

Laporan Tugas Besar I
IF2123 Aljabar Linier dan Geometri
Sistem Persamaan Linear, Determinan, dan Aplikasinya



Disusun Oleh

Kelompok INFINITY

13522030 Imam Hanif Mulyarahman

13522069 Nabila Shikoofa Muida

13522105 Fabian Radenta Bangun

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung

Semester I - 2023

Daftar Isi

Bab 1 Deskripsi Masalah.....	2
1.1. Tujuan.....	2
1.2. Spesifikasi.....	2
Bab 2 Teori Singkat.....	5
2.1. Metode Eliminasi Gauss.....	5
2.2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan.....	5
2.3. Determinan.....	6
2.4. Matriks Balikan.....	6
2.5. Matriks Kofaktor.....	6
2.6. Matriks Adjoin.....	7
2.7. Kaidah Cramer.....	7
2.8. Interpolasi Polinom.....	7
2.9. Regresi Linier Berganda.....	8
2.10. Bicubic Spline Interpolation.....	9
Bab 3 Implementasi Pustaka dan Program.....	10
3.1. Class BicubicSplineInterpolation.....	10
3.2. Class IO.....	11
3.3. Class InterpolasiPolinomial.....	11
3.4. Class Inverse.....	12
3.5. Class Kofaktor.....	12
3.6. Class Main.....	13
3.7. Class Matrix.....	13
3.8. Class Menu.....	14
3.9. Class MetodeOBE.....	15
3.10. Class RegresiLinearBerganda.....	17
Bab 4 Eksperimen.....	19
4.1. Studi Kasus SPL.....	19
4.2. Studi Kasus Interpolasi.....	31
4.3. Studi Kasus Regresi Linear Berganda.....	37
4.4. Studi Kasus Interpolasi Bicubic Spline.....	38
Bab 5 Penutup.....	40
5.1. Kesimpulan.....	40
5.2. Saran.....	40
5.3. Komentar & Refleksi.....	40
Daftar Referensi.....	41
Repository.....	41

Bab 1

Deskripsi Masalah

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal). Di dalam Tugas Besar 1 ini, kami diminta membuat satu atau lebih library aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, library tersebut digunakan di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi.

1.1. Tujuan

- 1.1.1. Menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah *Cramer* (kaidah *Cramer* khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan)
- 1.1.2. Menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan dengan ekspansi kofaktor
- 1.1.3. Menghitung balikan matriks
- 1.1.4. Menyelesaikan persoalan Interpolasi Polinomial, Regresi Linier Berganda, dan Bicubic Spline Interpolation

1.2. Spesifikasi

- 1.2.1. Program dapat menerima masukan (*input*) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan dari *file text*. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah m , n , koefisien a_{ij} , dan b_i . Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi.

- 1.2.2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari *keyboard* adalah n dan koefisien a_{ij} . Masukan dari *file* berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi.
- 1.2.3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n , (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) , dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah $(8.0, 2.0794)$, $(9.0, 2.1972)$, dan $(9.5, 2.2513)$, maka di dalam *file text* ditulis sebagai berikut:
- 8.0 2.0794
9.0 2.1972
9.5 2.2513
- 1.2.4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n (jumlah peubah x), m (jumlah sampel), semua nilai-nilai x_{1i} , x_{2i} , ..., x_{ni} , nilai y_i , dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
- 1.2.5. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n (jumlah peubah x), m (jumlah sampel), semua nilai-nilai x_{1i} , x_{2i} , ..., x_{ni} , nilai y_i , dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
- 1.2.6. Untuk persoalan SPL, luaran program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$).
- 1.2.7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan. Contoh luaran untuk interpolasi adalah $f(x) = -0.0064x_2 + 0.2266x + 0.6762$, $f(5) = \dots$ dan untuk regresi adalah $f(x) = -9.5872 + 1.0732x_1$, $f(x_k) = \dots$
- 1.2.8. Untuk persoalan *bicubic spline interpolation*, masukan dari *file text* (.txt) yang berisi matriks berukuran 4×4 yang berisi konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya, diikuti dengan nilai a dan b untuk mencari nilai $f(a, b)$.

