3.3

Figura 3.22 mostra a resposta simulada de um sistema, que opera em malha aberta, a uma entrada em degrau de amplitude unitária.

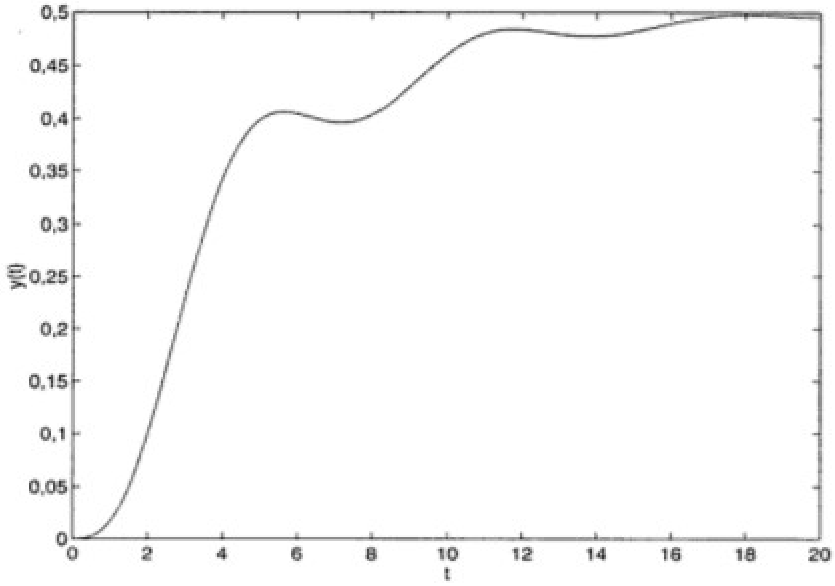


FIGURA 3.22: Resposta ao degrau para exercício proposto

Resposta ao degrau do sistema hipotético do Exercício 3.3.

O inicio da resposta parece um sistema subamortecido de segunda ordem. Sendo assim:

$$H_1(s) = \frac{e^{-\tau_d s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \; ou = \frac{e^{-\tau_d s}\omega_n^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_n s + \omega_n^2}$$

O fim da resposta, antes de ficar em regime estacionário, não tem um valor de máximo sinal (overshoot) maior que o do regime permanente, sendo assim, parece um sistema de primeira ordem. Sendo assim:

$$H_2(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Assim, a função de transferência do sistema, seria:

$$H(s) = H_1(s) * H_2(s)$$

Por ser subamortecido, $\varsigma < 1$.

Pelo o valor estacionário ser 0,5; $K = 0{,}5$.

Para o valor de 0,632 do valor estacionário ($0{,}632 * (0{,}5 - 0) + 0 = 0{,}316$), temos que $\tau = 3{,}8$.

$$H(s) = \frac{0{,}5\ \omega_n^2}{(3{,}8s + 1)(s^2 + 2\varsigma\omega_n s + \omega_n^2)} e^{-\tau_d s}$$

Utilizando ω_n e ς como variáveis, foi realizada a mudança dos valores até que uma curva, que se seja semelhante à Figura 3.22, aparecesse.

O número N de ciclos foi 2,5. Assim:

$$\varsigma = \frac{0{,}6}{N} = \frac{0{,}6}{2{,}5} = 0{,}24$$

O tempo de ocorrência dos ciclos foi de 20 segundos.

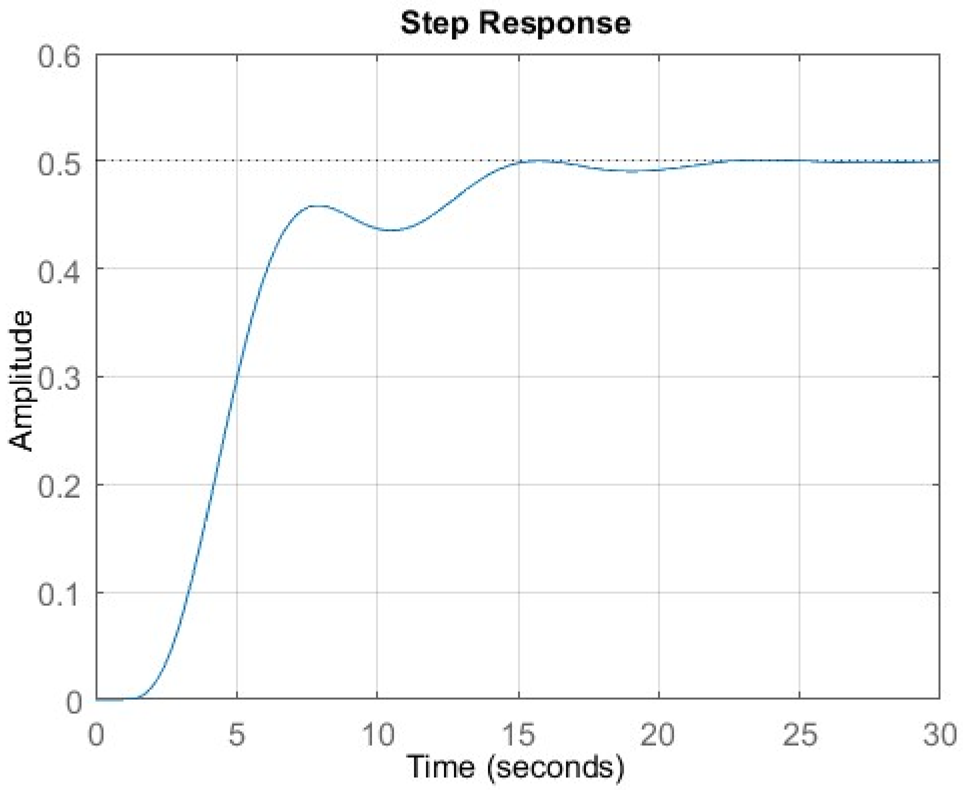
Assim, o período foi de:

$$T = \frac{tempo}{N} = \frac{20}{2,5} = 8$$

Então :

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = 0,7854$$

Assim, obtivemos:



A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all;
close all;
clc;

%Definindo as variáveis
omega = 2*pi/8; %Frequencia natural
sigma = 0.24; %Coeficiente de amortecimento

%Definindo a Função de Transferencia
s = tf('s');
H = exp(-s)*(0.5*omega^2)/((3.8*s+1)*(s^2+2*omega*sigma*s+omega^2))

