8.9

Função de transferência 4.50

$$H(z) = \frac{0{,}1701z + 0{,}1208}{z^2 - 0{,}7859z + 0{,}3679}$$

Separando pela entrada e saída

$$U(z)(0{,}1701z + 0{,}1208) = Y(z)(z^2 - 0{,}7859z + 0{,}3679)$$
$$0{,}1701\, zU(z) + 0{,}1208U(z) = z^2Y(z) - 0{,}7859zY(z) + 0{,}3679Y(z)$$
$$z^2Y(z) = 0{,}1701\, zU(z) + 0{,}1208U(z) + 0{,}7859zY(z) - 0{,}3679Y(z)$$

Aplicando a transformada Z inversa

$$y[k+2] = 0{,}7859\, y[k+1] - 0{,}3679\, y[k] + 0{,}1701\, u[k+1] + 0{,}1208\, u[k]$$

Deixando tudo em função do termo de maior ordem, temos o modelo

$$y[k] = 0{,}7859\, y[k-1] - 0{,}3679\, y[k-2] + 0{,}1701\, u[k-1] + 0{,}1208\, u[k-2]$$

Para o modelo ser um ARX, basta acrescentar o ruído.

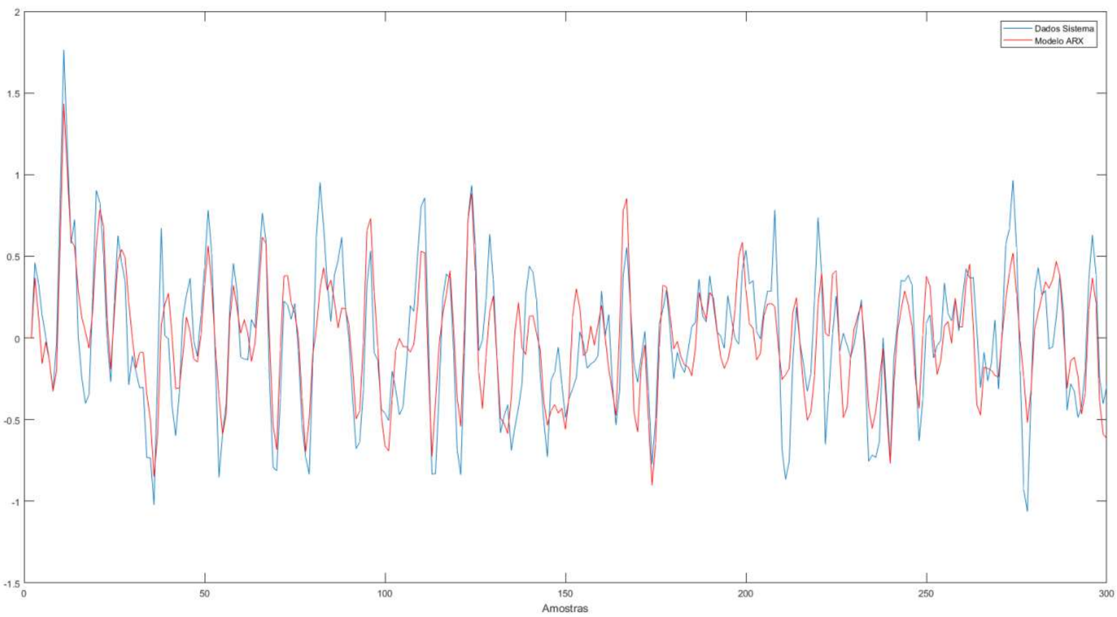
$$y[k] = 0{,}7859\, y[k-1] - 0{,}3679\, y[k-2] + 0{,}1701\, u[k-1] + 0{,}1208\, u[k-2] + \nu[k]$$

Usando a metodologia do Estimador Recursivo de Mínimos Quadrados, temos as seguintes formulas:

$$\begin{cases} K_k = \dfrac{P_{k-1}\psi_k}{\psi_k^T P_{k-1}\psi_k + 1} \\ \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k[y(k) - \psi_k^T\hat{\theta}_{k-1}] \\ P_k = P_{k-1} - K_k\psi_k^T P_{k-1} \end{cases}$$