Misalnya jika nilai dari $f(0, 0), f(1, 0), f(0, 1), f(1, 1), f_x(0, 0), f_x(1, 0), f_x(0, 1), f_x(1, 1), f_y(0, 0), f_y(1, 0), f_y(0, 1), f_y(1, 1), f_{xy}(0, 0), f_{xy}(1, 0), f_{xy}(0, 1), f_{xy}(1, 1)$ berturut-turut adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 serta nilai a dan b yang dicari berturut-turut adalah 0.5 dan 0.5 maka isi *file text* ditulis sebagai berikut:

```
1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16
0.5 0.5
```

Luaran yang dihasilkan adalah nilai dari $f(0.5, 0.5)$.

- 1.2.9. Luaran program harus dapat ditampilkan **pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file**.
- 1.2.10. Bahasa program yang digunakan adalah Java. Anda bebas untuk menggunakan versi java apapun dengan catatan di atas java versi 8 (8/9/11/15/17/19/20).
- 1.2.11. Program **tidak harus** berbasis GUI, cukup *text-based* saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas *Eclipse* misalnya).
- 1.2.12. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

MENU

- 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan
- 3. Matriks balikan
- 4. Interpolasi Polinom
- 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi linier berganda
- 7. Keluar

Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

- 1. Metode eliminasi Gauss
- 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
- 3. Metode matriks balikan
- 4. Kaidah Cramer

Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

Bab 2

Teori Singkat

2.1. Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Metode ini terdiri dari serangkaian operasi yang dilakukan pada matriks sehingga menjadi matriks eselon baris. Matriks eselon baris memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

1. Jika suatu baris memiliki angka tidak 0, maka angka pertama yang tidak 0 adalah angka 1 yang disebut sebagai 1 utama.
2. Jika ada baris yang seluruhnya 0, maka baris tersebut dikumpulkan di bagian paling bawah.
3. Jika terdapat dua baris yang memiliki 1 utama, 1 utama baris yang lebih bawah berada lebih kanan dari matriks di atasnya.

Operasi yang dilakukan dalam Eliminasi Gauss adalah operasi baris elementer.

Operasi-operasi tersebut meliputi :

1. Menukar dua baris.
2. Mengalikan baris dengan skalar bukan nol.
3. Menambahkan kelipatan skalar dari baris lain ke suatu baris.

Operasi tersebut dilakukan berulang kali sehingga mendapatkan bentuk matriks eselon baris. Dari matriks tersebut akan didapatkan beberapa persamaan. Lalu, metode substitusi mundur dilakukan untuk mendapatkan solusi sistem persamaan linear tersebut.

2.2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss Jordan merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Metode ini terdiri dari serangkaian operasi yang dilakukan pada matriks sehingga menjadi matriks eselon baris tereduksi. Matriks eselon baris tereduksi memiliki ciri-ciri yang sama dengan matriks eselon baris dengan ciri tambahan yaitu seluruh kolom yang memiliki 1 utama, tidak memiliki angka selain 0

pada atas atau bawah 1 utama tersebut. Dengan menggunakan matriks eselon tereduksi yang dihasilkan, akan didapatkan solusi dari sistem persamaan linear tersebut.

2.3. Determinan

Determinan adalah selisih antara perkalian elemen-elemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan matriks hanya dapat dicari dengan matriks persegi. Determinan dari matriks A dapat ditulis $\det(A)$ atau $|A|$.

2.4. Matriks Balikan

Jika A dan B matriks bujur sangkar sedemikian rupa sehingga $A.B = B.A = I$, maka B disebut balikan atau invers dari A dan dapat dituliskan $B = A^{-1}$ (B sama dengan invers A). Matriks B juga mempunyai invers yaitu A maka dapat dituliskan $A = B^{-1}$. Jika tidak ditemukan matriks B, maka A dikatakan matriks tunggal (singular). Jika matriks B dan C adalah invers dari A maka $B = C$.

2.5. Matriks Kofaktor

Matriks kofaktor adalah matriks hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menurut suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$ dimana i adalah baris dan j adalah kolom. Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan dengan

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

Misalkan A adalah matriks n x n dan C_{ij} adalah kofaktor entri a_{ij} . Maka matriks kofaktor dari A adalah

