coeficientes para autoArima con h=4

Coefficiente	Estimación	Error Estándar	Valor-z	Pr(> z)
ar1	0.83992	0.11024	7.6189	2.558e-14 ***
ma1	-0.21134	0.14033	-1.5061	0.132053
ma2	0.40844	0.15171	2.6922	0.007099 **
sma1	-0.49211	0.16686	-2.9493	0.003185 **
drift	1.23460	0.16144	7.6472	2.053e-14 ***

todos los coeficientes son estadísticamente significativos ($Pr(> |z|) < 0,05$), excepto el coeficiente *ma1* del modelo, que no es significativo (p-valor = 0.132053). Esto indica que este coeficiente no contribuye significativamente al modelo.

Evaluación y diagnóstico de los modelos

Prueba sobre la homocedasticidad de los residuos: ARCH LM-test

Prueba de Hipótesis

- **Hipótesis nula (H_0):** Los residuos son homocedásticos (la varianza de los residuos es constante).
- **Hipótesis alternativa (H_1):** Los residuos son heterocedásticos.

Tabla 7: P-valores de la prueba ARCH para los modelos SARIMA

Modelo SARIMA	P-valor
SARIMA(1,1,3)(1,1,0) ₄	0.9855
SARIMA(0,1,2)(1,1,0) ₄	0.9926
AutoARIMAh2(1,0,2)(0,1,1)	0.9979
SARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₄	0.9835
SARIMA(0,1,1)(1,1,0) ₄	0.9891
AutoARIMAh4(1,0,2)(0,1,1)	0.9985

No se encontró evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula de ausencia de efectos ARCH en los residuos de los modelos SARIMA evaluados y el modelo AutoARIMA. Esto indica que los residuos de los modelos son homocedasticos.

Evaluación y diagnóstico de los modelos

Prueba de Normalidad de los Residuos: Kolmogorov-Smirnov test

Prueba de Hipótesis

- **Hipótesis nula (H_0):** Los residuos siguen una distribución normal.
- **Hipótesis alternativa (H_1):** Los residuos no siguen una distribución normal.

Tabla 8: P-valores de la prueba de Kolmogorov-Smirnov para normalidad de los residuos

Modelo SARIMA	P-valor
SARIMA(1,1,3)(1,1,0) ₄	0.5126
SARIMA(0,1,2)(1,1,0) ₄	0.5089
AutoARIMAh2(1,0,2)(0,1,1) ₄	0.8342
SARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₄	0.6266
SARIMA(0,1,1)(1,1,0) ₄	0.6564
AutoARIMAh4(1,0,2)(0,1,1) ₄	0.893

No se encontró evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula de normalidad de los residuos según la prueba de Kolmogorov-Smirnov para todos los modelos SARIMA evaluados y el modelo AutoARIMA.

Evaluación y diagnóstico de los modelos

Independencia de los Residuos: Ljung-Box

Prueba de Hipótesis

- **Hipótesis nula (H_0):** No hay autocorrelación en los residuos hasta el lag especificado.
- **Hipótesis alternativa (H_1):** Existe autocorrelación en los residuos hasta el lag especificado..

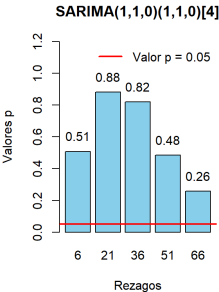


Figura 8: Ljung-Box p-values: h = 4

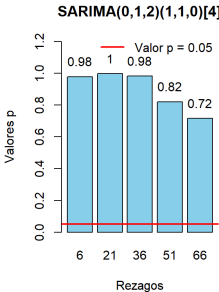
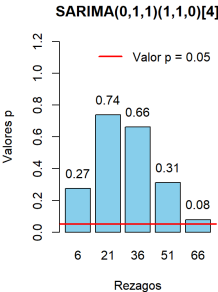
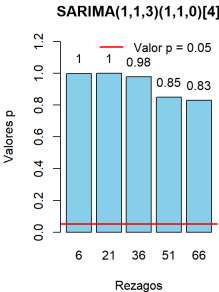


Figura 9: Ljung-Box p-values: h = 2



Evaluación y diagnóstico de los modelos

Independencia de los Residuos: Ljung-Box

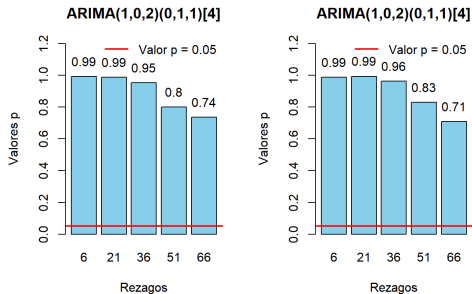


Figura 10: Ljung-Box p-values:autoARIMA h = 2 y h = 4

Los residuos de todos los modelos son independientes.

Evaluación y diagnóstico de los modelos

Dependencias No Lineales: Prueba BDS

Prueba de Hipótesis

- **Hipótesis nula (H_0):** Los residuos de la serie temporal son independientes.
- **Hipótesis alternativa (H_1):** Los residuos de la serie temporal no son independientes.

