2.11

$$m_c\ddot{x}_c = -k(x_c - x_r) - b(\dot{x}_c - \dot{x}_r)$$
$$m_r\ddot{x}_r = k(x_c - x_r) + b(\dot{x}_c - \dot{x}_r) + k_r(u(t) - x_r)$$

m_c=massa da carroceria
x_c=posição da carroceria
k= constante da mola
b=quociente de amortecimento
Sub índice r são grandezas referente à roda.

Tabela de Parâmetros

Parâmetros	Valor
m_c	355kg
m_r	46kg
k	14384N/m
k_r	3x10^{5}N/m
b	1860N/m/seg

Equação de espaço de estados

$$\ddot{x}_c = -\frac{k}{m_c}(x_c - x_r) - \frac{b}{m_c}(\dot{x}_c - \dot{x}_r)$$
$$\ddot{x}_r = \frac{k}{m_r}(x_c - x_r) + \frac{b}{m_r}(\dot{x}_c - \dot{x}_r) + \frac{k_r}{m_r}(u(t) - x_r)$$

$$\ddot{x}_c = -\frac{k}{m_c}x_c + \frac{k}{m_c}x_r - \frac{b}{m_c}\dot{x}_c + \frac{b}{m_c}\dot{x}_r$$
$$\ddot{x}_r = \frac{k}{m_r}x_c - \frac{k}{m_r}x_r + \frac{b}{m_r}\dot{x}_c - \frac{b}{m_r}\dot{x}_r - \frac{k_r}{m_r}x_r + \frac{k_r}{m_r}u(t)$$

$$\ddot{x}_c = -\frac{k}{m_c}x_c + \frac{k}{m_c}x_r - \frac{b}{m_c}\dot{x}_c + \frac{b}{m_c}\dot{x}_r$$
$$\ddot{x}_r = \frac{k}{m_r}x_c - \frac{k + k_r}{m_r}x_r + \frac{b}{m_r}\dot{x}_c - \frac{b}{m_r}\dot{x}_r + \frac{k_r}{m_r}u(t)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k}{m_c} & \frac{k}{m_c} & -\frac{b}{m_c} & \frac{b}{m_c} \\ \frac{k}{m_r} & \frac{k + k_r}{m_r} & \frac{b}{m_r} & -\frac{b}{m_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ x_r \\ \dot{x}_c \\ \dot{x}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_r}{m_r} \end{bmatrix} [u(t)]$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{14384}{355} & \frac{14384}{355} & -\frac{1860}{355} & \frac{1860}{355} \\ \frac{14384}{46} & \frac{14384 + 300000}{46} & \frac{1860}{46} & -\frac{1860}{46} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ x_r \\ \dot{x}_c \\ \dot{x}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{300000}{46} \end{bmatrix} [u(t)]$$

Transformando o sistema para um sistema de 1ª Ordem, necessitamos das seguintes mudanças de variáveis:

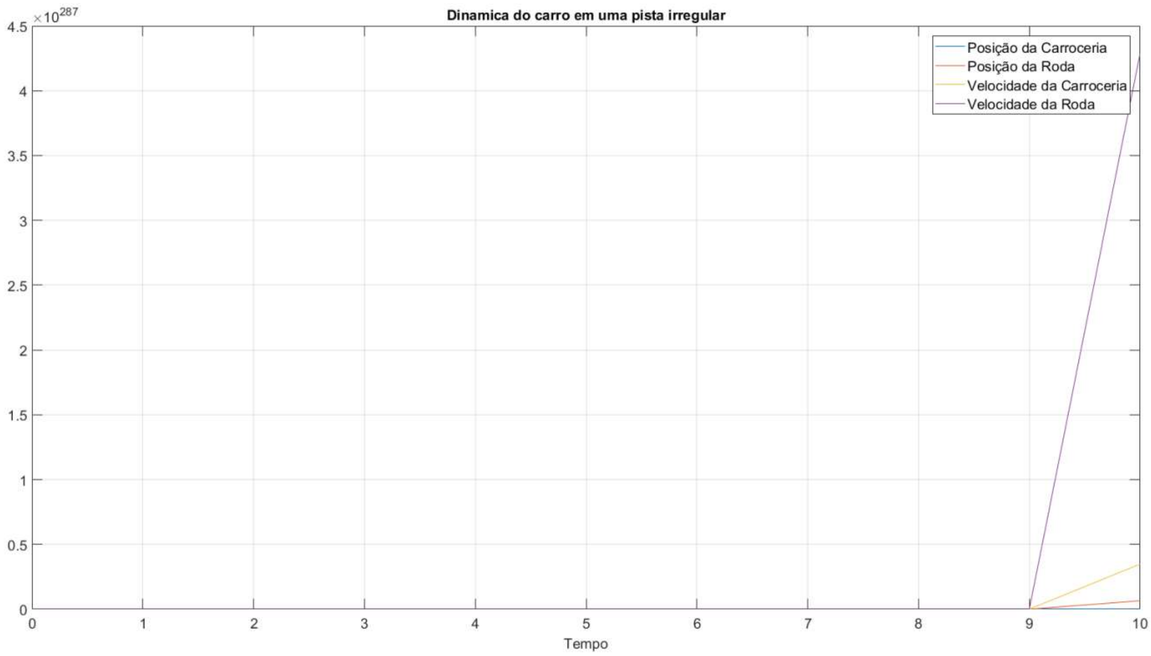
$\dot{x}_c = V_c$ $\quad$ $\dot{x}_r = V_r$ $\quad$ $\ddot{x}_c = \dot{V}_c$ $\quad$ $\ddot{x}_r = \dot{V}_r$

