

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

DIPLOMADO EN PROBABILIDAD E INFERENCIA BÁSICA

Primera evaluación de probabilidad

Ejercicio 1. Conceptualmente la probabilidad es:

- (a) Una medida de variabilidad
- (b) Una medida de seguridad absoluta
- (c) Una medida de incertidumbre
- (d) Una medida de falta de seguridad

Ejercicio 2. Sean el espacio muestral $\Omega = \{a, b, c, d\}$ y las colecciones de subconjuntos Ω de dadas por $\mathcal{H} = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c, d\}, \Omega\}$ y $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{a\}, \{d\}, \Omega\}$. ¿Cuál (o cuáles) de los siguientes enunciados es (o son) verdadero(s)?

- (a) \mathcal{H} es una σ -álgebra sobre Ω .
- (b) $(\Omega; \mathcal{F})$ es un espacio medible.
- (c) $(\Omega; \mathcal{H}; Q)$, donde $Q: \mathcal{H} \rightarrow [0; 1]$, es un espacio de probabilidad.
- (d) $\sigma(\mathcal{F}) \cap \mathcal{H}$ es una σ -álgebra sobre Ω .

Ejercicio 3. Una firma consultora presentó propuestas en tres proyectos. Sean los sucesos A_i : se otorga el proyecto i , $i = 1, 2$ ó 3 , a la empresa. El suceso $(A_1 \cup A_2)^c \cup A_3$ consiste en que a la empresa consultora

- (a) No se le otorga ninguno de los proyectos.
- (b) No se le otorga ni el primer proyecto ni el segundo proyecto.
- (c) Se le otorga sólo el tercer proyecto pero no los otros dos.
- (d) Si no se le otorga sólo el tercer proyecto, no se le otorga ninguno de los otros dos.

Sean $\Omega = \{a, b, c, d\}$, $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{a\}, \{b, c\}, \{d\}, \{a, b, c\}, \{b, c, d\}, \{a, d\}\}$ y $P: \mathcal{F} \rightarrow [0; 1]$ con $P(\{a\}) = \frac{2}{7}$, $P(\{b, c\}) = \frac{5}{9}$ y $P(\{d\}) = \beta$. El valor de β para el cual la aplicación P es una medida de probabilidad sobre el espacio medible $(\Omega; \mathcal{F})$ es

- (a) $1/4$
- (b) $4/9$
- (c) $1/3$
- (d) $10/63$

Ejercicio 5. Después de pintar de verde las caras visibles de un cubo regular, se divide en cubitos más pequeños de tal forma que se cuentan diez cubitos por arista. Los cubitos resultantes de la división del cubo grande se colocan en una urna, se mezclan cuidadosamente y se extrae uno al azar. La probabilidad de que el cubito extraído no tenga ninguna de sus caras pintadas es igual a:

- (a) 0.512
- (b) 0.488

(c) 0.384

(d) 0.000

Ejercicio 6. Se quiere sentar a cinco mujeres y cuatro hombres en nueve sillas. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los hombres queden sentados juntos?

(a) $\frac{4! \times 6!}{9!}$

(b) $\frac{4! \times 5!}{9!}$

(c) $\frac{2! \times 4! \times 6!}{9!}$

(d) $\frac{4!}{9!}$

Ejercicio 7. El evento B ocurre siempre que el evento A ocurre. Se puede concluir que:

(a) $P(B) = P(A)$

(b) $P(B) \leq P(A)$

(c) $P(B) + P(A) = 1$

(d) $P(B) > P(A)$

Ejercicio 8. Ana tiene una probabilidad del 15% de viajar a España en las próximas vacaciones; mientras que la probabilidad de que viaje a Italia es del 5%. La probabilidad de que Ana viaje a España o a Italia en las próximas vacaciones es del 25%. Se puede asegurar que:

(a) Ana viajará solamente a España en las próximas vacaciones.

(b) Ana sólo viajará a uno de los dos países en las próximas vacaciones.

(c) Existe la posibilidad que Ana vaya a ambos países en las próximas vacaciones.

(d) Ana no viajará a ninguno de los dos países en las próximas vacaciones.

Ejercicio 9. En una urna hay tres balotas blancas y dos balotas negras. Se seleccionan dos balotas al azar de la urna después de revolverlas cuidadosamente. Si la primera balota escogida se retiene, entonces la segunda balota será negra:

(a) El 40% de las veces que se complete la selección.

(b) En nueve de cada veinte veces que se complete la selección.

(c) En un porcentaje mayor de veces que en el primer intento, si se sabe que la primera balota es blanca.

(d) En un porcentaje mayor de veces que en el primer intento, si se sabe que la primera balota es negra.

Ejercicio 10. Los sucesos A y B son independientes. ¿Cuál (o cuáles) de los siguientes enunciados es (o son) verdadero(s)?

(a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(b) $P[(A \cup B)^c] = P(A^c)P(B^c)$

(c) $P(A \cap B) = 0$

(d) $P(A - B) = P(A)P(B^c)$

Ejercicio 11. Se lanza una moneda regular tres veces y se anota el lado visible de la moneda cada vez que se detiene. Sean los sucesos

A: se obtiene “cara” en el primer lanzamiento

B: se obtiene “sello” en el tercer lanzamiento

C: se obtiene el mismo lado de la moneda en el primer y tercer lanzamientos

¿Cuál (o cuáles) de los siguientes enunciados es (o son) verdadero(s)?

- (a) Cualquier par de sucesos escogidos entre **A**, **B** y **C** son independientes.
- (b) Los sucesos **A**, **B** y **C** forman una familia de sucesos independientes.
- (c) Los sucesos **A**, **B** y **C** son mutuamente excluyentes.
- (d) Cualquier par de sucesos entre **A**, **B** y **C** son mutuamente excluyentes.

Ejercicio 12. En un estudio de la Oficina de Salud Ocupacional de una universidad, se encontró que el 23% de los estudiantes hombres y el 15% de las estudiantes mujeres fuman por lo menos un cigarrillo al día. Se sabe que en la universidad hay tantos estudiantes hombres como mujeres. Se escoge una persona al azar entre la población estudiantil y resulta que no es fumador.

- (a) Más probablemente se escogió a un hombre.
- (b) Más probablemente se escogió a una mujer.
- (c) Hombres y mujeres tienen la misma probabilidad de haber sido escogidos.
- (d) No se puede concluir acerca del género de la persona escogida.