

Die Bestimmung optimaler Kauf- und Verkaufspreise von Basiswerten zur Wahrung der täglichen Delta-Neutralität beim Handel von Aktioptionen mit Hilfe verschiedener Machine Learning Methoden

Fabian Gehring, Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

Inhaltsverzeichnis

Management Summary	2
1 Einleitung	2
1.1 Motivation	2
1.2 Forschungsfrage	4
1.3 Daten	6
1.4 Methoden	6
1.5 Disclaimer	6
2 Daten	6
2.1 Bezug und Umfang	6
2.2 Aufbereitung	10
3 Infrastruktur und Tools	15
3.1 Cloud Setup	15
3.2 Verwendete Software	17
4 Analyse	19
4.1 Einfache Optimierungen	20
4.2 Nearest Neighbor Ansätze	23

Management Summary

TODO

1 Einleitung

1.1 Motivation

Aktienoptionen sind derivative Finanzinstrumente, welche dem Inhaber das Recht (nicht aber die Pflicht) geben, die zugrunde liegende Aktie (auch Basiswert oder Underlying) zu einem im Voraus festgelegten Ausübungspreis (auch Strike) zu kaufen oder zu verkaufen. Wie sich der Preis einer Option entwickelt, ist dabei von verschiedenen Faktoren abhängig. Dazu gehören unter anderem der Preis des Basiswertes, dessen Volatilität oder die Restlaufzeit der Option.

Der Zusammenhang zwischen Preis des Underlyings und Preis der Option ist nicht linear, sondern nimmt bei steigendem Preis zu (Kaufoption), resp. ab (Verkaufsoption). Diese nicht-Linearität wird mit Hilfe der Kennzahl Gamma (Γ) beschrieben. Im professionellen Optionenhandel ist es üblich, den linearen Teil der Veränderung (Delta, auch Δ) durch Kauf oder Verkauf des Underlyings abzusichern. Damit lassen sich Strategien verfolgen, welche von der Richtung der Preisbewegung unabhängig sind (Delta-Neutral Trading). Der Nicht-lineare Zusammenhang führt allerdings dazu, dass die Delta-Neutralität mit sich ändernden Preisen wieder verloren geht. Dies sein an einem Beispiel demonstriert.

Sei dafür angenommen, dass es eine Aktie zum Preis von 10 gehandelt wird, welche als Basiswert sowohl für eine Kaufoption (Call) wie auch eine Verkaufsoption (Put) dient. Die Laufzeit betrage 6 Monate, der Strike ebenfalls 10. Mit dem Kauf der Option erwirbt der Besitzer damit das Recht, die Aktie in 6 Monaten zu 10 zu kaufen (im Fall des Calls) oder zu verkaufen (im Falle des Puts). In diesem Beispiel entspricht der Aktienkurs dem Strike. Solche Optionen bezeichnet man als “at-the-money (atm)”. Bei Veränderung des Basispreises werden diese zu “in-the-money (itm)” oder “out-of-the-money (otm)” Optionen.

Den Zusammenhang zwischen Preis der Option und Preis des Underlyings ist in 1 abgebildet. Die gestrichelten Linien bilden die Tangenten am Strikepreis der Optionen. Deren Steigungen (Δ) betragen 1.42 und im Falle des Calls, und -1.37 im Falle des Puts. Dies bedeutet, dass sich der Besitzer der Option sich gegen Preisbewegungen absichern (hedgen) kann, indem zusätzlich zum Besitz der Option diese Anzahl an Aktien verkauft (Call), resp. kauft (Put). Wertänderungen der Option werden dann durch die entgegengesetzte Wertentwicklung in der Aktienposition ausgeglichen. Eine solche Position wird “deltaneutral” genannt. Bei grösseren Preisbewegungen führt die Konvexität des Optionspreises allerdings dazu, dass es trotz Absicherung zu einer Abweichung kommt. Diese Fehler sind in Abbildung 1 mit roten Linien dargestellt. Es mag auf den ersten Blick erstaunen, dass diese Abweichung immer zugunsten des Optionsbesitzers ausfällt (sowohl

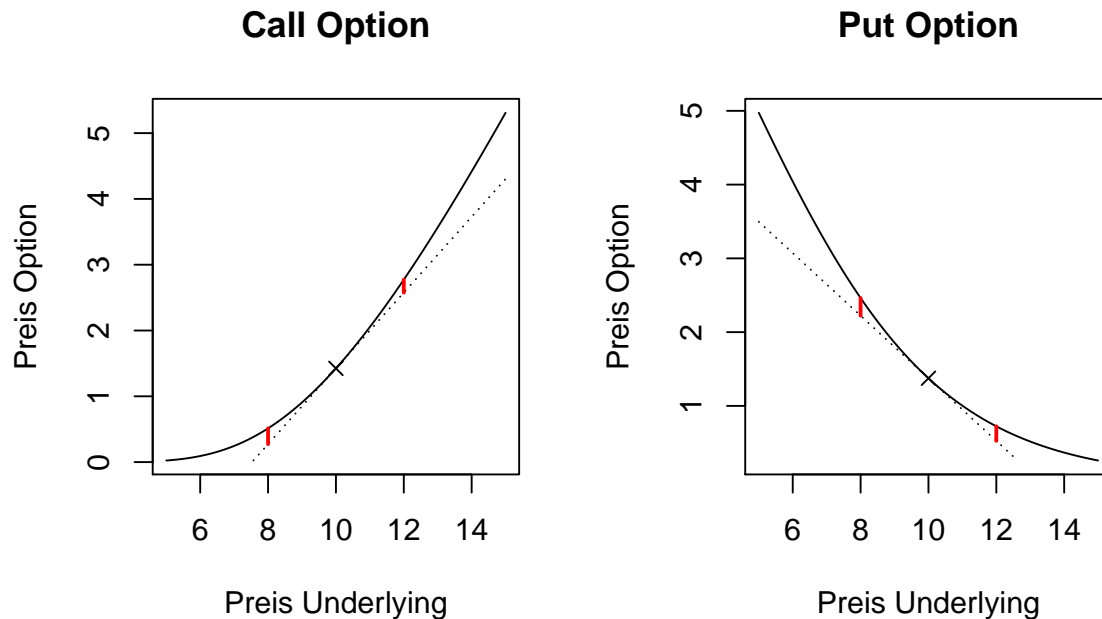


Abbildung 1: Zusammenhang zwischen Preis der Underlyings und Preis der Option.

für Call- als auch Put-Option verlaufen die Tangenten unterhalb des Optionspreises). Dass es sich dabei aber nicht eine Geldmaschine handelt liegt daran, dass die beschriebenen Preisbewegungen erst im Laufe der Zeit erfolgen und die Restlaufzeit der Option kleiner wird (Theta, auch Θ). Mit sinkender Restlaufzeit auch der Wert der Option ab. In effizienten Märkten gleichen sich diese Effekte im Durchschnitt aus.

Wenn die zukünftigen Bewegungen des Preises aber grösser sind, als dies durch den Markt mit dem Wertverlust aufgrund der Zeit einpreist, kann die Verfolgung einer solchen Handelsstrategie allerdings durchaus lukrativ sein. Die Schwierigkeit liegt hier natürlich bei der Auswahl der richtigen Titel. Diese Strategie wird als Gamma-Scalping bezeichnet. Sie verdankt ihren Namen der zweiten Ableitung des Optionspreises nach dem Underlyingpreis - dem Gamma (Γ) - welches die Nichtlinearität der Beziehung beschreibt.

Der Einfluss des Gammas ist aber nicht nur zu Spekulationszwecken interessant. Dessen Bewirtschaftung ist auch für die Steuerung des eingegangenen Risikos von Relevanz. Soll nämlich die Delta-Neutralität nach Preisbewegungen wieder hergestellt werden, müssen laufend neue Titel des Underlyings gekauft oder verkauft werden. Grafisch entspricht dies der Einnahme einer Aktienposition, welche wieder der Steigung der Tangente beim nun vorherrschenden Preis entspricht. Typischerweise ist es so, dass diese Anpassungen abends (zur Reduktion des Risikos über Nacht) oder je nach Entscheidung des Händlers auch untertags erfolgen. Der Händler wird dabei versuchen, den Ausgleich nach möglichst grosser Preisbewegung zu machen, d.h. negatives Delta am Tiefpunkt zu kaufen

resp. positives Delta am Höchstpunkt zu verkaufen. Verpasst er diesen Zeitpunkt und die Preise entwickeln sich wieder Richtung Ausgangspunkt, so entgehen ihm mögliche Gewinne.

1.2 Forschungsfrage

Als Forschungsfrage der vorliegenden Arbeit ergibt sich damit folgende Forschungsfrage:

Kann mit Hilfe datengestützter Methoden eine Strategie gefunden werden, welche einen Händler von Aktienoptionen unterstützt, die idealen (intraday) Preise zum Kauf / Verkauf von aufgelaufenem Delta zu finden?

Als Vergleich bietet sich dabei eine Strategie an, welche keine intraday Anpassungen vornimmt, sondern die aufgelaufene Delta-Position erst am Abend glattstellt. Die Voraussage jeweils eines Verkaufs- und eines Kaufpreises erfolgt dabei am Morgen des Arbeitstages bei Markteröffnung. Bei Tagesende noch vorhandenes Delta (aufgrund nicht erreichter Kaufs- oder Verkaufspreise oder neu aufgelaufenes Delta bis Tagesende) wird zum Tagesschlusskurs ausgeglichen.

Als Vergleichsstrategie dient die Strategie, bei welchem aufgelaufenes Delta erst am Abend zum Börsenschlusskurs ausgeglichen wird.

Mathematisch lässt sich beide Strategien mit Hilfe einer Payoff-Funkt ausdrücken.

Für die einfachere Referenzstrategie, welche die Delta-Neutralität erst bei Tagesende wieder herstellt, lautet diese wie folgt:

$$Payoff = \frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{close_{t-1}} \times \ln \left(\frac{close_t}{close_{t-1}} \right)^2 \quad (1)$$

Für die Notation werden log>Returns verwendet. Diskrete Returns sind aber genauso möglich. Als $close_i$ wird der Tagesendkurs am Tag i bezeichnet. Unter $\$ \Gamma_i$ verstehen wir dabei das Gamma Cash (auch Dollar Cash). Die Herleitung des Payoffs ergibt sich aufgrund folgender Überlegungen:(vgl. SP-Finance, 2020)

Bezeichne dazu S_0 den Preis des Underlying und P_0 den Preis der Option zu Beginn und S_1 sowie P_1 die jeweiligen Preise nach einer Preisbewegung des Underlyings um d_S . Δ_0 und Γ_0 bezeichnen die erste und zweite Ableitung des Optionspreises zum Ausgangszeitpunkt. Ferner sei als Delta Cash ($\$ \Delta = \Delta \times S$) der Wert des Hedge Portfolio bezeichnet und Gamma Cash ($\$ \Gamma = \Gamma \times S^2/100$) bezeichne die Veränderung des $\$ \Delta$ bei einer 1-prozentigen Veränderung des Underlying-Preises. Dies lässt sich wie folgt herleiten: Verändert sich der Underlying-Preis um 1% $S \Rightarrow S + S/100$, verändert sich auch das Delta $\Delta \Rightarrow \Delta + \Gamma \times S/100$. Das neue Delta Cash verändert sich damit in der Höhe von Gamma Cash $\$ \Delta \Rightarrow \$ \Delta + \Gamma \times S^2/100$.

