

SOLUCIONARIO: NÚMEROS REALES

Camilo Andrés Ramírez Sánchez
Politécnico Grancolombiano
caramirezs@poligran.edu.co

Modalidad Virtual
Bogotá. 2013



| | |
|----------------|---|
| 1. Ejercicio 1 | 2 |
| 2. Ejercicio 2 | 3 |
| 3. Taller 1 | 3 |
| 4. Ejercicio 3 | 4 |

Estimado estudiante.

El presente documento se ha realizado con el propósito fundamental de ser un apoyo en el proceso de formación del módulo.

Aquí encontrarás las soluciones y los procedimientos de los ejercicios y problemas de la lectura uno, ten en cuenta que lo aquí planteado y desarrollado no es la única manera en que se puede abordar un problema por lo tanto puedes llegar a la misma respuesta justificándola de manera diferente.

En el desarrollo de estos ejercicios se ha optado por ser lo mas minucioso posible, es decir, en algunos ejercicios encontrarás paso a paso el procedimiento junto con la justificación.

Es recomendable que antes de ver las soluciones y procedimientos de algún ejercicio aquí planteado lo intentes desarrollar con el propósito de que primero te enfrentes a este, lo pienses y resuelvas y luego verifiques la respuesta y en caso de que hayas cometido algún error puedas identificarlo y corregirlo.

1. Ejercicio 1

1. Escriba un número racional no entero

Desarrollo Recordemos que los números Racionales contienen a los Enteros y a los Naturales, esto quiere decir que cualquier número Entero es Racional pero no al contrario; no todos los números Racionales son Enteros.

$$\frac{1}{2}, 0.2, -12.\overline{32}, -\frac{9}{8}$$

Son algunos ejemplos de números Racionales que no son Enteros.

3. ¿Es posible encontrar un número racional e irracional a la vez? Explique

Desarrollo No, no es posible porque estos dos conjuntos de números son *disyuntos*, es decir que no tienen elementos comunes.

4. ¿Todo natural es entero? Explique

Desarrollo Si porque el conjunto de los números Naturales está contenido en el conjunto de los números Enteros

5. ¿Todo racional es entero? Explique

Desarrollo No, en el punto 1. está algunos ejemplo de porqué no todo Racional es Entero.

6. Dado el conjunto A de números reales:

$$A = \left\{ -0.7, \sqrt{5}, \sqrt{20}, 0, -0.3666..., \frac{50}{4}, 42, -\sqrt{25}, -2 \right\}$$

Completar

Desarrollo

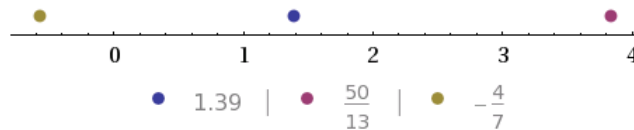
- a. Los naturales que pertenecen al conjunto A son: 0, 42
- b. Los enteros que pertenecen al conjunto A son: 0, 42, $-\sqrt{25}$, -2
- c. Los racionales que pertenecen al conjunto A son: 0, 42, $-\sqrt{25}$, -2 , -0.7 , $-0.3666...$, $\frac{50}{4}$
- d. Los irracionales que pertenecen al conjunto A son: $\sqrt{5}$, $\sqrt{20}$

2. Ejercicio 2

Ubicar los siguientes reales en la recta numérica (utilizar aproximación a una cifra decimal).

- a. 1.39
 b. $\frac{50}{13} \approx 3.8462$
 c. $-\frac{4}{7} \approx -0.5714$

Desarrollo



3. Taller 1

1. Dado el conjunto

$$B = \left\{ -1.75555..., \frac{\sqrt[3]{8}}{2}, \sqrt[5]{2}, -1234, -2.807, 401.1, -\frac{32}{31} \right\}$$

- a. Determinar qué elementos del conjunto B son naturales, enteros, racionales o irracionales.

Desarrollo

$$\mathbb{N} = \left\{ \frac{\sqrt[3]{8}}{2} \right\}$$

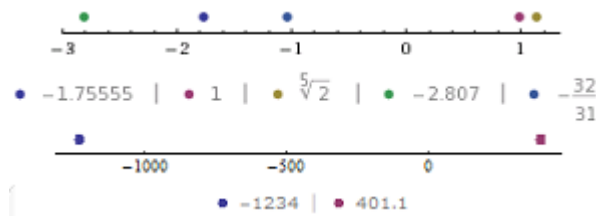
$$\mathbb{Z} = \left\{ \frac{\sqrt[3]{8}}{2}, -1234 \right\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{\sqrt[3]{8}}{2}, -1234, -1.75555..., -2.807, 401.1, -\frac{32}{31} \right\}$$

$$\mathbb{I} = \left\{ \sqrt[5]{2} \right\}$$

- b. Ubicar cada uno de los elementos del conjunto B en la recta numérica.

Desarrollo



3. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, Justifique sus respuestas.

