

B2 - Analytische Geometrie

Aufgaben Tipps Lösungen

1. Eine Fabrikhalle soll in einen gleichmäßig ansteigenden Hang hinein gebaut werden. Dazu wird aus dem Hang Erde abgetragen. Der entstehende Einschnitt in den Hang wird im Folgenden als Baugrube bezeichnet. Das Gelände vor der Baugrube ist eben und liegt in der $x - y$ -Ebene. Der Übergang von der $x - y$ -Ebene in den Hang wird von der Geraden g beschrieben, die durch die Punkte $A(-10 | 30 | 0)$ und $B(-30 | 90 | 0)$ verläuft (Material). Diese Punkte sind gleichzeitig die beiden vorderen Eckpunkte der rechteckigen Grundfläche der Baugrube. Der Punkt $D(-40 | 20 | 0)$ ist ein weiterer Eckpunkt dieser Grundfläche. Modellhaft kann angenommen werden, dass der Hang in einer Ebene H liegt. In dieser Ebene liegen auch die beiden oberen Eckpunkte E und $F(-45 | 5 | 15)$ der Baugrube. Alle Angaben erfolgen in Metern.

- 1.1 Berechne den fehlenden Eckpunkt C der Grundfläche $ABCD$ der Baugrube. Bestätige durch Rechnung, dass diese Grundfläche bei A einen rechten Winkel besitzt. (4P)

- 1.2 Gib eine Gleichung der Hangebene H in Parameterform an und bestimme eine Koordinatengleichung dieser Ebene. [zur Kontrolle: $H : 9x + 3y + 26z = 0$] (6P)

- 1.3 Von einem festen Messpunkt $P(30 | 20 | 5)$ außerhalb der Baustelle wird der obere Eckpunkt E der Baugrube über den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -21 \\ 15 \\ 2 \end{pmatrix}$ anvisiert. Bestimme die Koordinaten des Punktes E . (4P)

- 1.4 Die Punkte D , C , E und F sind die Eckpunkte der „hinteren Wand“ der Baugrube. Sie liegen in der steil abfallenden Ebene J . Eine Koordinatengleichung dieser Ebene lautet $J : 3x + y + 2z = -100$. Nach Bauvorschrift darf eine solche Ebene gegenüber der Grundfläche höchstens einen Steigungswinkel von 60° besitzen. Untersuche, ob die Ebene J die Vorgabe der Bauvorschrift erfüllt. (3P)

2. Zwei Meter unterhalb des Mittelpunktes der Grundfläche $ABCD$ beginnt die Entwässerungsleitung des gesamten Bauvorhabens. Sie hat ein gleichmäßiges Gefälle von 2%. Die Gerade, die sich durch die Projektion der Entwässerungsleitung in die $x - y$ -Ebene ergibt, hat den Richtungsvektor $\vec{v}_{xy} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- 2.1 Bestimme für den dreidimensionalen Raum die Gleichung der Geraden g_E , die den Verlauf der Entwässerungsleitung beschreibt. [zur Kontrolle: $g_E : \vec{x} = \begin{pmatrix} -35 \\ 55 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -0,1 \end{pmatrix}$] (5P)

- 2.2 Der öffentliche Hauptkanal, an den die Entwässerungsleitung angeschlossen werden soll, lässt sich mithilfe folgender Geradengleichung modellhaft beschreiben:

$$g_H : \vec{x} = \begin{pmatrix} 65 \\ 20 \\ -3,5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -0,01 \end{pmatrix}$$

Da sich die Entwässerungsleitung und der Hauptkanal nicht schneiden, ist ein vertikaler, in Richtung der z -Achse verlaufender Fallschacht einzubauen, der die Entwässerungsleitung mit dem Hauptkanal verbindet. Ermittle die Höhe dieses Fallschachtes.

(4P)

3. Entwickle eine Lösungsstrategie, mit der das Volumen des Erdaushubs für die Baugrube berechnet werden kann. Erläutere die einzelnen Schritte deines Lösungsweges.

Eine Durchführung der entsprechenden Rechnungen ist nicht erforderlich.

(4P)

Material

Hang und Baugrube

