5.1

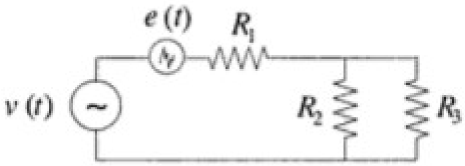


FIGURA 5.4: Circuito resistivo

$e(t)$ = ruído branco e com média nula.
R_3 é conhecido.

$$V(t) + e(t) = V_{R_1} + V_{R_{2,3}} = R_1 i + \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3} i$$

Pela Lei de Kirchoff das correntes em malha, temos:

$$-V(t) - e(t) + R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_2) = 0$$
$$R_3 i_2 + R_2(i_2 - i_1) = 0$$

Então:

$$R_3 i_2 = R_2(i_1 - i_2)$$

Assim:

$$V(t) = R_1 i_1 + R_3 i_2 - e(t)$$

Como pretendo estimar R_1 e R_2, se utiliza a primeira equação da Lei de Kirchoff das Correntes de Malha.

$$V(t) = R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_2) - e(t)$$

Considerando $V(t)$ como saída e i_1 e i_2 como entradas, temos:

$$y(t) = R_1 u_1(t) + R_2(u_1 - u_2) + e(t)$$

Qual equação eu deixo $V(t)$ como entrada e relaciono com R_1 e R_2?

5.3

$$H(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Considerando o numerador como saída e o denominador como entrada, temos:

$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Então:

$$y(z) + a_1 y(z) z^{-1} + a_2 y(z) z^{-2} = b_1 u(z) z^{-1} + b_2 u(z) z^{-2}$$
$$y(z) = -a_1 y(z) z^{-1} - a_2 y(z) z^{-2} + b_1 u(z) z^{-1} + b_2 u(z) z^{-2}$$

Fazendo a transformada inversa, temos:

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$$

Assim, temos:

$$Y_{N\times 1} = X_{N\times n}\, \theta_{n\times 1}$$

Onde são N amostras e $n = 4$ parâmetros
Fazendo a Equação normal, temos:

$$X_{4\times N}^T\, Y_{N\times 1} = X_{4\times N}^T\, X_{N\times 4}\, \theta_{4\times 1}$$

Onde
$X_{N\times 4}$ = Matriz de entradas
$Y_{N\times 1}$ = Vetor de saídas
$\theta_{4\times 1}$= Vetor de parâmetros (a_1, a_2, b_1 e b_2)

Para utilizar o método dos Mínimos Quadrados, devemos fazer:

$$[X_{4\times N}^T\, X_{N\times 4}]^{-1}\, X_{4\times N}^T\, Y_{N\times 1} = [X_{4\times N}^T\, X_{N\times 4}]^{-1}\, X_{4\times N}^T\, X_{N\times 4}\, \theta_{4\times 1}$$

Obtendo assim, os parâmetros pela a equação:

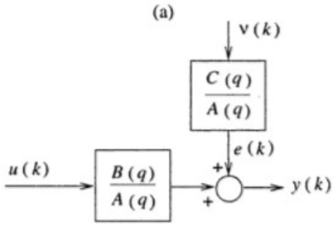
$$\theta_{4\times 1} = [X_{4\times N}^T\, X_{N\times 4}]^{-1} X_{4\times N}^T\, Y_{N\times 1}$$

5.6

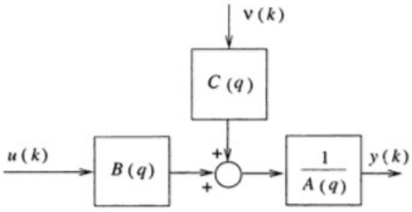
Modelo ARMAX

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{A(q)}\upsilon(k)$$

(a)



(b)



e pode ser representado como

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_{n_y} y(k - n_y) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \cdots + b_{n_u} u(k - n_u) + c_1 \upsilon(k-1) + c_2 \upsilon(k-2) + \cdots + c_{n_\upsilon} \upsilon(k - n_\upsilon)$$

A variável regressora $\upsilon(k)$ depende dos valores dos parâmetros $c_1, c_2 \ldots c_{n_\upsilon}$ ou de $\frac{C(q)}{A(q)}$, sendo assim não podem ser escritas como regressão linear

Modelo ARMA

$$y(k) = \frac{C(q)}{A(q)}\upsilon(k)$$

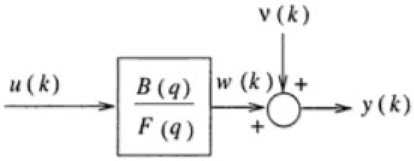
e pode ser representado como

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_{n_y} y(k - n_y) + c_1 \upsilon(k-1) + c_2 \upsilon(k-2) + \cdots + c_{n_\upsilon} \upsilon(k - n_\upsilon)$$

A variável regressora $\upsilon(k)$ depende dos valores dos parâmetros $c_1, c_2 \ldots c_{n_\upsilon}$ ou de $\frac{C(q)}{A(q)}$, sendo assim não podem ser escritas como regressão linear

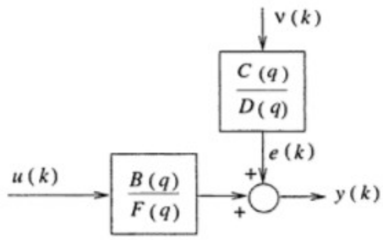
Modelo de erro na saída

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \upsilon(k)$$



Modelo Box Jenkins

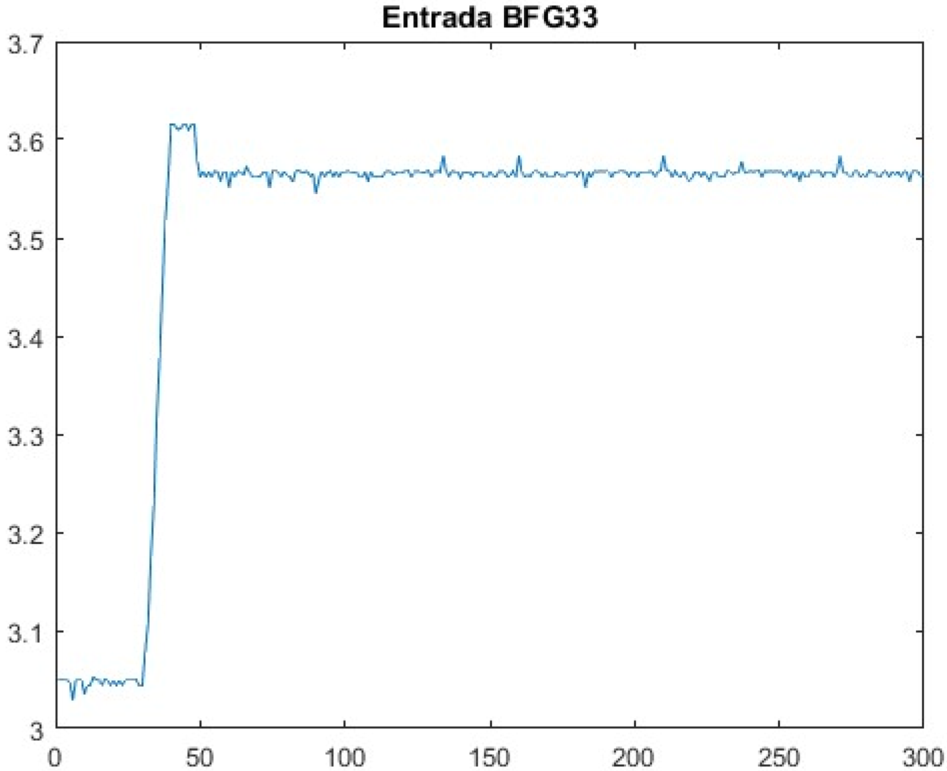
$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}\upsilon(k)$$

