TAREA #1 FABIAN LEONARDO CAMARGO BERNATE 2021100S048

1. Dada la siguiente ecuación diferencial represéntela en el espacio de estados y encuentre la respectiva función de transferencia.

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t) \longrightarrow u(t)$$

tercer orden. variables de estado

- Variables de estado.

$$q_1 = x \qquad q_2 = \dot{x} \qquad q_3 = \ddot{x}$$

- Derivar las variables de estado

$$\dot{q}_1 = \dot{x} = q_2$$
$$\dot{q}_2 = \ddot{x} = q_3$$
$$\dot{q}_3 = \dddot{x} \quad \text{despejar.}$$

- Reemplazar en la ecuación diferencial

$$\dot{q}_3 + q_3 + 2q_2 + q_1 = 2u.$$

- Despejar $\dot{q}_3$.

$$\longrightarrow \dot{q}_3 = 2u(t) - q_3 - 2q_2 - q_1$$

- Representación en el formato espacio de estados.

$$\dot{q}_1 = q_2$$
$$\dot{q}_2 = q_3$$
$$\dot{q}_3 = 2u - q_3 - 2q_2 - q_1$$

- Formato matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

- Salida

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

- $q_1 = x$

- Función de transferencia.

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2u(t) \qquad G(s) = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}}$$

$$\mathcal{L}\{\dddot{x}\} + \mathcal{L}\{\ddot{x}\} + 2\mathcal{L}\{\dot{x}\} + \mathcal{L}\{x\} = 2\mathcal{L}\{u(t)\}$$

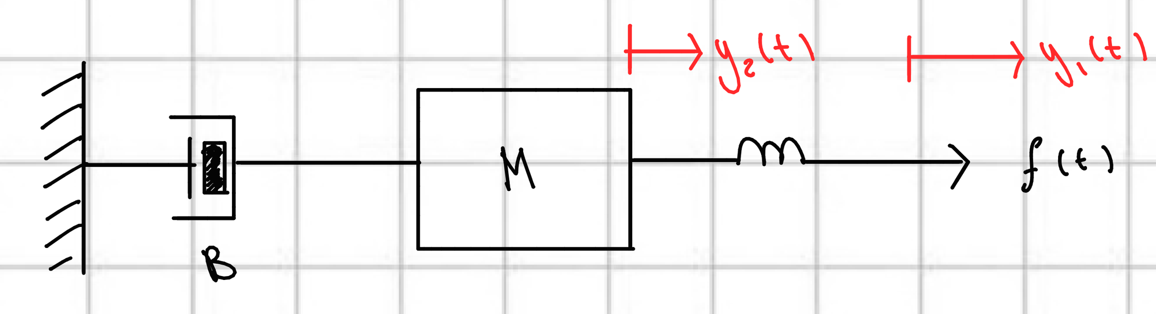
$$S^3 Y(s) + S^2 Y(s) + 2S\,Y(s) + 1 = 2U(s)$$

$$Y(s)\left[S^3 + S^2 + S + 1\right] = 2U(s)$$

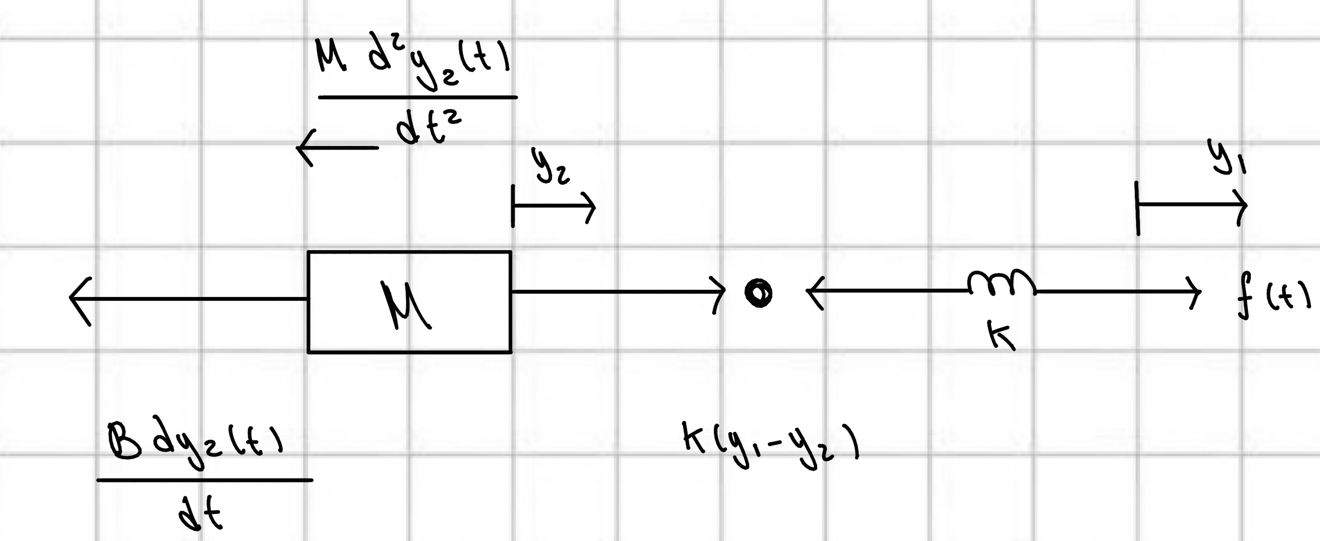
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{S^3 + S^2 + S + 1}$$ • Función de transferencia