Mit Hilfe dieser Nomenklatur lässt sich der Gewinn einer zu Beginn delta-gehedgten Position herleiten:

1. Veränderung des Underlying Preises $S_1 = S_0 + dS$
2. Veränderung des Delta $\Delta_1 = \Delta_0 + \Gamma_0 \times dS$
3. Durchschnittliches Delta $\Delta_{Avg} = (\Delta_0 + \Delta_1)/2 = \Delta_0 + \Gamma_0 \times dS/2$
4. Neuer Optionspreis $P_1 = P_0 + \Delta_{Avg} \times dS = P_0 + \Delta_0 \times dS + \Gamma_0 \times dS^2/2$
5. Gewinn als Summe der Veränderungen des Optionspreis und des Hedge-Portfolios:
 $\Delta_0 \times dS + \Gamma_0 \times dS^2/2 - \Delta_0 \times dS = \Gamma_0 \times dS^2/2$
6. Etwas umgeformt lässt sich der Gewinn schreiben als: $\Gamma_0 \times dS^2/2 = \Gamma_0 \times S^2/100 \times dS^2/S^2 \times 100 = \$\Gamma \times (dS/S)^2 \times 100$

Auch im Falle der etwas komplexeren Strategie mit der Möglichkeit von Käufen und Verkäufen innerhalb des Tages lässt sich diese Struktur wiederfinden:

$$Payoff = \frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{close_{t-1}} \times \ln \left(\frac{first}{close_{t-1}} \right)^2 \times I_{first} \times (1 - I_{second}) + \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{first} \times \ln \left(\frac{close_t}{first} \right)^2 \times I_{first} \times (1 - I_{second}) + \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{close_{t-1}} \times \ln \left(\frac{second}{close_{t-1}} \right)^2 \times I_{second} \times (1 - I_{first}) + \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{second} \times \ln \left(\frac{close_t}{second} \right)^2 \times I_{second} \times (1 - I_{first}) + \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{close_{t-1}} \times \ln \left(\frac{first}{close_{t-1}} \right)^2 \times I_{second} \times I_{first} + \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{first} \times \ln \left(\frac{second}{first} \right)^2 \times I_{first} \times I_{second} + \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{second} \times \ln \left(\frac{close_t}{second} \right)^2 \times I_{second} \times I_{first} + \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \times 100 \times \$\Gamma_{close_{t-1}} \times \ln \left(\frac{close_t}{close_{t-1}} \right)^2 \times (1 - I_{first}) \times (1 - I_{second}) \quad (9)$$

wobei,

$$\$ \Gamma_i = \Gamma \times S_i^2/100 \quad (10)$$

Zu beachten gilt es insbesondere, dass der Payoff quadratisch auf Preisbewegungen reagiert. Dies führt dazu, dass es von Relevanz ist, ob zuerst der Kaufs- (untere Grenze) oder der Verkaufsschwelle erreicht wird. Die Ausführung zum jeweiligen Schwellenwert wird durch die Indikatorvariablen I_{first} und I_{second} modelliert. Damit es zu einer Ausführung kommt müssen dabei folgende beiden Kriterien kumulativ erfüllt sein:

- a) Der Schwellenwert wird erreicht.

- b) Die vorangegangene Transaktion hat bei einem höheren Preis für Aktion an unterer Schwelle, resp. tieferen Preis für eine Aktion an der oberen Schwelle stattgefunden.

1

1.3 Daten

Als Datengrundlage stehen historische Open-, Low-, High- und Close- (adjustiert wie unadjustiert) Aktienpreise zur Verfügung. Diese sind öffentlich und können von Yahoo Finance bezogen werden. Zu Testzwecken wurden 9.5 Mio. historische Datenpunkte für die grössten rund 1600 Unternehmen weltweit angezogen. Die Datenqualität scheint auf den ersten Blick gut. Gewisse Datenbereinigungsschritte sind nötig.

Die Verwendung bankinterner Daten ist aktuell nicht geplant. Dies hat den grossen Vorteil, dass die Daten auch problemlos auf Cloud-Infrastruktur (bsp. unabdingbar im Falle des Einsatzes von Neuronalen Netzen / Deep Learning Techniken) prozessiert werden kann.

1.4 Methoden

Es werden verschiedene Methoden versucht und gegeneinander verglichen. Diese sind:

1.5 Disclaimer

Etliche Untersuchungen haben sich bereits damit beschäftigt, kursrelevante Informationen vorauszusagen. Viele der dabei gefundenen Erkenntnisse sind nicht oder nur unter speziellen Voraussetzungen anwendbar. Es sei deshalb an dieser Stelle erwähnt, dass sich dem sowohl der Autor als auch dessen Auftraggeber bewusst ist. Auch wenn diese ausbleiben bietet diese Arbeit sowohl für den Autoren wie auch dessen Arbeitgeber die Chance, verschiedene moderne Analysetechniken/ -methoden an Finanzdaten anzuwenden, welche auch für andere Projekte wertvoll sein können.

2 Daten

2.1 Bezug und Umfang

2.1.1 Aktienuniversum

Für die vorliegende Analyse werden die Aktienpreise grosser Unternehmen weltweit herangezogen. Konkret werden alle Aktienkomponenten des “iShares MSCI World UCITS

¹Dies hat dann Relevanz, wenn der Eröffnungspreis eine prognostizierte Schwelle überspringen kann. Effektiv sollte die obere, resp. untere Grenze in solchen Fällen allerdings auf den Eröffnungskurs gesetzt werden.

ETF” (vgl. Blackrock, 2020) per 28. Februar 2020 ² verwendet. Dieser Exchange Traded Fund (ETF) besteht zu diesem Zeitpunkt aus 1639 Aktien, welche sich automatisiert auslesen lassen. Ferner stellt die Webseite des ETF Emittenten weitere Attribute zur Verfügung. Diese lauten am Beispiel Nestlé wie folgt:

Tabelle 1: Attribute der Nestlé Aktie per 28. Februar 2020

Attribut	Wert
Ticker	NESN
Name	NESTLE SA
Asset Class	Equity
Weight (%)	0.74265
Price	104.76
Shares	361433
Market Value	37862437
Notional Value	37862437
Sector	Consumer Staples
ISIN	CH0038863350
Exchange	Six Swiss Exchange Ag
Location	Switzerland
Market Currency	CHF

Neben eindeutigen Identifiern wie “Ticker” und “ISIN” enthält der Datensatz auch Informationen zur “Asset Class” der Komponente. Für die vorliegende Analyse von Aktien ist hierbei lediglich die Ausprägung “Equity” zulässig. Die Kennzahlen “Weight”, “Market Value” und “Notional Value” geben Auskunft über die Grösse der betrachteten Unternehmung und eignen sich auch zum Vergleich ebendieser. Zu beachten gilt, dass im Falle von Aktien der “Notional Value” dem “Market Value” entspricht und sich dieser bis auf rundungsbedingte Differenzen auch aus der Anzahl ausgegebener Titel mal Tagesendkurs (“Shares” x “Price”) ermitteln lässt.

Als weitere Unterscheidungsmerkmale sind der Hauptbörsenplatz “Exchange” (27 unterschiedliche Ausprägungen), der Sitz “Location” (23 Ausprägungen) sowie die Währung “Market Currency” (14 Ausprägungen) aufgeführt. Alle drei Attribute bilden stark verwandte Informationen ab. Geschlüsselt auf Kontinente ergeben sich für den Börsensitz folgende Anteile:

- Nordamerika: 44%
- Europa: 28%
- Asien: 23%
- Australien: 5%

²Das Startdatum dieser Arbeit.

Als letztes Attribut enthält der Datensatz Angaben zum “Sector” in welchem die jeweilige Unternehmung tätig ist. Bis auf die Kategorien “Energy” und “Other” ist jeder der 12 aufgeführten Sektoren mit mindestens 5 Anteil vorhanden. Die beiden Sektoren mit dem höchsten Anteil sind “Industrials” und “Financials”.

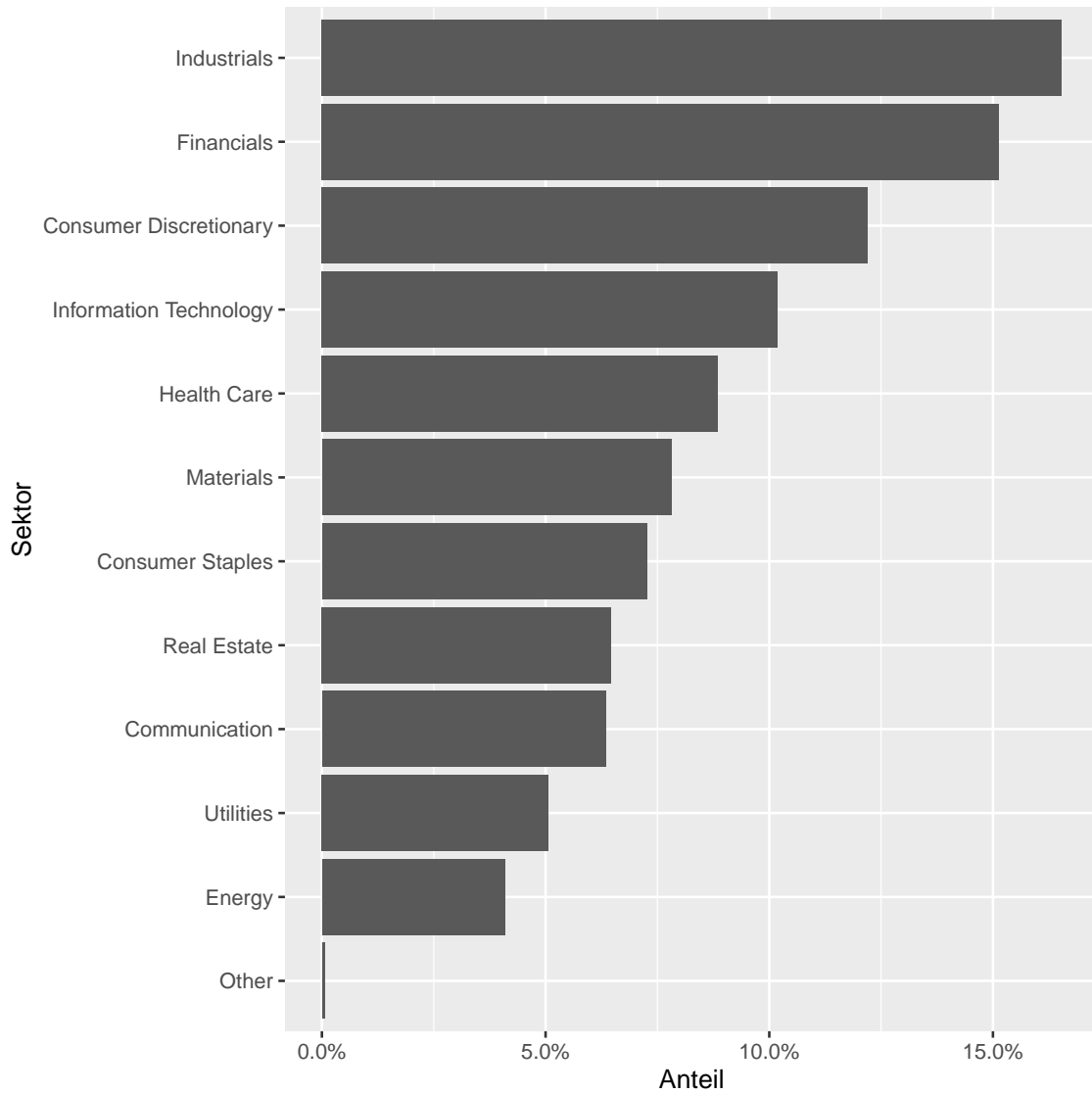


Abbildung 2: Anzahl im Datensatz vorhandene Titel je Sektor

2.1.2 Preisinformationen

Für alle Titel werden in einem zweiten Schritt die historischen Aktienkurse inkl. Höchst- und Tiefstkurs bezogen. Diese Daten stehen via Yahoo Finance auf täglicher Basis zur freien Nutzung zur Verfügung (vgl. Yahoo, 2020). Zu beachten gilt es hierbei, dass die Yahoo Ticker für ausserhalb der USA gehandelte Titel einen Suffix je Börsenplatz verwenden. Für die Analyse kommen so 9'212'052 tägliche Datenwerte für 1'636 Titel zusammen. Für 3 Aktien können keine Werte gefunden werden. Tabelle 2 zeigt einen Beispieleintrag für die Aktie von Nestlé per 14. Februar 2019.