%Usando a entrada degrau unitário
step(H)
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);
```

3.5

Função de transferência do Sistema

$$H(s) = \frac{e^{-s}}{(2s+1)(s+1)(0{,}5s+1)}$$

Utilizando a aproximação de Padé de primeira ordem, temos:

$$e^{-\tau_d s} = \frac{1 - 0{,}5\tau_d s}{1 + 0{,}5\tau_d s}$$

Assim, a função de transferência do Sistema fica:

$$H(s) = \frac{1 - 0{,}5 * 1 * s}{(2s+1)(s+1)(0{,}5s+1)(1+0{,}5 * 1 * s)} = \frac{1 - 0{,}5s}{(2s+1)(s+1)(0{,}5s+1)(1+0{,}5s)}$$

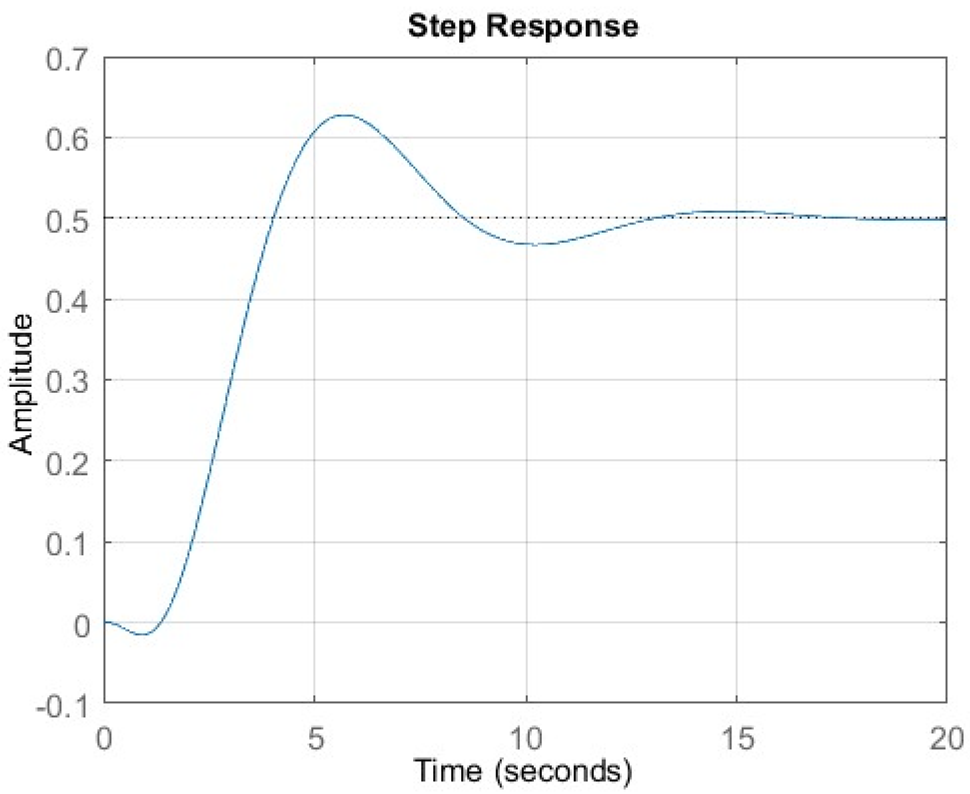
Função do Controlador de Ganho Puro

$$G(s) = K$$

Assim, a função de transferência do sistema com o controlador é:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H(s) * G(s)}{1 + G(s) * H(s)} = \frac{K\frac{1 - 0{,}5s}{(2s+1)(s+1)(0{,}5s+1)(1+0{,}5s)}}{1 + K\frac{1 - 0{,}5s}{(2s+1)(s+1)(0{,}5s+1)(1+0{,}5s)}}$$

$$= \frac{K(1 - 0{,}5s)}{(2s+1)(s+1)(0{,}5s+1)(1+0{,}5s) + K(1-0{,}5s)}$$



Resposta em Malha fechada para degrau unitário com K=1

A partir da figura acima, obtivemos os seguintes parâmetros:

Parâmetro	Valor	Tempo
A	1	
y_∞	0,5	
y_{p1}	0,628	5,68

y_m	0,467	10,1
y_{p2}	0,508	14,2
Δt	4,42	

Medido com $K_c = 1$.

Assim, o ganho K do sistema é

$$K = \frac{y_\infty}{K_c(A - y_\infty)} = \frac{0,5}{1(1-0,5)} = 1$$

Então

$$K_f = K_c K = 1 * 1 = 1$$

Para ς, temos duas formulas de calcular e utilizaremos a média entre eles:

$$\varsigma_1 = \frac{-ln\left(\frac{y_\infty - y_m}{y_{p1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(ln\left(\frac{y_\infty - y_m}{y_{p1} - y_\infty}\right)\right)^2}} = \frac{-ln\left(\frac{0,5-0,467}{0,628-0,5}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(ln\left(\frac{0,5-0,467}{0,628-0,5}\right)\right)^2}} = 0,3962$$

$$\varsigma_2 = \frac{-ln\left(\frac{y_{p2} - y_\infty}{y_{p1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left(ln\left(\frac{y_{p2} - y_\infty}{y_{p1} - y_\infty}\right)\right)^2}} = \frac{-ln\left(\frac{0,508-0,5}{0,628-0,5}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left(ln\left(\frac{0,508-0,5}{0,628-0,5}\right)\right)^2}} = 0,4037$$

$$\varsigma = \frac{\varsigma_1 + \varsigma_2}{2} = \frac{0,3962 + 0,4037}{2} = 0,4$$

Assim, podemos calcular τ e τ_d. Então:

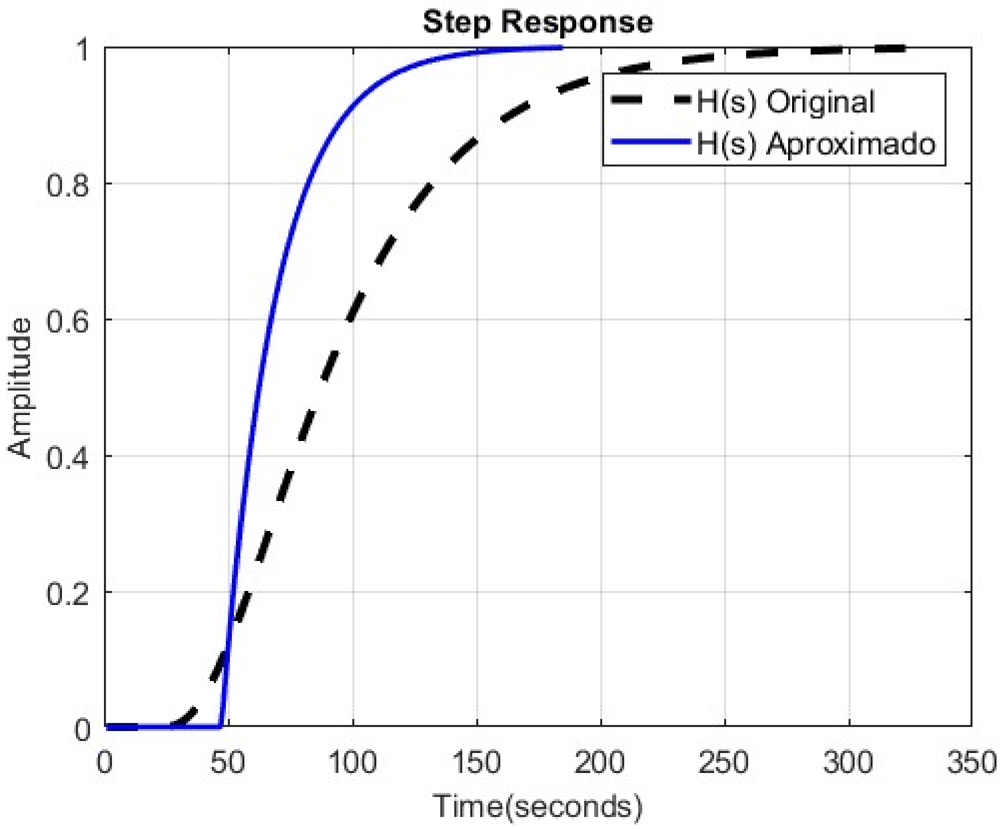
$$\tau = \frac{\Delta t}{\pi}\left(\varsigma\sqrt{K_f+1} + \sqrt{\varsigma^2(K_f+1) + K_f}\right)\sqrt{(1-\varsigma^2)(K_f+1)} = \frac{4,42}{\pi}\left(0,4\sqrt{1+1} + \sqrt{0,4^2(1+1)+1}\right)\sqrt{(1-0,4^2)(1+1)} = 3,1267$$

$$\tau_d = \frac{2\Delta t\sqrt{(1-\varsigma^2)(K_f+1)}}{\left(\varsigma\sqrt{K_f+1} + \sqrt{\varsigma^2(K_f+1)+K_f}\right)} = \frac{2 * 4,42\sqrt{(1-0,4^2)(1+1)}}{\left(0,4\sqrt{1+1} + \sqrt{0,4^2(1+1)+1}\right)} = 6,6826$$

Com os valores anteriores, temos a função de transferência:

$$H(s) = \frac{Ke^{-\tau_d s}}{\tau s + 1} = \frac{1\, e^{-6,6826\, s}}{3,1267\, s + 1}$$

Comparando as duas em Malha aberta, temos:


Step Response
H(s) Original
H(s) Aproximado
Amplitude
Time(seconds)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0
50
100
150
200
250
300
350

A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all;
close all;
clc;

%Definindo a Função de Transferencia em malha aberta
s = tf('s');
HMalhaAberta = exp(-s)/((2*s+1)*(s+1)*(0.5*s+1))
RespostaHMalhaAberta = step(HMalhaAberta);

%Definindo as variáveis
K = 1; %Ganho do Controlador

%Definindo a Função de Transferencia em malha fechada
HMalhaFechada = K*(1-0.5*s)/((2*s+1)*(s+1)*(0.5*s+1)*(1+0.5*s)+K*(1-
0.5*s))

%Usando a entrada degrau unitário
step(HMalhaFechada)
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);

%Definindo a Função de Transferencia em malha aberta de primeira ordem
Haproximado = exp(-6.6826*s)/(3.1267*s+1)
RespostaHaproximado = step(Haproximado);

figure()
plot(RespostaHMalhaAberta,'--k','linewidth',3);
hold on;
plot(RespostaHaproximado,'b','linewidth',2);
xlabel('Time(seconds)');
ylabel('Amplitude');
legend('H(s) Original','H(s) Aproximado');
title('Step Response')
hold off;
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);
```