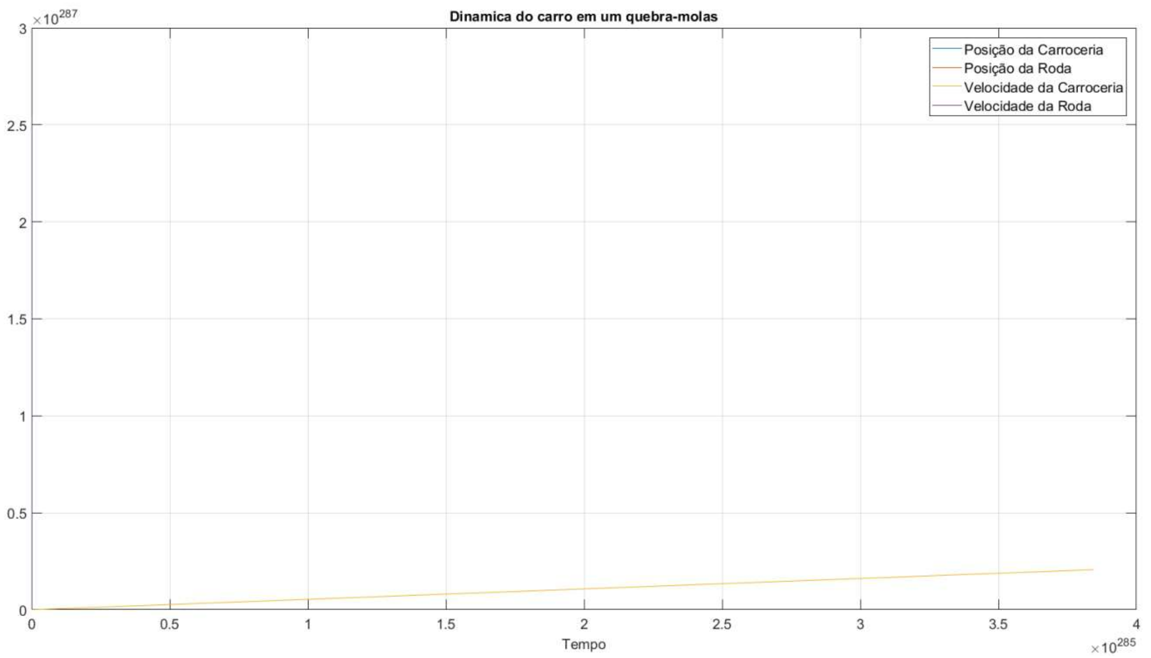
Assim, a equação do sistema mudou para:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_c\\ \dot{x}_r\\ \dot{V}_c\\ \dot{V}_r\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\frac{14384}{355} & \frac{14384}{355} & -\frac{1860}{355} & \frac{1860}{355}\\ \frac{14384}{46} & \frac{14384+300000}{46} & \frac{1860}{46} & -\frac{1860}{46}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_c\\ x_r\\ V_c\\ V_r\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ \frac{300000}{46}\end{bmatrix}[u(t)]$$

$$[y]=[0\quad 0\quad 0\quad 0]\begin{bmatrix}x_c\\ x_r\\ V_c\\ V_r\end{bmatrix}+\;[0]\,[u(t)]$$

Considerando nulo o deslocamento e velocidade da carroceria e da roda no inicial, ($x_c(0) = 0$, $\dot{x}_c(0) = 0$, $x_r(0) = 0$ e $\dot{x}_r(0) = 0$, temos:





A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all;
close all;
clc;

%Matrizes de sistema
A = [0 0 1 0;0 0 0 1;(-14384/355) (14384/355) (-1860/355) (1860/355);
(14384/46) ((14384+300000)/46) (1860/46) (-1860/46)];
B = [0; 0; 0; 300000/46];
C = [0 0 0 0];
D = 0;

Sistema = ss(A,B,C,D);