Tabelle 2: Kursinformationen der Nestlé Aktie per 12. April 2019

Attribut	Wert
Ticker	NESN.SW
Date	2019-04-12
Open	96.22
Low	95.11
High	96.6
Close	95.53
Adjusted	93.08
Volume	6991647

Die Werte “Open”, “Low”, “High” und “Close” zeigen Eröffnungs-, Tiefst-, Höchst- und Schlusskurs des Titels. Mit “Volume” werden die Anzahl gehandelter Titel am jeweiligen Tag angegeben. Unter “Adjusted” ist der um Dividendenausschüttungen korrigierte Schlusskurs aufgeführt.³

Die Werte in Tabelle 2 sind insofern speziell, als dass sie den letzten Tag vor dem Ex-Dividend Datum von Nestlé für 2019 betreffen. Das heisst, es sind die Kurse des letzten Tages, bevor die Aktie ohne die für das Jahr 2019 ausgeschüttete Dividende gehandelt wurde. Die Dividende betrug in jenem Jahr CHF 2.45 (vgl. Nestle, 2020). Diese Differenz widerspiegelt sich in den Daten als Differenz des Close- und Adjusted-Preises. Da alle Werte (auch Open, Low, High und Close) am Folgetag ohne den Anspruch auf diese Dividende gehandelt werden, fallen diese typischerweise tiefer aus. Um eine Vergleichbarkeit der Renditen über die Zeit zu gewährleisten ist daher eine Anpassung der Werte mit Hilfe des Adjustment-Faktors nötig. Dieser ergibt sich als Quotient von Adjusted und Close Preis und wird auf allen Einträgen angewendet.

Weiter erwähnenswert ist, dass Yahoo den Adjusted Kurs des jeweils aktuellsten Tages - ausser eben am Tag vor Ex-Dividend - mit auf aktuellen Kurs festlegt. Im Lauf der Zeit und mit neuen Ausschüttungen verändert sich damit auch die Historie der Adjusted Werte. Dies lässt sich zeigen, wenn der Beispieleintrag von Nestlé per 12. April 2019

³Allfällige Aktiensplits sind in allen Werten bereits berücksichtigt.

nach der nächsten Dividendenausschüttung (27. April 2020) noch einmal abgerufen wird (vgl. Nestle, 2020). Während alle Preise ausser “Adjusted” identisch ausgewiesen sind, hat sich dieser neu auf 90.72 verändert (vgl. Yahoo, 2020). Mit der nächsten Dividenden-ausschüttung (voraussichtlich im April 2021) wird sich dieser Wert dann wieder ändern. Mit Hilfe der Adjustierung ist aber gewährleistet, dass die Werte vergleichbar bleiben.

2.2 Aufbereitung

2.2.1 Bereinigung

Mit Yahoo Finance wird ein erfahrener und häufig verwendeter Datenanbieter gewählt. Der Blick auf einige Quantilskennzahlen der Rohdaten in Tabelle @ref(tab:summary_before_clean) zeigt aber, dass dennoch einige Datenprobleme ausgemacht werden können.

##	Open	Low	High	Close
## Min. :	0	Min. : 0	Min. : 0	Min. : 0
## 1st Qu.:	12	1st Qu.: 12	1st Qu.: 12	1st Qu.: 12
## Median :	36	Median : 35	Median : 36	Median : 36
## Mean :	1564	Mean : 1548	Mean : 1589	Mean : 1564
## 3rd Qu.:	157	3rd Qu.: 155	3rd Qu.: 158	3rd Qu.: 157
## Max. :	3750000	Max. : 3600000	Max. : 9046660	Max. : 3656250
## NA's :	135267	NA's : 135267	NA's : 135267	NA's : 135267
## Adjusted				
## Min. :	-1.181e+20			
## 1st Qu.:	7.000e+00			
## Median :	2.600e+01			
## Mean :	7.285e+17			
## 3rd Qu.:	1.220e+02			
## Max. :	5.487e+22			
## NA's :	135267			

Die Behebung dieser Mängel und die damit einhergehende Bereinigung erfolgt in verschiedenen Schritten. Allen gemeinsam ist, dass die Bereinigung keinen Ausschluss der Daten zur Folge hat, sondern betroffene Werte als “Nicht verfügbar, (NA)” klassifiziert werden. Diese Unterscheidung ist insbesondere bei rollierender Betrachtung eines Zeitfensters der Vergangenheit von Bedeutung.

1. Entfernen von fehlerhaften Adjustierungsdaten

Eine Eigenschaft von Aktienpreisen ist es, dass sie nicht negativ sein können. Der Datensatz weist aber vereinzelt negative Adjusted Werte aus. Dies lässt sich auch durch die Dividendenbereinigung nicht erklären. Bei diesen Einträgen scheinen daher Datenfehler vorzuliegen. Erschwerend kommt hinzu, dass sich Fehler bei

der Adjustierung nicht auf den jeweiligen Eintrag beschränken müssen. Aufgrund der Funktionsweise der Adjustierung (vgl. 2.1.2) ist ein Vererben des Fehlers auf andere Einträge des jeweiligen Titels wahrscheinlich. Bei genauerer Betrachtung der Adjusted Werte fällt ferner auf, dass auch einige sehr sehr kleine (im Bereich -10^{-6}), wenn auch positive Werte gefunden werden können. Aus diesen Gründen werden alle Ticker, welche in ihrer Historie einen Adjusted Preis von weniger als 0.001 aufweisen, ausgeschlossen.

2. Entfernen von Einträgen mit unerwarteter Reihenfolge

Die Werte für Open, Low, High und Close implizieren eine klare Reihenfolge. Keine anderer der Werte darf höher als das High oder kleiner als das Low sein. Ist dies der Fall, werden die entsprechenden Werte von der Analyse ausgeschlossen.

3. Erkennen und Ausschluss von Tippfehlern

Einzelne Einträge lassen sich als Tippfehler identifizieren. Der Titel "AV.L" weist per 09. August 2019 beispielsweise einen Low-Wert von 3.87 aus, währenddem alle anderen Werte des gleichen Tages wie auch der benachbarten Tage bei ca. 380 liegen. Es liegt auf der Hand, dass dieser Wert um einen Faktor 100 falsch erfasst wurde. Solchen Fehlern wird begegnet, indem alle paarweisen Verhältnisse von Open, Low, High und Close Preis kleiner als 8 sein müssen. Andernfalls erfolgt ein Ausschluss der als Tipfehler identifizierten Kennzahl.

4. Fehlende Preisbewegungen innerhalb des Tages

Der Aktienkurs eines grösseren Unternehmens bewegt sich typischerweise auch an ruhigen Börsentagen immer ein wenig. Die vorhandenen Preise liegen mit der Genauigkeit mehrerer Nachkommastellen vor. Unterscheiden sich hierbei Tagesstiefst- und Tageshöchstpreis nicht, muss von einem Datenfehler ausgegangen werden. Einträge ohne Preisbewegung innerhalb des Tages werden daher von der Analyse ausgeschlossen.

5. Fehlende Kursbewegungen über nacheinanderfolgende Börsentage

Ähnlich wie bei den Preisbewegungen innerhalb des Tages verhält es sich auch bei Bewegungen über sich folgende Börsentage hinweg. Es ist zu erwarten, dass sich mindestens einer der fünf betrachteten Preise vom Vortag unterscheidet. Ist dies nicht der Fall, wird der Eintrag ausgeschlossen.

6. Aussergewöhnlich hohe Preisbewegungen

Es liegt in der Natur der Sache, dass sich Aktienkurse verändern. Grosse Kurs-sprünge sind bei Aktien sehr grosser Unternehmen wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden aber selten. Die Chance, dass das Verhältnis zwischen adjustiertem Preis des Vortages und adjustiertem Preis des aktuellen Tages (und vice versa) um mehr als einen Faktor 2 unterscheidet erachten wir als kleiner, als dass es sich dabei um einen Datenfehler handelt. Entsprechende Einträge werden deshalb entfernt.

7. Ausschluss von Extremwerten

Die der vorliegenden Analyse zugrundeliegende Payoff-Funktion ist abhängig von den Preisbewegungen einer Aktie innerhalb des Tages (vgl. 1.2). Speziell dabei ist,

dass die Höhe der Bewegung nicht nur linear, sondern gar quadratisch Niederschlag findet. Dies führt dazu, dass die Analyse sehr sensitiv auf einzelne extreme Ausreisser reagiert. Hinzu kommt, dass es Ziel der Arbeit ist, Aussagen über Kursbewegungen innerhalb eines typischen Börsentages machen zu können. Eine Prognose von Werten an aussergewöhnlichen Tagen liegt ausserhalb des Geltungsbereiches der Analyse. Aus diesem Grund werden nach obigen Breinigungen für jede der fünf Preiskennzahlen die jeweils 1% extremsten Werte nach oben wie auch unten ausgeschlossen. Der Ausschluss erfolgt aufgrund der unterschiedlichen Preislevels der Aktien auf einer täglich auf den Eröffnungspreis indexierten Wert.

8. Verfügbarkeit durchgängiger Historie

Zur Prognose des zukünftigen Preisverlaufs könnte der direkt vorangegangene Verlauf von Bedeutung sein. Ein durchgehend verfügbarer Preisverlauf ist im Datensatz allerdings nicht gewährleistet. Es werden daher alle Datensätze ausgeschlossen, für welche keine durchgängige Historie der vorangegangenen 10 Börsentage verfügbar ist. Zu beachten gilt es hierbei, dass nicht alle nachfolgenden Analyseansätze den ganzen Umfang dieser Historie tatsächlich auch verwenden. Um die Vergleichbarkeit der Analyseansätze zu gewährleisten, gilt dieser Ausschluss allerdings generell.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass der rohe Datensatz aus 9'212'052 Einträgen besteht. Davon weisen 135'267 Zeilen vor Bereinigung einen fehlenden Wert auf. Nach Bereinigung erhöht sich dieser Wert auf 3'639'965. Für die Analyse bleiben somit 5'572'087 verwendbare Einträge.

2.2.2 Normalisierung

Ein weiteres Problem, das sich beim Vergleich von Preisen verschiedener Aktien ergibt, ist deren unterschiedliches Preisniveau. Während eine Aktie bei USD 30 handelt, bewegt sich eine andere auf einem Niveau von USD 1000. Eine Vergleichbarkeit lässt sich dadurch herstellen, indem nicht absolute Preise, sondern relative Returns in der Analyse verwendet werden. Tatsächlich ist dies in der Payoff-Funktion (vgl. Gleichung (9)) bereits grösstenteils sichergestellt. Das absolute Preisniveau fliesst allerdings auch in die Berechnung des Gamma Cash (vgl. Gleichung (eq:gamma_cash)) mit ein. Um auch hier eine Vergleichbarkeit der Werte sicherzustellen, wird bei allen nachfolgenden Analysen der Preis auf ein Niveau von 100 per adjustiertem Vortagesendkurs (dies entspricht dem letzten Neutralisierungszeitpunkt des Deltas) standardisiert.

Sind all diese Schritte durchgeführt, lässt sich der Payoff berechnen. Da der Payoff - wie bereits erwähnt - quadratisch auf Preisveränderungen reagiert liegt, lohnt sich an dieser Stelle eine Untersuchung der Daten auf (zu) einflussreiche Beobachtungen. Ist der gesamte Payoff über alle Datensätze hinweg durch wenige Einträge dominiert könnten nachfolgende Analysen verfälscht werden. In diesem Fall besteht die Gefahr, dass insbesondere lernende Algorithmen insbesondere diese einzelnen Beobachtungen optimiert. Weniger einflussreiche aber häufiger realisierte Beobachtungen gingen darin unter. Dies

ist insbesondere unter dem Gesichtspunkt von Relevanz, als dass vorliegende Analysen auf eine Prognose “normaler” Marktsituationen abzielt.

Zur Veranschaulichung einflussreicher Beobachtungen zeigt Abbildung 3 die Lorenzkurve des Payoffs über alle für in der Analyse berücksichtigten Datensätze. Hierfür werden die Payoffs der einzelnen Einträge in aufsteigender Weise sortiert. Deren kumulativer Anteil (Y-Achse) wird dem kumulativen Anteil der Datenpunkte (X-Achse) gegenübergestellt. Bei genau gleichverteiltem Beitrag jedes einzelnen Eintrages zum Payoff würde eine Gerade mit Steigung 45° resultieren. Je stärker der einfluss einzelner Beobachtungen, desto stärker konvex die Kurve.

