

# **Tópicos de Estadística Espacial Aplicada**

## **Proyecto 3.**

Asociación espacial en la altura de los árboles del cantón de Belén.

Fabian Brenes.

Osvaldo Ureña.

# Introducción

El siguiente trabajo tiene como objetivo responder a la pregunta de investigación ¿Existe asociación espacial en el tamaño de los árboles en el cantón de Belén? Para abordar el objetivo se utilizan métodos de inferencia espacial.

La base de datos utilizada es proporcionada por el Censo del arbolado urbano en vías públicas del cantón de Belén, el cual consistió en censar los árboles, arbustos, palmas, enredaderas, hierbas y cactus ubicados en las aceras, parques y fincas municipales del cantón de Belén. Los datos corresponden al año 2015.

El documento se estructura de la siguiente manera: En un primer apartado se detallan las variables atributos de cada observación y las principales estadísticas descriptivas de los datos utilizados, con el fin de contextualizar al lector con los datos utilizados para el análisis geoespacial.

Luego se procede a realizar el análisis geoespacial mediante el semivariograma y llevando a cabo los modelos de regresión geoespaciales. El documento se finaliza con un apartado de conclusiones.

# Desarrollo

## Estadísticas Descriptivas

A continuación se detallan las variables asociadas a cada individuo censado

- Diámetro: Diámetro a la altura del pecho (DAP) la variable está en centímetros.
- Altura Total: Se desarrolló mediante un medidor láser.
- Estado Fitosanitario: Tres categorías A) árbol sin afectaciones, B) árbol con afectaciones leves o moderadas y C) árbol con afectaciones graves o muerto.
- Número de ramas: Conteo de las rama muertas de los individuos.
- Toxicidad de la especie para los humanos.
- Grado de inclinación del fuste: Grado de inclinación con el fin de determinar si el árbol es riesgoso para los transeúntes.
- Pendiente del terreno: Sí es mayor o menor a 45%
- Cercanía al tendido eléctrico: Medidor laser
- Grado de afectación de la acera: Tres niveles A) No hay B) Leve y C) Grave
- Nivel de obstrucción: Dos niveles A) No hay impedimento y B) Sí existe impedimento.

El cuadro 1 muestra cómo se distribuyen los árboles según Distrito, sitio, estado fitosanitario e inclinación del fuste.

**Cuadro 1****Principales estadísticos descriptivos**

<b>Distrito</b>	<b>Absoluto</b>	<b>Relativo</b>
La Asunción	1233	51,9%
La Ribera	476	20,1%
San Antonio	665	28,0%
<b>Sitio</b>	<b>Absoluto</b>	<b>Relativo</b>
Aceras	997	42,0%
Áreas verdes	936	39,4%
Parques	380	16,0%
Planta de tratamiento	24	1,0%
Polideportivo	34	1,4%
Pozo	3	0,1%
<b>Estado Fitosanitario</b>	<b>Absoluto</b>	<b>Relativo</b>
Sin Afectación	1552	65,4%
Afectación leve o moderada	766	32,3%
Afectación grave o muerto	56	2,4%
<b>Inclinación del fuste</b>	<b>Absoluto</b>	<b>Relativo</b>
90°	1623	68,4%
45° o <90°	742	31,3%
<45°	9	0,4%

**Fuente: Elaboración Propia**

Se puede observar que un 52% de los árboles pertenecen al distrito de la Unión y estos se distribuyen mayoritariamente en aceras y áreas verdes, luego también en su mayoría son sanos y tienen una inclinación del fuste de 90°.

Hay dos variables sumamente interesantes que son el diámetro a la altura del pecho (DAP) y la altura en metros del árbol, en el cuadro dos podemos ver el promedio de esas dos variables según la inclinación del fuste.