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

2.6. Matriks Adjoin

Matriks Adjoin adalah merupakan tranpose dari matriks kofaktor. Adjoin sering disingkat dengan Adj. Misalkan matriks A, maka adjoin A ditulis Adj (A). Tranpose sendiri maksudnya adalah pertukaran elemen pada baris menjadi kolom atau kolom menjadi baris. Adjoin matriks digunakan dalam menentukan invers matriks. Adjoin dari A adalah transpose matriks kofaktor:

$$\text{adj}(A) = \text{transpose matriks kofaktor}$$

2.7. Kaidah Cramer

Kaidah Cramer adalah rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan banyak persamaan sama dengan banyak variabel, dan berlaku ketika sistem tersebut memiliki solusi yang tunggal. Jika $Ax = b$ adalah SPL yang terdiri dari n persamaan linier dengan n peubah (variable) sedemikian sehingga $\det(A) \neq 0$, maka SPL tersebut memiliki solusi yang unik yaitu

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

yang dalam hal ini, A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-j dari A dengan entri dari matriks

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

2.8. Interpolasi Polinom

Interpolasi adalah perkiraan suatu nilai tengah dari suatu set nilai yang diketahui. Interpolasi dengan pengertian yang lebih luas merupakan upaya mendefinisikan suatu fungsi pendekatan dari suatu fungsi analitik yang tidak diketahui atau pengganti fungsi rumit yang tak mungkin diperoleh persamaan analitiknya.

Interpolasi polinomial merupakan teknik interpolasi dengan mengasumsikan pola data yang kita miliki mengikuti pola polinomial baik berderajat satu (linier) maupun

berderajat tinggi. Interpolasi dengan metode ini dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk persamaan polinomial. Persamaan polinomial yang terbentuk selanjutnya digunakan untuk melakukan interpolasi dari nilai yang diketahui atau ekstrapolasi (prediksi) dari nilai diluar rentang data yang diketahui.

Polinom interpolasi berderajat n dapat dibuat dengan syarat tersedia $(n+1)$ buah titik data. Dengan substitusi (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n$, akan diperoleh n buah sistem persamaan linier dalam $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_nx_0^n &= y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_nx_1^n &= y_1 \\ &\dots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_nx_n^n &= y_n \end{aligned}$$

Sistem persamaan linear tersebut dapat diselesaikan dengan eliminasi gauss. Solusi yang dihasilkan akan menjadi koefisien a_i dengan $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Persamaan polinomial yang dihasilkan dapat digunakan untuk menginterpolasi nilai yang diinginkan.

2.9. Regresi Linier Berganda

Regresi Linear merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Regresi linear berganda merupakan model regresi yang melibatkan lebih dari satu variabel bebas. Analisis regresi linear berganda dilakukan untuk mengetahui arah dan seberapa besar pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat. Persamaan umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1x_{1i} + \beta_2x_{2i} + \dots + \beta_kx_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} & = & \sum_{i=1}^n y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{ki} & = & \sum_{i=1}^n x_{1i}y_i \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki}x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 & = & \sum_{i=1}^n x_{ki}y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

2.10. Bicubic Spline Interpolation

Bicubic Spline Interpolation adalah metode interpolasi yang digunakan untuk mengaproksimasi fungsi di antara titik-titik data yang diketahui. *Bicubic spline interpolation* melibatkan konsep spline dan konstruksi serangkaian polinomial kubik di dalam setiap sel segi empat dari data yang diberikan. Pendekatan ini menciptakan permukaan yang halus dan kontinu, memungkinkan untuk perluasan data secara visual yang lebih akurat daripada metode interpolasi linear.

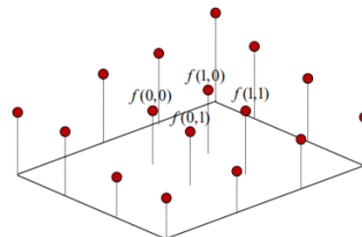
Dalam pemrosesan menggunakan interpolasi bicubic spline digunakan 16 buah titik, 4 titik referensi utama di bagian pusat, dan 12 titik di sekitarnya sebagai aproksimasi turunan dari keempat titik referensi untuk membangun permukaan bikubik. Bentuk pemodelannya adalah sebagai berikut.