- Punto 3.

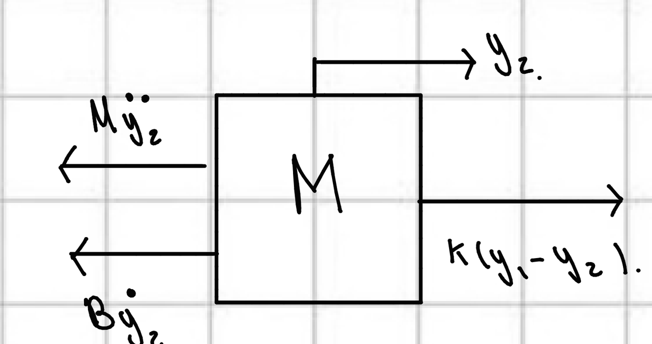
Encontrar una expresión en el espacio de estados válida para el siguiente sistema. considere que la salida corresponden a los desplazamientos y_1 y y_2.



- Diagrama de cuerpo libre.



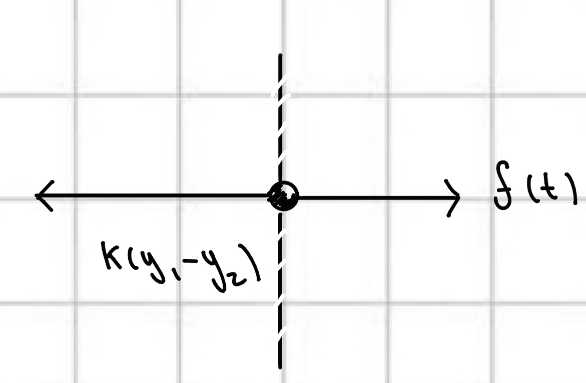
- Analisis M.



$$\sum F = Ma. \qquad a = \ddot{y}_2$$

$$K(y_1 - y_2) - M\ddot{y}_2 - B\dot{y}_2 = 0 \quad (1)$$

Analisis •



$$\sum F = 0$$

$$f(t) - K(y_1 - y_2) = 0 \quad (2)$$

- Ecuaciones

1. $M\ddot{y}_2 + B\dot{y}_2 + Ky_2 - K_1 y_1 = 0$

2. $Ky_1 - Ky_2 = f(t)$

- Variables de estado

$$\dot q_1 = \dot y_1$$
$$\dot q_2 = \dot y_2 = q_3$$
$$\dot q_3 = \ddot y_2$$

- Reemplazar

1. $M\dot q_3 + Bq_3 + Kq_2 - Kq_1 = 0$

2. $\underline{Kq_1 - Kq_2 = f(t)} \longrightarrow q_1 = \frac{f(t)}{K} + \frac{\cancel{K}q_2}{\cancel{K}} \to q_1 = \frac{f(t)}{K} + q_2$