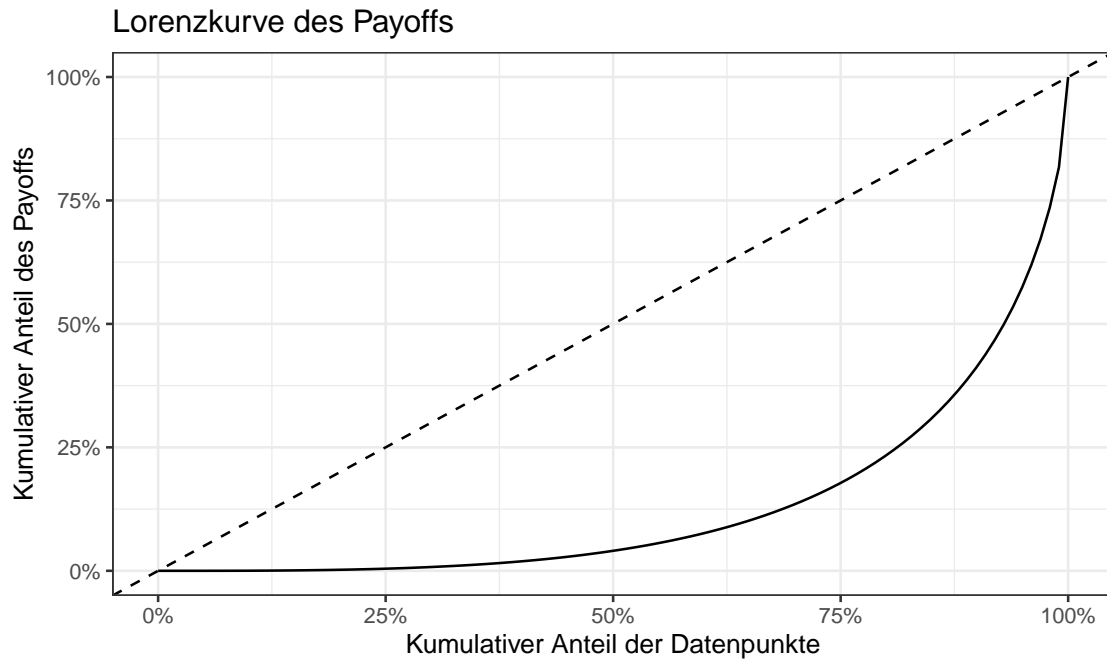


Abbildung 3: Lorenzkurve des Payoffs

Im vorliegenden Fall weist die Lorenzkurve eine deutliche Konvexität auf. Zumal im Datensatz sowohl unterschiedliche Titel als auch ein langer Zeithorizont mit volatileren als auch ruhigeren Marktsituationen repräsentiert ist, überrascht dieses Ergebnis nicht. Eine gewisse Vielfalt der Daten ist im Hinblick auf die Vorhersage von unterschiedlichen Kaufs- und Verkaufspreisen gar erwünscht. Sollen nachfolgende Algorithmen ja gerade versuchen, die unterschiedlichen Preisschwankungen zu prognostizieren. Andererseits zeigt die Darstellung auch, dass kein extremer Einfluss einzelner Einträge auszumachen ist. In diesen Fällen wäre die Kurve quasi auf dem unteren und rechten Rand der Grafik zu liegen gekommen. Es lässt sich damit der Schluss ziehen, dass die Bereinigung der Daten den erfolgreich war. Die bereinigten Daten zeigen sowohl die gewünschte Variabilität ohne dass dabei wenige Extremwerte das Ergebnis verfälschen würden.

2.2.3 Adjustierung unterschiedlicher Volatilitäten

Vorliegende Analyse basiert auf einer Vielzahl ganz unterschiedlicher Aktien. Es ist bekannt, dass die Preise unterschiedlicher Aktien in gleichen Marktsituationen mit unterschiedlich starken Ausschlägen reagieren. Beispielsweise reagieren Unternehmen, welche im Luxusgüterbereich (Bsp. Richemont, Swatch) tätig sind stärker auf gute oder schlechte Marktinformationen als Anbieter im Bereich der Grundversorgung (Bsp. Nestle). Man spricht in diesem Zusammenhang auch von zyklischen und defensiven Werten.

Die Adjustierungen der Preisbewegungen auf eine vergleichbare Ausschlagshöhe / Volatilität könnte den nachfolgenden Algorithmen helfen, grundsätzlich ähnliche Verhaltensmuster unterschiedlicher Aktientypen zu erkennen. Diese Adjustierung bietet selbst auch verschiedenste Freiheitsgrade. Einige davon sind:

- Welcher Volatilitätsschätzer soll verwendet werden?
- Über welche Zeitdauer soll die Volatilität geschätzt werden?
- Soll ein gleichgewichteter Schätzer verwendet werden, oder ein gewichteter?
- etc.

Wir entscheiden uns für einen Volatilitätsindikator von Yang and Zhang (2000). Dieser ist in der Lage, nicht nur Close-to-Close Preise, sondern alle im Datensatz vorhandenen Preise - namentlich Open, High, Low und Close - zu berücksichtigen. Es handelt sich dabei um eine modifizierte Version des Garman und Klass Schätzers, der auch mit Opening Sprüngen umzugehen weiss.

Für die Zeitdauer wählen wir 10 Tage. Dies ist einerseits ein gebräuchliches Standardfenster, zudem erfolgte auch die Datenaufbereitung (vgl. 2.2.1) auf der Bedingung, dass für jeden im Datensatz verbliebenen Eintrag dieses Fenster ohne Unterbruch vorhanden sein muss. Auf eine Gewichtung des Schätzers wird aus Gründen der Einfachheit verzichtet.

Bezeichne $vol_{i,10}$ die beschriebene 10-Tages Volatilität jeden Eintrages, so erfolgt die Adjustierung aller Preisdaten mittels folgender Formel:

$$P_{i,vol10} = (P_i - 100) / \sqrt{vol10_i} + 100$$

Für ein zweites adjustiertes Datenset wählen wir ein längerfristiges Volatilitätsmass. Die offensichtlichste Variante, dazu das Berechnungsfenster von 10 auf 250 oder mehr Tage zu erhöhen greift allerdings zu kurz, zumal im Datensatz sowohl bereinigte wie auch bereits von Beginn weg fehlende Werte vorkommen. Eine Möglichkeit bestünde darin, diese mittels Interpolationsverfahren zu füllen. Wir entscheiden uns aber dafür, als langfristiges Volatilitätsmass den Medianwert aller annualisierten 10-Tages Volatilitäten des jeweiligen Ticker j zu wählen.

$$P_{i,vol} = (P_i - 100) / \text{median}(\sqrt{vol10_i, j}) + 100$$

Nachfolgende Analysen werden teilweise mit und teilweise ohne diese Volatilitätsadjustierung durchgeführt und miteinander verglichen. Wo nicht anders vermerkt erfolgt die Analyse ohne Adjustierung.

3 Infrastruktur und Tools

3.1 Cloud Setup

Gewisse der in dieser Arbeit gemachte Analysen sind sehr rechen- und Speicherintensiv. Sie stellen damit erhöhte Anforderungen an die zur Berechnung eingesetzte Infrastruktur. Für die vorliegenden Analysen stellte sich folgender Setup mit 3 unterschiedlichen virtuellen Maschinentypen (VMs) als geeignet heraus:

- Datenaufbreitung: Eine Maschine mit 4 Cores und mindestens 32 GB Memory zum Prototyping und die Datenaufbereitung
- Multi-CPU: Eine Maschine mit mindestens 16 CPUs zur Berechnung parallelisierbarer Aufgaben (z.B. KNN) auf grösseren Datensätzen
- GPU: Eine Maschine mit mindestens 16 GB RAM, 4 CPUs und eine für kleinere Machine Learning Probleme geeigneten GPU (bsp. NVIDIA Tesla K80 oder NVIDIA Tesla M60).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden deshalb 3 der bekanntesten Cloud-Anbieter ausprobiert. Aus Sicht des Autors unterscheiden sich diese in ihrer Handhabung stärker als dies ursprünglich vermutet hätte werden können. Der Aufbau eines geeigneten Infrastruktursetups stellte sich trotz auf den ersten Blick vorgefertigter Varianten als zeitintensiv heraus. Aus Sicht des Autors lohnt sich der Einsatz dieser Zeit allerdings bereits zu Beginn des Projektes. Die eingesetzte Zeit lässt sich später durch Zeiteinsparnisse aufgrund geeigneter Infrastruktur später wieder aufholen. Hinzu kommt, dass eine einmal gefundene und funktionierende Einstellung auch für spätere Projekte wieder eingesetzt werden kann.

Aus diesem Grund seien die gemachten Erkenntnisse an dieser Stelle festgehalten. Allen beschriebenen Lösungen gemein ist, dass sie ein für Studenten freies Start-Kontingent anbieten. Die Ausführungen beziehen sich auf diese. Ebenfalls allen Anbietern gemein ist, dass sich virtuelle Computer mit wenigen Klicks und dem gewünschten Betriebssystem erstellen lassen. Alle 3 getesteten Dienste bieten ferner neben normalen Instanzen auch sogenannte “Spot” Instanzen an. Diese unterscheiden sich von normalen VMs insofern, als dass es sich dabei um Einmalinstanzen handeln, welche nicht beendet und wieder hochgefahren werden können. Einmal beendet erlöschen Spot-Instanzen. Bei grosser Nachfrage nach Rechenkapazität können Spot Instanzen vom Anbieter zudem ohne Vorwarnung heruntergefahren werden. Sie eignen sich daher nur für nicht Unterbrechungsanfällige Prozesse. Im Gegensatz sind sie deutlich günstiger als reguläre Instanzen.

3.1.1 Microsoft Azure

Die Cloud-Computing Dienste von Microsoft nennen sich Azure. Die Plattform bietet verschiedene vordefinierter Maschinentypen, welche sich im Wesentlichen in der Anzahl CPU, RAM und persistentem Speicher unterscheiden. Einige Maschinen bieten zudem Zugriff auf eine oder mehrere GPU.

Beim Test zeigte sich hingegen, dass Account für Bildungseinrichtungen oft keine Maschinen verfügbar waren. Die Verfügbarkeit unterscheidet sich zudem je nach Tageszeit. Während am frühen Morgen Mitteleuropäischer Zeit manchmal Maschinen verfügbar waren, war dies weder am Nachmittag noch am Abend der Fall. Die grösste Maschine, welche beim Test über mehrere Tage hinweg erstellt werden konnte war eine NC6 Instanz mit 6 CPUs 56 GB Memory und einer NVIDIA Tesla K80 GPU. Insbesondere für CPU-lastige Analysen stellte sich dieser Setup als zu wenig gut heraus.

Wie bei den anderen Anbietern auch unterscheidet sich die Verfügbarkeit der VMs je nach Region. Bei Azure kommt allerdings erschwerend hinzu, dass alle Regionen einzeln durchprobiert werden müssen. Spot Instanzen stehen zudem nur für gewisse Maschinentypen zur Verfügung. Auch für die oben erwähnte Instanz stand beim Test die Spot-Option nicht zur Verfügung.

Spot Instanzen lassen sich vor allem dann gut nutzen, wenn Systemabbilder einfach erstellt und davon später wieder neue Instanzen erzeugt werden können. Azure unterscheidet sich hierbei von seinen Konkurrenten, als dass dies nicht einfach auf Knopfdruck erfolgt. Viel mehr muss manuell eine “Generalisierung” der Instanz vorgenommen werden (Vgl. <https://docs.microsoft.com/en-us/azure/virtual-machines/windows/capture-image-resource>).

Die Beurteilung der Qualität der Dokumentation ist subjektiv. Aus Sicht des Autors ist diejenige von Azure weniger ausführlich und selbsterklärend als diejenige der anderen getesteten Kandidaten.

3.1.2 Google Cloud

Die Cloud-Computing Dienste von Google nennen sich “Google Cloud”. Neu registrierende Kunden profitieren im Vergleich mit den anderen Anbietern vom höchsten kostenlosen Startguthaben (Azure mit Studenten Account: \$100, AWS (\$30) mit Github Starter Package (\$70): \$100, Google Cloud: \$300).

