

A2 - Analysis

Aufgaben Tipps Lösungen

Im Material sind die Graphen einer Funktion der Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = \sin(x) + k \cdot x$, $k \in \mathbb{R}$, und ihrer Ableitungsfunktion zu sehen.

- 1.1 Gib die erste Ableitung von f_k an. Beschrifte die Graphen im Material jeweils mit der zugehörigen Funktion.

Bestimme k für die im Material abgebildeten Funktionsgraphen.

(4P)

- 1.2 Untersuche unter Einbeziehung der Eigenschaften des Graphen der Ableitungsfunktion, für welche Werte von k die Scharfunktionen f_k Extremstellen haben.

(5P)

- 1.3 Skizziere im Material die Fläche zwischen dem Graphen von f_k und der Geraden mit der Gleichung $y = k \cdot x$ über dem Intervall $[0; 2\pi]$ für den in Aufgabe 1.1 bestimmten Wert von k .

(2P)

- 1.4 Betrachtet werden für jede Scharfunktion f_k die Flächenstücke zwischen dem Graphen von f_k und der Geraden mit der Gleichung $y = k \cdot x$, die jeweils von zwei aufeinanderfolgenden Schnittpunkten begrenzt werden.

Zeige mithilfe geeigneter Rechnungen, dass alle diese Flächenstücke unabhängig von k gleich groß sind.

(5P)

2. Der Temperaturverlauf eines Tages (gemessen in °C) in Abhängigkeit von der Zeit t (gemessen in Stunden) kann modellhaft durch eine Funktion g dargestellt werden, die folgende Form hat:

$$g(t) = a \cdot \sin\left(\frac{1}{12}\pi \cdot (t - b)\right) + c, t \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq 24 \text{ und } a, b, c \in \mathbb{R}$$

An einem bestimmten Tag wird um 4 Uhr morgens die tiefste Tagestemperatur von 16 °C gemessen. Im Laufe des Tages steigt die Temperatur auf einen Maximalwert von 26 °C an.

Bestimme unter Nutzung deiner Kenntnisse über die Eigenschaften der Sinusfunktion zu den gegebenen Daten passende Werte für die Parameter a , b und c .

Beschreibe die Bedeutung der Parameter im Sachzusammenhang.

(8P)

3. An einem bestimmten Tag wird in der Stadt Frankfurt am Main der Temperaturverlauf annähernd durch die Funktion h beschrieben mit

$$h(t) = -6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}t + \frac{\pi}{12}\right) + 10, 4t + 10, 5, t \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq 24$$

(t in Stunden, $h(t)$ in °C auf eine Nachkommastelle genau angegeben).

- 3.1 Untersuche, zu welcher Uhrzeit die minimale und zu welcher Uhrzeit die maximale Temperatur erreicht wird.

Hinweis: Eine Betrachtung der Randwerte ist nicht erforderlich.

(9P)

- 3.2 Liegen nur wenige Temperaturmessungen vor, wird die mittlere Tagestemperatur näherungsweise nach der Formel

$$T_L = \frac{1}{4}(T_0 + T_6 + T_{12} + T_{18})$$

berechnet, wobei T_0 , T_6 , T_{12} und T_{18} die gemessenen Temperaturen zu den sogenannten „synoptischen Stunden“ um 0, 6, 12 und 18 Uhr des Tages bezeichnen.

Berechne mit Hilfe von h und dieser Formel die mittlere Tagestemperatur an diesem Tag.

(3P)

3.3 Mit $\bar{T} = \frac{1}{24} \int_0^{24} h(t) dt$ kann ebenfalls eine sinnvolle mittlere Tagestemperatur berechnet werden. Berechne damit die mittlere Tagestemperatur in Frankfurt an diesem Tag.

Berechne zudem die prozentuale Abweichung der Näherung durch die „synoptische Stunden“-Formel aus Aufgabe 3.2 vom hier berechneten Wert von \bar{T} .

(4P)

Material

Graphen einer Funktion der Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = \sin(x) + k \cdot x$, $k \in \mathbb{R}$ und ihrer Ableitungsfunktion