3.8

Em diversos métodos de identificação de sistemas lineares é comum subtrair o valor inicial dos sinais medidos porque queremos identificar um sistema linear $y = ax$, ou seja, um sistema sem condições iniciais. Se um sistema possui condições iniciais ($y=ax+b$), ele não é linear.

Outra medida importante a se verificar é se o ganho do sistema a ser estimado é positivo ou negativo. Se o ganho da planta for negativo, é necessário realizar ajustes nas equações de estimação ou espelhar o sinal de saída no eixo y e lembrar que o ganho tem sinal oposto ao estimado.

3.11

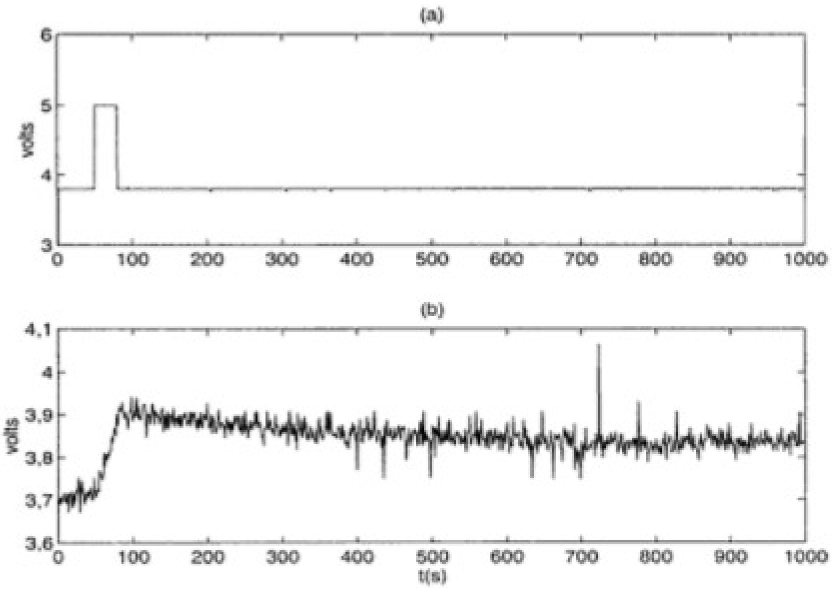
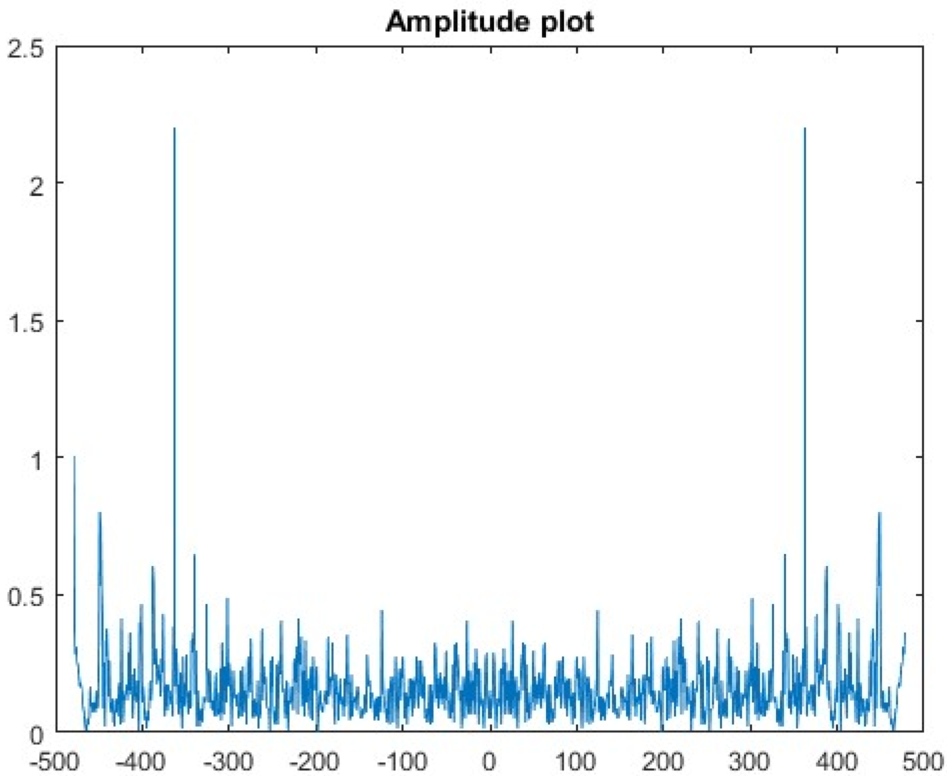