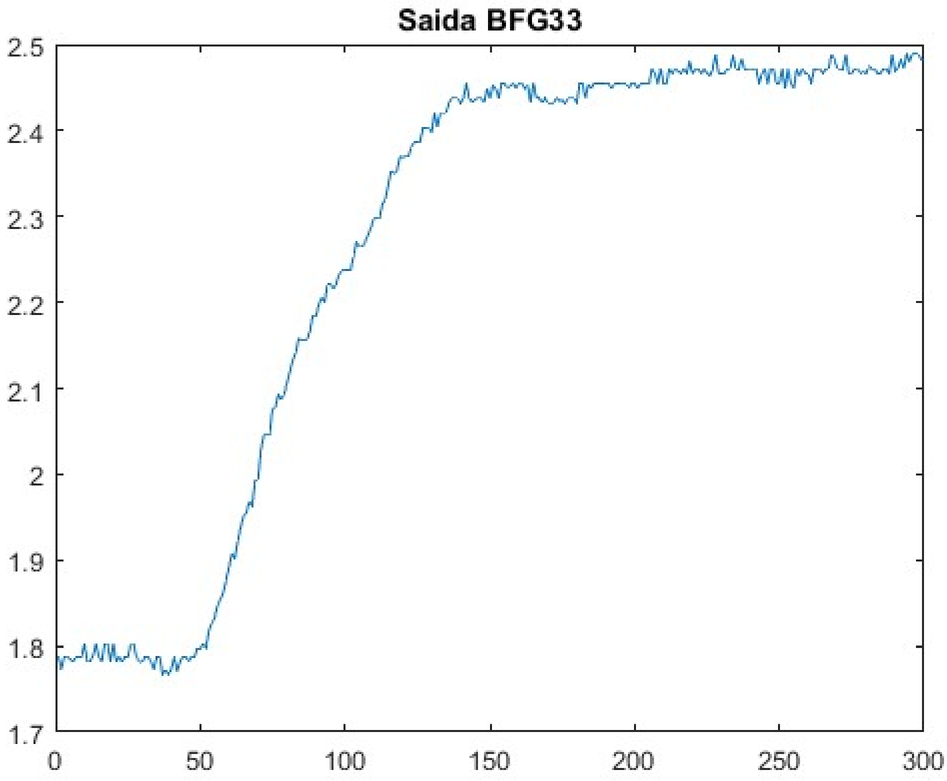


A variável regressora $v(k)$ depende dos valores dos parâmetros $c_1, c_2 \dots c_{n_v}$ ou de $\frac{C(q)}{D(q)}$, sendo assim não podem ser escritas como regressão linear, mesmo que os parâmetros do erro e do sistema não sejam a mesma.

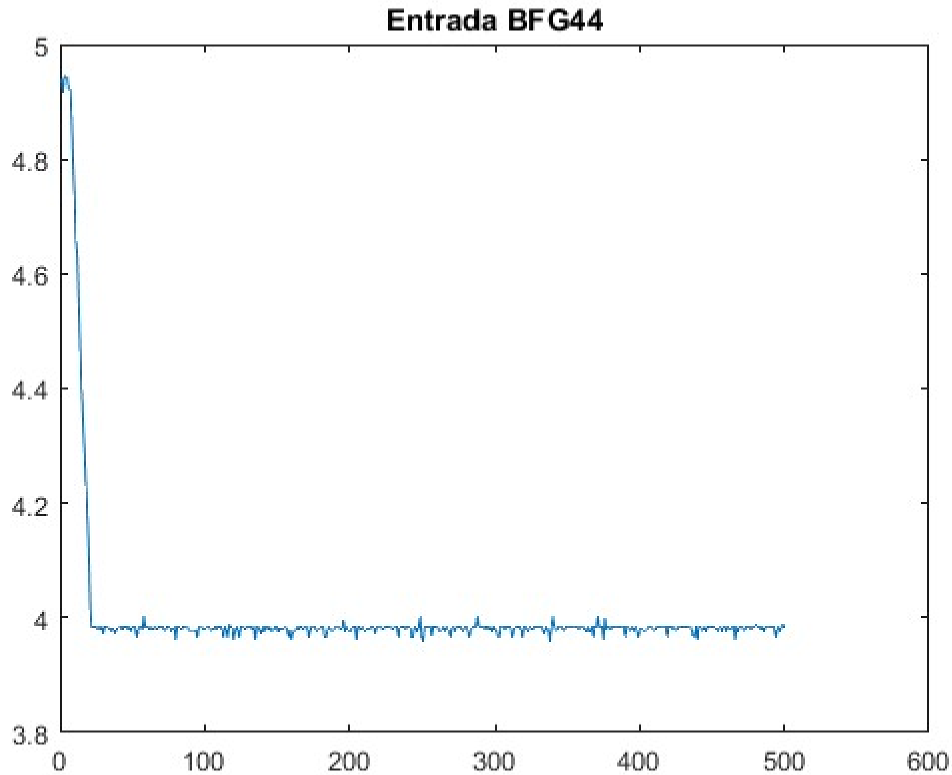
5.13

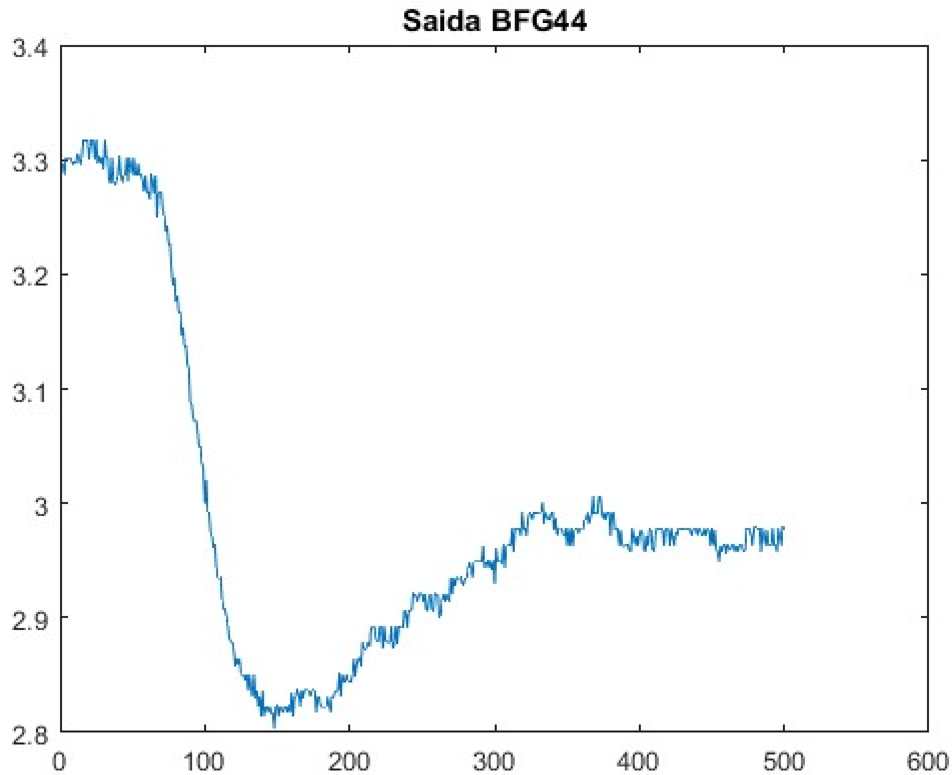
Pegando os dados do arquivo BFG33.DAT, temos:





Pegando os dados do arquivo BFG44.DAT, temos:





Pelo o exemplo 3.3.1, temos:

$$H_1(s) = \frac{1{,}338e^{-1{,}9s}}{(3{,}406s + 1)(1{,}053s + 1)}$$

$$H_2(s) = \frac{0{,}0182e^{-4{,}7s}}{s^2 + 2(0{,}4)(0{,}228)s + 0{,}052}$$

Estimando os modelos pelo ARX, temos:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_{n_y} y\left(k - n_y\right) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \cdots + b_{n_u} u(k - n_u)$$

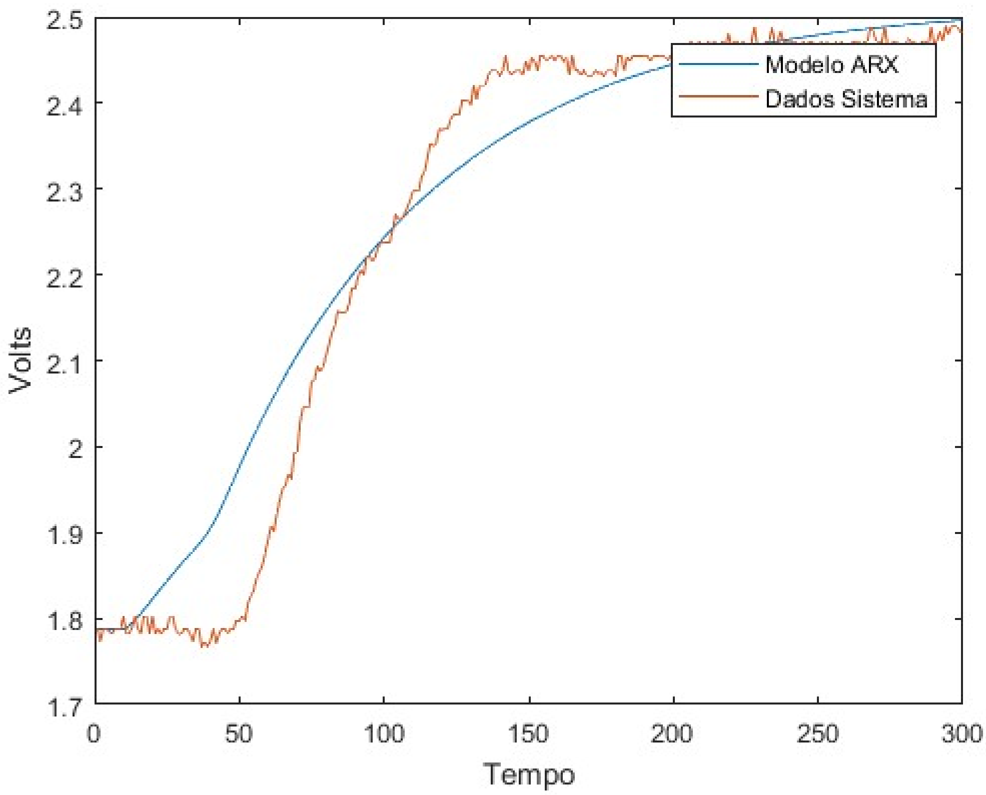
Formando assim as matrizes de Regressores e de Parâmetros:

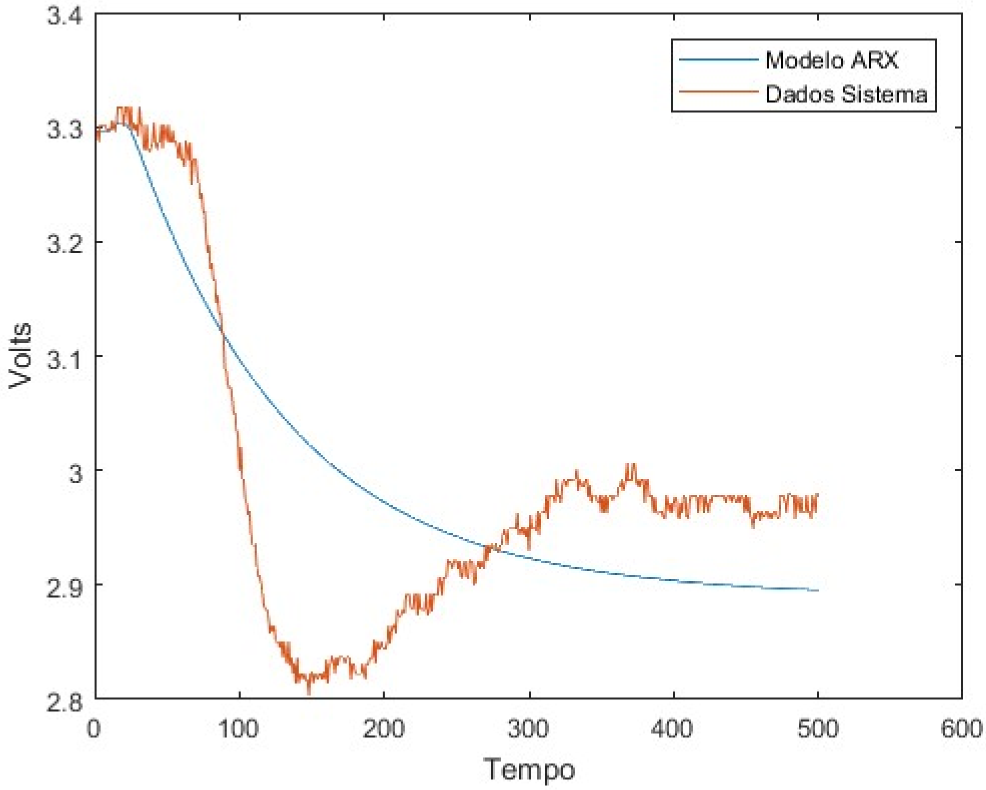
$$\psi = [y(k-1)\ y(k-2) \dots\ y\left(k - n_y\right)\ u(k-1)\ u(k-1) \dots\ u(k - n_u)]$$
$$\theta = [a_1\ a_2 \dots\ n_y\ b_1\ b_2 \dots\ b_{n_u}]$$

Estimando os parâmetros pelo método dos mínimos quadrados, temos:

$$\theta = [\psi^T \psi]^{-1} \psi^T y$$

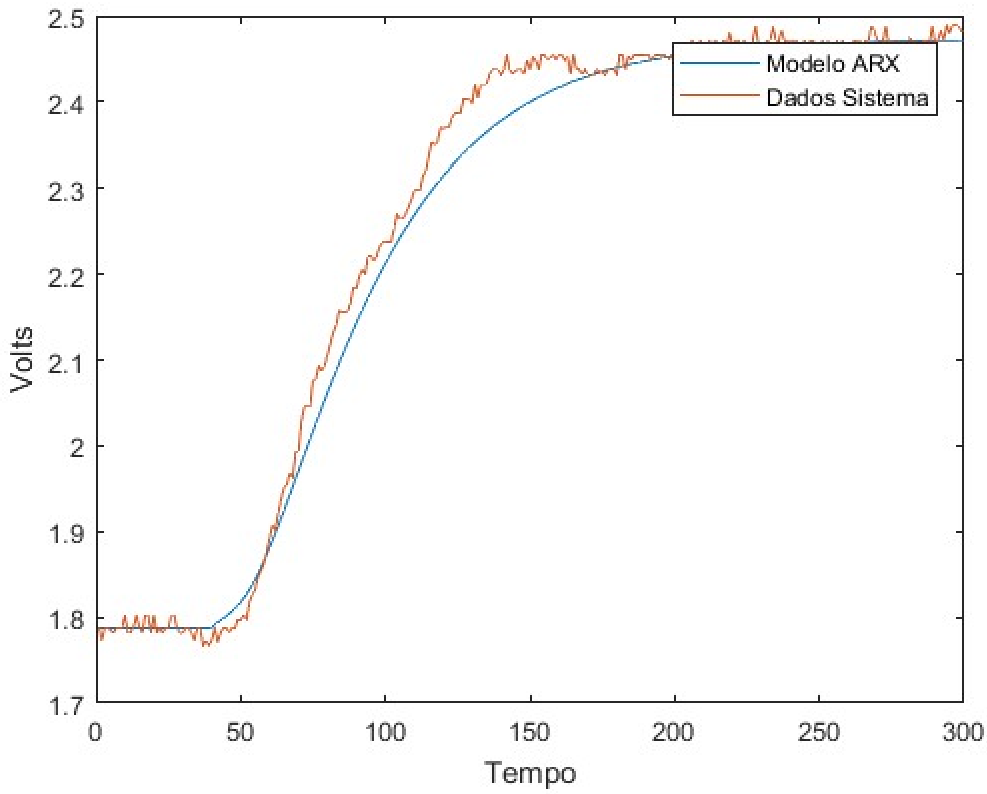
Para $n_y = 6$ e $n_u = 5$, temos:



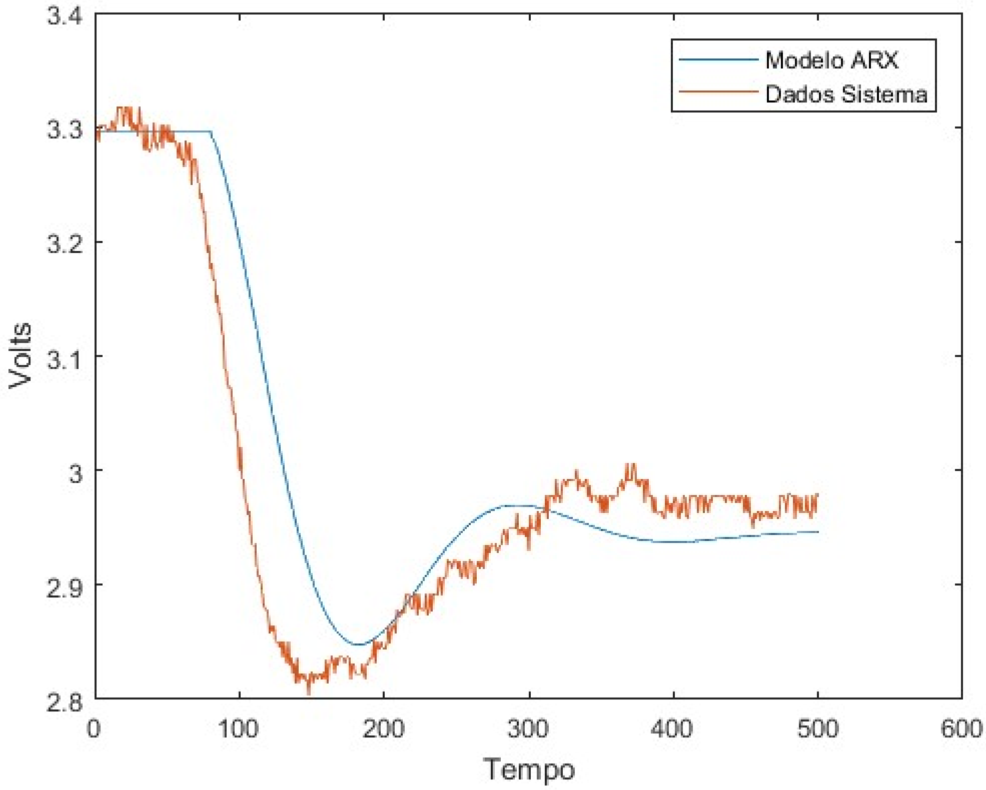


Como os modelos não ficaram bons, aumentou-se os números dos parâmetros.

Para $n_y = 20$ e $n_u = 20$, temos:

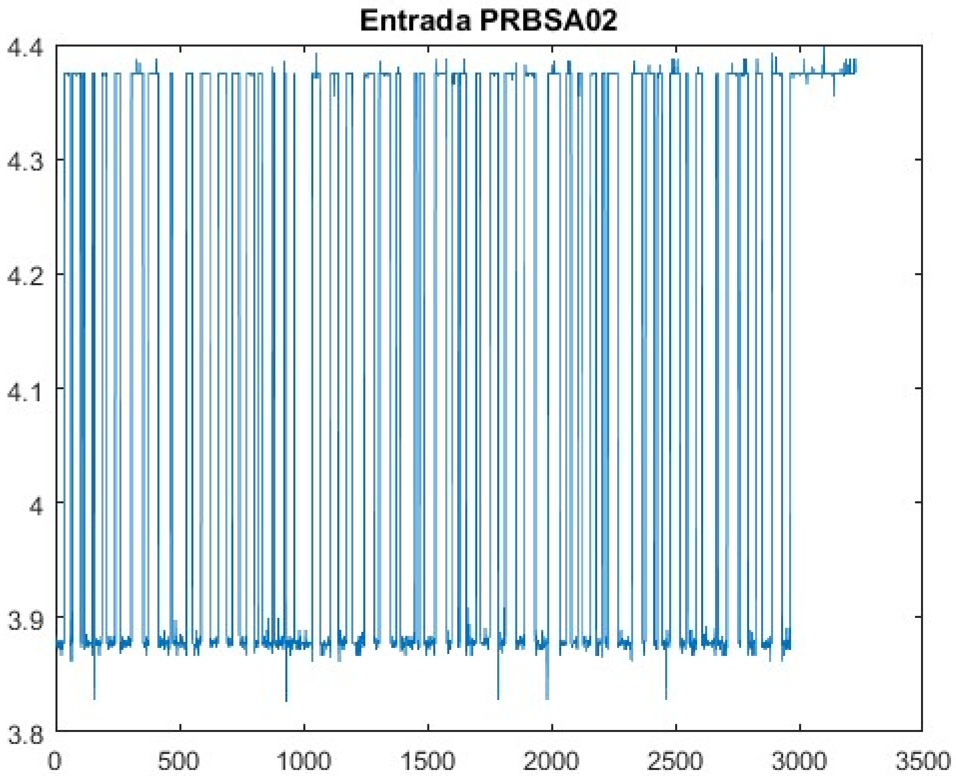


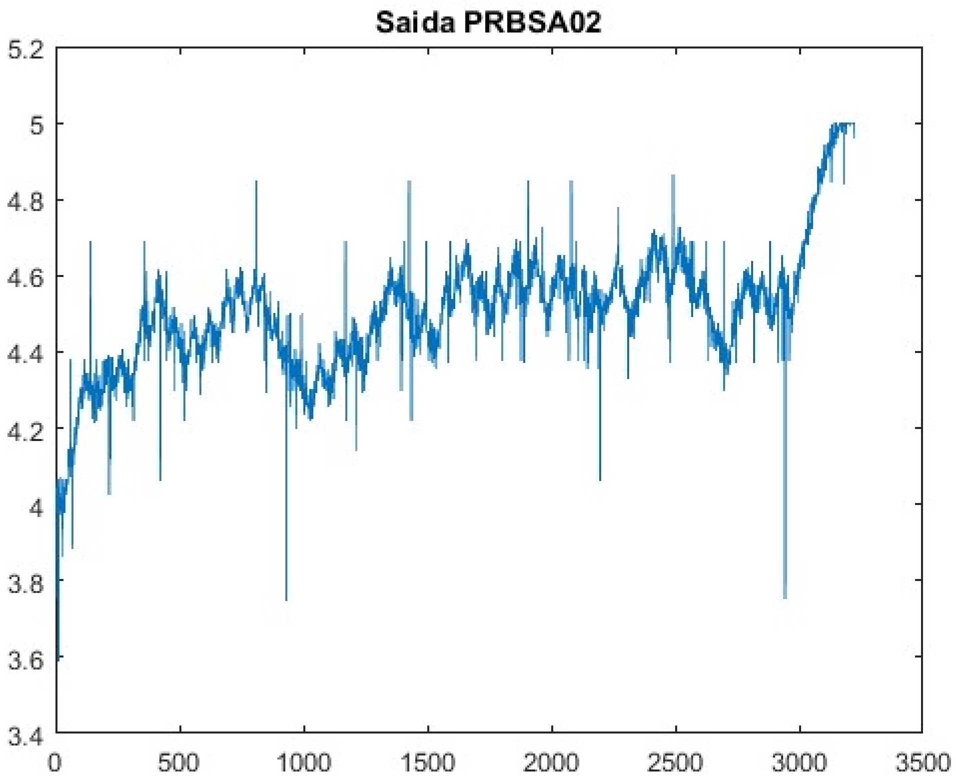
Para $n_y = 40$ e $n_u = 40$, temos:



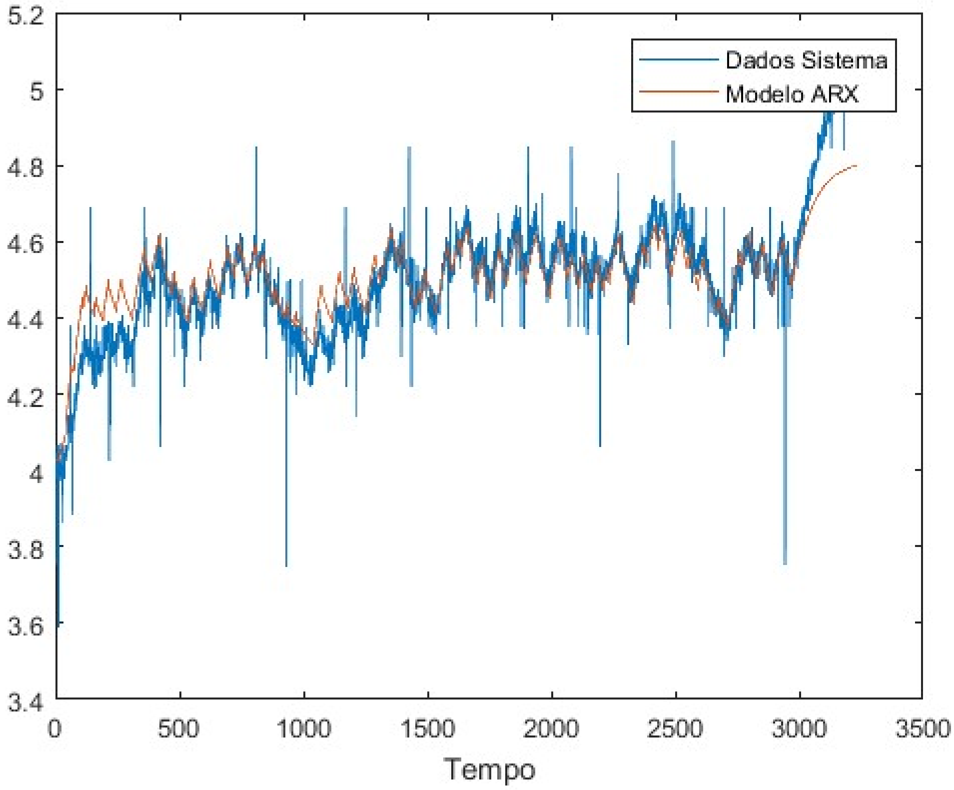
Para melhorar esses modelo, uma tentativa poderia ser a utilização de um sinal de entrada com excitação mais persistente, como o PRBS, e a utilização de um método com preditor de erro.

5.14
Pegando os dados do arquivo PRBSA02.DAT, temos:





Para $n_y = 8$ e $n_u = 8$, temos:



Onde o modelo é:

$$\begin{aligned} y(k) = 0.1360\, y(k-1) + 0.1096\, y(k-2) + 0.1163\, y(k-3) + 0.0828\, y(k-4) \\ + 0.1582\, y(k-5) + 0.1154\, y(k-6) + 0.1106\, y(k-7) \\ + 0.1186\, y(k-8) + 0.0148\, u(k-1) + 0.0198\, u(k-2) \\ + 0.0085\, u(k-3) - 0.0093\, u(k-4) + 0.0065\, u(k-5) \\ + 0.0166\, u(k-6) - 0.0075\, u(k-7) + 0.0082\, u(k-8) \end{aligned}$$

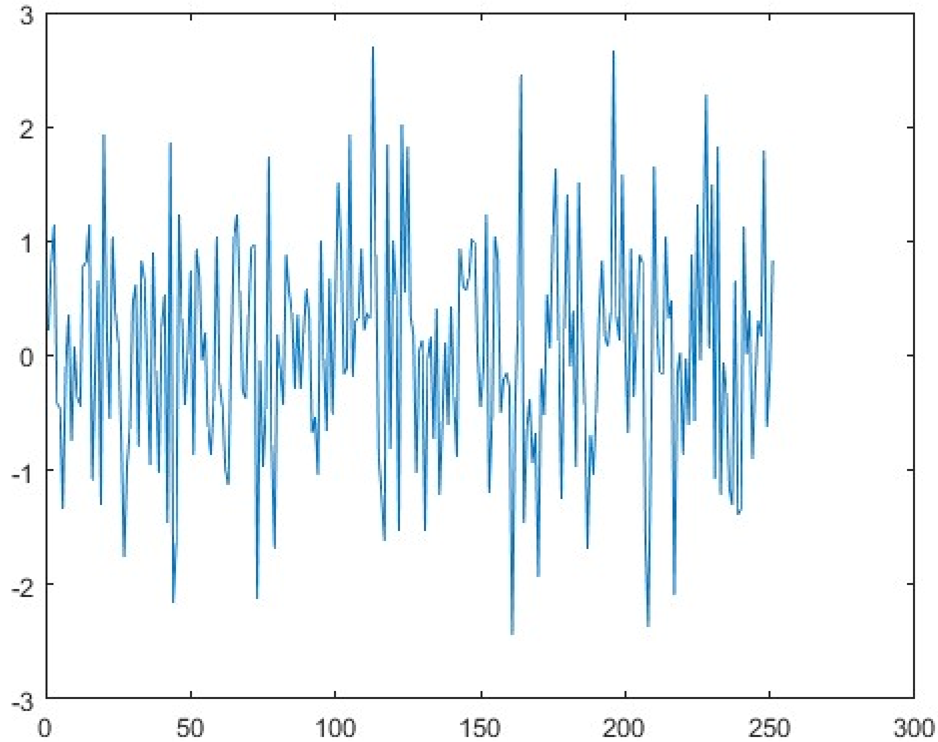
Comparando com modelos obtidos pelo método de Levy e aproximação de polinômio, este se mostra mais robusto em relação aos ruídos apresentados no sinal. O método de aproximação por polinômio é determinístico e não leva em consideração o ruído, diferente do estimador MQ.