Normalization: $f(0,0), f(1,0)$

$f(0,1), f(1,1)$

Model: $f(x,y) = \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^3 a_{ij} x^i y^j$
 $x = -1, 0, 1, 2$

Solve: a_{ij}



Bab 3

Implementasi Pustaka dan Program

3.1. Class BicubicSplineInterpolation

3.1.1. Atribut : –

3.1.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
matrixBicubicSplineInterpolation	public static Matrix ()	Membuat matriks bicubic spline interpolation
barisBicubic	public static void(Matrix matriks, int x, int y)	I.S. Matriks, nilai x, nilai y terdefinisi F.S. Membuat baris yang berisi $\sum a_{ij} * x^i * y^j$
barisBicubicTurunan X	public static void(Matrix matriks, int x, int y)	I.S. Matriks, nilai x, nilai y terdefinisi F.S. Membuat baris yang berisi turunan x dari $\sum a_{ij} * x^i * y^j$
barisBicubicTurunan Y	public static void(Matrix matriks, int x, int y)	I.S. Matriks, nilai x, nilai y terdefinisi F.S. Membuat baris yang berisi turunan y dari $\sum a_{ij} * x^i * y^j$
barisBicubicTurunan XY	public static void(Matrix matriks, int x, int y)	I.S. Matriks, nilai x, nilai y terdefinisi F.S. Membuat baris yang berisi turunan xy dari $\sum a_{ij} * x^i * y^j$
solusiBicubic	public static double (Matrix matriks, double x, double y)	I.S. Matriks, nilai x, nilai y terdefinisi F.S. Mengembalikan nilai interpolasi bicubic spline

3.2. Class IO

3.2.1. Atribut : –

3.2.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
readMatrixFromFile	public static Matrix (String fileName)	Membaca sebuah matrix yang ada di dalam file .txt
writeMatrixToFile	public static void (Matrix m, String fileName)	Menyimpan sebuah matrix ke dalam file .txt
writeStringToFile	public static void (String msg, String filePath)	Menyimpan sebuah string ke dalam file .txt
pWriteMatrix	public static void (Matrix m)	Meminta input nama file kepada user dan menuliskan matrix ke file .txt
pWriteString	public static void (String msg)	Meminta input nama file kepada user dan menuliskan string ke file .txt
pReadMatrix	public static void (Matrix m)	Meminta input nama file kepada user dan membaca matrix yang ada di dalam file .txt lalu disimpan di dalam variabel matriks m

3.3. Class InterpolasiPolinomial

3.3.1. Atribut : –

3.3.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
matrixGenerator	public static Matrix (Matrix m)	I.S. Pasangan nilai x dan f(x) terdefinisi F.S Mengembalikan matrix

		polinom yang berasal dari pasangan x dan $f(x)$
polinomInterpolation	public static double (Matrix m)	I.S. Matrix terdefinisi F.S. Menampilkan fungsi polinomial dari Matrix Generator yang diselesaikan menggunakan Metode OBE beserta nilai taksiran

3.4. Class Inverse

3.4.1. Atribut : –

3.4.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
displayInverse	public static String (Matrix x)	Menampilkan hasil Matrix Inverse
SPLMatrix	public static Matrix (Matrix m)	Menyelesaikan sebuah Sistem Persamaan Linear

3.5. Class Kofaktor

3.5.1. Atribut : –

3.5.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
determinanKofaktor	public static double (Matrix m)	Mengembalikan nilai determinan dengan menggunakan cara kofaktor
getKofaktor	public static double (Matrix m, int p, int q)	Mengambil kofaktor dari sebuah Matrix
cramer	public static String (Matrix m)	Menyelesaikan sebuah SPL dengan kaidah cramer (cramer's rule)

setPrec	public static double(double num, int decPlaces)	Mengembalikan x digit terakhir dari suatu bilangan desimal
---------	---	---

3.6. Class Main

3.6.1. Atribut : –

3.6.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
Main	public static void (String[] args)	Menjadi driver dari keseluruhan program

3.7. Class Matrix

3.7.1. Atribut : public int rows

public int columns

public double[][] data

3.7.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
Matrix	public (int rows, int columns)	Konstruktor matriks berukuran baris*kolom
getElmt	public double (int i, int j)	Selektor element matriks
getRows	public int ()	Selektor ukuran baris matriks
getColumns	public int ()	Selektor ukuran kolom matriks
getLastIdxRow	public int ()	Selektor baris terakhir matriks
getLastIdxCol	public int ()	Selektor kolom terakhir matriks
readMatrix	public void ()	Prosedur membaca matriks dari keyboard