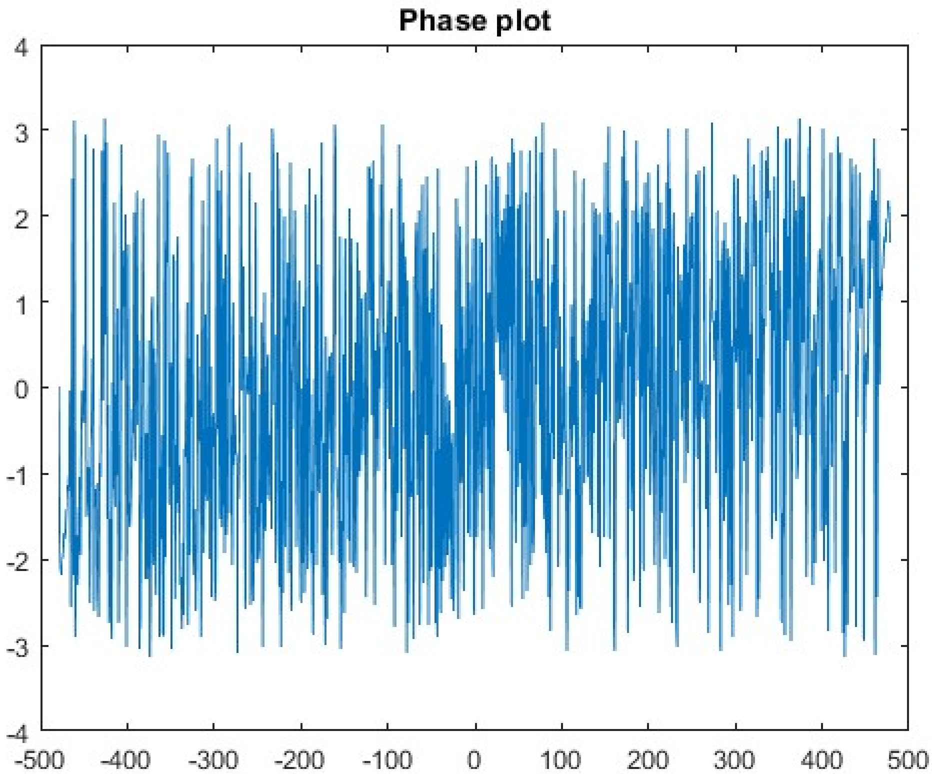
FIGURA 3.24: Resposta ao pulso para exercício proposto

(a) pulso de entrada, $u(k)$, e (b) resposta de vazão da planta, $y(k)$ (`pulso30` @), do Exercício 3.11.

Código sem comentário e não entendi a programação para alterá-la
Após conseguir simular, a tela fica branca

Achei a fft da entrada u(k) e a fft da saída y(k), depois dividi as ffts, tendo H=Y/U e depois plotei a fase e ângulo e não cheguei a conclusão alguma





A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all
clc


clear all
clc

%Carregando os dados ensaio6mw.dat
Data = load ('PULSO30.DAT');

%Separando os Sinais
SinalVazao = Data(:,2);
SinalEntrada = Data(:,3);

FFTSinalVazao = fft(SinalVazao);
FFTSinalEntrada = fft(SinalEntrada);

H=FFTSinalVazao./FFTSinalEntrada;

f= -length(SinalVazao)/2:1:length(SinalVazao)/2-1;