5.17

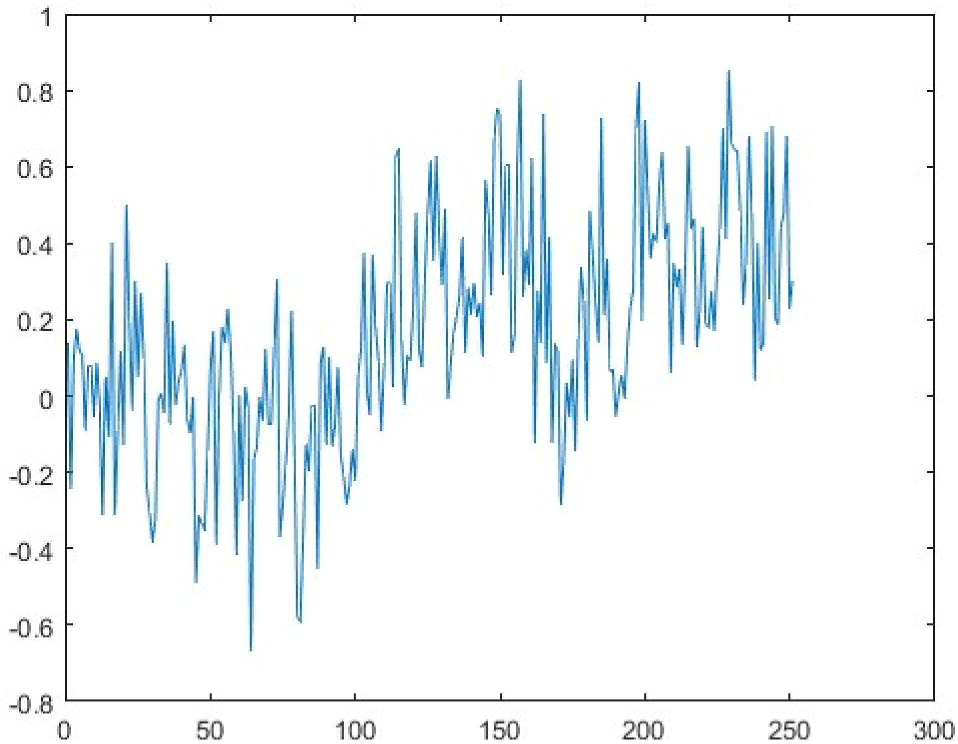
Utilizando a função

$$H(s) = \frac{s+1}{s(s+4)}$$

e uma entrada aleatória com distribuição gaussiana, média nula e variância unitária, temos:



Neste sinal, foi adicionado um ruído aleatório com distribuição gaussiana, média nula e variância de 0,02.



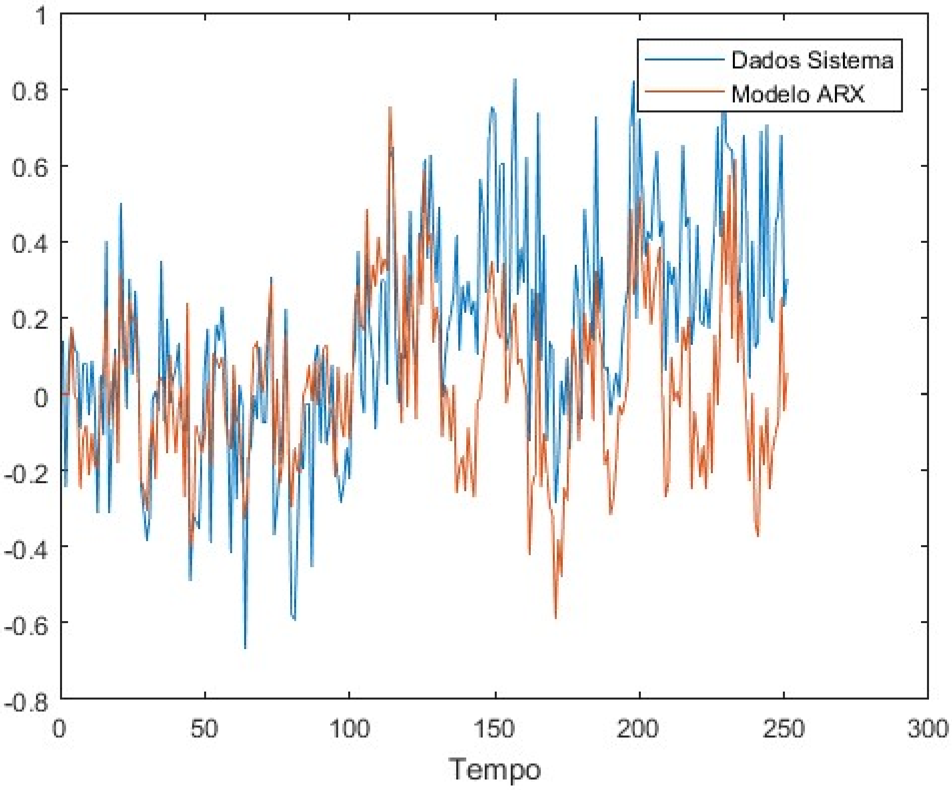
Utilizando o modelo

$$H(z) = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

Temos:

$$y(k) = -a_1\, y(k-1) - a_0\, y(k-2) + b_1\, u(k-1) + b_0 u(k-2)$$

Utilizando o MQ



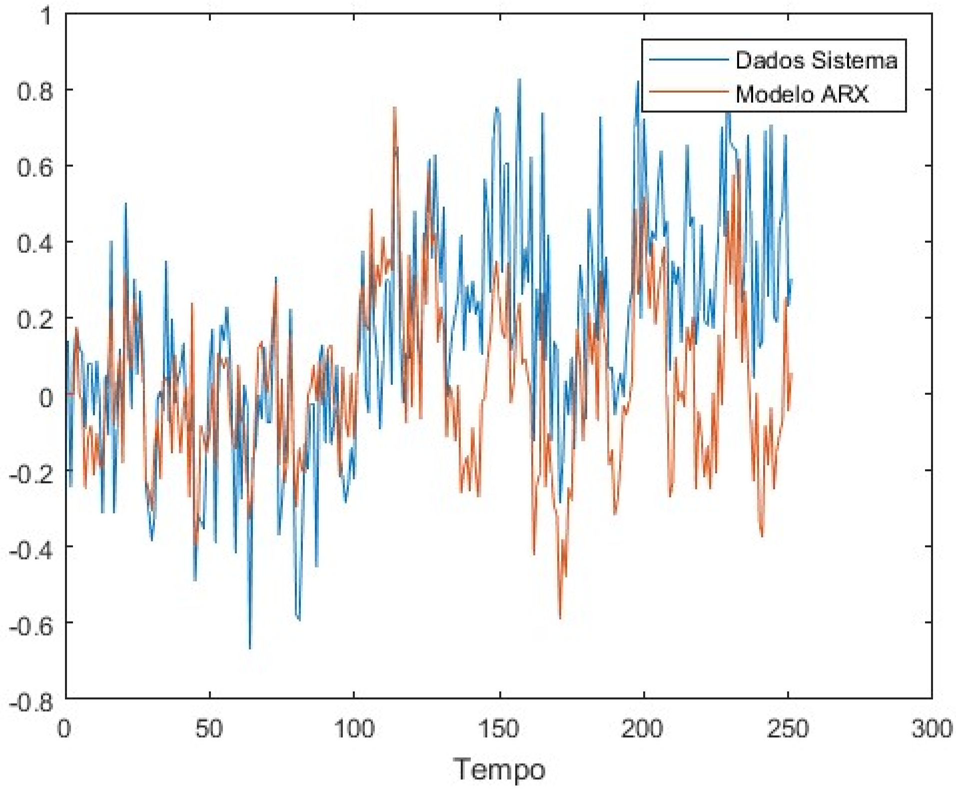
Onde $a_0 = 0.4043$, $a_1 = 0.3904$, $b_0 = 0.0292$ e $b_1 = 0.1501$

Utilizando o MQR, temos o modelo

$$H(z) = \frac{b_1 z + b_0}{(z-1)(z-a)} = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 - (a+1)z + a}$$

