

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

DIPLOMADO EN PROBABILIDAD E INFERENCIA BÁSICA

Segunda evaluación de probabilidad

**Ejercicio 1.** En las afueras de un pequeño pueblo hay dos bombas gasolineras, una con seis estaciones y la otra con cuatro. Se definen las variables aleatorias:

$X$ : la diferencia entre las cantidades de estaciones en uso en las dos gasolineras a las cuatro de la tarde de cualquier día

$Y$ : La diferencia, en galones, entre las cantidades de gasolina vendidas en una jornada

Se tiene que:

- (a) Tanto  $X$  como  $Y$  son variables aleatorias continuas
- (b) Sólo  $X$  es una variable aleatoria continua
- (c) Sólo  $Y$  es una variable aleatoria continua
- (d) Ni  $X$  ni  $Y$  son variables aleatorias continuas

**Ejercicio 2.** La variable aleatoria  $X$  toma únicamente los valores  $C$  y  $-C$  con igual probabilidad. Entonces:

- (a)  $E(X) = C$
- (b)  $E(X) = -C$
- (c)  $E(X) = 0$
- (d)  $E(X) = 2C$

**Ejercicio 3.** La variable aleatoria  $X$  toma únicamente los valores  $C$  y  $-C$  con igual probabilidad. Entonces:

- (a)  $V(X) = 0$
- (b)  $V(X) = C$
- (c)  $V(X) = C^2$
- (d)  $V(X) = 2C$

**Ejercicio 4.** Para mejorar las calificaciones obtenidas por sus alumnos en un examen, un profesor decide aumentarlas en un punto. La distribución de las nuevas calificaciones

- (a) Tiene mayor valor medio pero igual variabilidad.
- (b) Tiene mayor valor medio y es más variante.
- (c) Tiene menor valor medio pero es más variante.
- (d) Mantiene su valor medio y su nivel de variabilidad.

**Ejercicio 5.** En una biblioteca universitaria, la función de distribución acumulada del tiempo que dura en préstamo  $X$ , medido en días, el ejemplar de un libro determinado es

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

El ejemplar del libro dura más de un día en préstamo aproximadamente:

- (a) La mitad de las veces que es prestado.
- (b) En una de cada cuatro veces que es prestado.
- (c) En seis de cada ocho veces que es prestado.
- (d) En tres de cada ocho veces que es prestado.

**Ejercicio 6.** La variable aleatoria  $X$  tiene función generadora de momentos dada por

$$m_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{t(b-a)}, \quad t \neq 0$$

La desviación estándar de  $X$  es

- (a)  $\frac{(b-a)^2}{12}$
- (b)  $\frac{b-a}{2}$
- (c)  $\frac{b+a}{2}$
- (d)  $\frac{\sqrt{3}(b-a)}{6}$

**Ejercicio 7.** El contenido de magnesio en una aleación es una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad está dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & 0 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si la utilidad que se obtiene de la aleación es igual a  $10 + 2X$ , entonces la varianza de la utilidad es:

- (a) 4
- (b) 14
- (c) 18
- (d) 8

**Ejercicio 8.** La variable aleatoria  $X$  es tal que  $P(X = C) = 1$ , donde  $C \in \mathbb{R}$ . Entonces:

- (a)  $E(X) = C$  y  $V(X) = C$
- (b)  $E(X) = 0$  y  $V(X) = C$
- (c)  $E(X) = 0$  y  $V(X) = 0$
- (d)  $E(X) = C$  y  $V(X) = 0$

**Ejercicio 9.** El departamento de planeación de una ciudad requiere que un contratista presente uno, dos, tres, cuatro ó cinco formatos, según la naturaleza del proyecto, para solicitar un permiso de construcción. Sea  $X$  la variable aleatoria que representa la cantidad de formatos que presentará el próximo solicitante. Se sabe que la probabilidad de que la próxima solicitud requiera  $x$  formatos es proporcional al valor  $x \in R_X$ ; es decir,  $P(X = x) = kx$ . Dados los siguientes enunciados:

$$k = \frac{1}{10} \quad (i)$$

$$V(X) = 1,56 \text{ formatos}^2 \quad (ii)$$

Se tiene que:

- (a) Ambos enunciados son verdaderos
- (b) Sólo el enunciado (i) es verdadero
- (c) Sólo el enunciado (ii) es verdadero
- (d) Ninguno de los enunciados es verdadero

**Ejercicio 10.** Un robot posiciona diez unidades en un torno para procesamiento. Si cuando se gradúa el torno el robot no tiene la unidad posicionada de manera apropiada, ésta cae y la posición del torno permanece abierta resultando de ese modo un ciclo que produce menos de diez unidades. Un estudio del funcionamiento del robot indica que la cantidad  $X$  de posiciones abiertas es tal que  $P(X = 0) = 0.6$ ,  $P(X = 1) = 0.3$  y  $P(X = 2) = 0.1$ . Si la pérdida, en unidades monetarias, debida a posiciones vacías en el torno está dada por  $Y = 20X^2$ . ¿Cuál de los siguientes enunciados no es cierto?

- (a) Se espera una pérdida de 1.4 unidades monetarias debido a posiciones vacías en el torno.
- (b) La varianza de las pérdidas debido a posiciones vacías en el torno es de aproximadamente 758 unidades monetarias.
- (c) El 40% de las veces el robot causa pérdidas debido a posiciones vacías.
- (d) Más frecuentemente, se tienen pérdidas de hasta aproximadamente 29 unidades monetarias debido a posiciones vacías en el torno.