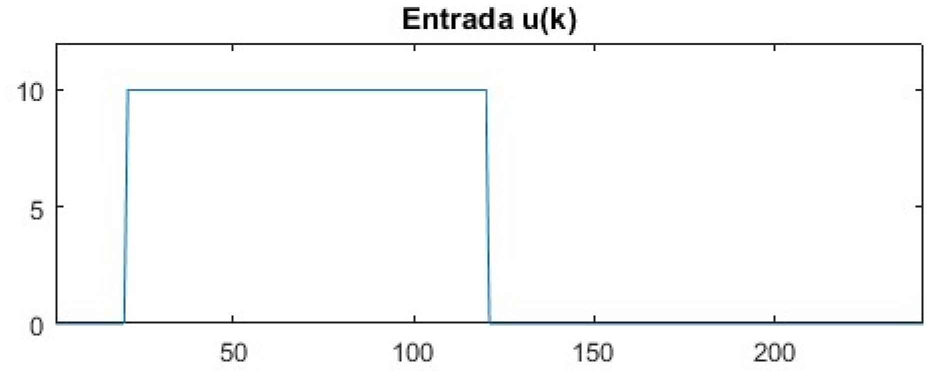
Após a simulação, se obteve o seguinte modelo e seu plot:

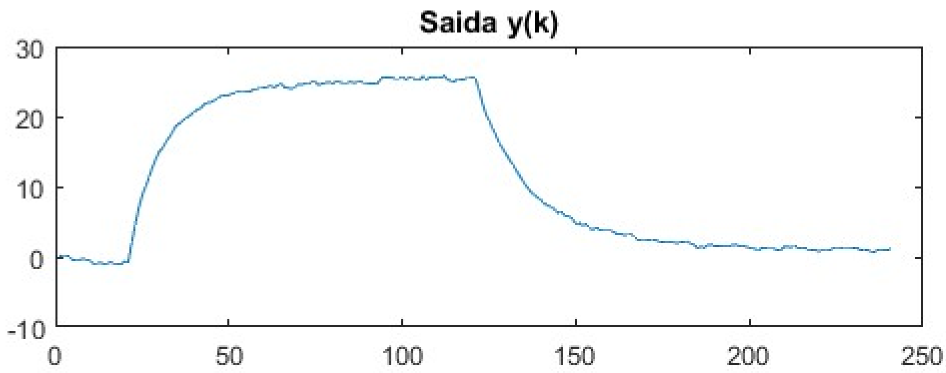
$$y[k] = 0.7995\, y[k-1] - 0.3884\, y[k-2] + 0.1653\, u[k-1] + 0.1168\, u[k-2]$$



Exemplo 8.5.1

Pegando os dados do arquivo F0707.DAT, temos:





Pelo o formato do sinal, o sistema parece ser de 1ª ordem. Assim, o modelo utilizado é:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1}{a_1 z + a_2}$$

Separando pela entrada e saída

$$U(z)b_1 = Y(z)(a_1 z + a_2)$$
$$b_1 U(z) = a_1 z Y(z) + a_2 Y(z)$$
$$a_1 z Y(z) = -a_2 Y(z) + b_1 U(z)$$
$$zY(z) = -\frac{a_2}{a_1} Y(z) + \frac{b_1}{a_1} U(z)$$