figure, plot(f,abs(H)), title('Amplitude plot')
figure, plot(f,angle(H)), title('Phase plot')
```

3.16

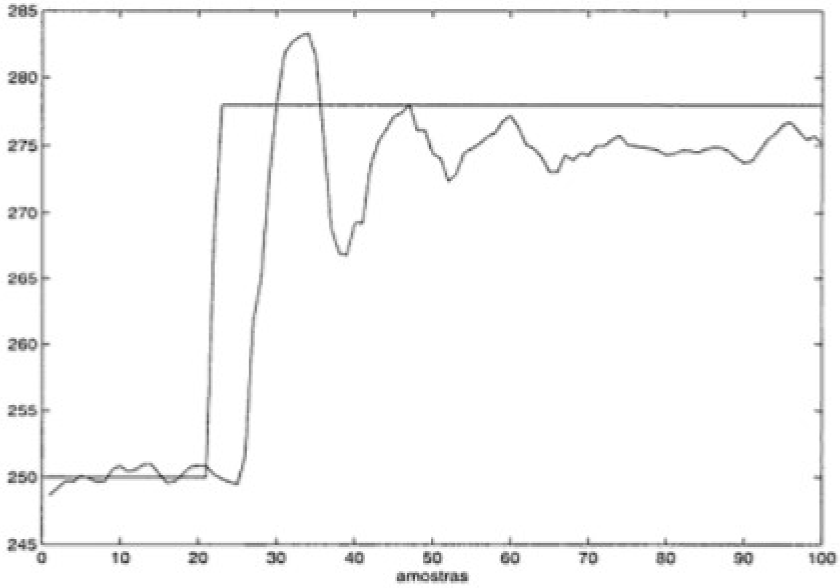


FIGURA 3.26: Figura para exercício de resposta em malha fechada

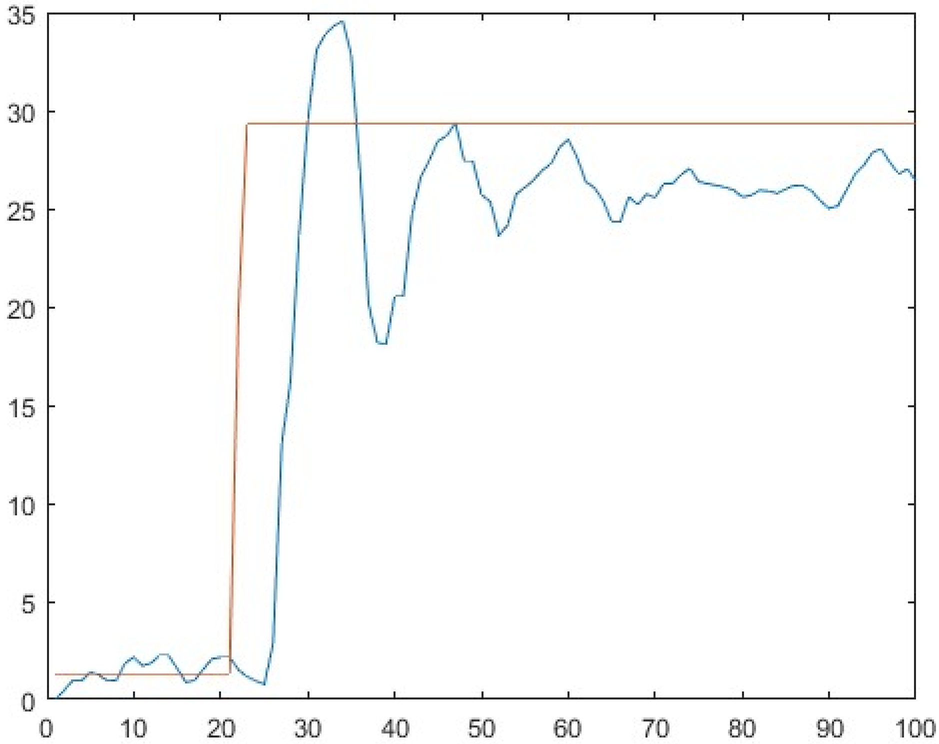
Resposta em malha fechada de um processo real. O sinal em degrau é a referência da malha, ao passo que o outro sinal é a variável controlada (mf644 @).

Ao carregar o sinal “MF644.DAT”, pega-se o primeiro valor e o utiliza para subtrair de todo o sinal, a fim de obter o $y(0) = 0$.

Assim, o sinal trabalhado é:

$$Sinal\ Normalizado = Sinal - Sinal(0) = Sinal - 248{,}6923$$

Obtendo assim o gráfico



A partir da figura acima, obtivemos os seguintes parâmetros:

Parâmetro	Valor	Amostra
A	28	
y_∞	Não visível	
y_{p1}	34,58	34
y_m	18,07	39
y_{p2}	29,38	47
Δt	5	

Medido com $K_c = 2$.

Assim,

$$y_\infty \approx \frac{y_{p2}y_{p1} - {y_m}^2}{y_{p2} + y_{p1} - 2y_m} = \frac{29{,}38 * 34{,}58 - 18{,}07^2}{29{,}38 + 34{,}58 - 2 * 18{,}07} = 24{,}7820$$

Assim, o ganho K do sistema é

$$K = \frac{y_\infty}{K_c(A - y_\infty)} = \frac{24{,}7820}{2(28 - 24{,}7820)} = 3{,}8505$$

Então

$$K_f = K_c K = 2 * 3{,}8505 = 7{,}7011$$

Para ς, temos duas formulas de calcular e utilizaremos a média entre eles:

$$\varsigma_1 = \frac{-ln\left(\frac{y_\infty - y_m}{y_{p1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(ln\left(\frac{y_\infty - y_m}{y_{p1} - y_\infty}\right)\right)^2}} = \frac{-ln\left(\frac{24{,}7820 - 18{,}07}{34{,}58 - 24{,}7820}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(ln\left(\frac{24{,}7820 - 18{,}07}{34{,}58 - 24{,}7820}\right)\right)^2}} = 0{,}1195$$

$$\varsigma_2 = \frac{-ln\left(\frac{y_{p2} - y_\infty}{y_{p1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left(ln\left(\frac{y_{p2} - y_\infty}{y_{p1} - y_\infty}\right)\right)^2}} = \frac{-ln\left(\frac{29{,}38 - 24{,}7820}{34{,}58 - 24{,}7820}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left(ln\left(\frac{29{,}38 - 24{,}7820}{34{,}58 - 24{,}7820}\right)\right)^2}} = 0{,}1195$$

$$\varsigma = \frac{\varsigma_1 + \varsigma_2}{2} = \frac{0{,}1195 + 0{,}1195}{2} = 0{,}1195$$

Assim, podemos calcular τ e τ_d. Então:

$$\tau = \frac{\Delta t}{\pi}\left(\varsigma\sqrt{K_f + 1} + \sqrt{\varsigma^2(K_f + 1) + K_f}\right)\sqrt{(1 - \varsigma^2)(K_f + 1)} =$$
$$\frac{5}{\pi}\left(0{,}1195\sqrt{7{,}7011 + 1} + \sqrt{0{,}1195^2(7{,}7011 + 1) + 7{,}7011}\right)\sqrt{(1 - 0{,}1195^2)(7{,}7011 + 1)}$$
$$= 14{,}6818$$

$$\tau_d = \frac{2\Delta t\sqrt{(1-\varsigma^2)\left(K_f+1\right)}}{\left(\varsigma\sqrt{K_f+1}+\sqrt{\varsigma^2\left(K_f+1\right)+K_f}\right)} =$$

$$\frac{2*5\sqrt{(1-0{,}1195^2)(7{,}7011+1)}}{\left(0{,}1195\sqrt{7{,}7011+1}+\sqrt{0{,}1195^2(7{,}7011+1)+7{,}7011}\right)} = 9{,}2976$$

Com os valores anteriores, temos a função de transferência:

$$H(s) = \frac{Ke^{-\tau_d s}}{\tau s+1} = \frac{3{,}8505\, e^{-9{,}2976\, s}}{14{,}6818\, s+1}$$

Com a Função do Controlador de Ganho Puro

$$G(s) = K_c$$

Para poder comparar se a função de transferência atende aos dados, fechamos a malha usando a aproximação de Padé de primeira ordem.

$$e^{-\tau_d s} = \frac{1-0{,}5\tau_d s}{1+0{,}5\tau_d s}$$

Assim, a função de transferência do Sistema fica:

$$H(s) = \frac{3{,}8505\,\frac{1-0{,}5(9{,}2976)s}{1+0{,}5(9{,}2976)s}}{14{,}6818\, s+1} = \frac{3{,}8505(1-4{,}6488\, s)}{(14{,}6818\, s+1)(1+4{,}6488\, s)}$$

Assim, a função de transferência do sistema com o controlador é:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{H(s)*G(s)}{1+G(s)*H(s)} = \frac{\frac{3{,}8505(1-4{,}6488\, s)}{(14{,}6818\, s+1)(1+4{,}6488\, s)}*2}{1+2*\frac{3{,}8505(1-4{,}6488\, s)}{(14{,}6818\, s+1)(1+4{,}6488\, s)}} =$$

$$\frac{7{,}701(1-4{,}6488\, s)}{(14{,}6818\, s+1)(1+4{,}6488\, s)+7{,}701(1-4{,}6488\, s)}$$

Ao fechar a malha, a resposta estoura

A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all
clc

%Carregando os dados MF644.DAT
Data = load ('MF644.DAT');

%Colocando y(0)=0
NewData = Data - Data(1);

plot (NewData)

%Definindo a Função de Transferencia em Malha Fechada
s = tf('s');
H = (7.701*(1-4.6488*s))/((14.6818*s+1)*(1+4.6488*s)+7.701*(1-
4.6488*s))

%Usando a entrada degrau unitário
figure()
%criando as opções da entrada degrau
opt = stepDataOptions('InputOffset',0,'StepAmplitude',28);
%usado a entrada degrau
step(H,opt)
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);

%Definindo a Função de Transferencia em Malha Aberta
Kc=2;
HAberto = (3.8505*exp(-9.2976*s))/(14.6818*s+1)
HFechado = feedback(HAberto,Kc)

%Usando a entrada degrau unitário
figure()
%criando as opções da entrada degrau
opt = stepDataOptions('InputOffset',0,'StepAmplitude',28);
%usado a entrada degrau
step(HFechado,opt)
grid on;
fig=gcf;
set(findall(fig,'-property','FontSize'),'FontSize',12);
```

