Expresiones y Potencias

MATEMÁTICAS

AUTOR: Nidia Jaimes

INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA POLITÉCNICO GRANCOLOMBIANO

ÍNDICE

ÍNDICE

Expresiones y potencia

- Índice
- Introducción
- Recomendaciones académicas
- Desarrollo de cada una de las unidades temáticas.

1. Potenciación
   1.1. Propiedades de las potencias
   1.2. Taller 2
2. Notación científica
   2.1. Ejercicio 4
   2.2. Taller 3
3. Síntesis

- Referencias

Acceso rápido

GENERALIDADES

DESARROLLO

REFERENCIAS

INTRODUCCIÓN

Una expresión algebraica es un conjunto de variables y números operados entre sí. Las variables en este contexto se caracterizan porque son objetos (se simbolizan generalmente con letras) que representan distintos valores de un conjunto numérico, así por ejemplo, cuando se simboliza: "$x \in Z$", se está afirmando que "x" representa cualquier elemento del conjunto de los números enteros.

Es importante manejar expresiones algebraicas de manera correcta y conocer sus propiedades, puesto que estas son la traducción en lenguaje matemático, de frases y palabras enmarcadas en una situación cotidiana, lenguaje que permite hacer cálculos, análisis, gráficos y así obtener la solución del problema.

DESARROLLO DE CADA UNA DE LAS UNIDADES TEMÁTICAS.

1. Potenciación

Definición:

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \quad factores}$, donde n es un entero positivo y a es un número real.

El número real a se llama base y el entero n se denomina exponente.

$a^0 = 1, \qquad \text{si } a \neq 0$

Ejemplos:

1) $p5 = p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$

2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)$

3) $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

4) $\frac{x^2}{2y^3} = \frac{x \cdot x}{2\, y \cdot y \cdot y}$

Definición:

Si $a \in R, a \neq 0$, n entero positivo entonces $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, o también $a^{-n} = (a^n)^{-1}$

1.1. Propiedades de las potencias.

Si a, b son reales diferentes de cero y m, n son enteros, se cumple:

1) $a^m a^n = a^{m+n}$

2) $(a^m)^n = a^{mn}$

3) $(ab)^m = a^m a b^m$

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

5) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

1.2. Taller 2.

1) Determinar si las siguientes igualdades son ciertas o no y explicar.

   a. $7(a + b)^2 = 7a^2 + 14ab + 7b^2$

   b. $a^3(bc) = (a^3 b)(a^3 c)$

   c. $2x^{-2} = \frac{1}{2x^{-2}}$

   d. $Si \ m = 2n, \ n = r^2$, entonces $m^3 - n^3 = 7r^6$

   e.

2) Operar, expresando el resultado en forma simplificada y con exponentes positivos

   a) $-2^3 - (-5)^2$

   b) $2(a + b)^2 + a^2 - ab$

   c) $\frac{-2(xy)^{-2}}{2^{-3}x^2y^{-3}}$

   d) $a^{-2}(bac^2)^2$

   e) $(5x^2)(3x^3)(2xy)$

3) Si se sabe que $a = 2b$ y $b = c^2$, comprobar :

a. $a^3c^3 - 6a^2c^3b + 12ac^3b^2 - 8c^3b^3 = 0$

b. $4a^2 + 12ab + ab = 42c^4$

c. $a^2 - ab - 2b^2 = 0$

4) Determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas. **indicar** las reglas que se infringen.

$$a)\quad \left[\frac{-(a-b)}{b}\right]^{-1} = \frac{b}{b-a}, \qquad b \neq a, b \neq 0$$

$$b)\quad \left(\frac{1 \cdot x}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{x} \qquad x \neq 0$$

$$c)\quad [x \div (2y+4)]^{-1} = \frac{x}{2y+4}, \qquad y \neq -2, x \neq 0$$

$$d)\quad x^{-1} - y^{-1} = \frac{y-x}{xy}, \qquad x \neq 0,\ y \neq 0$$

5) Empleando las propiedades de los reales, operar y reducir:

a. $0.7(x + 2)^2 + 3(x - 0.3)$

b. $150 - 5(m + 30 - 3m) + 7m(m + 6)$

c. $1 - 5(w^2 - n^2) + 20 - 4(w + 2n)^2$

d. 84b + 7[– 3n + 2(5 –3b) + 1]2 + 1

2. Notación científica

Cuando se hacen operaciones con números muy grandes o pequeños, los cálculos se vuelven pesados. La notación científica nos permite escribir estos números de forma más corta y hacer las operaciones de una forma más ágil.

La notación científica equivale a la multiplicación entre un número decimal y una potencia de 10. Las unidades que se consideran en el decimal tienen un único dígito mayor o igual que uno.