Die Management Oberfläche wirkt im Vergleich zu den Konkurrenten besser aufgeräumt. Die Dokumentation ist gut. Als einzige der getesteten Anbieter konnten die VMs zudem völlig individuell gestaltet werden (Anzahl CPU, Memory, Anzahl und Art GPU).

Als Nachteil entpuppte sich im Test allerdings das komplexe Limitensystem. Fast alle Komponenten unterliegen verschiedenen Limiten. Um eine GPU hinzufügen zu können müssen die beispielsweise gleichzeitig die Limiten für “GPU global”, “GPU der gewählten Region” und “GPU des jeweiligen Typs” (Bsp. NVIDIA Tesla K80) erfüllt sein.

Während die Standardeinstellungen Instanzen von bis zu 24 CPUs erlauben, sind noch mehr Einheiten nicht möglich. Die Standardeinstellung für GPUs beträgt gar 0. Eine Erhöhung der Quote kann im Management Portal beantragt werden. Im Test zeigte sich jedoch, dass sowohl Anträge zu Erhöhung der CPU wie auch GPU Limiten innerhalb weniger Minuten mit dem Verweis auf fehlende Zahlungshistorie automatisch abgelehnt wurden. Die Erstellung einer Instanz mit GPU Support gelang so auch über mehrere Tage hinweg nicht. Schriftliche Kontaktaufnahmen mit Bitte und Begründung der GPU Limite auf 1 wurden wiederholt mit Standard-Antworten abgelehnt. Auch nach telefonischer Kontaktaufnahme mit dem Support gelang es nicht, die Quote zu erhöhen. Das Problem stiess beim Mitarbeitenden von Google zwar auf Verständnis, er selbst konnte die Quote allerdings ebenfalls nicht erhöhen.

3.1.3 Amazon Web Services (AWS)

Das Cloud Computing Angebot von Amazon nennt sich “Elastic Compute Cloud” (Amazon EC2). Als einziger der getesteten Anbieter fällt dieser Anbieter nicht durch nicht verfügbare Maschinentypen oder unzureichenden Limiten auf. Ferner können auch die meisten Maschinen (im Test bis 40 CPU) als Spot Instanzen ausgeführt werden. Da die Imageerstellung zudem sehr einfach auf Knopfdruck erfolgt, können diese sehr kostengünstig verwendet und wiederhergestellt werden. AWS fällt zudem durch eine sehr gute ausführliche Dokumentation auf. So ist beispielsweise die Erstellung eines von der Instanz unabhängigen persistenten Speichers (in AWS-Lingo: EBS) sowie der Prozess zum Mounten ebendieses Schritt-für-Schritt erklärt (<https://docs.aws.amazon.com/AWSEC2/latest/UserGuide/ebs-using-volumes.html>). Damit kann auch bei der Verwendung von Spot Instanzen dauerhaft gespeichert werden. Ferner sind auch die Preise im Vergleich zur Konkurrenz sehr transparent und wettbewerbsfähig.

Da auch nach längeren Versuchen nur mit AWS der oben beschriebene Ziel-Infrastruktur einer Basis, Multi-CPU und einer einfachen GPU-Instanz erstellt werden konnte, wurde für die vorliegende Arbeit dieser Anbieter als Cloud Computing Lösung verwendet.

3.2 Verwendete Software

Für die Analysen der vorliegenden Arbeit hat sich der Einsatz von R als auch Python bewährt. Es zeigte sich, dass beide Tools / Sprachen ihre Stärken in verschiedenen Bereichen haben. Grundsätzlich lässt sich dies so zusammenfassen, dass Datenaufbereitende Schritte in R durchgeführt wurden. Für das Training der neuronalen Netze stellten sich die entsprechenden Bibliotheken von Python als geeigneter heraus.

3.2.1 R / RStudio Server

Die Datenaufbereitung und -bereinigung wie die Analysen ohne neuronale Netze wurden in der Sprache R und der Entwicklungsumgebung RStudio Server durchgeführt.

Ersteres kann auf eine sehr breite Community mit entsprechend gut dokumentierten Beispielen in diversen Foren zurückgreifen. Ferner hat sich in den letzten Jahren unter dem Namen “tidyverse” eine Sammlung gut unterhaltener und dokumentierter Packages zum defacto-Standard etabliert. Dieses wird von Mitarbeitern der Firma RStudio unterhalten und steht wie für R üblich Open Source zur freien Benützung zur Verfügung. Gleiche Firma ist es auch, welche unter dem Namen RStudio Server eine hostbare Entwicklungsumgebung (IDE) anbietet. Diese wird in einer frei verfügbaren und einer kostenpflichtigen Variante angeboten. Für die Arbeit wurde die freie Version verwendet und es kam nie der Bedarf zum Upgrade auf die kostenpflichtige Version auf. Verschiedene Builds der gängigsten Linux Distributionen stehen auf der Unternehmenswebseite zur Verfügung (Vgl. <https://rstudio.com/products/rstudio/download-server/>). Der Zugriff auf die IDE erfolgt über den Browser. Das Look and Feel unterscheidet sich nicht von einer ebenfalls frei verfügbaren lokalen Installation. Auf diese Weise lässt sich Code direkt auf den erstellten Cloud Instanzen entwickeln, ohne auf den Komfort von Entwicklungsumgebungen unterstützen zu müssen.

Schwächen bei der Verwendung von R zeigt sich in der inherenten Single-Threadigkeit des Tools. Die Multithreadigkeit kann mit Hilfe zusätzlicher Packages (z.B. parallel, pbapply) erreicht werden und ist insbesondere beim Einsatz auf der oben beschriebenen Multi-CPU Instanz von Relevanz. Zwar stehen mit Keras und Tensorflow auch entsprechende Packages für Deep Learning Ansätze zur Verfügung. Deren Verwendung im Zusammenspiel mit RStudio Server stellte sich im vorliegenden Anwendungsfall allerdings als sehr instabil heraus, was sich in mehrerer Abstürzen der Entwicklungsumgebung manifestierte. Da diese Packages selber lediglich Wrapper auf die gleichnamigen Python Libraries darstellen, stellte sich deren Verwendung direkt in Python als die bevorzugte Variante heraus.

Zum Austausch zwischen den beiden Sprachen stellte sich dabei der Weg über zwischengespeicherte “Feather” Files als am geeignetsten heraus. Es handelt sich dabei um ein Format, das beide Sprachen auch für grössere Datenmengen sehr performant laden und speichern können. Tatsächlich kann in R / RStudio mit Hilfe des Packages “reticulate” auch Python Code direkt ausgeführt werden, resp. Objekte beider Sprachen automatisch ausgetauscht werden. Auf diesen Austausch wurde aus Einfachheitsüberlegungen allerdings verzichtet.

Gewöhnungsbedürftig ist hingegen die matrix- und vektorbasierte programmierweise in R. Zwar sind gleiche Manipulation auch mit klassischer “loop-Ansätzen” möglich. Diese gehen allerdings mit erheblicher Performanceeinbussen speziell bei Datengrößen wie sie diese Arbeit verwenden einher. Performancekritische Funktionen können aber mit Hilfe des Packages “Rcpp” in C++ geschrieben und einfach mit R verknüpft werden. Dies wurde im Laufe der Arbeit für wenige kritische Funktionen verwendet. Insbesondere bei stark parallelisierbaren Aufgaben, nicht zuletzt auch, um grössere Datenmengen Memory-effizient ausführen zu können.

3.2.2 Python / (Ana)conda

Für Python stand keine auf dem Server ausführbare Entwicklungsumgebung zur Verfügung. Da sich der Einsatz von Python im Rahmen des Projektes auf das Training neuronaler Netze beschränkte, reichte das Ausführen einer Jupyter Notebook Servern gut aus. Auf das Notebook lässt sich bei diesem Setup wiederum einfach via Webbrowser zugreifen.

Ebenfalls als wertvoll zeigte sich die Verwendung von kapselbaren conda Environments. Diese erlauben projektspezifische Library Installationen sowohl für Python wie auch R-Bibliotheken. Es zeigt sich, dass das erwähnte Problem der Instabilität von Keras und Tensorflow bei direkter Verwendung der Python Libraries nicht auftauchte. Erwähnenswert ist hier aber, dass für die Verwendung der GPU Version auf dem System sowohl passende Grafiktreiber sowie die zur Tensorflow Version passende Version von CUDA installiert sein muss. Erwähnenswert ist dies insbesondere daher, da es auch bei aktuellster Tensorflow Bibliothek nicht die aktuellste CUDA Version sein durfte. Über die zu verwendenden Versionen gibt die Tensorflow Website Auskunft (<https://www.tensorflow.org/install/gpu>).

4 Analyse

Für die Analyse der Daten mit dem Ziel einen Kaufs- sowie einen Verkaufskurs zu prognostizieren, bei dem der Delta-Hedge nachgezogen werden soll, werden nachfolgend verschiedene Techniken eingesetzt. Diese sind:

- Einfache Optimierungen
- Nearest Neighbors (KNN)
- Neuronale Netzwerke

Allen Analysen gemein ist, dass jeweils gefundene Strategien mit der Referenzstrategie verglichen wird, welche keine innertägliche Anpassung des Deltas vorsieht. Eine weitere Gemeinsamkeit liegt darin, dass die verwendeten Daten keine Aussage über den Verlauf des Preises innerhalb des Tages zulassen. Insbesondere kann nicht ermittelt werden, ob zuerst eine obere oder eine untere Preisgrenze überschritten wurde. Da diese Reihenfolge aber wie in Kapitel 1.2 ausgeführt von Relevanz ist, wird für alle Analysen ein Ansatz verwendet, bei welchem zufällig bestimmt wird, ob am jeweiligen Tag zuerst eine Abwärts- oder eine Aufwärtsbewegung stattgefunden hat. [^Alternative denkbare Vorgehensweisen sind: Immer zuerst Aufwärtsbewegung, immer zuerst Abwärtsbewegung, immer die bezügl. Payoff schlechtere Reihenfolge oder immer die bezügl. Payoff bessere Variante] Auch ein mehrmaliges Erreichen der Kaufs- und Verkaufsschwelle ist innerhalb des Tages bei sehr fluktuierenden Preisen in Realität denkbar. Es wären bezüglich Optimierung des Payoffs sogar sehr wünschenswerte Ereignisse. Auf die Berücksichtigung solcher Fälle wird in der Analyse allerdings verzichtet. Das Bewusstsein über deren Existenz ist aber bei der Interpretation der Ergebnisse dennoch inneressant, da die Payoffs

der gefundenen Strategien diebezüglich als untere Grenzen des Payoffs betrachtet werden können.

Eine weitere Gemeinsamkeit aller Analysen ist, dass der bereinigte Datensatz in ein Trainings- (80%) und ein Testdatensatz (20%) aufgeteilt wird. Diese Aufteilung erfolgt zufällig und wird für alle Analysen zwecks Vergleichbarkeit der Ergebnisse beibehalten.

4.1 Einfache Optimierungen

4.1.1 Ohne Berücksichtigung der Marktvolatilität

Eine erste Möglichkeit, optimale Kaufs- und Verkaufspreise zu finden besteht darin, diese im Testdatensatz mittels einfacher Optimierung zu ermitteln. In einer ersten sehr einfachen Evaluation sollen Kaufs- und Verkaufsmarken als prozentuale Abweichungen vom aktuellen Preis festgelegt werden. Als Startgrösse bietet sich hierbei der “Open” Kurs des jeweiligen Tages an. Die resultierenden Payoffs bei einer solchen Festlegung lassen sich dann ins Verhältnis zum Referenzpayoff mit Glättstellung der Deltaposition bei Tagesende stellen. Ein Payoff-Verhältnis über 1 kennzeichnet damit eine Strategie, welche der Referenzstrategie überlegen ist. Verhältnisse unter 1 kennzeichnen unterlegene Strategien.