## Cuadro 2

### Promedio DAP y Altura según inclinación

Inclinación del fuste	Promedio DAP	Promedio Altura Total
90°	26,84	178,55
45° o <90°	30,16	49,60
<45°	27,59	7,73
<b>Total Resultado</b>	<b>27,88</b>	<b>137,60</b>

**Fuente: Elaboración Propia**

Los árboles con inclinación del fuste de 90° son en promedio más altos pero también en promedio son más delgados en su DAP, los árboles con inclinación de 45° o <90° son en promedio más anchos en su DAP pero en altura son en promedio mucho más pequeños, los árboles con inclinación del fuste inferior a 45° grados son en promedio los más pequeños.

Las anteriores dos variables también resulta interesante verlas según el sitio de ubicación del árbol, eso lo podemos ver en el cuadro 3, podemos observar que los árboles situados en aceras son en promedio más delgados y más bajos y los ubicados en áreas verdes son en promedio más anchos y más altos que los árboles que se ubican en aceras. Los árboles ubicados en parques y plantas de tratamiento son en promedio los más altos.

**Cuadro 3**

**Promedio DAP y Altura según sitio**

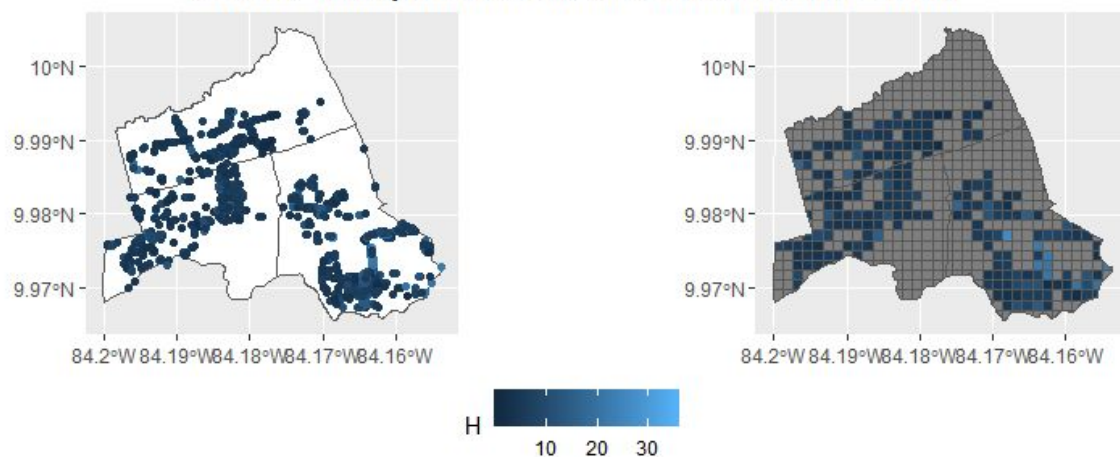
<b>Sitio</b>	<b>Promedio DAP</b>	<b>Promedio Altura Total</b>
Aceras	23,81	6,07
Áreas verdes	32,84	65,80
Parques	24,39	401,14
Planta de tratamiento	23,79	4426,24
Polideportivo	50,43	8,85
Pozo	47,50	16,50
<b>Total Resultado</b>	<b>27,88</b>	<b>137,60</b>