Temos:

$$y(k) = (a+1)y(k-1) - a y(k-2) + b_1\, u(k-1) + b_0 u(k-2)$$



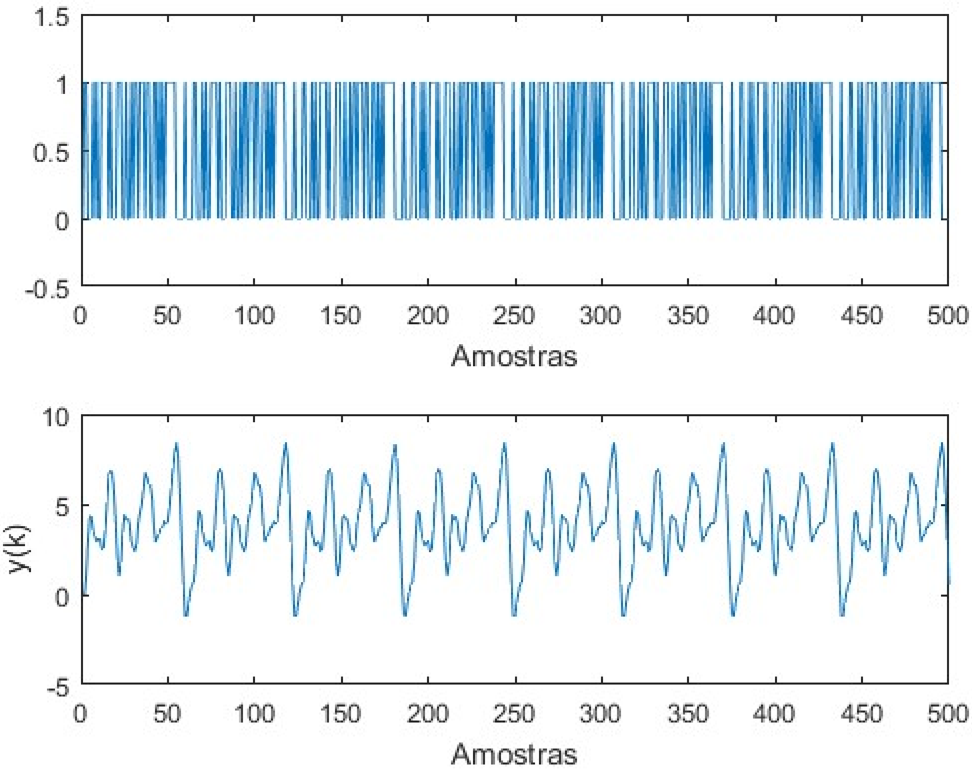
Onde $a = 0.4043$, $b_0 = 0.0292$ e $b_1 = 0.1501$
E meus parâmetros são $\theta = [1.3904 \;\; 0.4043 \;\; 0.1501 \;\; 0.0292]$

5.18

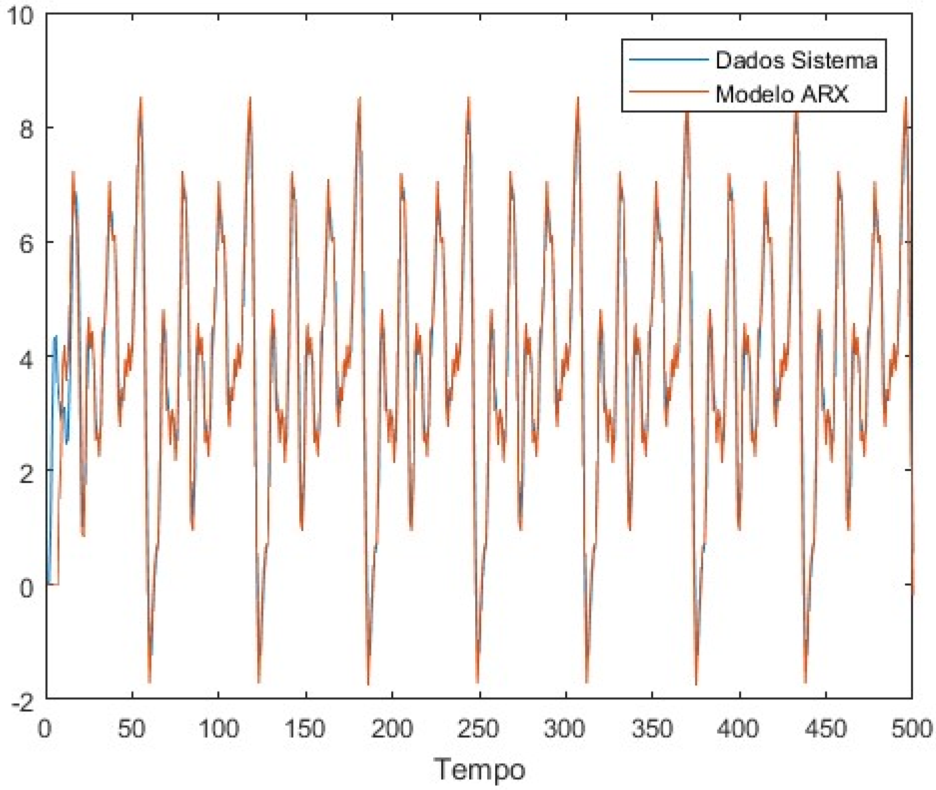
Modelo ARX

$$y(k) = 1{,}5\, y(k-1) - 0{,}7\, y(k-2) + u(k-1) + 0{,}5\, u(k-2) + e(k)$$

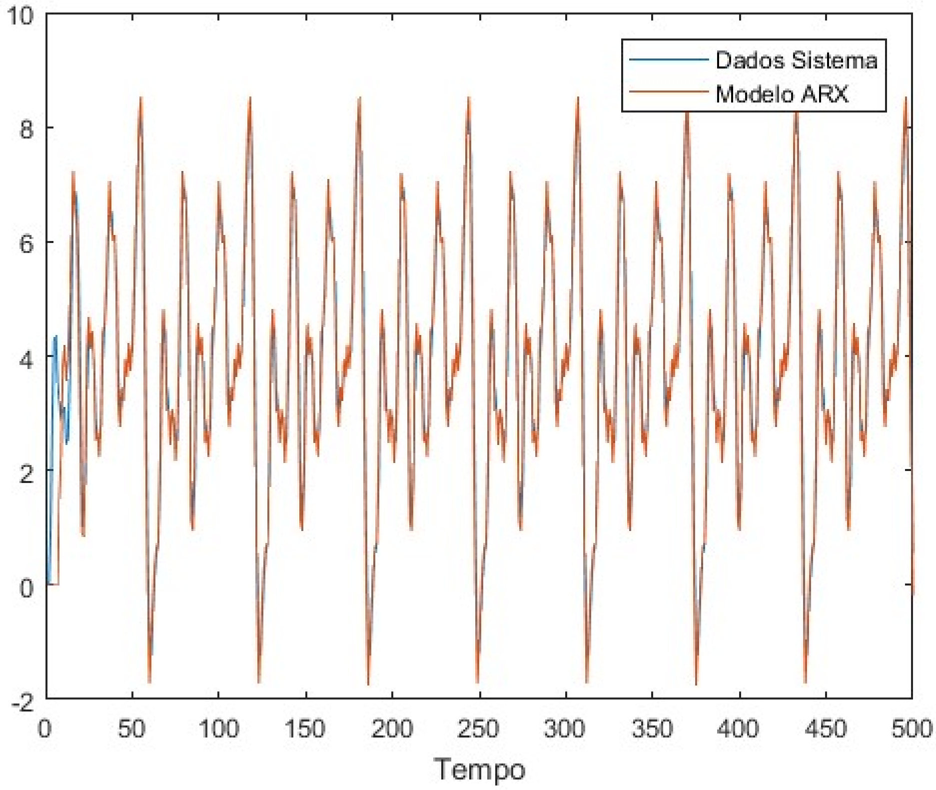
a)