3.17

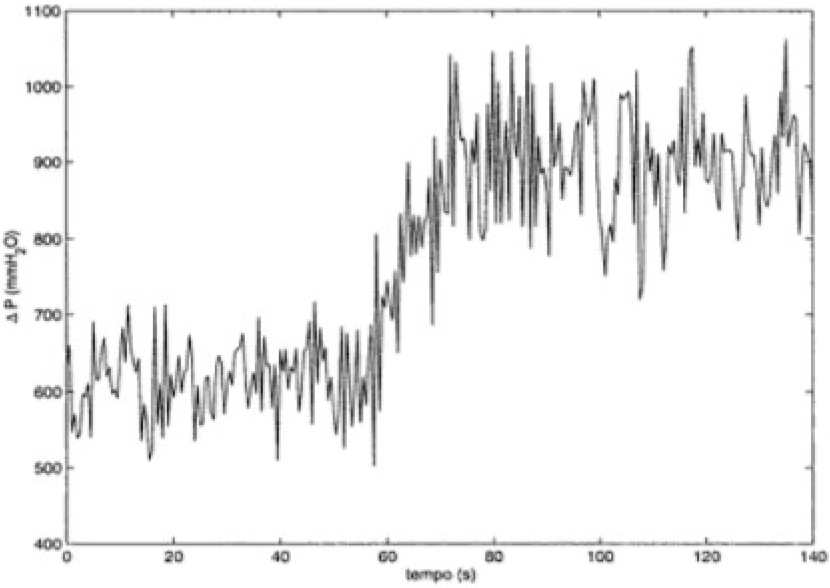
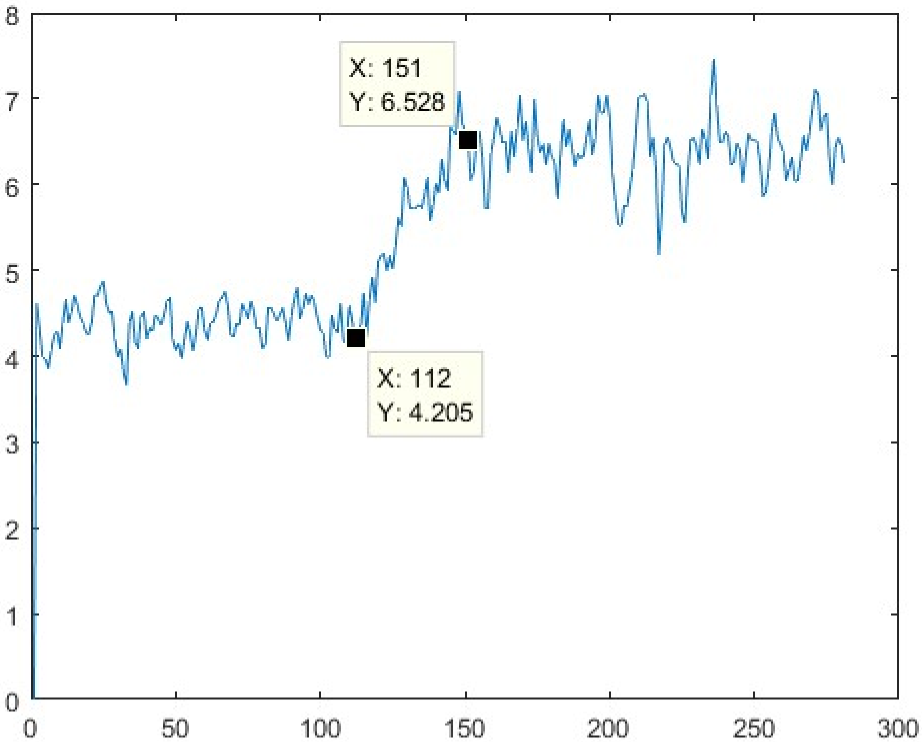


FIGURA 3.27: Resposta ao degrau medida em processo turbulento
Dados disponíveis em (ensaio6mw @).

