

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

DIPLOMADO EN PROBABILIDAD E INFERNCE BÁSICA

Segunda evaluación de probabilidad

Ejercicio 1. En las afueras de un pequeño pueblo hay dos bombas gasolineras, una con seis estaciones y la otra con cuatro. Se definen las variables aleatorias:

X : la diferencia entre las cantidades de estaciones en uso en las dos gasolineras a las cuatro de la tarde de cualquier día

Y : La diferencia, en galones, entre las cantidades de gasolina vendidas en una jornada

Se tiene que:

- (a) Tanto X como Y son variables aleatorias continuas
- (b) Sólo X es una variable aleatoria continua
- (c) Sólo Y es una variable aleatoria continua
- (d) Ni X ni Y son variables aleatorias continuas

Ejercicio 2. La variable aleatoria X toma únicamente los valores C y $-C$ con igual probabilidad.
Entonces:

- (a) $E(X) = C$
- (b) $E(X) = -C$
- (c) $E(X) = 0$
- (d) $E(X) = 2C$

Ejercicio 3. La variable aleatoria X toma únicamente los valores C y $-C$ con igual probabilidad.
Entonces:

- (a) $V(X) = 0$
- (b) $V(X) = C$
- (c) $V(X) = C^2$
- (d) $V(X) = 2C$

Ejercicio 4. Para mejorar las calificaciones obtenidas por sus alumnos en un examen, un profesor decide aumentarlas en un punto. La distribución de las nuevas calificaciones

- (a) Tiene mayor valor medio pero igual variabilidad.
- (b) Tiene mayor valor medio y es más variante.
- (c) Tiene menor valor medio pero es más variante.
- (d) Mantiene su valor medio y su nivel de variabilidad.

Ejercicio 5. En una biblioteca universitaria, la función de distribución acumulada del tiempo que dura en préstamo X , medido en días, el ejemplar de un libro determinado es

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

El ejemplar del libro dura más de un día en préstamo aproximadamente:

- (a) La mitad de las veces que es prestado.
- (b) En una de cada cuatro veces que es prestado.
- (c) En seis de cada ocho veces que es prestado.
- (d) En tres de cada ocho veces que es prestado.

Ejercicio 6. La variable aleatoria X tiene función generadora de momentos dada por

$$m_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{t(b-a)}, \quad t \neq 0$$

La desviación estándar de X es

(a) $\frac{(b-a)^2}{12}$

(b) $\frac{b-a}{2}$

(c) $\frac{b+a}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{3}(b-a)}{6}$

Ejercicio 7. El contenido de magnesio en una aleación es una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad está dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & 0 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Si la utilidad que se obtiene de la aleación es igual a $10 + 2X$, entonces la varianza de la utilidad es:

- (a) 4
- (b) 14
- (c) 18
- (d) 8

Ejercicio 8. La variable aleatoria X es tal que $P(X = C) = 1$, donde $C \in \mathbb{R}$. Entonces:

- (a) $E(X) = C$ y $V(X) = C$
- (b) $E(X) = 0$ y $V(X) = C$
- (c) $E(X) = 0$ y $V(X) = 0$
- (d) $E(X) = C$ y $V(X) = 0$

Ejercicio 9. El departamento de planeación de una ciudad requiere que un contratista presente uno, dos, tres, cuatro ó cinco formatos, según la naturaleza del proyecto, para solicitar un permiso de construcción. Sea X la variable aleatoria que representa la cantidad de formatos que presentará el próximo solicitante. Se sabe que la probabilidad de que la próxima solicitud requiera x formatos es proporcional al valor $x \in R_X$; es decir, $P(X = x) = kx$. Dados los siguientes enunciados:

$$k = \frac{1}{10} \quad (i)$$

$$V(X) = 1,56 \text{ formatos}^2 \quad (ii)$$

Se tiene que:

- (a) Ambos enunciados son verdaderos
- (b) Sólo el enunciado (i) es verdadero
- (c) Sólo el enunciado (ii) es verdadero
- (d) Ninguno de los enunciados es verdadero

Ejercicio 10. Un robot posiciona diez unidades en un torno para procesamiento. Si cuando se gradúa el torno el robot no tiene la unidad posicionada de manera apropiada, ésta cae y la posición del torno permanece abierta resultando de ese modo un ciclo que produce menos de diez unidades. Un estudio del funcionamiento del robot indica que la cantidad X de posiciones abiertas es tal que $P(X = 0) = 0.6$, $P(X = 1) = 0.3$ y $P(X = 2) = 0.1$. Si la pérdida, en unidades monetarias, debida a posiciones vacías en el torno está dada por $Y = 20X^2$. ¿Cuál de los siguientes enunciados no es cierto?

- (a) Se espera una pérdida de 1.4 unidades monetarias debido a posiciones vacías en el torno.
- (b) La varianza de las pérdidas debido a posiciones vacías en el torno es de aproximadamente 758 unidades monetarias.
- (c) El 40% de las veces el robot causa pérdidas debido a posiciones vacías.
- (d) Más frecuentemente, se tienen pérdidas de hasta aproximadamente 29 unidades monetarias debido a posiciones vacías en el torno.