Las potencias de 10, son: 10, 102, 103,..., 10n, donde n representa la cantidad de cifras decimales que se debe correr el punto a izquierda o derecha para obtener el número que corresponde. Si el exponente de la potencia es positivo, el punto se desplazará a la derecha n posiciones y si el exponente es negativo, el punto se desplazará a izquierda n posiciones. Observe los siguientes ejemplos:

$$1.5\ x\ 1013 = 15000000000000$$

$$3.25\ x\ 10\ -5 = 0.0000325$$

$$0.004 = 4\ x\ 10\ -3$$

$$38522000000 = 3.8522\ x\ 1010$$

2.1. Ejercicio 4.

1. Expresar en notación científica cada una de las siguientes cantidades:

   a) 4200 b) 2560000000 c) 0.025 d) 0.000000016394

   e) 36000 f) 0.002121 g) 0.0009 h) 235.14

2. Expresar sin exponentes cada una de las siguientes cantidades:

   a) 3.4×10^{-2} b) 2×10^5 c) 4.69×10^{-7}

   d) 2.13×10^{-1} e) 4.3×10^1 f) 3.5×10^4

3. Efectuar las siguientes operaciones. Utilizar la calculadora para comprobar los resultados obtenidos.

   a) $\dfrac{0.0000144}{0.003}$ b) $(7500000)(0.0005)$

   c) $\dfrac{504200000000}{357000000}$ d) $\dfrac{4.032 \times 10^{14}}{2.34 \times 10^{5}}$

   e) $(1.5 \times 10^{-2})(3 \times 10^{-4})$ f) $\dfrac{56 \times 10^{5}}{8 \times 10^{-2}}$

4. Para el año 1992 la deuda pública (en dólares) era 1.383×10^{10} y la deuda privada (en dólares) 8.13×10^{10}. La población en esa fecha era aproximadamente de 37500000 (DANE).

   a. Encontrar el promedio de la deuda total por cada persona.(la deuda per cápita).

   b. La deuda pública y privada total para el año 1985 era de aproximadamente 14226000000 de dólares. ¿Cuál fue la diferencia de la deuda total entre 1992 y 1985?

2.2. Taller 3.

Efectuar cada una de las siguientes operaciones. Utilizar la calculadora para comprobar los resultados obtenidos.

1. $\dfrac{12 \times 10^{3}}{6 \times 10^{2}}$
2. $(36000000)(0.0004)$
3. $(2.3 \times 10^{-3})(0.00012)$
4. $\dfrac{25000000000}{5 \times 10^{5}}$

Resolver cada uno de los siguientes problemas:

1. La utilidad de tres empresas durante un año, fue en su orden:

Empresa A	497538 millones de dólares.
Empresa B	271461 millones de dólares.
Empresa C	197957 millones de dólares.

   a) Exprese la utilidad total de las tres empresas, utilizando notación científica.

   b) Si se asume que la población beneficiaria de estas empresas es de 35 millones de personas, si se reparte dicha utilidad equitativamente entre todos sus habitantes, ¿cuánto dinero le correspondería a cada persona? Justifique su respuesta.

2. En Estados Unidos, un camión recorre en promedio una distancia de $\mathbf{24 \times 10^{7}}$ **m** al año. Si el camión se desplaza a una velocidad promedio de $\mathbf{4 \times 10^{4}}$ metros por hora, determine cuántas horas trabajó al año. Usar la relación: $\mathbf{T = \dfrac{D}{V}}$, en donde: D representa la distancia recorrida, V, la velocidad, y T, el tiempo. (Diners, 1988)

3. Un billón de dólares equivale a 1 millón de millones de dólares. Determine cuántos billetes de US$50 se necesitan para constituir la cantidad mencionada.

4. Si el salario mínimo es de US$203, ¿cuántos salarios mínimos se pueden pagar con dos billones de pesos, si un dólar equivale a $2.000?

3. Síntesis

Cuando se adicionan expresiones reales, se deben tener en cuenta las propiedades de la adición, teniendo el cuidado de que sólo se pueden adicionar términos semejantes, es decir, aquellos que sólo difieren en su coeficiente numérico.

Una potencia es una expresión que tiene una base y un exponente, si el exponente es un número natural diferente de cero, nos indica el número de veces que debe multiplicar la base. Para mayor agilidad en los cálculos debe tener presente las propiedades.

REFERENCIAS

DANE. Recuperado de:
www.dane.gov.co/index.php?option=com_content&task=section&id=33&Itemid=70.)

Diners (1988). Bogotá, Colombia. N°65.

INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA POLITÉCNICO GRANCOLOMBIANO