

Diplomado en Probabilidad y Estadística
Modulo II-Parte I. Probabilidad
Taller 7

En las siguientes preguntas realice las operaciones pertinentes según el caso.

1. Un experimento consiste en lanzar tres veces una moneda. Sea la variable aleatoria: $X =$ “número de caras que se obtienen”. Se pide:

- | | |
|---|--|
| a) Distribución de probabilidad de X . | d) Probabilidad de que salgan a lo sumo dos caras. |
| b) Función de distribución de X . Representación gráfica. | |
| c) Media, varianza y desviación típica de X . | e) Probabilidad de que salgan al menos dos caras. |

2. La variable aleatoria: $X =$ “número de hijos por familia de una ciudad” tiene la siguiente distribución de probabilidad:

X	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,47	0,3	0,1	0,06	0,04	0,02	0,01

Se pide:

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) Media o esperanza matemática. Significado. | b) Varianza y desviación típica. |
|---|----------------------------------|
3. Al lanzar cuatro monedas se considera el número de sellos obtenidos. De la variable aleatoria X así obtenida, se pide:

- | | |
|--|---|
| a) Ley de probabilidad o función de cuantía. Representación gráfica. | c) Esperanza matemática y varianza. |
| b) Función de distribución. Representación gráfica. | d) Probabilidad de obtener más de uno y menos de tres sellos. |

4. Calcular la media y varianza de la variable aleatoria que tiene como función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ 0,2 & 2 \leq x < 4 \\ 0,55 & 4 \leq x < 6 \\ 0,85 & 6 \leq x < 8 \\ 1 & x \geq 8 \end{cases}$$

5. La variable discreta X tiene como distribución de probabilidad

$$P(X = k) = \frac{1}{10} \quad \text{siendo } k = 2, 3, \dots, 11$$

Se pide:

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a) Función de densidad. | c) $P(X < 5)$ |
| b) $P(X > 7)$ | d) $P(3 \leq X < 7)$ |

6. La variable $X =$ “número de centímetros a que un dardo queda del centro de la diana” al ser tirado por una persona tiene como función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 10 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Se pide:

- a) Hallar k para que $f(x)$ sea función de densidad. Representarla.
- b) Hallar la función de distribución. Representarla.
- c) Media, varianza y desviación típica.
- d) $0 < P(X \geq 1)$.
- e) Probabilidad de acertar en la diana.

7. Se ha verificado que la variable $X =$ “peso en kilos de los niños al nacer” es una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} kx & 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Se pide:

- a) Hallar k para que $f(x)$ sea función de densidad. Representarla.
- b) Hallar la función de distribución. Representarla.
- c) Media, varianza y desviación típica.
- d) Probabilidad de que un niño elegido al azar pese más de 3 kilos.
- e) Probabilidad de que pese entre 2 y 3,5 kilos.
- f) Qué debe pesar un niño para tener un peso igual o inferior al 90 % de los niños.

8. Gran número de fenómenos aeronáuticos tienen asociada una variable aleatoria con ley de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-kx} & 0 < x < \infty \quad k > 0 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Se pide:

- a) ¿Puede tomar k cualquier valor?
- b) Para $k = 0,1$ representar la función de densidad, la función de distribución y su gráfica.
- c) Siendo $k = 0,1$ hallar $P(X > 10)$.
- d) Para $k = 0,1$ calcular $P(50 < X \leq 100)$

9. Una variable aleatoria continua X tiene por función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x < 1 \\ x-1 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Se pide:

- a) Graficar la función de densidad.
- b) Hallar la función de distribución y su gráfica.
- c) $P(0 \leq X \leq 1)$
- d) $P(2 \leq X \leq 2)$
- e) $P\left(\frac{1}{2} \leq X < \infty\right)$

10. Una variable aleatoria continua X tiene por función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^2}{2} & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - \frac{x^2}{2} - 1 & 1 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Se pide:

- a) Hallar la función de densidad. c) $P\left(\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}\right)$
b) Media, varianza y desviación típica.

11. Una variable aleatoria continua X tiene por función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Calcular la función de densidad. b) Calcular la media.

12. La función de distribución asociada a la producción de una máquina, en miles de unidades, es del tipo:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x(2 - x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

- a) Hallar la función de densidad.
b) Calcular la media y varianza de la producción.
c) Hallar $P(X < 0,5)$ y $P(X > 0,25)$.

13. Dada la función $f(x) = e^{-2x}$

- a) Comprobar si puede ser función de densidad de una variable aleatoria X cuando su campo de variación es el intervalo $x \geq 0$.
b) En caso de que no lo pueda ser, qué modificaciones habría que introducir para que lo fuera.

14. Dada la variable aleatoria continua X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(x + 2) & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Hallar:

- a) El valor de k para que sea realmente una función de densidad. c) La varianza.
b) La función de distribución. d) $P(2 \leq X \leq 3)$

15. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad tal que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8}{7x^2} & 1 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Calcular el valor esperado y la varianza.

16. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad tal que

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

Calcule la esperanza y varianza de X .