**Fuente: Elaboración Propia**

## Análisis Espacial

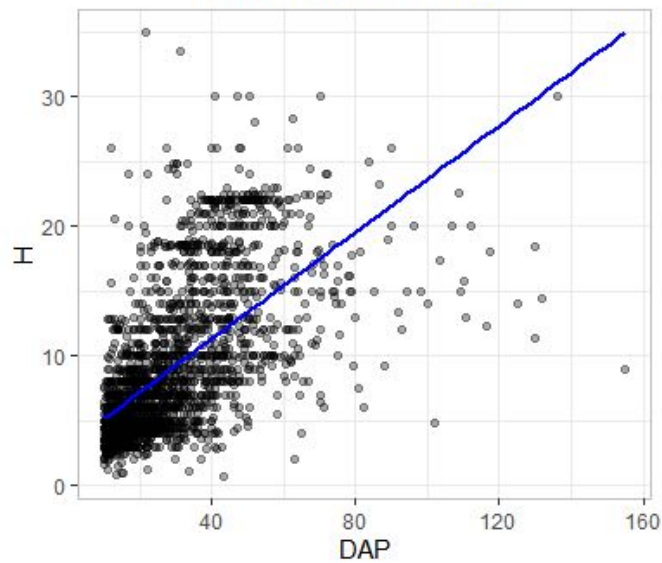
Esta parte del análisis se realiza en dos etapas, inicialmente se ajusta un modelo lineal de la altura del árbol (H) utilizando como covariable el DAP y se analiza la correlación espacial del residuo. Una vez identificada dicha asociación, se procede a estudiar el variograma, con el fin de identificar el modelo que ajuste dicha estructura. Finalmente se realiza un ejercicio de interpolación comparando tres técnicas diferentes.

**Gráfico 1: Mapa de los árboles del cantón de Belén**



En el gráfico anterior se muestran los datos que se emplean para efectuar el análisis y que corresponden a la distribución espacial de los árboles en el cantón de Belén, incluyendo también el tamaño, el cual se representa con la intensidad del azul. De igual manera, en el gráfico 2, se justifica la inclusión de la covariable DAP, puesto que muestra una fuerte asociación con la variable en estudio.

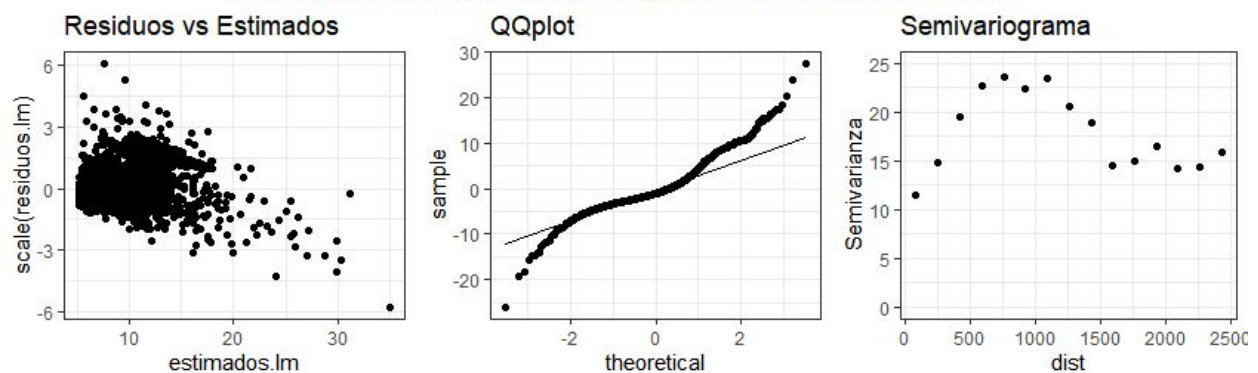
**Gráfico 2: H vs DAP**



## Modelo Lineal

Tomando como referencia el documento de Papritz, 2019, a continuación se procede a estimar una regresión lineal bivariada, definiendo H como la variable respuesta y DAP como covariable, los gráficos siguientes muestran el análisis del residuo:

**Gráficos 3: Análisis del Residuo del modelo lineal  $H \sim DAP$**



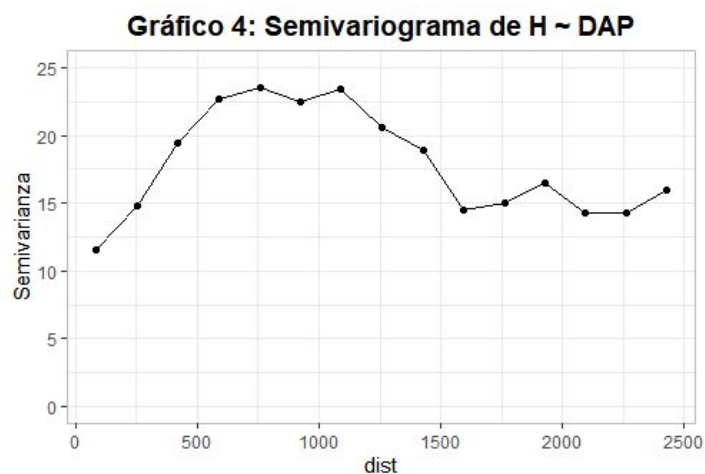
Con base en los gráficos 3 se concluye que el modelo lineal no está cumpliendo los supuestos, no obstante, para efectos del actual estudio, lo que interesa es el semivariograma, el cual muestra un patrón sistemático, partiendo de un punto cercano al valor 10 del eje de las



ordenadas, luego una tendencia creciente hasta alcanzar un máximo, seguido de un descenso. El comportamiento descrito es característico de una variable que muestra dependencia espacial. En el siguiente apartado se analiza con mayor detalle el semivariograma para la variable H en función del DAP.

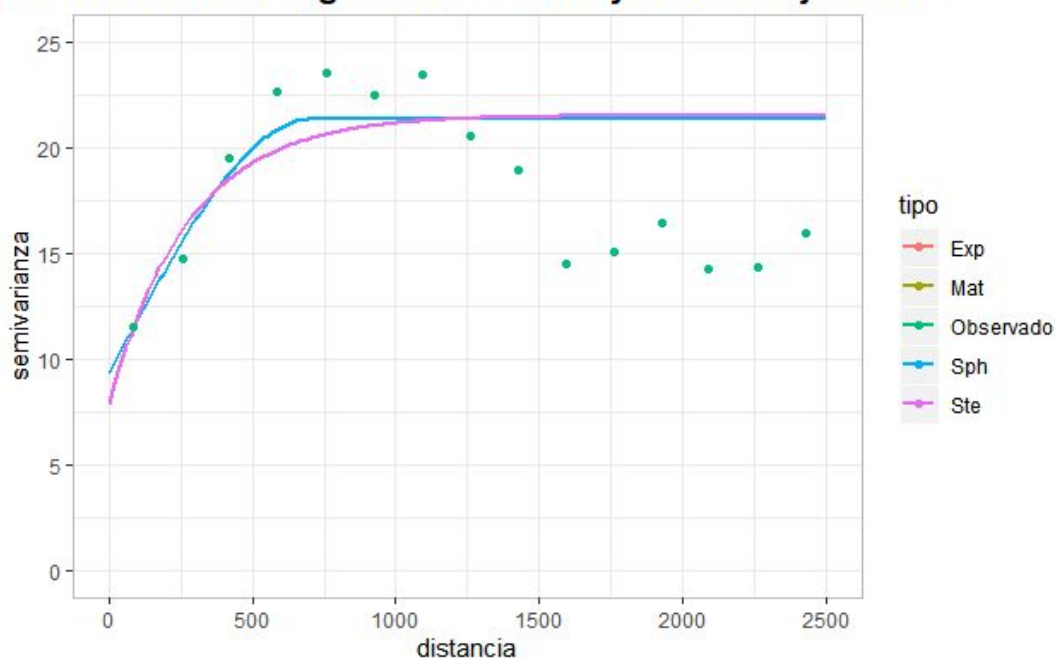
## Análisis del Semivariograma

La asociación espacial del tamaño del árbol considerando el diámetro a la altura del pecho se muestra a continuación:



Como se mencionó en la sección anterior, el semivariograma de H en función de DAP muestra un patrón, por lo cual se concluye que existe asociación espacial en los datos estudiados y se procede a estimar el modelo que ajuste dicha relación. Esta etapa consiste en un proceso iterativo de prueba y error, estimando distintos modelos para el variograma, superponiendo las estimaciones en el gráfico de valores observados, con el fin de identificar cual ajusta mejor los datos.