Aplicando a transformada Z inversa

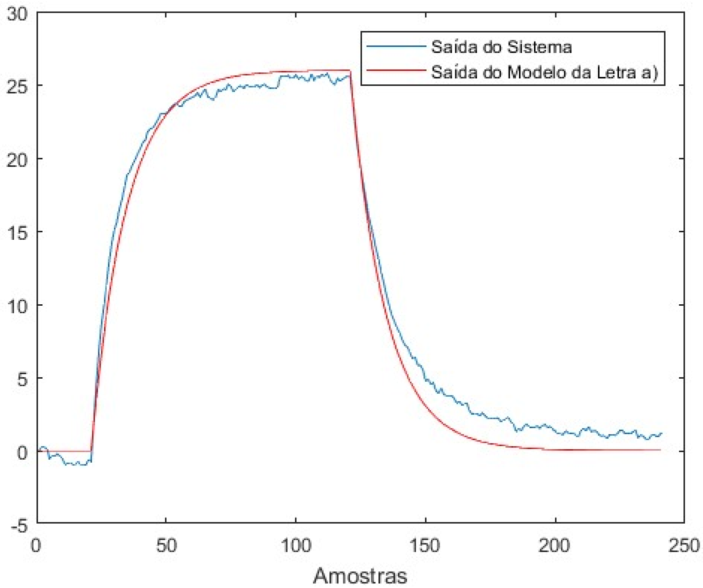
$$y[k+1] = -a\, y[k] + b\, u[k]$$

Deixando tudo em função do termo de maior ordem, temos o modelo

$$y[k] = -a\, y[k-1] + b\, u[k-1]$$

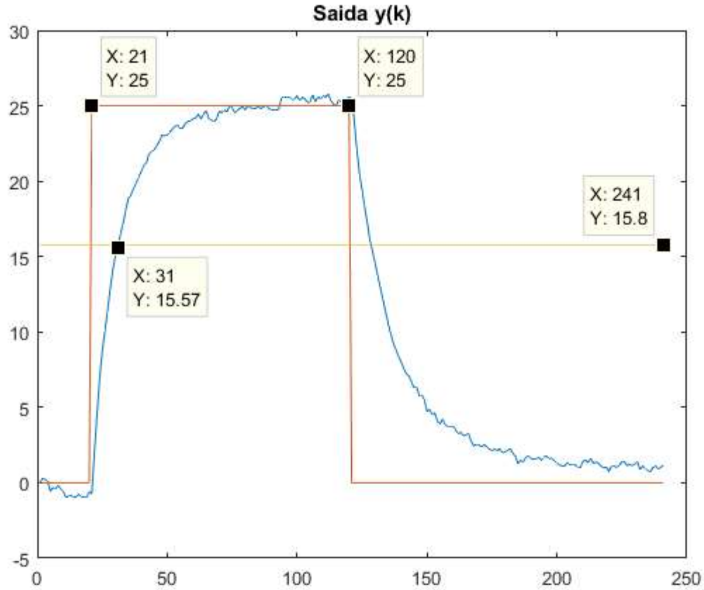
a) Implementando mínimos quadrados recursivo com estimativa inicial

Simulando com as estimativas iniciais zeradas, temos:



Com o modelo $y[k] = 0.9287y[k-1] + 0.1852\,u[k-1]$.

b) Implementando mínimos quadrados recursivo com estimativa inicial e fator de esquecimento



Plotando a saída, podemos considerar o tempo de acomodação:

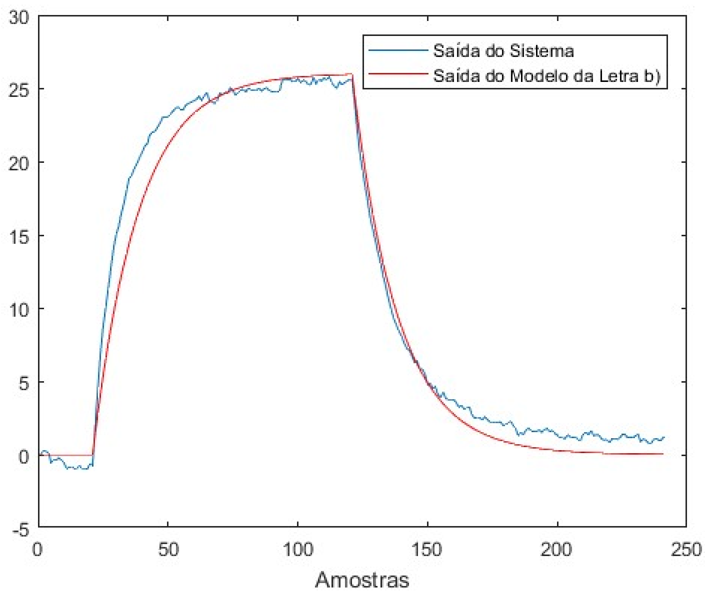
$$y_\tau = 0{,}632 * 25 = 15{,}8$$

$$\tau = t_\tau - t_0 = 31 - 21 = 10$$

Como a janela de dados é $5 * \tau$, temos que a janela de tempo é de 50. Assim, o fator de esquecimento é:

$$\lambda = \frac{50 - 1}{50} = 0{,}98$$

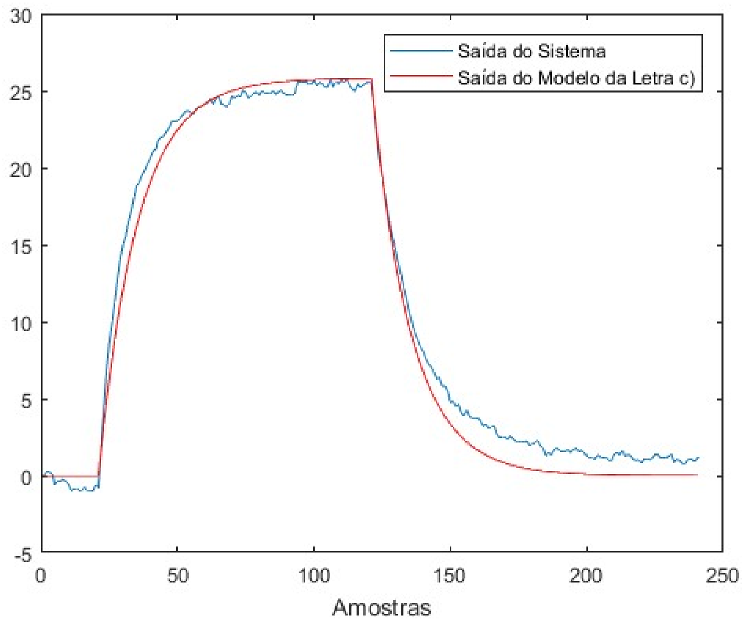
Simulando com as estimativas iniciais zeradas e fator de esquecimento $\lambda = 0{,}98$, temos:



Com o modelo $y[k] = 0.9440\, y[k-1] + 0.1455\, u[k-1]$.

c) Implementando mínimos quadrados recursivo com regulação variável

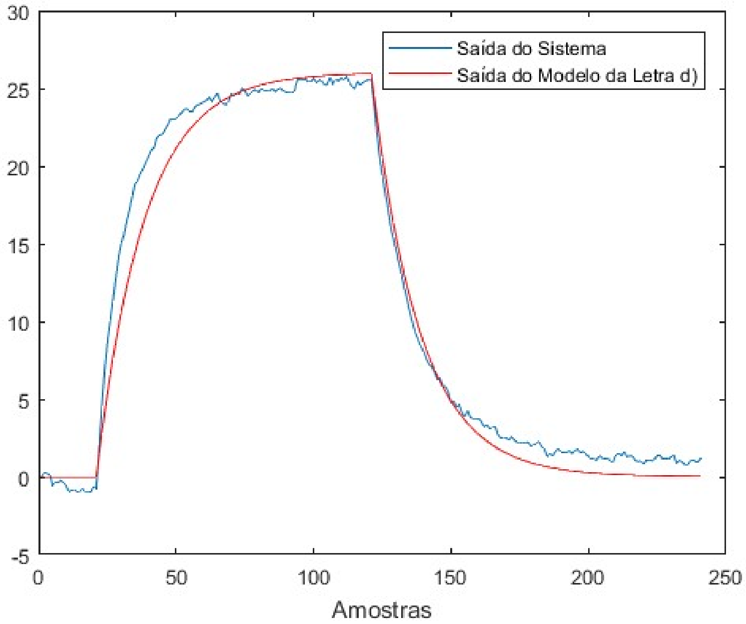
Simulando com as estimativas iniciais zeradas, $\alpha = x_{k-1}$ e $R_k - R_{k-1} = I$, temos:



Com o modelo $y[k] = 0.9320\, y[k-1] + 0.1756\, u[k-1]$.