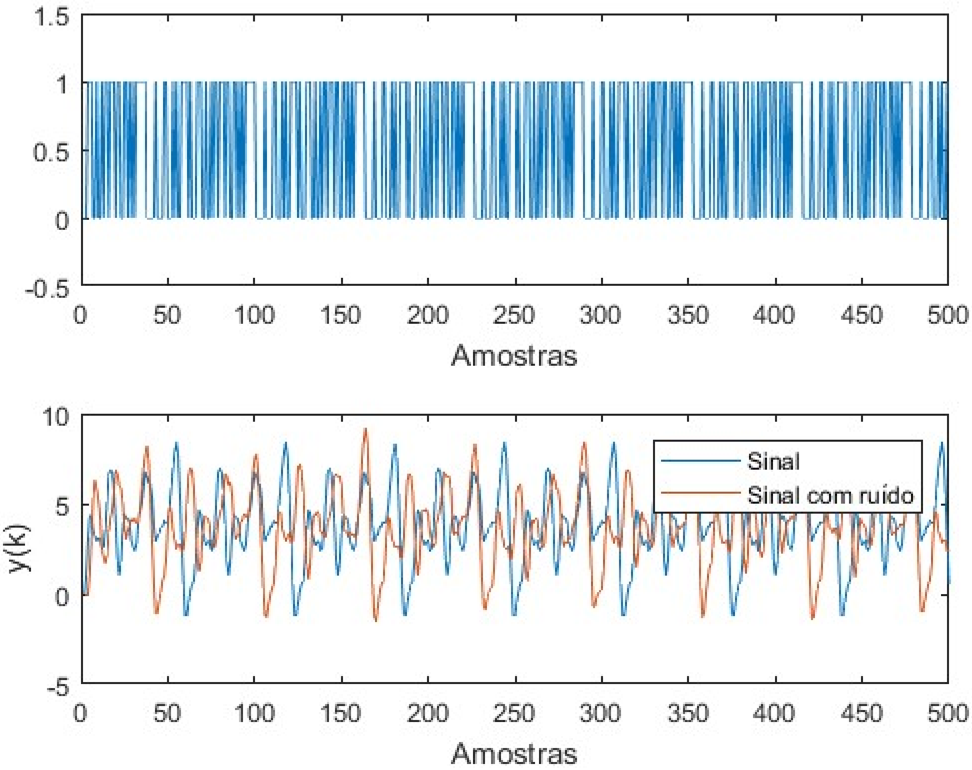
b) para restrições $k = 5, 6, 7\ e\ 8$



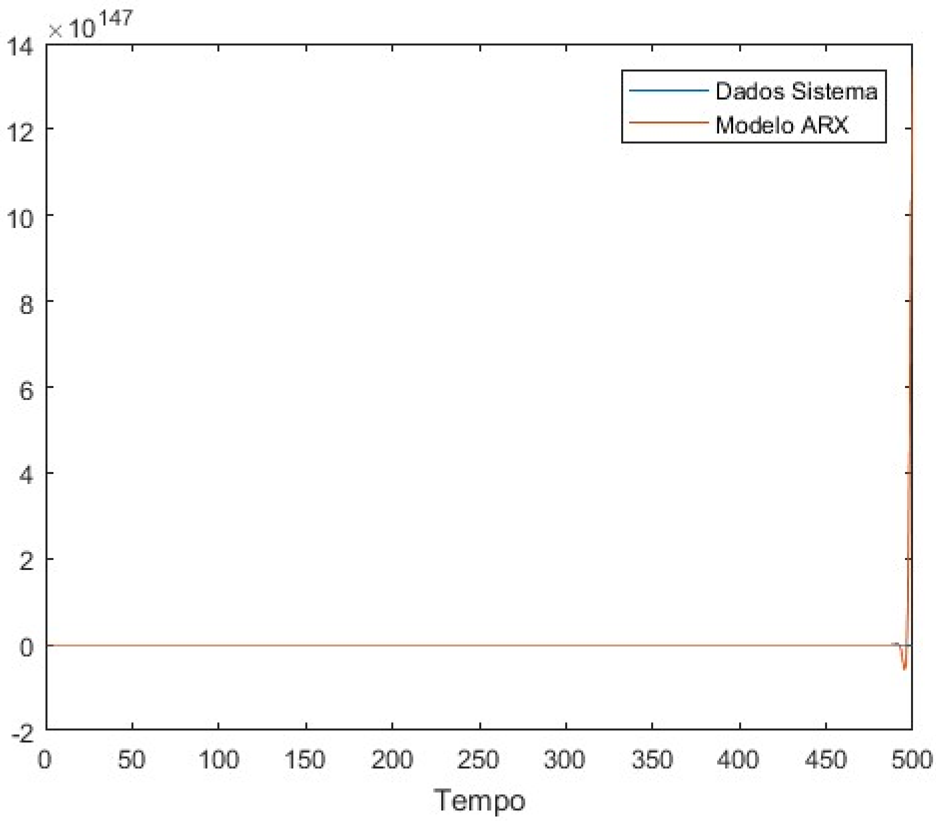
para restrições $k = 205, 206, 207\ e\ 208$



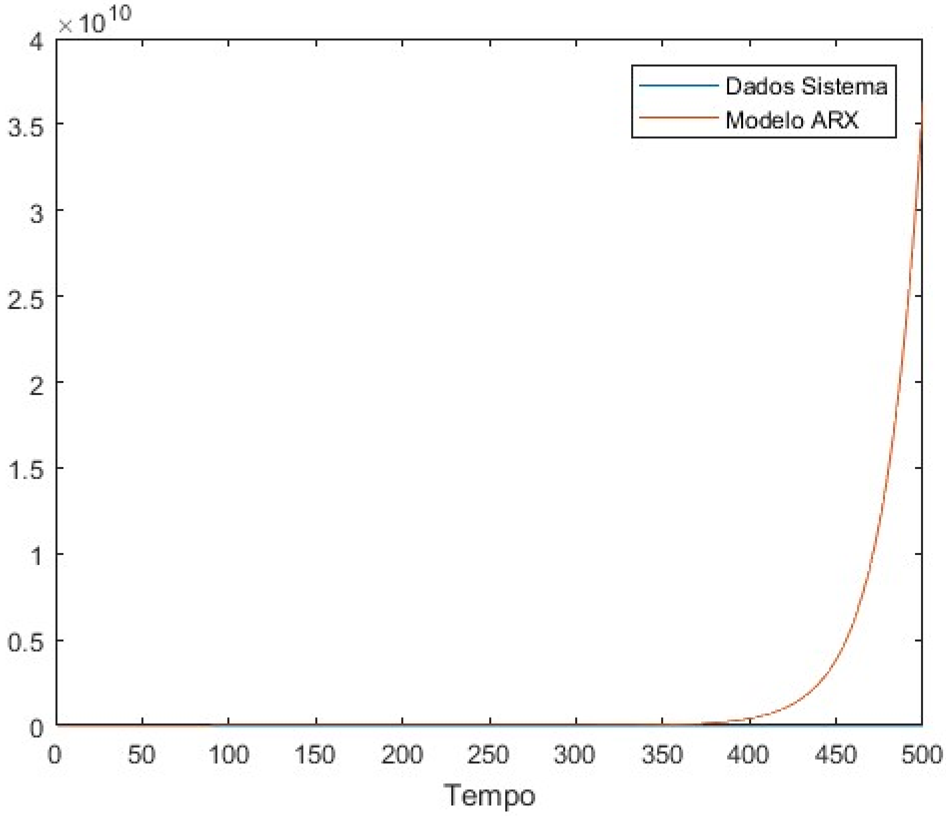
c)



d) para restrições $k = 5, 6, 7\ e\ 8$



para restrições $k = 205, 206, 207\ e\ 208$



e)