Lineare Gleichungssysteme lösen I - Aufgaben
Gausselimination, Lösbarkeitskriterien

Prof. Dr. Ladan Pooyan-Weihs

Lineare Algebra, SW02

Die Aufgaben sind zusammen mit dem Lösungweg in möglichst einfacher Form darzustellen. Numerische Resultate sind mit einer Genauigkeit von 4 Stellen anzugeben. Skizzen müssen qualitativ und quantitativ richtig sein. Die Lösungen kï¿½nnen auch in Python geschrieben werden.

Das Lösungsblatt dieser Aufgaben wird in der Woche nachdem das Thema im Unterricht behandelt wurde, veröffentlicht (hochgeladen).

Referenz: *Edmond Weitz, Konkrete Mathematik (nicht nur) für Informatiker, Springer Spektrum*
Peter Hartmann, Mathematik für Informatiker, 5. Auflage, Vieweg +Teubner
Gilbert Strang, Introduction to Linear Algebra, 5th Ed., Wellesley-Cambridge Press
Howard Anton, Lineare Algebra, Spektrum Akademischer Verlag

Gauss-Elimination

1. Ein lineares Gleichungssystem sei durch die Matrix **A** und den Ergebnisvektor **b** bestimmt. Wie können Sie aus der Matrix **A** die Anzahl der Unbekannten und die Anzahl der Gleichungen ablesen?
2. Geben Sie eine Matrix an, die obere Dreieckmatrix ist, aber nicht Zeilenstufenform hat.
3. Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcrcrcr} 6x & - & y & - & z & = & 4 \\ x & + & y & + & 10z & = & -6 \\ 2x & - & y & + & z & = & -2 \end{array}$$

   3.1. Geben Sie die erweiterte Koeffizientenmatrix für das Gleichungssystem an.

   3.2. Bringen Sie das Gleichungssystem auf Zeilenstufenform.

   3.3. Lösen Sie mit Hilfe des Ergebnisses vom Teil 3.2 das Gleichungssystem.

Lineare Gleichungssysteme

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

1. $$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 8 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 1 \\ 3x_1 & - & 7x_2 & + & 4x_3 & = & 10 \end{array}$$

2. $$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ -2x_1 & + & 5x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \\ 8x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & = & -1 \end{array}$$

3. $$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & - & y & + & 2z & - & w & = & -1 \\ 2x & + & y & - & 2z & - & 2w & = & -2 \\ -x & + & 2y & - & 4z & + & w & = & 1 \\ 3x & & & & & - & 3w & = & -3 \end{array}$$

4. $$\begin{array}{rcrcrcr} & & -2b & + & 3c & = & 1 \\ 3a & + & 6b & - & 3c & = & -2 \\ 6a & + & 6b & + & 3c & = & 5 \end{array}$$

5. $$\begin{array}{rcrcr} 2x_1 & - & 3x_2 & = & -2 \\ 2x_1 & + & x_2 & = & 1 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & = & 1 \end{array}$$

6. $$\begin{array}{rcrcrcr} 3x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & -15 \\ 5x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 11 \\ -6x_1 & - & 4x_2 & + & 2x_3 & = & 30 \end{array}$$

7. $$\begin{array}{rcrcr} 4x_1 & - & 8x_2 & = & 12 \\ 3x_1 & - & 6x_2 & = & 9 \\ -2x_1 & + & 4x_2 & = & -6 \end{array}$$

8. $$\begin{array}{rcrcrcrcr} & & 10y & - & 4z & + & w & = & 1 \\ x & + & 4y & - & z & + & w & = & 2 \\ 3x & + & 2y & + & z & + & 2w & = & 5 \\ -2x & - & 8y & + & 2z & - & 2w & = & -4 \\ x & - & 6y & + & 3z & & & = & 1 \end{array}$$