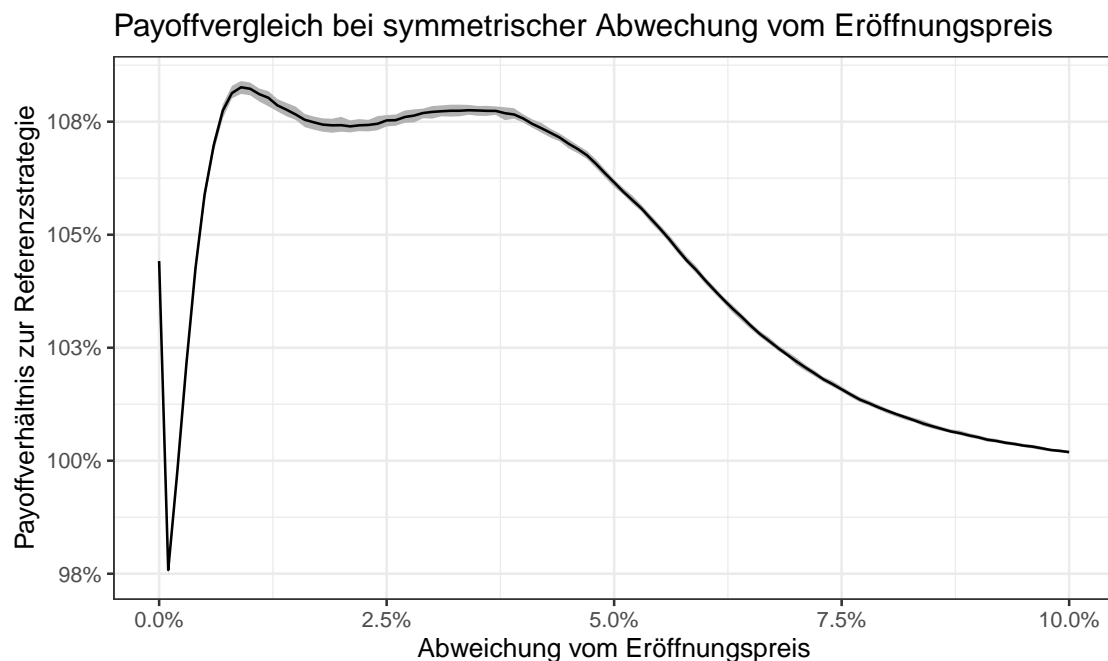


Abbildung 4: Payoffvergleich bei symmetrischer Abweichung vom Eröffnungspreis (ohne Berücksichtigung Marktvolatilität)

Abbildung 4 veranschaulicht dieses Verhältnis bei variierender symmetrischer Abweichung vom Startpreis. Lesebeispiel: Werden die Kaufs- und Verkaufspreise zum Handel untertags 2.5% unter resp. über dem Eröffnungskurs des jeweiligen Tages gesetzt, so resultiert ein Gewinn, welcher rund 8% über demjenigen der Referenz bei alleinigem Ausgleich am Abend liegt.

Bei genauerer Betrachtung weist die Kurve einige interessante Eigenschaften auf: Der höchste Payoff wird bei einer symmetrischen Auslenkung des Preises um 0.9% erreicht. Der Payoffüberschuss beträgt an diesem Punkt rund 8.3%. Gleichzeitig zeigt sich, dass ein mehr oder weniger konstanter Payoff-Überschuss von rund 8% im ganzen Auslenkungsbereich von 0.7 bis rund 4% erreicht werden kann. Während im Bereich tieferer Auslenkungen viele kleinere Gewinne realisiert werden, sind es beim setzen breiterer Schranken nur noch wenige, dafür grössere. Die Kurve zeigt, dass sich diese beiden Effekte im genannten Bereich in etwa die Waage halten. Dieses Ergebnis ist für einen Optionshändler insofern interessant, als dass die genaue Preisbestimmung gar nicht von so grosser Relevanz sein könnte. Wichtig dabei zu erwähnen ist auch, dass während der Datenbereinigung tendenziell eher grosse Auslenkungen aus dem Datensatz entfernt wurden (2.2.1). Werden vermehrt auch extreme Marktbewegungen zugelassen, verschiebt sich die optimale Auslenkung der Preisschranken nach oben. In Kombination mit der Erkenntnis, dass auch bei stärkerer Bereinigung gute Payoffs bis 4% Auslenkung vom Eröffnungspreis erreicht werden, könnte dies auch eine Motivation sein, die Preise eher breiter zu setzen.

Eine weitere Besonderheit der Kurve zeigt sich mit dem Abwärtsknick bei einer Auslenkung bei sehr kleinen Auslenkungen. Erklären lässt sich dieser Knick dadurch, dass bei allen Kursverläufen, bei denen der Eröffnungskurs gleichzeitig dem Höchst-, resp. Tiefstkurs des jeweiligen Tages entspricht mindestens eine Marke nicht mehr erreicht werden kann. Bereits beim setzen etwas grösserer Schranken wird dieser Effekt allerdings wieder mehr als ausgeglichen.

Auffällig ist auch die Tatsache, dass bei einer Auslenkung von 0 (und damit einem Wiederherstellen der Delta-Neutralität gleich zum Eröffnungskurs) eine deutlich bessere Performance als die Referenzstrategie aufweist. Dies lässt sich damit erklären, als dass die Werte im Datensatz offenbar eine Tendenz des "Overshootings" der Eröffnungspreise zeigen. Das beobachtete Bild lässt vermuten, dass sich die Preise im Laufe des Tages in der Tendenz wieder eher Richtung Schlusskurs des Vortages entwickeln. Ein Ausgleich der aufgebauten Delta-Position "über Nacht" gleich zu Beginn des Handelstages scheint daher ebenfalls besser Ergebnisse zu liefern als die Referenzstrategie.

Schliesslich stellt sich auch die Frage, inwiefern die gefundenen Ergebnisse als statistisch signifikant bezeichnet werden können. Zur Beurteilung dieser Frage wurden mittels Bootstrappingverfahren ein 95%-Konfidenzband der Kurve ermittelt. Dieses ist als grau schraffierte Fläche am Rand der Kurve ersichtlich. Es zeigt sich, dass dieses Band relativ schmal ausfällt. Auch dies kann als direkte Konsequenz der ausführlichen Datenbereinigung gesehen werden. Diese führt dazu, dass auch über verschiedene Bootstrap-Samples hinweg die Payoffs stabil und wenig beeinflusst durch einzelne Beobachtungen ausfallen.

Als zweites Mass zur Beurteilung der Aussagekraft der gefundenen Ergebnisse lassen sich zudem auch die Werte des Testdatensatzes heranziehen. In diesem beträgt der Payoff-überschuss im Vergleich zur Referenzstrategie bei 0.9% Auslenkung ebenfalls rund 8.3% und auch bei einer Auslenkung von 4% kommt der Überschuss bei 7.7 zu liegen. Beide Werte zeigen hohe Ähnlichkeit mit dem Trainingsdatensatz und unterstreichen damit auf Signifikanz der Ergebnisse.

4.1.2 Mit Berücksichtigung der Marktvolatilität

Die bisherige Analyse untersucht die Auslenkung der Kaufs- und Verkaufspreise um den gleichen prozentualen Wert für alle Einträge im Datensatz. Die Form der Kurve in Abbildung 4 insbesondere deren Bimodalität deutet darauf hin, dass es sich dabei um eine Überlagerung mehrerer Kurven handeln könnte. Gelingte es, diese zu separieren und einzelnen Gruppen von Kursverkäufen im Datensatz zuzuweisen, könnten individuellere Preisschranken gewählt werden. Mit Hilfe dieser könnte der Payoff im Idealfall weiter gesteigert werden.

Als Klassifizierung sei dazu die Volatilität der vergangenen 10 Handelstage herangezogen. Die Vermutung liegt nahe, dass eine volatile Marktsituation in der kurzfristigen Vergangenheit auch am nächsten Tag fortgesetzt werden könnte (bsp. Zeiten mit vielen marktrelevanten Informationen wie Finanzkrise, Corona-Krise, Dividend-Season etc.). Umgekehrt könnten eher ruhig verlaufende Börsentage in den vergangenen Tagen auf eine ruhige Situation auch am aktuellen Tag hinweisen (bsp. Ruhigere Zeiten während Sommerferien, etc).

Um anfänglich zwei Gruppen zu unterscheiden, werden alle Einträge des Datensatzes in 2 Gruppen aufgeteilt. Einträge, welche eine aktuelle 10-Tages-Volatilität über demjenigen des Median aufweisen, werden in eine Gruppe hoher hoher Volatilität, die anderen Einträge einer Gruppe tiefer Volatilität zugeordnet. Zu beachten gilt es hierbei, dass der Medianwert dabei einerseits nur innerhalb des jeweiligen Tickers betrachtet wird und für dessen Berechnung auch nur vergangene Werte mit einbezogen werden.

Für beide Gruppen lassen sich danach im Trainingsset die bereits bekannten Payoffvergleiche zum Referenzszenario durchführen und graphisch darstellen (vgl. Abbildung 5).

Die Grafiken zeigen das erwartete Bild. Für die Gruppe tiefere vergangener Volatilität wird der maximale Payoff bei einer Auslenkung von 0.6% erreicht. Bei der Gruppe höherer Volatilität bei 3.7%. Angewendet auf das Testset resultiert mit dieser Strategie ein Payoffüberschuss von rund 9.6% noch einmal deutlich höher als im ungruppierten Fall.

Insbesondere bei der Gruppe der höheren Volatilitäten weist die Kurve aber weiterhin eine bimodale Form auf. Es scheint als ob mit der gemachten Gruppierung zwar ein Teil der Varianz des aktuellen Tages erklärt werden konnte, weitere Teile davon aber unerklärt bleiben. Eine Möglichkeit bestünde nun darin, die Anzahl Gruppierungen weiter

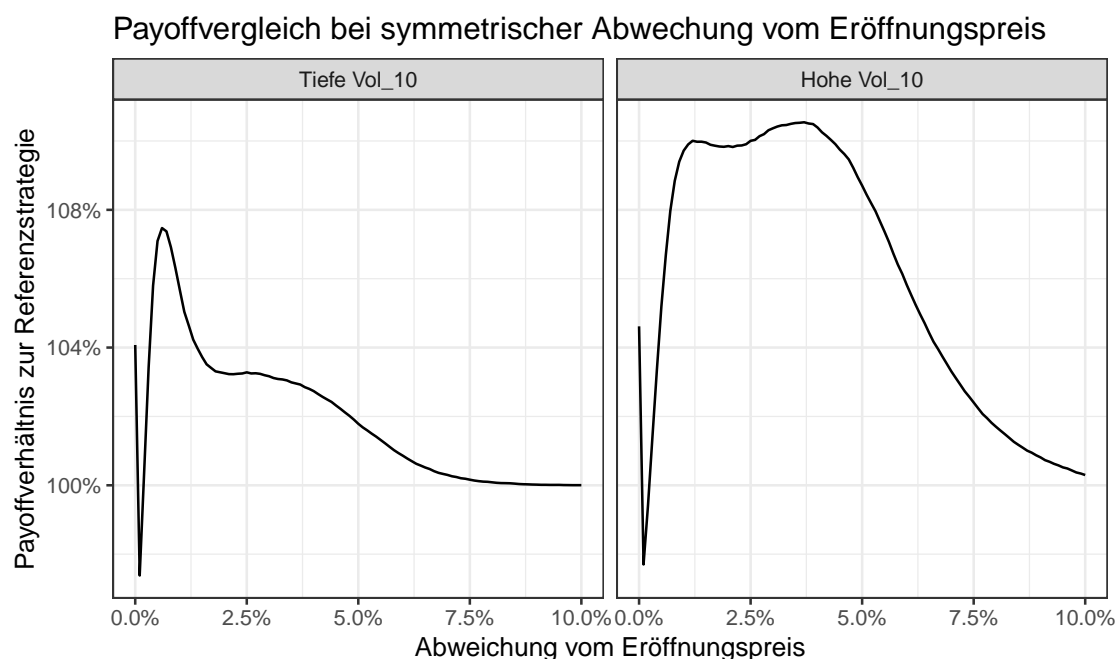


Abbildung 5: Payoffvergleich bei symmetrischer Abweichung vom Eröffnungspreis (mit Berücksichtigung Marktvolatilität)

zu erhöhen, indem beispielsweise nicht nur der Median, sondern die Quartile, Dezile, Percentile etc. als Klassifikatoren gewählt werden. Darauf sei an dieser Stelle verzichtet und zu andern Ansätzen des maschinellen Lernens übergegangen.