%Condições iniciais
x0 = [0 0 0 0];

%Tempo
t=0:1:200;

%Entradas
%Entrada de pista irregular
U1=sin(t);
%Entrada de quebra mola
U2=zeros(1,length(t)); %zera o vetor
i=0; %coloca sen de 0 a pi nas primeiras 7 variaveis do sinal
while i<7
    U2(i+1)=sin(pi*i/6);
    i=i+1;
end

%Resposta
[Y1,t,X1] = lsim(Sistema,U1,t,x0);
[Y2,t,X2] = lsim(Sistema,U2,t,x0);

figure(1)
plot(t,X1(:,1),t,X1(:,2),t,X1(:,3),t,X1(:,4));
grid on;
xlabel('Tempo');
legend('Posição da Carroceria','Posição da Roda','Velocidade da
Carroceria','Velocidade da Roda');
title('Dinamica do carro em uma pista irregular');
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',14);

figure(2)
plot(t,X2(:,1),t,t,X2(:,2), X2(:,3),t,X2(:,4));
grid on;
xlabel('Tempo');
legend('Posição da Carroceria','Posição da Roda','Velocidade da
Carroceria','Velocidade da Roda');
title('Dinamica do carro em um quebra-molas');
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',14);
```

2.12
$H(z)$ assintoticamente estável
$u(k)$ um sinal de entrada
$y(k)$ saída da simulação
$v(k)$ ruído branco dos erros da medição

O melhor modelo que representa essa situação é o Modelo de resposta ao impulso finita (2.6.1).

Para virar um modelo ARX, o ruído tem que deixar de ser branco. Para isto, o ruído deve passar em um filtro. Assim ele será o ruído branco filtrado.

2.14

Modelo VARX

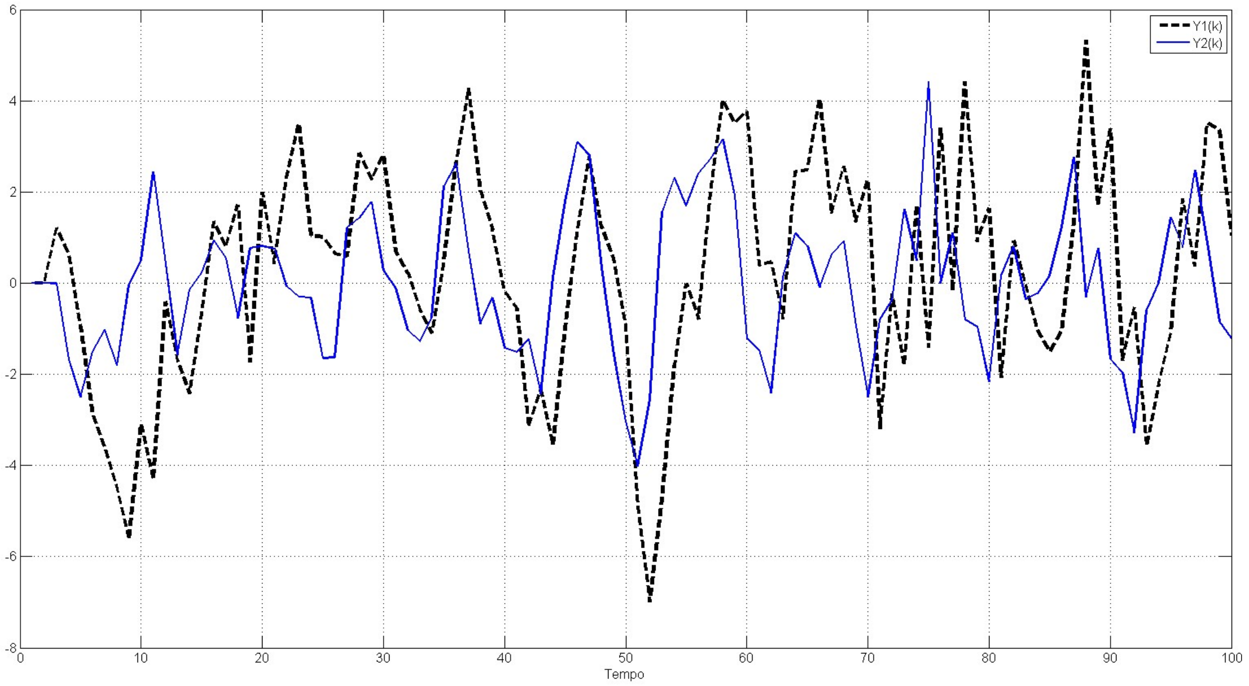
$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4 & 1{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(k-1) \\ y_2(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}35 & -0{,}3 \\ -0{,}4 & -0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(k-2) \\ y_2(k-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k-1) \\ u_2(k-1) \end{bmatrix}$$