displayMatrix	public void ()	Prosedur menulis matriks ke layar
tranpose	public void ()	Mengubah matriks menjadi matriks tranpose
multiplyByConstant	public Matrix (double constant)	Mengalikan matriks dengan sebuah konstanta
multiplyByConstant	public Matrix (double constant)	Mengalikan matriks dengan sebuah konstanta
determinant	public double()	Mengembalikan determinan dari sebuah matriks
cofactor	public Matrix()	Mengembalikan kofaktor dari sebuah matriks
adjoint	public Matrix()	Mengembalikan adjoint dari sebuah matriks
inverseWithAdjoint	public Matrix()	Mengembalikan inverse dari sebuah matriks menggunakan adjoint
splitMatrixSoal	public Matrix()	Membagi sebuah matriks menjadi dua bagian dan mengambil matriks nxn
splitMatrixHasil	public Matrix()	Membagi sebuah matriks menjadi dua bagian dan mengambil kolom terakhir dari matriks tersebut

3.8. Class Menu

3.8.1. Atribut : –

3.8.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
displayWelcome	public static void()	Mencetak tulisan selamat datang di layar
displayMainMenu	public static void()	Mencetak main menu di layar

displayMenuSPL	public static void()	Mencetak menu SPL di layar
displayMenuDet	public static void()	Mencetak menu Det di layar
displayMenuInverse	public static void()	Mencetak menu Inverse di layar
displayMenuInput	public static void()	Mencetak menu Input di layar
displayMenuOutput	public static void()	Mencetak menu Output di layar
displayThanks	public static void()	Mencetak tulisan terima kasih di layar

3.9. Class MetodeOBE

3.9.1. Atribut : –

3.9.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
tukarBaris	public static void (Matrix matriks, int baris1, int baris2)	I.S. Matriks terdefinisi dan memiliki baris yang ingin ditukar F.S. Baris pada matriks sudah ditukar
kaliKonstan	public static void kaliKonstan(Matrix matriks, double koef, int baris)	I.S. Matriks terdefinisi dan memiliki baris yang ingin dikali 1/koef F.S. Menghasilkan baris dengan 1 Utama
operasiBaris	public static void (Matrix matriks, double koef, int baris1, int baris2)	I.S. Matriks terdefinisi dan memiliki baris yang ingin dioperasikan dengan koefisien tertentu F.S. Baris sudah dioperasikan
matriksElimGauss	public static void (Matrix matriks)	I.S. Matriks terdefinisi F.S. Matriks diubah menjadi matriks eselon baris

substitusiMundur	public static double[] (Matrix matriks)	I.S. Matriks terdefinisi dan diharapkan sudah melewati prosedur eliminasi gauss F.S. Mengembalikan array berisi solusi SPL
matriksElimGaussJor dan	public static void (Matrix matriks)	I.S. Matriks terdefinisi F.S. Matriks diubah menjadi matriks eselon baris tereduksi
solusiGaussJordan	public static double[] (Matrix matriks)	I.S. Matriks terdefinisi dan diharapkan sudah melewati prosedur Eliminasi Gauss Jordan F.S. Mengembalikan array berisi solusi SPL
determinanOBE	public static double (Matrix matriks)	Pre Kondisi : Matriks persegi I.S. Matriks terdefinisi F.S. Mengembalikan nilai determinan suatu matriks persegi
balikanOBE	public static Matrix (Matrix matriks)	Pre Kondisi : Matriks persegi I.S. Matriks terdefinisi F.S. Mengembalikan matriks balikan (invers) dari suatu matriks persegi
gaussSPL	public static void (Matrix matriks)	I.S. Matriks augmented terdefinisi F.S. Mencetak solusi matriks augmented ke layar
gaussJordanSPL	public static void (Matrix matriks)	I.S. Matriks augmented terdefinisi F.S. Mencetak solusi matriks augmented ke layar
cetakSolusi	public static void (double[] solusi)	Mencetak solusi SPL ke layar

cekAda1Utama	public static boolean (Matrix matriks, int i)	I.S. Matriks terdefinisi dan baris i terdefinisi F.S. Mengembalikan true jika baris i memiliki 1 utama
satupertamakolom	public static int (Matrix matriks, int i)	Prekondisi : baris i memiliki 1 utama I.S. Matriks terdefinisi dan baris i terdefinisi F.S. Mengembalikan indeks 1 Utama pada baris i
parametrik	public static void (Matrix matriks)	I.S. Matriks singular terdefinisi F.S. Mencetak persamaan parametrik ke layar
bacaArray	public static void (double[] soal)	I.S. Sembarang F.S. Telah membaca array