- Reemplazar y despejar

$$M\dot q_3 + Bq_3 + Kq_2 - \cancel{K}\left[\frac{f(t)}{\cancel{K}} + q_2\right] = 0$$

$$M\dot q_3 + Bq_3 \cancel{+ Kq_2} - f(t) \cancel{- Kq_2} = 0$$

$$M\dot q_3 + Bq_3 - f(t) = 0$$

$$\dot q_3 = \frac{f(t)}{M} - \frac{Bq_3}{M}$$

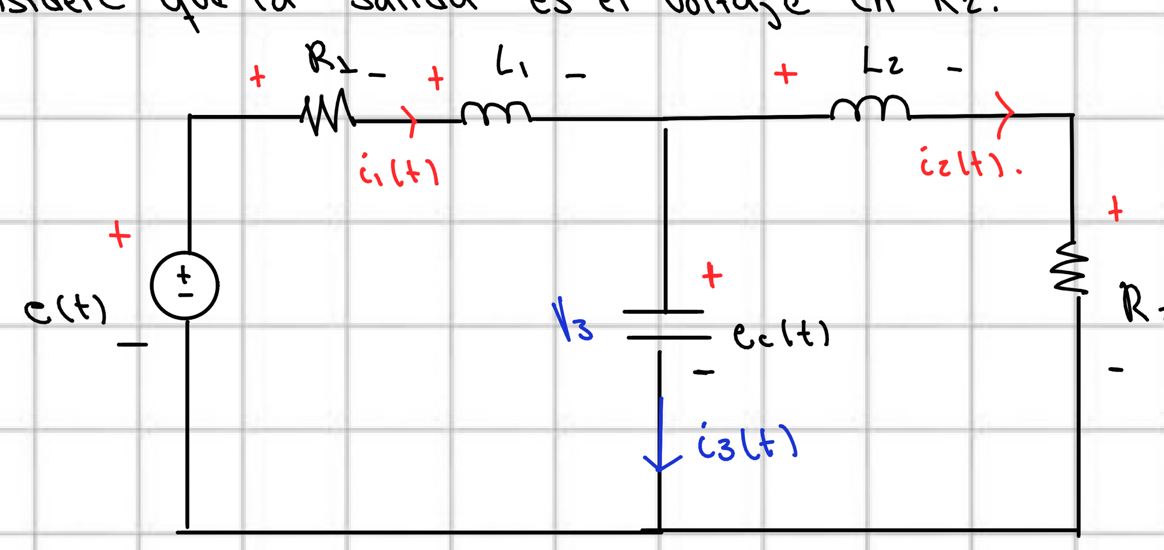
- Forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot q_1 \\ \dot q_2 \\ \dot q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/M \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

- Punto 2.

Encontrar una expresión válida para el siguiente sistema. Considere que la salida es el voltaje en R_2.



- $i_c = C\frac{dV_c}{dt}$
- $V_L = L\frac{di_L}{dt}$

Variables de estado i_1, i_2, V_3.

- Analisis de nodos

$$i_1 = i_3 + i_2 \longrightarrow i_1 = C\dot V_3 + i_2 \quad (1)$$

- Analisis de malla #1

$$-e(t) + V_{R1} + V_{L1} + V_3 = 0 \qquad \text{Ley ohm} \quad V = IR.$$

$$-e(t) + i_1R_1 + L_1\dot i_1 + V_3 = 0 \quad (2)$$

- Analisis de malla #2.

$$V_{L2} + V_{R2} - V_3 = 0$$

$$L_2\dot i_2 + R_2 i_2 - V_3 \quad (3)$$

- Ecuaciones

1. $i_1 = C\dot V_3 + i_2 = 0 \longrightarrow \dot V_3 = \frac{i_1}{C} - \frac{i_2}{C}$

2. $-e(t) + i_1R_1 + L_1\dot i_1 + V_3 = 0 \longrightarrow \dot i_1 = \frac{e(t)}{L_1} - \frac{i_1R_1}{L_1} - \frac{V_3}{L_1}$

3. $L_2\dot i_2 + R_2 i_2 - V_3 = 0 \longrightarrow \dot i_2 = \frac{V_3}{L_2} - \frac{R_2 i_2}{L_2}$

- Formato Matricial

$$\begin{bmatrix} \dot V_3 \\ \dot i_1 \\ \dot i_2 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} V_3 & i_1 & i_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} & 0 \\ 1/L_2 & 0 & \frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} V_3 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

- Ecuación de Salida.

- $V_{R2} = R_2 i_2$ Salida a considerar

$$y = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} V_3 & i_1 & i_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} V_3 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$