u_1= Sinal Aleatório e independentes com distribuição gaussiana, média nula e variância unitária

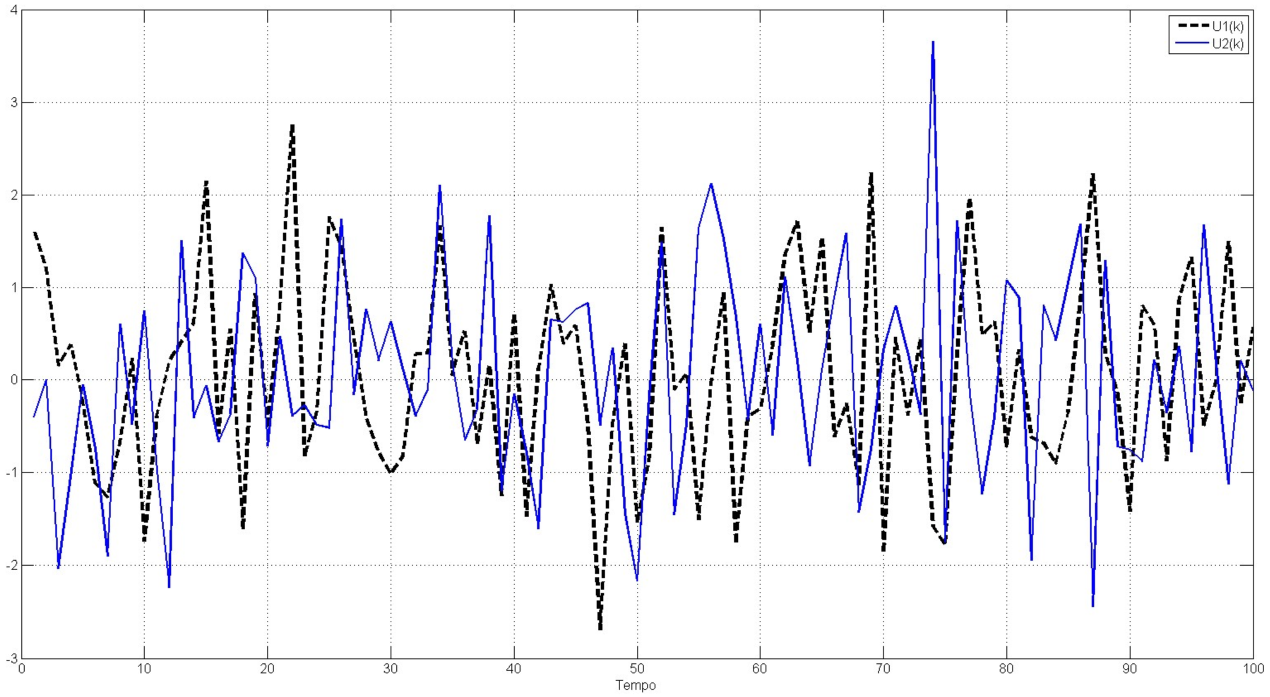
u_2= Sinal Aleatório e independentes com distribuição gaussiana, média nula e variância unitária

Condições iniciais Nulas

O gráfico da simulação foi :



Com os sinais aleatórios:



A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all;
close all;
clc;

%Definindo os vetores
%Tempo
k=1:1:100;
%Vetores zeradas
y1=zeros(1,length(k));
y2=zeros(1,length(k));

%Valores iniciais
y1(1)=0;
y1(2)=0;
y2(1)=0;
y2(2)=0;

%Matrizes de constantes
A = [0.4 1.2; 0.3 0.7];
B = [0.35 -0.3; -0.4 -0.5];
C = [1 0; 0 1];

%Matriz do sinal aleatório
u1 = randn(1,length(k));
u2 = randn(1,length(k));

i=3;
while i<=length(k)
    %Fazendo as Matrizes Y = A * Y_menos_1+ B * Y_menos_2 + C * U
    Y_menos_2 = [y1(i-2);y2(i-2)];
    Y_menos_1 = [y1(i-1);y2(i-1)];
    U = [u1(i-1);u2(i-1)];
    Y = A*Y_menos_1+B*Y_menos_2+C*U;

    %Recebendo os valores da simulação
    y1(i)= Y(1);
    y2(i)= Y(2);

    i=i+1;
end

figure()
plot(k,y1,'--k','linewidth',3);
hold on;
plot(k,y2,'b','linewidth',2);
xlabel('Tempo');
legend('Y1(k)','Y2(k)');
hold off;
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);


figure()
plot(k,u1,'--k','linewidth',3);
hold on;
plot(k,u2,'b','linewidth',2);
```

```
xlabel('Tempo');
legend('U1(k)','U2(k)');
hold off;
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);
```