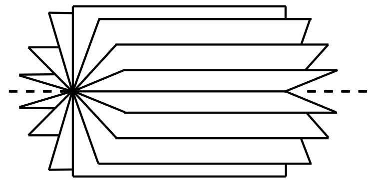
Als Ebenenbüschel bezeichnet man die Menge aller Ebenen, die dieselbe Gerade enthalten.
Die gemeinsame Gerade aller Ebenen des Ebenenbüschels heißt Trägergerade des Ebenenbüschels.



Das Ebenenbüschel E_t ist definiert durch die Gleichung $t \cdot x + 2y + 2z = 3t,\ t \in \mathbb{R}$.

1.1 Berechnen Sie den Parameter t so, dass die Ebene den Punkt $(1 \mid 1 \mid 0)$ enthält. (12BE)
Zeichnen Sie mit Hilfe der Spurpunkte einen Ausschnitt dieser Ebene in ein geeignetes Koordinatensystem.

1.2 Geben Sie zwei Punkte an, die allen Ebenen gemeinsam sind.
Bestimmen Sie die Gleichung der Trägergeraden und zeichnen Sie diese in dasselbe Koordinatensystem.
Beschreiben Sie die besondere Lage der Trägergeraden im Koordinatensystem und geben Sie insbesondere an, welchen Abstand sie zu den Koordinatenebenen hat.

[Zur Kontrolle der Trägergeraden: $\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$.]

2.1 Mit einer Ausnahme enthält das vorliegende Ebenenbüschel zu jeder Ebene auch die zu ihr orthogonale Ebene. (7BE)
Bestimmen Sie die charakteristische Beziehung zwischen den Parametern t und s zweier zueinander senkrechter Ebenen dieses Büschels. Begründen Sie Ihren Ansatz.

2.2 Untersuchen Sie, welche Ebene des Büschels die in Aufgabe 2.1 genannte Ausnahme ist, für die es also keine Orthogonalebene gibt, die sich durch die Gleichung
$t \cdot x + 2y + 2z = 3t$ darstellen lässt.
Geben Sie eine Gleichung der zu dieser Ebene gehörigen Orthogonalebene an, die zwar nicht von der Form $t \cdot x + 2y + 2z = 3t$ ist, aber geometrisch zu dem Ebenenbüschel gehört, d.h. die Trägergerade von E_t enthält.

3.1 Die Ebene $E_0 : y + z = 0$ gehört zum Büschel. (11BE)

Begründen Sie, dass $S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ die zur Ebenenspiegelung an der Ebene E_0 gehörende Matrix ist.
Bestimmen Sie den Bildpunkt des Punktes $(3 \mid 7 \mid -4)$ bei dieser Spiegelung.

3.2 Durch die Matrix $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist eine andere Ebenenspiegelung festgelegt.

Bestimmen Sie die zugehörige Spiegelebene.

3.3 Berechnen Sie die Produkte der beiden Matrizen und deuten Sie das Resultat geometrisch.