Se o modelo não possui atraso puro de tempo, ele não possui um termo exponencial no numerador. Assim, o degrau unitário não foi inserido no tempo 0 da figura 3.27.

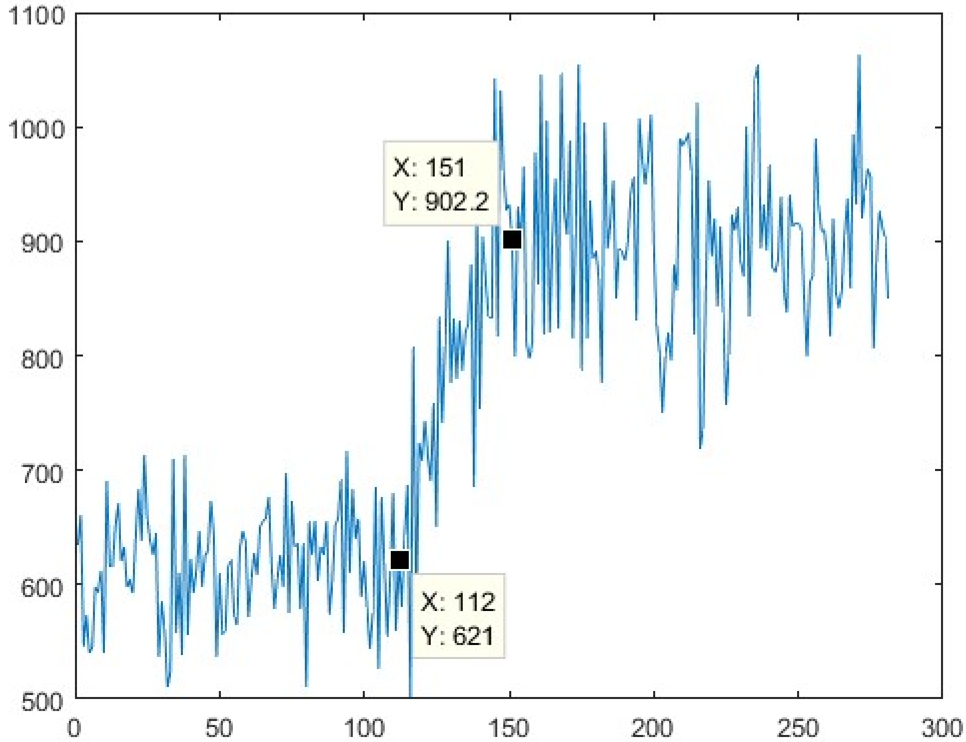
Usando um filtro média móvel, obteve-se o seguinte gráfico abaixo da amostra do sinal e o ponto marcado foi o considerado aonde a entrada degrau fez efeito e aonde ele estacionou.



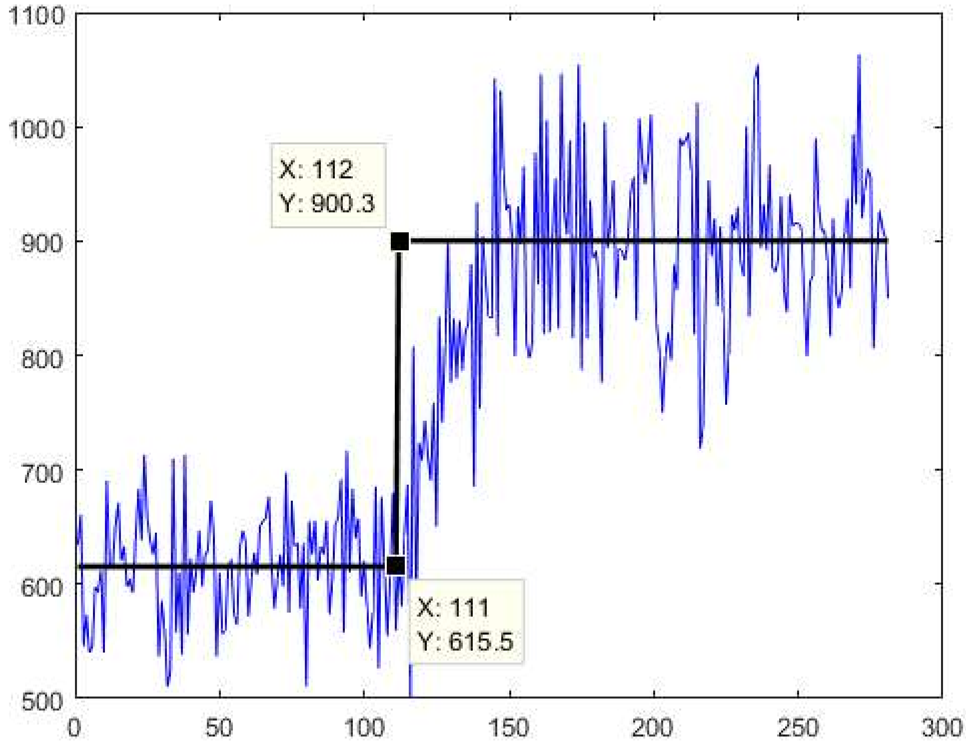
Considerando o sistema de primeira ordem, temos:

$$H(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

A partir do sinal inicial, temos:



Tirando a média dos pontos antes de X=112 e depois dos pontos X=151, teremos os valores de y_{0^-} e y_∞, respectivamente. Assim, temos:



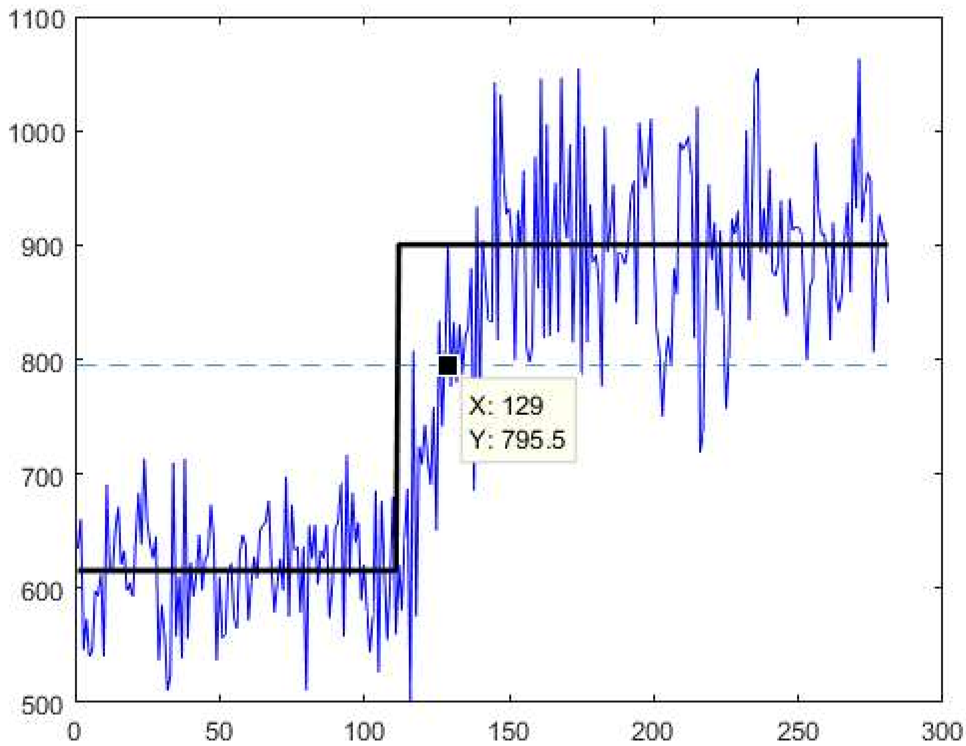
A partir dessa figura, podemos estimar os parâmetros do sistema de primeira ordem. Então:

Considerando um degrau unitário, o ganho será:

$$K = \frac{y_\infty - y_{0^-}}{A} = \frac{900{,}3026 - 615{,}4788}{1} = 284{,}8238$$

$$y_\tau = 0{,}632\ (y_\infty - y_{0^-}) + y_{0^-} = 0{,}632(900{,}3026 - 615{,}4788) + 615{,}4788 = 795{,}4874$$

Realizando o encontro dos pontos

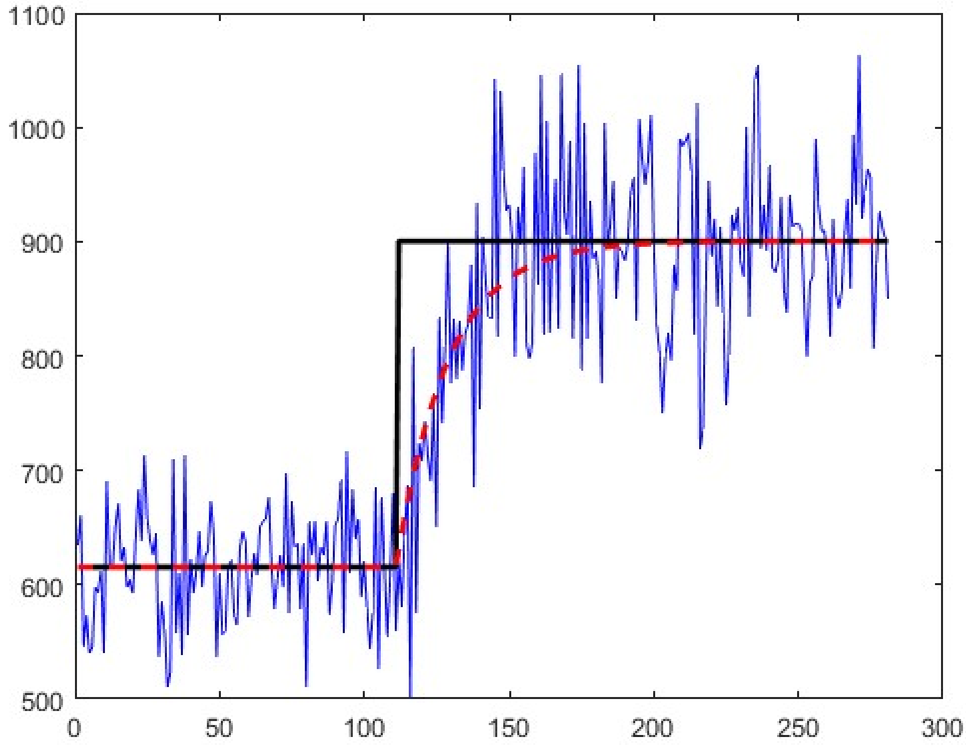


$$\tau = t_\tau - t_0 = 129 - 111 = 18$$

Assim, o sistema de primeira ordem é:

$$H(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{284{,}8238}{18\ s + 1}$$

E sua resposta degrau unitário é:


1100
1000
900
800
700
600
500
0
50
100
150
200
250
300

A Simulação foi realizada através do código no Matlab abaixo:

```
clear all
clc

%Carregando os dados ensaio6mw.dat
Data = load ('ensaio6mw.dat');

%Separando o Sinal
Sinal = Data(:,2);

%Usando Média Móvel Para achar o ponto de inicio do Degrau
for i=2:length(Sinal)

    SinalFiltrado(i)=(Sinal(i)+Sinal(i-1))/length(Sinal);

end

plot(SinalFiltrado)

%Criando o vetor degrau
%Criando a média do y(0)
soma=0;
for i=1:112

    soma = soma+Sinal(i);

end
y0 = soma/112

%Criando a média do y(infinito)
soma=0;
for i=151:length(Sinal)

    soma = soma+Sinal(i);

end
yinf = soma/(length(Sinal)-150)

%Criando a entrada degrau no grafico
Degrau = zeros(length(Sinal),1);
for i=1:length(Sinal)

    if i<112
        Degrau(i)=y0;
    else
        Degrau(i)=yinf;
    end
end

%Ganho com um degrau unitário
A=1;
K=(yinf-y0)/A

ytau = 0.632*(yinf-y0)+y0
%Linha de encontro do tau com o sistema
linhaytau = ytau*ones(length(Sinal),1);
```

```
figure()
plot(Sinal,'b');
hold on;
plot(Degrau,'k','linewidth',2);
plot(linhaytau,'--');
hold off;

%Fazendo a função de transferencia do sistema
s = tf('s');
tau=18;
H = K/(tau*s+1)

%Achando os parametros de tempo
%o t=0 do sinal é o t=111 do sistema como o t=111 entra, tiramos 110
pontos
Tamanho_t = length(Sinal)-110;
t=0:1:Tamanho_t;
%Fazendo o Degrau Unitário
Y=step(H,t);
%Fazendo o vetor resposta
Resposta = y0*ones(length(Sinal),1);
j=1;
for i=1:length(Sinal)
    if(i>110)
        Resposta(i)=Resposta(i)+Y(j);
        j=j+1;
    end
end
figure()
plot(Sinal,'b');
hold on;
plot(Degrau,'k','linewidth',2);
plot(Resposta,'--r','linewidth',2);
hold off;
```