4.2 Nearest Neighbor Ansätze

Die ökonomische Theorie scheint keinen offensichtlichen Grund zu liefern, weshalb die Volatilität des aktuellen Tages in genau 2 (oder x) Gruppen eingeteilt werden sollte. Auf der andern Seite haben bisherige Analysen gezeigt, dass die aktuelle Volatilität ein erklärender Faktor für die aktuelle Volatilität sein kann. Im vorliegenden Kapitel soll dieser Gedanke weiter verfolgt und ausgebaut werden.

4.2.1 Distanzmasse

Die Idee des Ansatzes dieses Kapitels besteht darin, nicht lediglich x vordefinierte Gruppen für symmetrische Abweichungen zu finden, viel mehr soll versucht werden, ähnliche Kursverläufe wie den aktuellen in der Vergangenheit zu finden und individuell darauf zu reagieren. Die zugrundliegende Hypothese dieses Vorgehens ist dabei, dass bei ausreichender Historie in der Vergangenheit ähnliche Muster erkannt werden können und

daraus Rückschlüsse auf die Zukunft (genauer: die Kursentwicklung des aktuellen Tages) gezogen werden können.

Da es sehr unwahrscheinlich ist, die genau gleichen Kursverläufe in der Histore wiederzufinden, muss ein Ähnlichkeitsmass, resp. ein Distanzmass definiert werden, um die Nähe der Kursverläufe zu bestimmen. Um diese zu berechnen formulieren wir für jeden Eintrag i den bisherigen Kursverlauf als Vektor $hist$ in der Form.

$$hist_{i,t} = (Open_{i,t}, High_{i,t}, Low_{j,t+1}, Close_{i,t+1}, Open_{i,t+1}, \dots, Close_{i,1}, Open_{i,0})$$

Der zweite Index gibt dabei an, wieviele Tage der Vergangenheit hierbei mit einbezogen werden. Ein Index von 0 bezieht sich auf den zu prognostizierenden, aktuellen Tag. Um die Ähnlichkeit zweier Einträge i und j zu berechnen, bieten sich 2 Distanzmasse an:

- 1) Die Manhattan Distanz (auch L1-Norm)

$$\|hist_{i,t} - hist_{j,t}\|_1 = |Open_{i,t} - Open_{j,t}| + |High_{i,t} - High_{j,t}| + \dots + |Open_{j,0} - Open_{j,0}|$$

- 2) Die Euklidische Distanz (auch L2-Norm)

$$\|hist_{i,t} - hist_{j,t}\|_2 = \sqrt{(Open_{i,t} - Open_{j,t})^2 + (High_{i,t} - High_{j,t})^2 + \dots + (Open_{j,0} - Open_{j,0})^2}$$

Beide Masse sollen nachfolgend verwendet und verglichen werden.

4.2.2 Setup und Berechnungsdauer

Mithilfe obiger Distanzmasse lassen sich für jeden Kursverlauf, die k ähnlichsten anderen Kursverläufe im Datensatz ermitteln. Dazu seien zuerst aber einige Überlegungen zur Berechnungskomplexität des Problems gemacht: Der vorliegende bereinigte Datensatz weist 5'572'087 tägliche Kursverläufe auf. Soll jeder Kursverlauf mit jedem andern verglichen werden, so ergeben sich bei einem Brute-Force Ansatz $5'572'087^2$ Distanzberechnungen. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass das Problem symmetrisch ist und jeder Kursverlauf nicht mit sich selbst verglichen werden muss halbiert sich die Komplexität zwar um mehr als die Hälfte, bleibt aber so gross, dass es zum Zeitpunkt des Schreibens dieser Arbeit nicht innerhalb weniger Sekunden oder Minuten auf einem handelsüblichen Heim-Computer berechnet werden kann.

Die für die Nearest Neighbors Suche eingesetzten Bibliotheken greifen daher typischerweise auf sophistiziertere Vorgehensweisen zurück. Eine davon sieht die Verwendung von Multidimensionalen Suchbäumen (Search Trees, auch Kd-Trees). Diese gehen auf eine Idee von Bentley (1975) zurück. Diese basiert darauf, dass jede Dimension in 2 Teile aufgeteilt wird (z.B. beim Median). Dadurch wird der Raum in viele kleinere Sub-Räume aufgeteilt. Der Algorithmus macht sich dabei zu Nutze, dass er nicht den ganzen Raum absuchen muss, sondern beginnend im eigenen Sub-Raum hin zu den benachbarten

Räumen, bis dass die geforderte Anzahl nächster Nachbarn gefunden ist. Allerdings ist dabei sowohl der Aufbau des Baumes wie auch die Suche im Baum mit Berechnungszeit verbunden. Zeit lässt sich dabei einsparen, wenn das Problem auf eine approximative Suche unter der Inkaufnahme eines Fehlers reduziert wird einsparen.

Die Anzahl der Dimensionen beeinflusst dabei die Berechnungszeit erheblich. Im vorliegenden Fall liegt diese bei der Berücksichtigung einer Historie von 10 Tagen à 4 Werten bei 41, wenn zusätzlich auch der (bekannte) Eröffnungspreis des aktuellen Tages mit einbezogen wird. Tests ergaben, dass die dafür benötigte Rechenzeit nicht praktikabel war. Die zu verwendende Zeitperiode wurde daher auf 3 Tage beschränkt. Dies resultiert in einer deutlichen Reduktion der Suchdimensionen auf 13.

Der vorliegende Fall unterscheidet sich von andern Nearest Neighbor Problemen dadurch, als dass für jeden Eintrag lediglich Kursverläufe der Vergangenheit betrachtet werden sollten. Im Hinblick auf die Suchstruktur bedeutet dies, dass der KD-Tree nicht nur einmalig aufgebaut und danach für alle Verläufe auf Nachbarn durchsucht werden kann. Viel mehr muss der KD-Tree für jedes Datum mit allen Kursverläufen vor diesem Datum neu aufgebaut werden. [Natürlich sind auch Mischlösungen denkbar, bei denen nur alle x Daten der Tree neu aufgebaut wird und dafür mehr Nachbarn ermittelt werden, die im Nachgang um nicht vorher realisierte Verläufe gefiltert würden. Dies hat aber das Problem, dass a) mehr Nachbarn ermittelt werden müssen und b) nicht 100% sichergestellt ist, dass die Anzahl "Reservenaachbarn" ausreichen.] Dieser spezielle Setup kommt einer Brute-Force Methode ihrerseits wieder entgegen, da aufgrund des Datums-Filter nicht stets alle Einträge durchsucht werden müssten.

Beiden Ansätzen gemein ist hingegen, dass sie sich sehr gut parallelisieren lassen und Bibliotheken zur Verfügung stehen, welche diese Methoden effizient implementieren. Wir entscheiden uns im vorliegenden Fall für eine KD-Tree Implementation ohne Approximation. Auf einem Rechner mit 40 Cores (20 physisch, 20 Hyperthreading Cores) dauert die Berechnung von 50 Nachbarn bei ca. 2 Stunden im Falle des euklidischen Distanzmasses und ca. 3 Stunden im Falle der Manhattan Distanz. Dieser Hohe Anspruch eines KNN-Vorgehens an die Rechenleistung sollte bei der späteren Abwägung verschiedener Algorithmen mit berücksichtigt werden. Erwähnenswert scheint hingegen auch, dass eine allfälligen Anwendung der Methode später nur wenige Titel (resp. nur diejenigen des aktuellen Tages) berechnet werden müssten. Dies ist auch unter der Verwendung einer KNN-Methode in wenigen Sekunden möglich.

4.2.3 Bestimmung Kaufs- und Verkaufspreise

```
## Warning in ans * length(l) + if1: Länge des längeren Objektes
##           ist kein Vielfaches der Länge des kürzeren Objektes
```

Sind die Nachbarn eines Eintrages ermittelt lässt sich eine Prognose für den weiteren Kursverlauf des aktuellen Eintrages ableiten. Dazu wird aus den bekannten Kursverläufen der Nachbarn für den kommenden Börsentag mittels geeigneter Metrik ein Prognose-

wert abgeleitet. Abbildung @ref(fig:example_nearest_neighbor_outlook) illustriert dieses Vorgehen anhand eines Beispiels. Die Grafiken zeigen die Kursverläufe des aktuellen Eintrages (rot) sowie diejenigen der nächsten 5 Nachbarn für den aktuellen zu prognostizierenden Tag (t) sowie die 3 jeweils vorangegangenen Handelstage ($t-1, \dots, t-3$). Zur Bestimmung der Nähe werden dabei nur die Tage in der Vergangenheit sowie der Open-Preis des aktuellen Tages verwendet. Die gestrichelte rote Linie zeigt den auf Basis der Nachbarn prognostizierten Wert.

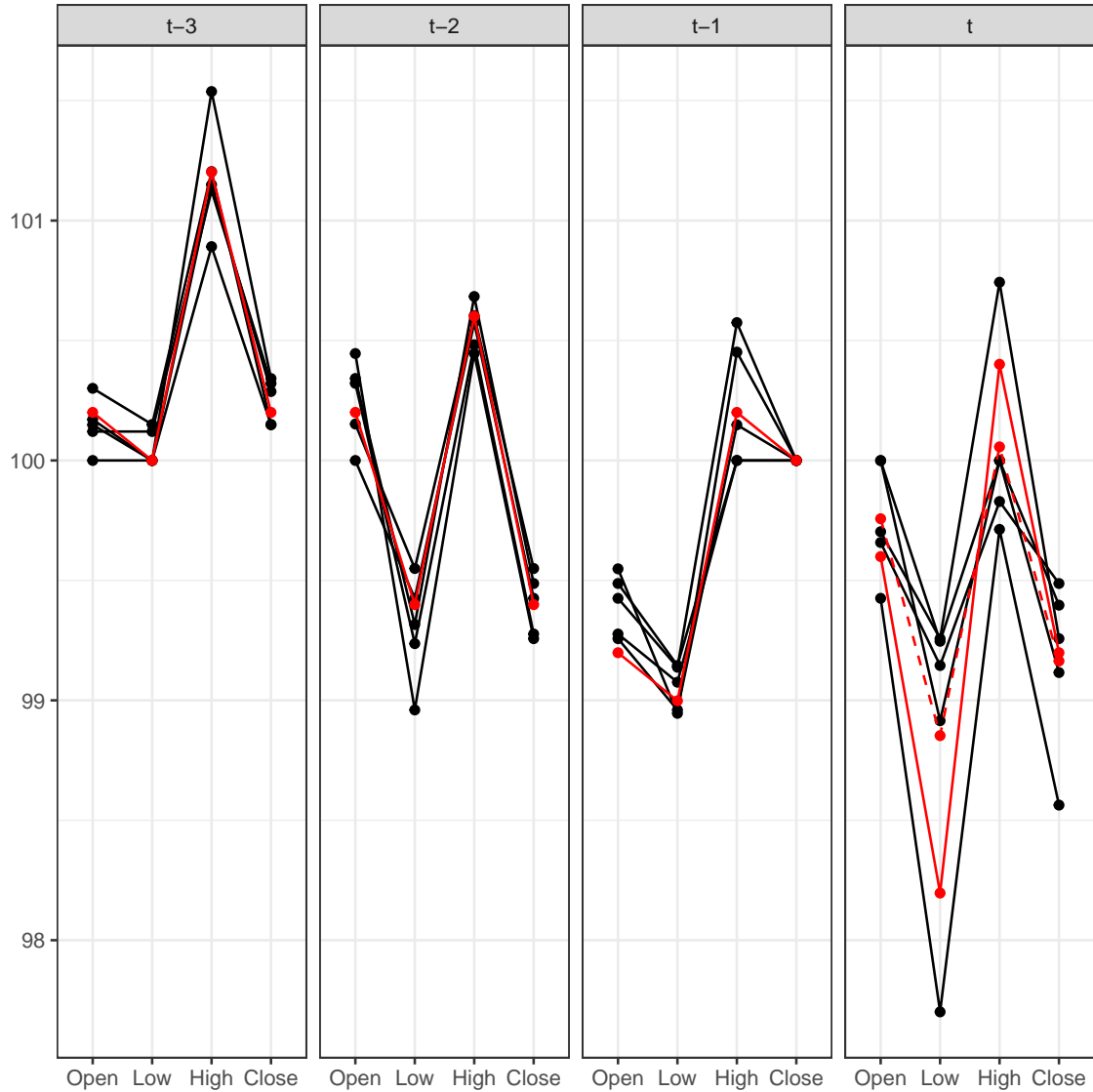


Abbildung 6: Exemmplarische Kursprognose auf Basis naechster Nachbarn

Werden die prognostizierten Werte für Höchst- und Tiefstpreise als Kaufs- resp. Ver-

kaufsschranken gewählt, lässt sich der Payoff berechnen und mit demjenigen der Referenzstrategie vergleichen. Wie bereits ausgeführt werden bei der Suche nach Nachbarn nur Einträge der Vergangenheit berücksichtigt. Die Menge an verfügbaren Vergleichsverläufen nimmt damit ständig zu. Stellt man Payoff-Vergleich für das Training Set über die Zeit dar, sollte damit ein gewisser Lerneffekt der Methode sichtbar werden. Wie in Abbildung ?? ersichtlich zeigt diese Kurve insbesondere drei Eigenschaften:

1. Hohe Volatilität des Vergleichsfaktor zu Beginn
2. Steigende Faktorhöhe mit fortlaufender Zeitdauer
3. Abflachung im Laufe der Zeit auf ein stabiles Level

Beide Eigenschaften decken sich mit der Intuition. Da zu Beginn der Datenreihe nur sehr wenige Vergleichsverläufe zur Verfügung stehen, reagiert die Kurve sehr sensitiv auf einzelne Beobachtungen und schlägt entsprechend aus. Dies glättet sich im Laufe der Zeit mit dem Vorhandensein von mehr Vergleichsmöglichkeiten. Die zweite Eigenschaft des steigenden Faktors zeigt, dass der erhoffte Lerneffekt einzutreten scheint. Tatsächlich scheinen damit ähnliche Kursverläufe der Vergangenheit zukünftige Entwicklungen teilweise erklären zu können. Dies deckt sich mit der Erkenntnis des vergangenen Kapitels. Anders als zuvor kann dieser Lernmechanismus aber sehr individuell und nicht beschränkt auf 2 Gruppen erfolgen. Die dritte Eigenschaft zeigt, dass dieser Lerneffekt aber nach gewisser Zeit gesättigt ist.

Während sich bisherige Ausführungen auf die Analyse mit 5 Nachbarn und euklidischer Distanz beziehen, sind bei der Ermittlung der Prognosewerte auch andere Parametrisierungen denkbar. Neben der Unterscheidung des Distanzmasses sind dies insbesondere die Anzahl der zu berücksichtigenden Nachbarn und die Metrik zur Prognoseermittlung.

- **Anzahl Nachbarn:**

In der vorliegenden Arbeit werden die 50 nächsten Nachbarn jedes Eintrages ermittelt. Einmal ermittelt lassen sich davon auch weniger verwenden. Damit kann sehr einfach der Einfluss der Anzahl berücksichtigter Nachbarn auf die Prognosequalität ermittelt werden. Denkbar sind dabei grundsätzlich unterschiedliche Ergebnisse. Einerseits lässt sich argumentieren, dass bei der Verwendung nur weniger Nachbarn diejenigen mit effektiv höchster Ähnlichkeit verwendet werden. Insbesondere bei Marktbewegungen die relativ selten beobachtet werden würden so weitere Nachbarn das Ergebnis nicht verzerren. Umgekehrt lässt sich andererseits argumentieren, dass bei häufigeren Marktsituationen die Berücksichtigung und Mittelung von mehr Nachbarn zu einem unverzerrteren Ergebnis führen könnten. Schliesslich könnte sich als drittes Ergebnis auch eine Konfiguration mit "mittlerer" Anzahl Nachbarn als am geeignetsten herausstellen, wenn beide vorherhigen Argumentationen verschmolzen werden. Aus diesem Grund analysiert und vergleicht die vorliegende Arbeit die Ergebnisse bei der Verwendung von 5, 20 und 50 Nachbarn.

- **Metrik der Prognoseermittlung:**

Eine erste Möglichkeit auf Basis der zukünftigen Kursentwicklungen der nächsten Nachbarn denjenigen des aktuellen Eintrages vorherzusagen liegt darin, deren

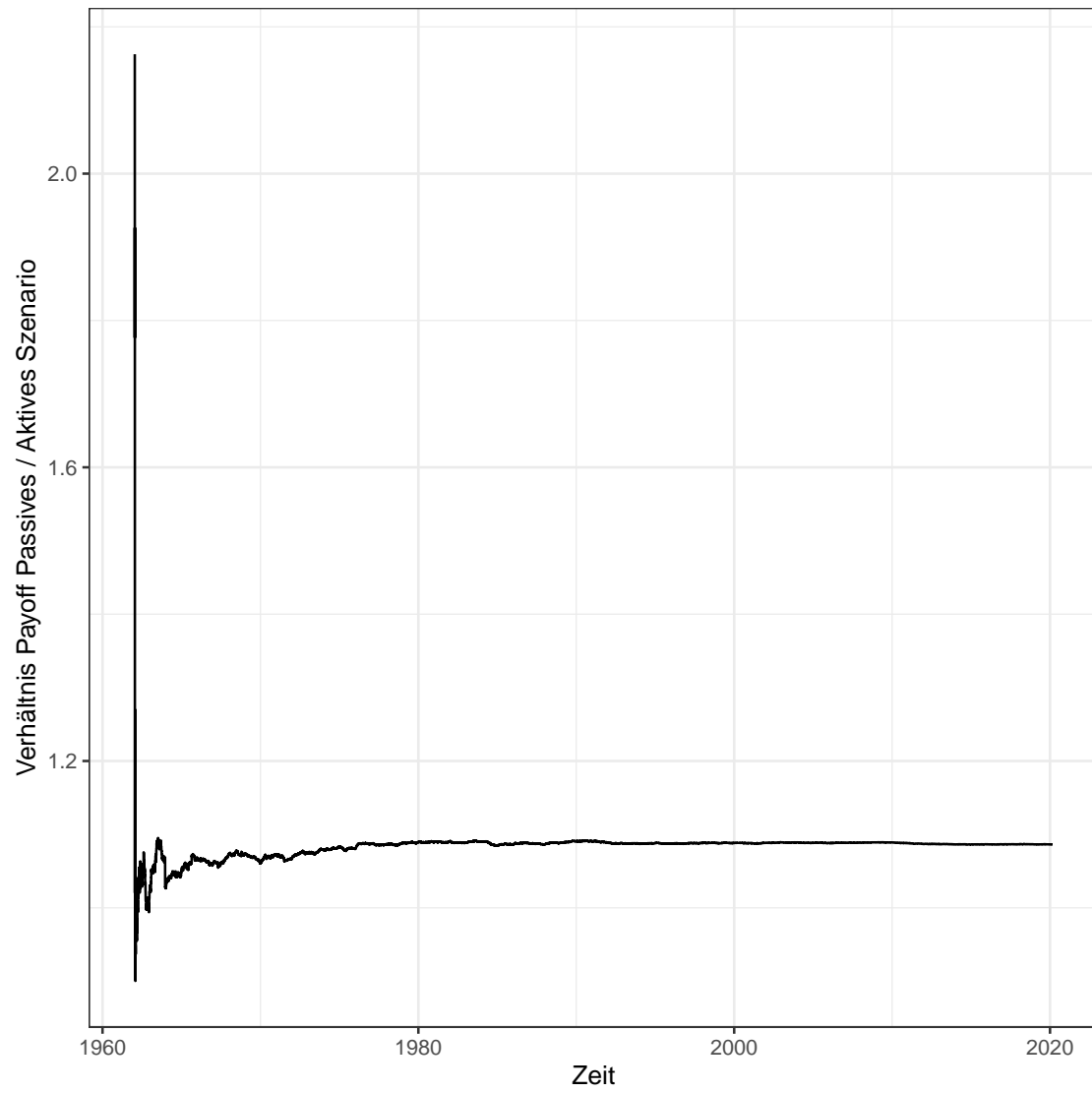


Abbildung 7: Exemplarische Kursprognose auf Basis nächster Nachbarn

Tiefst-, Höchst- und Schlusskurs des kommenden Tages zu mitteln. Alternativ zur einfachen Mittelwertbildung sind auch andere Verfahren denkbar. Beispielsweise wäre auch die Berücksichtigung der Distanz als Gewichtungsfaktor denkbar. Aus Gründen der Einfachheit verzichten wir an dieser Stelle allerdings darauf und verwenden neben dem gleichgewichteten Mittelwert den Median als zweites Prognosemass. Dieses könnte insbesondere bei kleinerer Anzahl Nachbarn weniger sensitiv auf Ausreisser reagieren.

Die zweite hier betrachtete Möglichkeit besteht darin, die Kaufs- und Verkaufspreise nicht direkt vorauszusagen, sondern als Abweichung vom Eröffnungskurs zu modellieren. Hierzu wird für jeden Nachbarn die Differenz von Eröffnungs- und Tiefstpreis resp. Eröffnungs- und Höchstpreis berechnet. Die entsprechende Metrik (Mittelwert oder Median) wird dann auf diese Werte angewandt und auf den tatsächlichen Eröffnungspreis zu analysierenden Titels appliziert. Dies hat den Vorteil, dass der bekannte Eröffnungspreis keiner Unsicherheit mehr unterliegt.

Tabelle ?? stellt die Ergebnisse aller Parametrisierungen für des Testingset einander gegenüber. Es zeigt sich, dass eine direkte Prognose der Kaufs- und Verkaufspreise derjenigen einer Prognose der Veränderung im Vergleich zum Eröffnungspreis klar unterlegen ist. Bezüglich Distanzmass lässt sich kein eindeutiger Gewinner feststellen, beide Masse weisen ähnliche Performance aus. Ähnliches gilt für die Anzahl der berücksichtigten Nachbarn.

Allen Ergebnissen gemein ist hingegen, dass sie der einfachen Strategie des Vorkapitals nicht überlegen sind. Im Gegenteil fallen die Payoffs im Vergleich trotz deutlich höherem Berechnungsaufwand in der Tendenz schlechter aus, wenn auch der Payoff der Referenzstrategie weiter deutlich geschlagen wird. Die Hoffnung, dass mit der Individualisierung der einzelnen Einträge mehr kursrelevante Information extrahiert werden kann, bestätigt sich nicht. Ein Grund könnte in der durch die Berechnungskomplexität beschränkte Begrenzung auf ein Zeitfenster von 3 vorangegangenen Tagen sein.

Literatur

- Bentley, J. (1975). Multidimensional binary search trees used for associative searching. *Communications of the ACM*, 18(9):509–517.
- Blackrock (2020). *iShares MSCI World UCITS ETF: IWRD*. <https://www.ishares.com/ch/individual/en/products/251881/ishares-msci-world-ucits-etf-inc-fund> [Abgerufen am: 19. März 2020].
- Nestle (2020). *Dividendenzahlungen*. <https://www.nestle.com/investors/individual-shareholders/dividends/dividenden> [Abgerufen am: 21. März 2020].
- SP-Finance (2020). *Delta Hedging, Gamma and Dollar Gamma*. <http://sp-finance.e-monsite.com/pages/the-greeks/gamma/delta-hedging-gamma-and-dollar-gamma.html> [Abgerufen am: 29. April 2020].

- Yahoo (2020). *Yahoo Finance*. <https://finance.yahoo.com/> [Abgerufen am: 21. März 2020].
- Yang, D. and Zhang, Q. (2000). Drift-independent volatility estimation based on high, low, open, and close prices. *The Journal of Business*, 73(3):477–492.