

C1 - Stochastik

Aufgaben Tipps Lösungen

Im Kampf gegen Doping sollten bei den Olympischen Sommerspielen in London mit neuen Verfahren „saubere Spiele“ gewährleistet werden. Es sollten 5.000 Tests durchgeführt werden.

Ein Mediziner äußert Zweifel, da weltweit pro Jahr ca. 300.000 Dopingtests durchgeführt würden, davon nur 0,3 % mit positivem Ergebnis. Dies stehe im Widerspruch zu Studien, bei denen ein wesentlich größerer Anteil der Nachwuchssportler Doping zugaben.

1.

- 1.1 Nehmen Sie an, dass es sich bei den geplanten Dopingtests bei den Olympischen Sommerspielen in London um Bernoulli-Experimente handelt. Geben Sie eine Definition der Zufallsvariablen X und nennen Sie die Bedingungen, unter denen X als binomialverteilt angenommen werden kann.

(3P)

- 1.2 Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden Rechnung im Sachzusammenhang:

$$\sum_{i=10}^{19} \binom{5.000}{i} \cdot 0,003^i \cdot 0,997^{5.000-i} \approx 0,806$$

(3P)

2. Mit neuem Verfahren verspricht ein renommiertes französisches Labor die Quote der Dopingtests mit positivem Ergebnis von 0,3 % auf 1 % zu erhöhen. In einem ersten Test unter 1.000 Teilnehmern der Leichtathletik Jugendweltmeisterschaften wurden 6 Sportlerinnen und Sportler des Dopings überführt. Ein Heidelberger Molekularbiologe hält die Euphorie für verfrüht. Beide Seiten versuchen ihre Sichtweise durch ein Testverfahren zu untermauern.

Französisches Labor		Heidelberger Molekularbiologie	
Nullhypothese:	$p_0 = 0,01$	Nullhypothese:	$p_0 = 0,003$
Gegenhypothese:	$p_1 < 0,01$	Gegenhypothese:	$p_1 > 0,003$
Signifikanzniveau:	$\alpha = 0,04$	Signifikanzniveau:	$\alpha = 0,04$

- 2.1 Bestimmen Sie die jeweiligen Annahmebereiche der Nullhypothese und beurteilen Sie anhand des Testergebnisses das neue Testverfahren.

(8P)

- 2.2 Beschreiben Sie an einem der beiden Testverfahren, was in diesem Sachzusammenhang die Fehler 1. und 2. Art sind, und bestimmen Sie anschließend für beide Testverfahren den Fehler 2. Art. Verwenden Sie für die Berechnung des Fehlers 2. Art die Wahrscheinlichkeit der Nullhypothese des jeweils anderen Labors.

(6P)

3. Ein amerikanischer Dopingexperte machte 2012 eine drastische Aussage in Bezug auf die Olympischen Spiele: „Etwa 60 % aller Athleten sind gedopt.“

Mit Hilfe einer anonymen Umfrage wollen Medizinstudenten herausfinden, wie hoch die Dunkelziffer der gedopten Athleten bei den Olympischen Spielen ist. Dabei soll ein Verfahren verwendet werden, das den Befragten weitgehenden Schutz verspricht.

Der Athlet soll die Frage beantworten:

„Stimmt es, dass Sie im Wettkampf oder im Training Dopingmittel benutzt haben?“

Die Antwort soll er nach folgender Regel geben:

Aus einer Urne mit 4 roten, 2 schwarzen und 3 weißen Kugeln zieht der Athlet zunächst unbeobachtet eine Kugel. Ist sie rot, beantwortet er die Frage mit NEIN, ist sie schwarz, mit JA. Zieht er eine weiße Kugel, so antwortet er wahrheitsgemäß (mit JA oder NEIN).

Von 3.010 getesteten Athleten antworteten 1.093 mit JA.

3.1 Stellen Sie das Testverfahren mit Hilfe eines Baumdiagramms dar und ermitteln Sie daraus den Anteil an gedopten Athleten.

(5P)

3.2 Einige Athleten befürchten, dass sie bei einer Antwort JA eher des Dopings verdächtigt werden könnten als bei NEIN.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Athlet, der mit JA geantwortet hat, wirklich Dopingmittel benutzt hat. Verwenden Sie dabei die in Aufgabe 3.1 ermittelte Wahrscheinlichkeit p .

Falls Sie Aufgabe 3.1 nicht bearbeitet haben, wählen Sie $p = 0,4$.

(5P)

Material 1

$$\text{Binomialsummenfunktion } F_{n,p}(k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad \text{für } n = 1.000$$

$p =$	0,01	0,003
$k =$		
0	0,0000	0,04956
1	0,0005	0,19870
2	0,0027	0,42285
3	0,0101	0,64723
4	0,0287	0,81552
5	0,0661	0,91639
6	0,1289	0,96672
7	0,2189	0,98822
8	0,3317	0,99626
9	0,4573	0,99892
10	0,5830	0,99972
11	0,6974	0,99993
12	0,7925	0,99998
13	0,8656	1,00000
14	0,9176	1,00000
15	0,9521	1,00000
16	0,9736	1,00000
17	0,9862	1,00000
18	0,9931	1,00000
19	0,9967	1,00000
20	0,9985	1,00000
21	0,9993	1,00000
22	0,9997	1,00000
23	0,9999	1,00000
24	1,0000	1,00000

25	1,0000	1,00000
----	--------	---------