UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

DIPLOMADO EN PROBABILIDAD E INFERENCIA BÁSICA

Primera evaluación de probabilidad

Ejercicio 1. Se lanza una moneda corriente tantas veces hasta que salga "cara" por primera vez. El espacio muestral del experimento aleatorio es:

(a) {S, C}
(b) {S, SS, SSS, SSSS, … , C}
(c) {C, CS, CSS, CSSS, CSSSS, …}
(d) {C, SC, SSC, SSSC, SSSSC, …}

Ejercicio 2. Si para algún evento A se cumple que $P(A) = 0$, entonces se dice que el suceso A es nulo. Sea $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ un espacio de probabilidad con $\Omega = \{1,2,3\}$, $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{2\}, \{1,3\}, \Omega\}$ y la medida de probabilidad dada por:

$$P(A) := \begin{cases} 0 & \text{si } 3 \notin A \\ 1 & \text{si } 3 \in A \end{cases}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones no es cierta?

(a) $\{2\}$ es un evento nulo.
(b) $\{1,3\}$ no es un evento nulo.
(c) La mitad de los eventos en $\mathcal{F}$ son nulos.
(d) $\{3\}$ es un evento nulo.

Ejercicio 3. Un espacio de probabilidad es completo si todo subconjunto de un evento nulo es un evento. Sea $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ un espacio de probabilidad con $\Omega = \{1,2,3\}$, $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{3\}, \{1,2\}, \Omega\}$ y la medida de probabilidad dada por:

$$P(A) := \begin{cases} 0 & \text{si } 3 \notin A \\ 1 & \text{si } 3 \in A \end{cases}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

(a) El espacio de probabilidad $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ es completo porque $\emptyset$ y $\{1,2\}$ son eventos nulos.
(b) El espacio de probabilidad $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ no es completo.
(c) El espacio de probabilidad $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ no es completo porque la σ −álgebra no contiene exclusivamente eventos nulos.
(d) El espacio de probabilidad $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ es completo.

Ejercicio 4. Una firma consultora presentó propuestas en tres proyectos. Sean los sucesos A_i: se otorga el proyecto $i, i = 1, 2$ ó 3, a la empresa. El suceso $(A_1 \, \Delta \, A_2 \, \Delta \, A_3)^c$ consiste en:

(a) No se otorga ninguno de los tres proyectos a la firma consultora.
(b) O no se otorga ninguno de los proyectos a la firma consultora o se otorgan sólo dos de los proyectos.
(c) Se otorga sólo dos de los tres proyectos a la firma consultora.
(d) O no se otorga ninguno de los proyectos a la firma consultora o se otorgan al menos dos de los proyectos.

Ejercicio 5. Tres personas comparten una oficina con un teléfono. De cada cinco llamadas que llegan, dos son para A, dos para B y una para C. El trabajo de estas personas les obliga a salir frecuentemente, de manera que A está fuera el 50% de su tiempo y B y C, el 25%. Luego,

(a) En una de cada diez llamadas, está en la oficina la persona a la cual se llama.
(b) En trece de cada veinte llamadas, está en la oficina la persona a la cual se llama.
(c) En una de cada cinco llamadas, no está en la oficina la persona a la cual se llama.
(d) En una de cada noventa llamadas, no está en la oficina la persona a la cual se llama.

Ejercicio 6. Después de pintar de verde las caras visibles de un cubo regular, se divide en cubitos más pequeños de tal forma que se cuentan diez cubitos por arista. Los cubitos resultantes de la división del cubo grande se colocan en una urna, se mezclan cuidadosamente y se extrae uno al azar. La probabilidad de que el cubito extraído tenga tres de sus caras pintadas si se sabe que tiene por lo menos una cara pintada es aproximadamente igual a:

(a) 0.008
(b) 0.488
(c) 0.016
(d) 0.384

Ejercicio 7. Se ordenan 5 mujeres y 4 hombres de acuerdo con las calificaciones que obtuvieron en un examen. Si se sabe que todos obtuvieron calificaciones distintas y que todas las ordenaciones son igualmente probables, la probabilidad de que la posición más alta ocupada por una mujer sea la cuarta es igual a:

(a) $\frac{5! \times 5!}{9!}$

(b) $\frac{4! \times 5!}{9!}$

(c) $\frac{3! \times 6!}{9!}$

(d) $\frac{3! \times 5 \times 5!}{9!}$

Ejercicio 8. Si los sucesos A y B son mutuamente excluyentes, entonces NO es cierto que:

(a) $P(A \Delta B) = P(A \cup B)$
(b) $P(A - B) = P(A)$
(c) $P(A|B) = 0$
(d) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Ejercicio 9. Se pide a dos niños, Ana y Pedro, que lancen un dado regular tres veces y que traten de adivinar los resultados que van a obtener; quien acierte, es invitado por el otro a comer un helado. Ana dice: "*yo voy a sacar cantidades pares de puntos en todos los lanzamientos*" mientras que Pedro asegura: "*yo te voy a ganar porque yo también voy a sacar cantidades pares de puntos, pero distintas, en todos los lanzamientos*".

(a) Con seguridad alguno de los dos niños comerá helado.
(b) Pedro tiene la razón y, al final, comerá el helado que le invite Ana.
(c) Posiblemente sea Ana quien tenga que comer el helado que le invite Pedro.
(d) Ninguno de los dos comerá helado.

Ejercicio 10. Se lanza una moneda regular tres veces y se anota el lado visible de la moneda cada vez que se detiene. Sean los sucesos ***A***: "el primer y tercer lanzamientos son iguales", ***B***: "el segundo y tercer lanzamientos son iguales" y ***C***: "el primer y segundo lanzamiento son iguales". Sean los enunciados:

Los sucesos ***A, B*** y ***C*** son independientes por pares (i)

Los sucesos ***A, B*** y ***C*** son incompatibles (ii)

Se tiene que:

(a) Ambos enunciados (i) y (ii) son verdaderos.
(b) Sólo el enunciado (i) es verdadero.
(c) Sólo el enunciado (ii) es verdadero.
(d) Ninguno de los enunciados (i) y (ii) son verdaderos.