Desarrollo

- a. Todo entero es racional. **[Verdadero]**: Porque el conjunto de los números enteros \mathbb{Z} está contenido en el conjunto de los números racionales \mathbb{Q} .
- b. Algún natural no es entero. **[Falso]**: Porque el conjunto de los números naturales \mathbb{N} está contenido en el conjunto de los números enteros \mathbb{Z} .
- c. Todo irracional es real. **[Verdadero]**: Porque el conjunto de los números irracionales \mathbb{I} está contenido en el conjunto de los números reales \mathbb{R} .
- d. Algunos racionales no son reales. **[Falso]**: Porque todo número racional \mathbb{Q} es real \mathbb{R} .

4. Ejercicio 3

Simplificar cada expresión utilizando las propiedades de las operaciones.

1. $3 - \{-5 + 5(2 + 3) - 2\}5 + 1$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 3 - \{-5 + 5(2 + 3) - 2\}5 + 1 &= 3 - \{-5 + 5(5) - 2\}5 + 1 && \text{Se resuelve paréntesis} \\
 &= 3 - \{-5 + 25 - 2\}5 + 1 && \text{Se opera racionales} \\
 &= 3 - \{18\}5 + 1 && \text{Se resuelve paréntesis} \\
 &= 3 - 90 + 1 && \text{Se opera racionales} \\
 &= -86 && \text{Se opera racionales}
 \end{aligned}$$

$$3 - \{-5 + 5(2 + 3) - 2\}5 + 1 = -86$$

2. $20 - 7(3 + 4) - 1.5 + 0.5$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 20 - 7(3 + 4) - 1.5 + 0.5 &= 20 - 7(7) - 1.5 + 0.5 && \text{Se resuelve paréntesis} \\
 &= 20 - 49 - 1.5 + 0.5 && \text{Se opera racionales} \\
 &= -30 && \text{Se opera racionales}
 \end{aligned}$$

$$20 - 7(3 + 4) - 1.5 + 0.5 = -30$$

3. $100 + 50(3 - (-7))2 - 1$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 100 + 50(3 - (-7))2 - 1 &= 100 + 50(3 + 7)2 - 1 && \text{Definición de opuesto } -(-a) = a \\
 &= 100 + 50(10)2 - 1 && \text{Se resuelve paréntesis} \\
 &= 100 + (500)2 - 1 && \text{Propiedad asociativa de la multiplicación} \\
 &= 100 + 1000 - 1 && \text{Se opera racionales} \\
 &= 1099 && \text{Se opera racionales}
 \end{aligned}$$

$$100 + 50(3 - (-7))2 - 1 = 1099$$

4. Utilizando las propiedades de los números reales, reducir:

a. **Desarrollo**

c. $-(2x + 3y) - (-2z - 8x + y)$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 -(2x + 3y) - (-2z - 8x + y) &= -2x - 3y + 2z + 8x - y && \text{Definición de opuesto } -(-a) = a \\
 &= 6x - 4y + 2z && \text{Se opera términos semejantes}
 \end{aligned}$$

$$-(2x + 3y) - (-2z - 8x + y) = 6x - 4y + 2z$$

e. $7 - 4(m + 3) + (m - 5)2 + 8$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 7 - 4(m + 3) + (m - 5)2 + 8 &= 7 - 4m - 12 + 2m - 10 + 8 && \text{Propiedad distributiva } a(b + c) = ab + ac \\
 &= -2m - 7 && \text{Se opera términos semejantes}
 \end{aligned}$$

$$7 - 4(m + 3) + (m - 5)2 + 8 = -2m - 7$$

g. $\{-(8x + 3y - 1)\} - \{(-7x + 3)5\}$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 \{-(8x + 3y - 1)\} - \{(-7x + 3)5\} &= -8x - 3y + 1 - \{-35x + 15\} && \text{Definición de opuesto } -(-a) = a \\
 &= -8x - 3y + 1 + 35x - 15 && \text{Propiedad distributiva } a(b + c) = ab + ac \\
 &= 27x - 3y - 14 && \text{Definición de opuesto } -(-a) = a \\
 &&& \text{Se operan términos semejantes}
 \end{aligned}$$

$$\{-(8x + 3y - 1)\} - \{(-7x + 3)5\} = 27x - 3y - 14$$

i. $21 - 9(-d + 3) - (5 - 4d)2 - 3$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 21 - 9(-d + 3) - (5 - 4d)2 - 3 &= 21 + 9d - 27 - 10 + 8d - 3 && \text{Propiedad distributiva } a(b + c) = ab + ac \\
 &= 17d - 19 && \text{Se operan términos semejantes}
 \end{aligned}$$

$$21 - 9(-d + 3) - (5 - 4d)2 - 3 = 17d - 19$$

k. $(a - b)^2 - (a + 2b)(a + 3b)$

Desarrollo

$$\begin{aligned}
 (a - b)^2 - (a + 2b)(a + 3b) &= a^2 - 2ab + b^2 - (a + 2b)(a + 3b) && \text{Producto notable } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\
 &= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 + 3ab + 2ab + 6b^2) && \text{Propiedad distributiva } a(b + c) = ab + ac \\
 &= a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 3ab - 2ab - 6b^2 && \text{Ley de opuestos } -(-a) = a \\
 &= -7ab - 5b^2 && \text{Propiedad distributiva } a(b + c) = ab + ac \\
 &&& \text{Se operan términos semejantes}
 \end{aligned}$$

$$(a - b)^2 - (a + 2b)(a + 3b) = -7ab - 5b^2$$