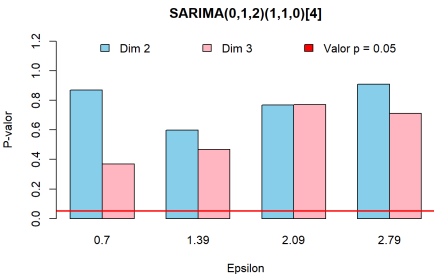


Figura 11: P-valores del Test BDS: h=2

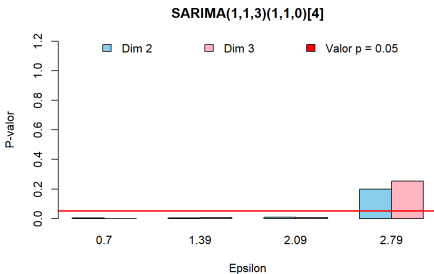


Figura 12: P-valores del Test BDS: h=2

Evaluación y diagnóstico de los modelos

Dependencias No Lineales: Prueba BDS

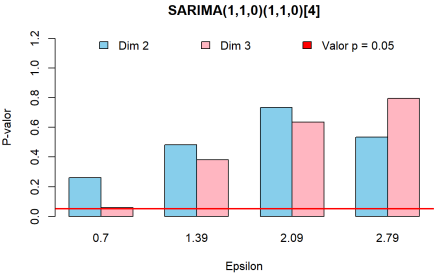


Figura 13: P-valores del Test BDS: h=4

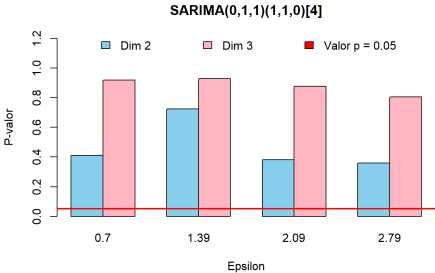


Figura 14: P-valores del Test BDS: h=4

Evaluación y diagnóstico de los modelos

Dependencias No Lineales: Prueba BDS

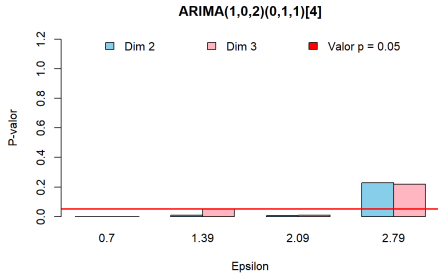


Figura 15: P-valores del Test BDS:autoARIMA h=2

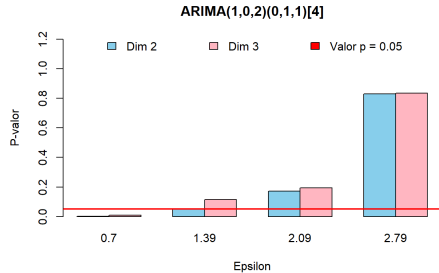


Figura 16: P-valores del Test BDS: autoARIMA h=4

Evaluación del desempeño del modelo seleccionado y el autoARIMA considerando el horizonte de pronóstico $h=2$

En las siguientes tablas, se presentarán las métricas de desempeño de los modelos escogidos:

Tabla 9: Métricas de desempeño del modelo manual

Conjunto de datos	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Theil's U
Entrenamiento	-1885.07	2654.601	1885.07	-0.9021	0.9021	0.001248635
Prueba	53.208	1931.343	1337.642	0.0246	0.8348	0.1105248

Tabla 10: Métricas de desempeño del modelo automático

Conjunto de datos	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Theil's U
Entrenamiento	-517.5704	2238.368	2177.708	-0.2707	1.0195	0.1295448
Prueba	3.1415	1856.956	1302.961	-0.0006	0.8096	0.1045264

teniendo en cuenta las métricas evaluadas para los datos de entrenamiento y prueba en el horizonte $h = 2$, El modelo automático es superior al manual en el conjunto de prueba por tanto generaliza mejor a nuevos datos, mostrando mejores métricas de ME, RMSE, MAE, MPE, MAPE y Theil's U.

Ajuste del mejor modelo: SARIMA

Se presenta el ajuste de los datos de entrenamiento y prueba y se comparan con los pronósticos del mejor modelo.

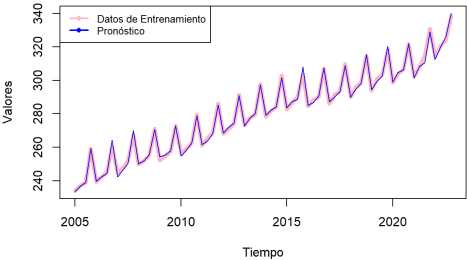


Figura 17: Ajuste del Modelo con Datos de Entrenamiento

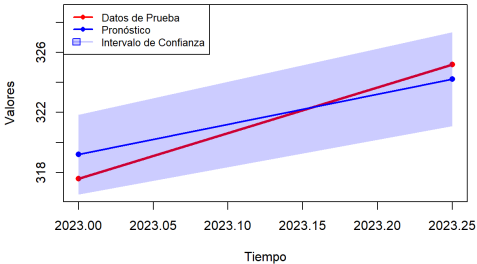


Figura 18: Datos de Prueba y Pronósticos

