PhAI Cheatsheet Draft

Fabian Hauser

12. Mai 2017

Dieses Dokument gibt einen Überblick über die PhAI-Vorlesung FS2017

1 Kinematik

Gleichförmige Bewegung	$s(t) = v \cdot t + s_0$
	$\vec{v}$ (Konstant)
Gleichmässig beschleunigte	$s(t) = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$
Bewegung	$\vec{v}(t) = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_0$
	$\vec{a}$ (Konstant)
Mittlere Geschwindigkeit	$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$
Mittlere Beschleunigung	$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

2 Kinetik

Impuls	$\vec{p} = [Ns] = \left[\frac{kg \cdot m}{s}\right]$	
Kraft	$\vec{F} = m\vec{a} = [N] = \left[\frac{kg \cdot m}{s^2}\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ \vec{p}\ \mathrm{d}t$ (Newtonscher Impulssatz)	Newton
Energie	$W = [J] = [Nm] = [Ws] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^2}\right]$	Joule
	$1\,[kWh] = 3.6 \cdot 10^6\,[J]$	
Leistung	$P = [W] = \left[\frac{J}{s}\right] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^3}\right]$	Watt

2.0.1 Kinetische Energie

Kraft	$F = ma = \frac{p}{t}$
Strecke	$s = \frac{1}{2}at^2$
Geschwindigkeit	$v = at$
Beschleunigung	a
Impuls	$p = mv$
Energie	$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2$

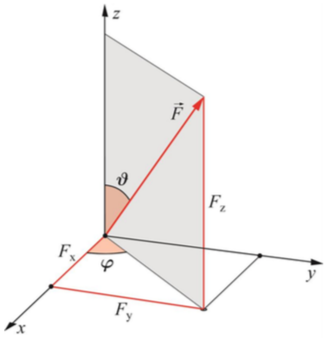

Abbildung 1: Darstellung von Kräften

2 Dimensional	
$F_x =$	$Fcos(\alpha)$
$F_y =$	$Fsin(\alpha)$
3 Dimensional	
$F_x =$	$Fcos(\varphi)sin(\vartheta)$
$F_y =$	$Fsin(\varphi)sin(\vartheta)$
$F_z =$	$Fcos(\vartheta)$

2.0.2 Potentielle Energie

Kraft	$F = mg = \frac{p}{t}$
Höhe	$h = [m]$
Geschwindigkeit	$v = gt$
Beschleunigung	$g \approx 9.81\frac{m}{s^2}$
Impuls	$p = mv$
Energie	$W = Fh = mgh$

2.0.3 Federkraft

Federkonstante	$k = \left[\frac{N}{m}\right] = \left[\frac{kg}{s^2}\right]$
Kraft	$F = kx$
Energie	$W = \frac{1}{2}kx^2$

2.1 Schiefer Wurf

2.2 Haft- und Gleitreibung

Ist unabhängig von der Fläche.

Gleichgewicht eines starren Körpers an der Ebene $F_{tot} = \sum F_i = 0$

2.3 Drehmoment

Drehmoment wird in t^{-1}, meist s^{-1} oder min^{-1} angegeben.
Die Hebelkraft funktioniert dank dem Drehmoment.

2.4 Winkelgeschwindigkeit und Radialbeschleunigung

Die Winkelgeschwindigkeit wird in $\omega = \frac{v}{r}\left[\frac{rad}{s}\right]$ angegeben
Winkelbeschleunigung wird mit mit α angegeben.
Die Radialbeschleunigung zeigt nach innen zum Kreismittelpunkt
Berechnung: $a_r = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} = \left[\frac{rad}{s^2}\right]$

2.4.1 Rotationsenergie

Rotationsenergie: $W = E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2$

2.4.2 Impuls

Impulserhaltung: In einem geschlossenen System ohne externe einflüsse ist der Impuls 0.