**Gráfico 5: Semivariograma de H ~ DAP y modelos ajustados**

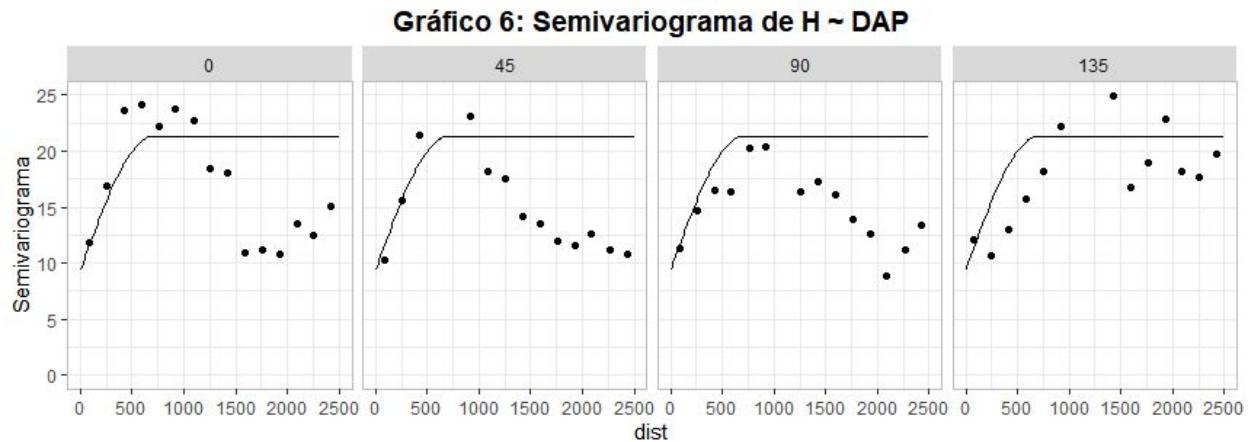


Gráficamente se identifica que el modelo Spherical ajusta de forma más acertada la estructura espacial del tamaño de los árboles en función de su diámetro a la altura del pecho. En la tabla siguiente se muestran las estimaciones de los parámetros de los modelos estimados:

**Cuadro 4**  
**Parámetros de los modelos de Variogramas**

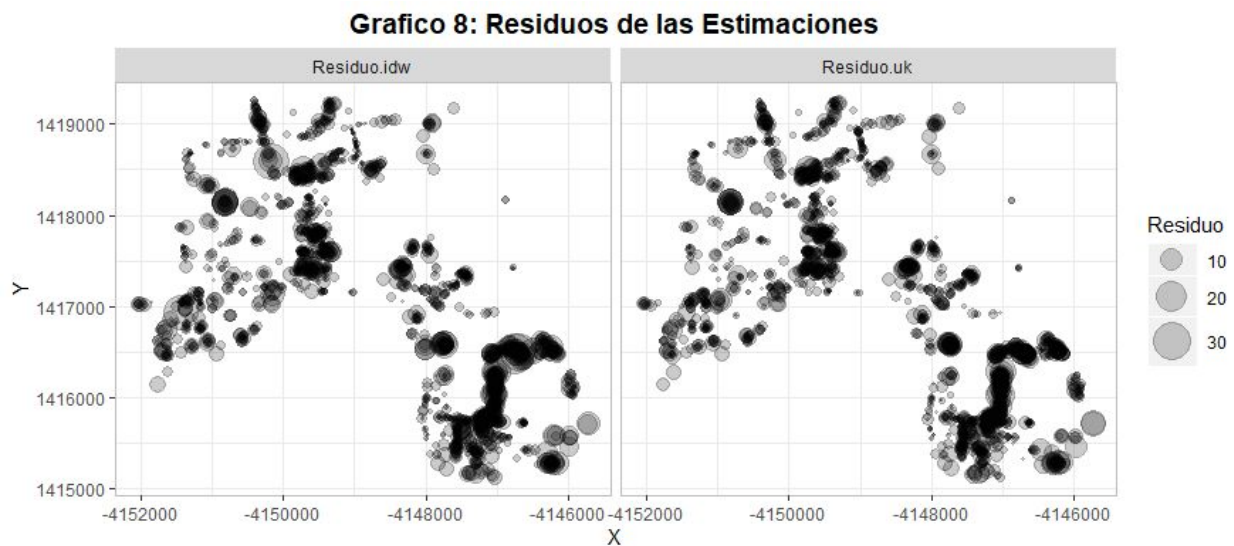
Parámetros	Exponencial	Spherical	Matern	Matern (Ste)
Nugget	7.93	9.36	7.93	7.93
Sill	13.59	11.96	13.59	13.59
Rango	277.01	700.83	276.24	391.73
Kappa	-	-	0.50	0.50
Nug/Sill	0.58	0.78	0.58	0.58