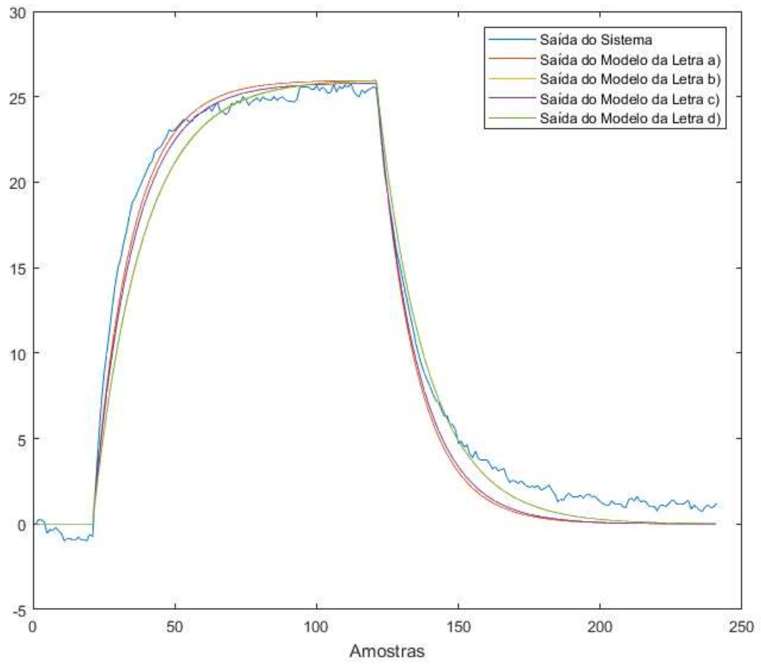
d) Implementando mínimos quadrados recursivo com regulação variável e fator de esquecimento

Simulando com as estimativas iniciais zeradas, $\alpha = x_{k-1}$, $R_k - R_{k-1} = I$ e $\lambda = 0{,}98$ temos:



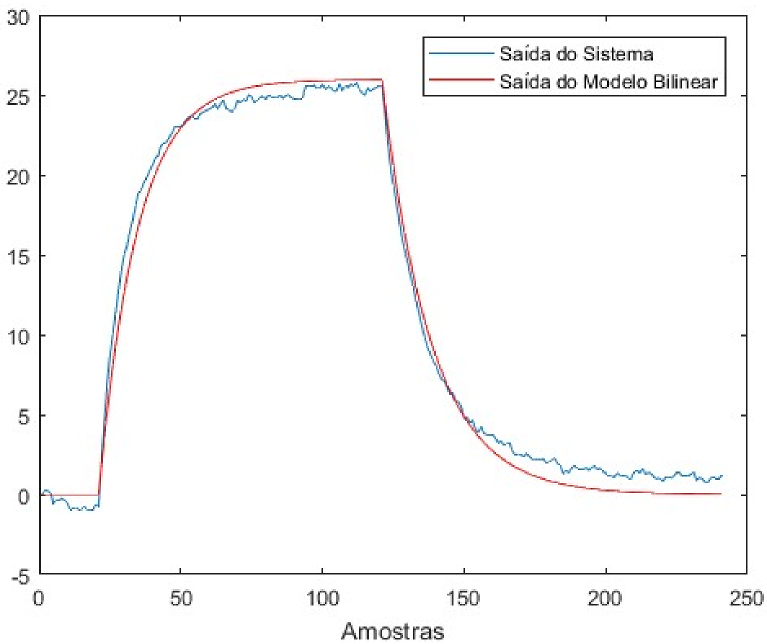
Com o modelo $y[k] = 0.9439\ y[k-1] + 0.1460\ u[k-1]$.

Comparando os modelos



Modelo	y[k-1]	Desvio Padrão	u[k-1]	Desvio Padrão
a	0.9287	0.0000	0.1852	0.0023
b	0.9440	0.0009	0.1455	0.0346
c	0.9320	0.0000	0.1756	0.0022
d	0.9439	0.0009	0.1460	0.0282

Ao verificar visualmente e pelo o desvio padrão, o melhor modelo seria o da letra c), porém ele não explica bem o esfriamento do processo. O que melhor visualizou o esfriamento foi da letra d) e o de aquecimento foi o da letra a). Sendo assim, um modelo bilinear com os dois seria o ideal.



E, comparando com os outros, seria o melhor modelo.