

Diplomado en Probabilidad y Estadística
Modulo II - Distribuciones Discretas
Taller 8

En las siguientes preguntas realice las operaciones pertinentes según el caso.

1. Para cada escenario descrito a continuación, indicar si la distribución binomial es o no (indicando por qué) un modelo razonable para la variable aleatoria mencionada. Explícite cualquier suposición que haga:
 - a) Un proceso de producción produce miles de transductores de temperatura. Sea X el número de transductores disconformes en una muestra de tamaño 30 seleccionada al azar en el proceso.
 - b) De un lote de 50 transductores de temperatura, una muestra de tamaño 30 es seleccionada sin reemplazo. Sea X el número de transductores disconformes en la muestra.
 - c) Cuatro componentes electrónicos idénticos son conectados a un controlador que puede hacer un cambio desde un componente que ha fallado, hacia una de las piezas de repuesto restantes. Sea X el número de componentes que han fallado después de un período determinado de operación.
 - d) Sea X el número de accidentes que ocurren a lo largo de las carreteras federales en Arizona durante un período de un mes.
 - e) Sea X el número de respuestas correctas de un estudiante que toma un examen de opción múltiple en el que puede eliminar algunas o todas las opciones que ha respondido incorrectamente.
 - f) Los defectos se producen al azar sobre la superficie de un chip semiconductor. Sin embargo, sólo el 80 % de los defectos pueden ser registrados por las pruebas. Se analiza una muestra de 40 fichas de chips con un defecto de cada uno. Sea X el número de fichas en las que el examen encuentra un defecto.
 - g) En el inciso anterior considere el caso en que ahora la muestra se compone de 40 chips con 1 o con 0 defectos.
 - h) En una operación de llenado de paquetes de detergente con el peso declarado, sea X el número de envases de detergente que son llenados con exceso.
 - i) Los errores en un canal de comunicación digital se producen en situaciones que afectan a varios bits consecutivos. Sea X el número de bits afectados en la transmisión de 100,000 bits.
2. (Aplicación en Ciencias de la Ingeniería) Ejemplo de control estadístico de proceso gráfico. Cada hora se seleccionan muestras de 20 partes de un proceso de troquelado de metal (el proceso consiste en cortar con precisión de medidas con un troquel). Normalmente, el 1 % de las piezas requieren de revisión. Sea X el número de piezas en la muestra de 20 que requieren revisión. El problema del proceso es que se sospecha X supera su media en más de tres desviaciones estándar.
 - a) Si el porcentaje de piezas que requieren rehacerse mantiene en el 1 %, ¿cuál es la probabilidad de que X supere su media de más de tres desviaciones estándar?
 - b) Si el porcentaje que debe rehacerse aumenta al 4 %, ¿cuál es la probabilidad de que X sea superior a 1?
 - c) Si el porcentaje que debe rehacerse aumenta al 4 %, ¿cuál es la probabilidad de que X sea superior a 1 en al menos uno de los próximos cinco horas de muestras?
3. (Aplicación en Ciencias de la Educación) Un test de elección múltiple consta de 25 preguntas, cada una con cuatro respuestas. Supongamos que un estudiante sólo hace conjeturas sobre cada pregunta cuando va a responder.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante responda correctamente más de 20 preguntas? Resp.: 0.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante responda correctamente menos de 5 preguntas? Resp.: 0,2137.
4. (Aplicación en Ciencias Sociales) En los robos que han habido en una ciudad determinada, el 75 % ha sido causado por la necesidad de dinero para comprar alimentos. Si continúa esta tendencia, encuentre la probabilidad de que entre los próximos 5 casos de robo en esta ciudad
- a) exactamente en 2 el robo haya sido generado por la necesidad de dinero para comprar alimentos. Resp.: 0,0879.
- b) a lo más en 3 robos de los próximos 5 casos el móvil haya sido la necesidad de dinero para comprar alimentos. Resp.: 0,3672.
5. (Aplicación en Ciencias de la Salud) Un prominente médico afirma que el 70 % de los pacientes con cáncer de pulmón son fumadores empedernidos. Si su afirmación es correcta, determinar
- a) la probabilidad de que de 10 pacientes recientemente ingresados en un hospital, menos de la mitad son fumadores empedernidos. Resp.: 0,0474.
- b) la probabilidad de que de 20 pacientes recientemente ingresados en un hospital, menos de la mitad son fumadores empedernidos. Resp.: 0,0171.