Asimismo, es importante evaluar la anisotropía, con el fin de validar de que la estructura espacial que se está definiendo aplica para todas las direcciones. En caso de que esto no se cumpla, debe contemplarse en la modelación.



## Interpolación

Para efectuar la interpolación se utilizan dos técnicas distintas, la distancia inversa ponderada (IDW) y el Kriging universal, que incorpora el DAP como variable independiente. En el gráfico siguiente se presentan los residuos de las estimaciones menos los observados, para cada una de las técnicas, donde no queda evidente cual genera mejores resultados:



# Conclusiones

Con base en el estudio efectuado, tomando como referencia el semivariograma y un ratio de nugget de 0.78, se concluye que la asociación espacial es baja para el tamaño de los árboles del cantón de Belén.

Con respecto al ejercicio de interpolación, se demostró que el Kriging universal genera mejores resultados para los datos actuales, ya que genera un  $R^2$  de 0.76 en comparación con 0.70 en el IDW. Asimismo, acorde con Bivand et al, que en ambos casos el  $R^2$  sea menor que el promedio (dado que son valores menores a 1) se concluye que tanto el Kriging universal como el IDW son mejores estimadores del tamaño de los árboles en comparación con tomar solamente la media.

Entre las limitaciones que se identifican del estudio, la interpolación se realizó tomando como base los datos observados y no en una grilla generada. Lo anterior debido a que no se logró generar datos acorde a la realidad, lo que daba como resultado un mapa de difícil interpretación.

Finalmente, se reconoce que el análisis espacial planteado puede ser de utilidad para las municipalidades como herramienta para apoyar ordenamiento urbano.

# Bibliografía

- Akhan, R., Kia-Daliri, H., Etemad, V. (2015). *Geostatistically estimation and mapping of forest stock in a natural unmanaged forest in the Caspian region of Iran*. Caspian J. Env. Sci. 2015, Vol. 13 No.1 pp. 61~76.
- Bivand, Roger, Pebesma, Edzer, Gómez-Rubio, Virgilio (2008). *Applied Spatial Data Analysis with R*. New York, Springer.
- Nanos, N., Calamba, R., Montero, G., Gil, L. (2003). *Geostatistical prediction of height/diameter models*. Forest Ecology and Management 195 (2004) 221–235
- Papritz, Andreas (may, 2019). *Tutorial and Manual for Geostatistical Analyses with the package georob*. Recuperado del CRAN:  
[https://cran.r-project.org/web/packages/georob/vignettes/georob\\_vignette.pdf](https://cran.r-project.org/web/packages/georob/vignettes/georob_vignette.pdf)
- Municipalidad de Belén. 4 to informe de la contratación por servicios profesionales No 2015Cd-000022-01, elaborado por John Solano Salmerón.