2.4.3 Drehimpuls

Der Drehimpuls L ist parallel zur Drehachse. Um diesen zu ändern, braucht es einen Drehmoment.
$L = \sum_i r_i \times p_i = \sum_i r_i \times mv_i$ $[L] = kgm^2s^{-2}$
$\frac{dL}{dt} = M \Rightarrow \frac{d\overline{p}}{dt} = \overline{F}$

Drehimpulserhaltung Die Energie aus einem Drehimpuls muss erhalten bleiben.

Drehimpuls auf der schiefen Ebene

Runde Zylinder, welche eine schiefe Ebene hinunterrollen: $mgh = E_{kin} + E_{rot} = \frac{m}{2}v^2 + \frac{J}{2}\omega^2$

Je weiter die Masse von der Drehachse weg ist, desto träger ist die Drehung.

2.5 Masse und Trägheit

Das Gewicht eines Körpers ist von der Masse abhängig: $F = mg$. Masse ist für eine Trägheit und Gravitation zuständig. Achtung: Gewicht $\neq$ Masse!

2.5.1 Trägheitsmoment

Bezüglich einer Achse:

$J = \int r^2 dm = \left[kg \cdot m^2\right]$

2.6 Elastischer Stoss

Sowohl Impuls als auch Energie bleibt erhalten; dank beiden Gleichungen kann eine eindeutige Lösung errechnet werden.

Schwerpunktgeschwindigkeit: $u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

2.7 Inelastischer Stoss

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u \Rightarrow u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

2.7.1 Verlorene Kinetische Energie

Die verlorene kinetische Energie wird als $Q = E_{kin} - E'_{kin}$

2.7.2 Kraftstoss

$\int\limits_{t_1}^{t_2} p(t)dt = p(t_2) - p(t_1) = \int\limits_{t_1}^{t_2} F(t)dt$

2.8 Dichte

Volumen V mal Dichte ϱ

$m = \varrho V$

3 Hydrostatik

Druck	$p = \frac{F}{A} = [Pa] = \left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[\frac{J}{m^3}\right] = \left[\frac{kg}{m \cdot s^2}\right]$	Pascal
	1 bar $= 10^5 Pa$	

In der Hydrostatik geht es um die Beschreibung von Fluiden, d.h. Flüssigkeiten und Gasen.

3.1 Besondere Einheiten

Kraft	$F = \frac{p}{A}$	$A =$ Area
Hydrostatischer Druck	$p = \varrho g h$	
Masse	$m = \varrho V = \varrho A \Delta h$	

3.2 Schweredruck

$p_h = \rho g h$
Statischer Auftrieb: Das gewicht des verdrängten Fluids geht verloren.
$F_A = \rho_f g V$

3.3 Strömungen

Avogadro Konstante: $N_A \approx 6.022 \cdot 10^2 3 Teilchen$
Die Knudsen Zahl: $Kn = \frac{\lambda}{L} \ll 1$
Dichte eines Fuluidelements: $\varrho = \frac{NM}{V}$ mit

N Anzahl Teilchen

M Masse pro Teilchen

V Volumen

3.3.1 Mittlere Geschwindigkeit mehrerer Teilchen

Mittlere Geschindigkeit über den Impuls ($m\overline{v} = \overline{p}$)

3.3.2 Kontinuitätsgleichung (Masenerhaltung)

$u = v =$ Strömungsgeschwindigkeit
$\varrho_1 v_1 A_1 = \varrho_2 v_2 A_2$
Massenstrom $\dot{m} = \left[\frac{kg}{s}\right]$

Spezialfall: Inkompressibel $\rho_1 = \rho_2$, Volumenstrom $V_1 A_1 = V_2 A_2$ mit $VA = \left[m^2/s\right]$

3.3.3 Gesetz von Torricelli

$v = \sqrt{2gh}$
Dies ist ein Spezialfall der Bernoulligleichung.