6. (Ingeniería de Tránsito) En promedio se producen, en un cruce determinado, tres accidentes de tráfico al mes. ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes determinado en esta intersección
- a) exactamente 5 accidentes se producen? Resp.: 0,1008.
- b) menos de 3 accidentes se producen? Resp.: 0,4232.
- c) por lo menos 2 accidentes se producen? Resp.: 0,8009.
7. (Control de Calidad) Una secretaria comete 2 errores por página, en promedio. ¿Cuál es la probabilidad de que en la siguiente página cometerá
- a) 4 o más errores? Resp.: 0,1429.
- b) 0 errores? Resp.: 0,1353.
8. (Ciencias del Medio Ambiente) El promedio de ratones de campo por acre en un campo de trigo de 5 acres se estima en 12. Encuentre la probabilidad de que menos de 7 ratones de campo se encuentran
- a) en un acre determinado. Resp.: 0,0907.
- b) en 2 de los próximos 3 acres inspeccionadas. Sugerencia: Distribución binomial (¿por qué?) Resp.: 0,2725.
9. (Control de Calidad) Un fabricante de automóviles está preocupado por una falla en el mecanismo de frenado de un modelo en particular. La culpa puede, en raras ocasiones, causar un accidente a gran velocidad. La distribución del número de automóviles por año en el que experimentará la falla es una variable aleatoria de Poisson con intensidad $\lambda = 5$ por año.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 3 autos por año experimenten un accidente por la razón citada? Resp.: 0,7350.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que más de un vehículo por año experimente un accidente? Resp.: 0,9933.

10. (Teoría de Colas) El número de clientes que llegan por hora en un centro de servicio para automóviles determinados se supone que siguen una distribución de Poisson con una media de 7 clientes hora $\lambda = 7 \frac{\text{cliente}}{\text{hora}}$.
- Calcular la probabilidad de que más de 10 clientes lleguen en un periodo de 2 horas. Resp.: 0,8243.
 - ¿Cuál es el número promedio de llegadas durante un periodo de 2 horas? Resp.: 14.
11. El servicio de llamadas que entran a un centro de mantenimiento sigue un proceso de Poisson y, en promedio, 2,7 llamadas entran por minuto. Encuentre la probabilidad de que
- no más de 4 llamadas entren en un momento cualquiera;
 - menos de 2 llamadas se produzcan en un cualquiera;
 - más de 10 llamadas lleguen en un período de 5 minutos.
12. (Ciencias de la Salud) En un estudio clínico, los voluntarios son puestos a prueba de un gen que se ha encontrado que aumenta el riesgo de contraer una enfermedad. La probabilidad de que una persona sea portadora del gen es de 0,1.
- ¿Cuál es la probabilidad de tener que probar 4 o más personas para detectar un portador del gen? Resp.: 0,729.
 - ¿Cuántas personas se espera probar para detectar un portador del gen? Resp.: 10.
13. (Ingeniería en Tránsito) En su viaje de cada mañana al trabajo, un particular semáforo está de color verde el 20 % de las veces en usted se acerca en su vehículo a él. Supongamos que cada mañana representa un evento independiente.
- ¿Cuál es la probabilidad de que hayan pasado más de cinco mañanas hasta que usted se encuentre con el semáforo en verde? Resp.: 0,4096.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que hayan pasado veinte mañanas hasta que usted se encuentre con el semáforo en verde? Resp.: 0,9885.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que hayan pasado más de veinte mañanas hasta que usted se encuentre con el semáforo en verde? Resp.: 0,01153 (1,2 % aprox.).
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la primera mañana en que la luz esté en verde sea la cuarta mañana en que usted se aproxima al semáforo? Resp.: 0,1024.
14. (Ciencias de la Ingeniería) Una empresa comercial tiene un equipo computacional que utiliza para el comercio al exterior de su región. La probabilidad de que el equipo falle en un día es de 0,005, y cuando falla el equipo es reparado inmediatamente por la noche. Cada día es un evento independiente.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo falle el primer día en que es puesto en funcionamiento? Resp.: 0,005.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo falle después del tercer día de funcionamiento? ¿Se puede estar tranquilo en la empresa al observar este resultado? Resp.: 0,9851. Se puede estar tranquilo porque la probabilidad de falla es baja y esto provoca que la probabilidad de que falle después de dos años de funcionamiento ininterrumpido siga siendo alta (0,902, 90,2 % aprox.).
