Diplomado en Probabilidad y Estadística
Modulo I. Matemática para Probabilidad y Estadística
Taller 1

En las siguientes preguntas realice las operaciones pertinentes según el caso.

1. Sean **u** = (2,7,1), **v** = (-3,0,4), **w**= (0,5,-8). *Efectuar primero la multiplicación por escalar y luego la adición de vectores.* Calcular,

   (A) **u** +**v**+ **v**
   (B) **u** + 3**v** - 5**w**

2. Sean **u** = (3,-2,1,4), **v** = (7,1,-3,6) . Calcular,

   (A) **u** + **v**
   (B) **u**-**v**
   (C) **u** + 3**v**
   (D) **u** * **v**
   (E) ||**u**||
   (F) d(**u** , **v**)

3. Hallar x e y si (x,3) = (2,x+y)

4. Hallar x e y si (4,y) = x(2,3)

5. Hallar x e y si (2,-3,4) = x(1,1,1) + y(1,1,0) + z(1,0,0)

6. Calcule las direcciones de los vectores del ejercicio anterior

7. Calcule la magnitud de los vectores

   (A) **v** = (2,2);
   (B) **v** = (2,2$\sqrt{3}$)
   (C) **v** = (-2$\sqrt{3}$,2)
   (D) **v** = (-3,-3)
   (E) **v** = (6,-6)
   (F) **v** = (0,3)

8. Suponga que **z** = 2+3i y **w** = 5-2i, hallar,

   (A) **z**+ **w**
   (B) **z***w**
   (C) **z**-2**w**
   (D) ||**z**||

9. Suponga que **z** = 2+3i y **w** =12-5i, halle,

   (A) ||**z**||
   (B) ||**w**||
   (C) **z**+**w**
   (D) **z***w**

10. Efectuar:

    (A) (3,-4,5) + (1,1,-2)
    (B) (1,2,-3) + (4,-5)
    (C) -3(4,-5,-6)
    (D) -(-6,7,-8)

11. Calcular **u***v**,

    (A) **u** = (2,3,-6), **v**= (8,2,-3)
    (B) **u** = (1,-8,0,5), **v**= (3,6,4)
    (C) **u** = (3,-5,2,1), **v**= (4,1,-2,5)

12. Hallar k para que los vectores **u** y **v** sean ortogonales si

(A) $\mathbf{u} = (1, k, -3)$ y $\mathbf{v} = (2, -5, 4)$

(B) $\mathbf{u} = (2, 3k, -4, 1, 5)$ y $\mathbf{v} = (6, -1, 3, 7, 2k)$

(C) $\mathbf{u} = (3, -5, 2, k)$ y $\mathbf{v} = (4, 1, -2, 5)$

13. Hallar la distancia d(**u**,**v**) entre los vectores **u** y **v** si:

    (A) **u**=(1,7), **v** = (6,-5)

    (B) **u**=(3,-5,4), **v** = (6,2,-1)

    (C) **u**=(5,3,-2,-4,-1), **v** = (2,-1,0,-7,2)

14. Hallar la norma $||u||$ del vector **u** sí,

    (A) **u**= (2,-7)

    (B) **u**= (3,-12,-4)

15. Calcule la magnitud de los vectores,

    (A) **v** = (-4,5)

    (B) **v** = (4,3$\sqrt{7}$)

    (C) **v** = (-7$\sqrt{7}$,-2)

    (D) **v** = (-4,-7)

    (E) **v** = (6,-4)

    (F) **v** = (10,7)

16. Sean **z** = 2-3i y **w** = 4+5i. Hallar,

    (A) **z**+**w** y **z*****w**

    (B) ||**z**|| , ||**w**||

17. Hallar , $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

18. Hallar , $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

19. Hallar , $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

20. Determine cuales de las siguientes matrices son tipo: rectangular, cuadrada, escalar, triangular superior, triangular inferior, diagonal, identidad. Para cada A_i encuentre la matriz transpuesta.

    a) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

    b) $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

    c) $A_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

    d) $A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

    e) $A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

    f) $A_6 = \begin{pmatrix} \pi & 0 & 0 \\ 0 & \pi & 0 \\ 0 & 0 & \pi \end{pmatrix}$

    g) $A_7 = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 & \pi \\ 0 & 1 & -500 \\ 0 & 0 & -\pi \end{pmatrix}$

    h) $A_8 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$

21. Determine X en cada ecuación dado que: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

    1) $X - 2A + 3B = 0$

    2) $2(A + \frac{1}{3}B) = 3X$

    3) $-\dfrac{1}{3}(A - 2B + X) = 3(X - A)$

22. Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

1) Realizar las operación: $(2B)^t - 3C$

2) Determinar la matrix X para la cual $(C - XB)^t = A$

23. Realice los productos de matrices AB y BA si es posible:

1) $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \frac{1}{2} \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$

5) $A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

6) $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

24. Si $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ encuentre las condiciones de a, b, c y d tales que $AB = BA$

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

25. Una matriz se llama antisimétrica si $A^t = -A$ ($A^t = A'$). Muestre cuales de las siguientes matrices son antisimétricas:

1) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

2) $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

3) $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

26. Determinar si es posible las trazas de las matrices de los numerales 20 y 23.

27. Dados los siguientes conjuntos verifique si son espacio vectorial.

a) $V = \{0\}$

b) $V = \{1\}$.

c) $V = \{(x, y) : y = 2x + 1, \mathbf{x} \in \mathbb{R}\}$.

d) $V = \{(x, y, z) : ax + by + cz = 0\}$.

e) $V = \{(x, y) : y = mx\}$, donde m es un número real fijo y x es un número real arbitrario.

28. Considere los siguientes conjuntos, verifique las condiciones de subespacio.

a) $H = \{(x, y) : y = mx\}$ subespacio propio de $\mathbb{R}^2$

b) $H = \{(x, y, z) : x = at, y = bt, \text{y} z = ct; a, b, c, t \in \mathbb{R}\}$ subespacio propio de $\mathbb{R}^3$.

c) Si P_n denota el espacio vectorial de polinomios de grado $\leq n$ si $0 < m < n$, P_m es subespacio propio de P_n.

d) Sea M_{mn} el espacio vectorial de las matrices de $m \times n$ con componentes reales y sea $H = \{A \in M_{mn} : a_{11} = 0\}$. H subespacio de M_{mn}

29. Considere las siguientes funciones, verifique cuales corresponden a una transformación lineal.

a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida por $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ 3y \end{pmatrix}$

b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$