3.3.4 Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl besangt, wann eine Strömung nicht mehr laminar sondern turbulent wird

$$Re = 2320 = \frac{\varrho l u}{\eta} = \frac{l u}{v}$$

ϱ dichte

u Geschwindigkeit

l Dimension/Grösse des Systems

η Dynamische Viskosität (Einheit: $Pa \cdot s = \frac{kg}{m \cdot s}$)

3.3.5 Strömungswiderstand

Bernoulli sagt, dass $p + \frac{\varrho}{2} u^2 =$ konst. ist, d.h. es gäbe in einer Leitung keinen Widerstand.

Dies stimmt nicht bei realen Fluiden: In der Mitte strömt es schneller, da das Rohr konstant $u = 0$ ist, gibt es Reibung (also mechanische Energie => wärme)

3.3.6 Gesetz von Blasius

Wie hoch ist der Druckabfall im Rohr?

$\bar{u}$ ist die gemittelte Geschwindigkeit

l ist die Länge

d ist der Durchmesser

$\lambda = \lambda(Re)$ ist eine Reibungszahl

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2}$$

Druckwiderstand (Luftwiederstand) einer Kugel ($C_w \approx 0 - 5$)

$$F_D = C_w \frac{\varrho}{2} u^2 A$$

Bei einem Luftstrom gibt es vor einem Körper einen Staudruck und nach dem Körper einen Unterdruck.

C_w ist ein Mass eines Luftwiderstandes eines Körpers.

3.3.7 Dimensionsanalyse: Rohrströmung

Variablen

Δp Druckunterschied

l Länge

d Durchmesser

ϱ Dichte

η Viskosität

u Geschwindigkeit

Dimensionen

L Länge

M Masse

T Zeit

Wir wollen $\Delta p = F(l, d, \varrho, \eta, u)$

Π-Theorem: Es gibt $M - N$ unabhängige dimensionslose Grössen. in diesem Fall: $M - N = 6 - 3 = 3$

$$\Pi_1 = \frac{\Delta p}{\varrho u^2}$$
$$\Pi_2 = \frac{l}{d}$$
$$\Pi_3 = \frac{\varrho u d}{\mu} = Re$$

$\Rightarrow \Pi_1 = G(\Pi_2, \Pi_3)$

Unter der Annahme, dass der Druckabfall proportional zur Länge ist:

$$\Pi_1 = \tilde{G}(\Pi_3)\Pi_2$$

3.3.8 Beispiel: Endgeschwindigkeit eines Fallenden Gegenstandes

3.3.9 Beispiel: Flugzeug gleitwinkel

3.3.10 Druckwellen

Druckwellen können sich nur mit Schallgeschwindigkeit fortbewegen.

Wird z.B. Luft schneller als mit Schallgeschwindigkeit komprimiert, steigt die Temperatur, damit steigt die Schallgeschwindigkeit entsprechend.

Machzahl bei Flugzeugen $M_a = \frac{v}{c_{\text{schallgeschw.}}}$

3.4 Entropie

In einem geschlossenen System gelten immer die Hydrodynamischen Gesettze:

1. Hauptsatz: Die Energie ist erhalten
2. Hauptsatz: Die Entropie darf nicht abnehmen

Wärme fliesst immer vom wärmeren zum kälteren Körper (durch Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung). Vakum hat keine Wärmeleitung.

4 TODO

Druckabfall Rohrleitung: $\Delta p = \lambda(Re)\frac{\rho u^2}{2}\frac{l}{d}$
$Re = \frac{\rho u d}{\mu}$
$\mu =$ Viskosität
$\rho =$ Dichte
Zähigkeit $=$ dynamische Viskosität
Laminare oder Turbulende ströhmung? Re $<$ 2340 -> Laminar $\lambda(re) = 64/Re$
Re $>$ 2340: Turbulent $\lambda(Re) = \frac{0.316}{Re^{1/4}}$