 - ¿Cuál es el número medio de días de buen funcionamiento hasta que el equipo falle? Resp.: 200.
15. (Transporte) En el control de equipaje de un aeropuerto se sabe que el 3 % de las personas revisadas tienen objetos cuestionables en su equipaje.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una cadena de 15 personas pase el control con éxito antes de que pase un individuo con un objeto cuestionable? Resp.: 0,019 aprox.
- b) ¿Cuál es el número esperado de individuos que pasan el control en una fila antes de que un individuo detenga el proceso? Resp.: 33,3333.
16. En un estudio clínico, los voluntarios son puestos a prueba de un gen que se ha encontrado que aumenta el riesgo de contraer una enfermedad. La probabilidad de que una persona sea portadora del gen es de 0,1.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de tener que probar 4 o más personas para detectar 2 portadores del gen? Resp.: 0,972.
- b) ¿Cuántas personas se espera probar para detectar 2 portadores del gen? Resp.: 20.
17. En una operación de llenado automático, una báscula electrónica detiene la línea de fabricación después de detectar tres paquetes de peso inferior al normal. Supongamos que la probabilidad de un paquete de bajo peso es de 0,001 y que el relleno de cada uno es independiente.
- a) ¿Cuál es el número medio de rellenos antes de que se detenga la línea de producción? Resp.: 3000.
- b) ¿Cuál es la desviación estándar del número de rellenos antes de que se detenga la línea de producción? Resp.: 1731,18 (interprete este resultado).
18. Según un estudio publicado por un grupo de sociólogos de una prestigiosa universidad, cerca de dos tercios de los 20 millones de personas en este país que toman Valium son mujeres. Suponiendo que esta cifra sea una estimación válida, encontrar la probabilidad de que en un día determinado la quinta prescripción escrita por un médico para el Valium sea
- a) una prescripción de Valium por primera vez, en ese día, para una mujer. Resp.: 0,0082.
- b) una prescripción de Valium sea la tercera para una mujer. Resp.: 0,1975.
19. (Ciencias Biológicas y Medioambientales) En los estudios de población biológica y medio ambiente a menudo se etiquetan y liberan especies con el fin de estimar tamaño y grado de ciertas características de la población. Diez animales de una determinada población que se cree extinta (o en extinción) son capturados, marcados y luego liberados en una región determinada. Información fidedigna afirma que hay 25 animales de este tipo en la región. Después de un período de tiempo se selecciona una muestra aleatoria de 15 de animales de este tipo en esa región. ¿Cuál es la probabilidad de que 5 de los animales seleccionados estén marcados? Resp.: 0,2315.
20. (Teoría de Probabilidades) Para evitar la detección en la aduana, un viajero lugares 6 comprimidos de estupefacientes en un frasco con 9 pastillas de vitaminas que son similares en apariencia. ¿Si el funcionario de aduanas selecciona a 3 de los comprimidos al azar para su análisis, lo que es la probabilidad de que el viajero será detenido por posesión ilegal de narcóticos?
21. (Teoría de Muestreo) Una compañía manufacturera utiliza un plan de aceptación en los artículos de producción antes de su envío al comprador. El plan consta de dos etapas: Se prepara para el envío una caja de 25 artículos de la cual se toma una muestra de 3 y se prueba estas unidades para encontrar defectuosas. Si se encuentra alguno defectuoso, toda la caja es enviada de vuelta para el control del 100 %. Si no se encuentran defectuosos, la caja es enviada al comprador.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja que contiene 3 defectuosos sea enviada? Resp.: 0,3013.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja que contiene sólo 1 defectuoso sea devuelta para su revisión total? Resp.: 0,12.
22. (Ciencias Sociales) Se estima que 4,000 de los 10,000 votantes residentes en una ciudad están en contra de un nuevo impuesto de ventas. Si 15 los votantes elegibles son seleccionados al azar y se les pidió su opinión, ¿cuál es la probabilidad de que más de 7 estén a favor el nuevo impuesto? Resp.: 0,2129.
23. (Control medioambiental) Un organismo gubernamental sospecha que algunas empresas están violando las leyes sobre regulación de la contaminación con respecto al dumping de cierto tipo de producto. Veinte empresas están bajo sospecha, pero todas no pueden ser inspeccionadas. Supongamos que 3 de las empresas están violando las leyes.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en la inspección de 5 empresas no encuentre violaciones? Resp.: 0,3991.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el plan permita encontrar dos violaciones? Resp.: 0,1316.