3.10. Class RegresiLinearBeganda

3.10.1. Atribut : –

3.10.2. Method

Nama Method	Tipe (Parameter)	Spesifikasi
inputRegresiKeyboard	public static Matrix ()	Membaca input untuk regresi dari keyboard
prosesRegresi	public static String(Matrix sampel, double[] soal)	Melakukan proses regresi dan mengembalikan hasilnya
jumlahHasilKali2Kolom	public static double (Matrix matriks, int kolom1, int kolom2)	I.S. Matriks, kolom1, dan kolom2 terdefinisi F.S. Mengembalikan jumlah dari hasil kali data pada dua kolom

Didalam repository github terdapat empat folder: bin, src, test dan doc dengan struktur:

```
├ bin/
|   ├── BicubicSplineInterpolation.class
|   ├── IO.class
|   ├── InterpolasiPolinomial.class
|   ├── Inverse.class
|   ├── Kofaktor.class
|   ├── Main.class
|   ├── Matrix.class
|   ├── Menu.class
|   ├── MetodeOBE.class
|   └── RegresiLinearBeganda.class
├ doc/
|   ├── Algeo01-22030.pdf
├ src/
|   ├── BicubicSplineInterpolation.java
|   ├── IO.java
|   ├── InterpolasiPolinomial.java
|   ├── Inverse.java
|   ├── Kofaktor.java
|   ├── Main.java
|   ├── Matrix.java
|   ├── Menu.java
|   ├── MetodeOBE.java
|   └── RegresiLinearBeganda.java
├ test/
|   ├── input/
|   └── output/
├ Algeo01-22030.jar
└ README.md
```

Bab 4

Eksperimen

4.1. Studi Kasus SPL

4.1.1. Temukan solusi SPL $Ax = b$, berikut:

Soal 1.a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss

```

=====
                                WELCOME TO
=====
      IIII  N  N  FFFF  IIII  N  N  IIII  TTTT  Y  Y
      II   NN  N  F     I   NN  N  I   T   Y  Y
      II   N N N  FFFF  I   N N N  I   T   Y
      II   N  NN  F     I   N  NN  I   T   Y
      IIII  N  N  F     IIII  N  N  IIII  T   Y
=====

                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan      : 1
=====

                                MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 1
=====

                                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input      : 1

Masukkan jumlah baris matriks      : 4
Masukkan jumlah kolom matriks     : 5

1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6

1.0 0.0 0.0 0.666666666666667 0.0
0.0 1.0 0.0 -2.666666666666667 0.0
0.0 0.0 1.0 -1.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0
Sistem Persamaan Linear Ini Tidak Memiliki Solusi

```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan	<pre> ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 2 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 1 1 -1 -1 1 2 5 -7 -5 -2 2 -1 1 3 4 5 2 -4 2 6 Sistem Persamaan Linear ini Tidak Memiliki Solusi </pre>
Metode Matriks Balikan	<pre> ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 3 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 1 1 -1 -1 1 2 5 -7 -5 -2 2 -1 1 3 4 5 2 -4 2 6 Sistem persamaan linear ini tidak dapat diselesaikan dengan metode matriks balikan </pre>
Kaidah Cramer	<pre> ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 4 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 1 1 -1 -1 1 2 5 -7 -5 -2 2 -1 1 3 4 5 2 -4 2 6 Sistem persamaan linear ini tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer </pre>

Soal 1.b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss

```
=====
                                WELCOME TO
      IIII  N  N  FFFFF  IIIII  N  N  IIIII  TTTTT  Y  Y
      II   NN  N  F      I   NN  N  I   T   Y  Y
      II   N  N  FFFF   I   N  N  I   T   Y
      II   N  NN  F     I   N  NN  I   T   Y
      IIII  N  N  F     IIIII  N  N  IIIII  T   Y

=====
                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1

=====
                                MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 1

=====
                                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input : 1

Masukkan jumlah baris matriks : 4
Masukkan jumlah kolom matriks : 6

1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1

x1 = 3.000000 + -1.000000*x5
x2 = 0.000000 + -2.000000*x5
x3 = x3
x4 = -1.000000 + -1.000000*x5
x5 = x5

Apakah Anda ingin menyimpan hasil ini ke dalam file?
1. Ya
2. Tidak

Masukkan pilihan output yang ingin dijalankan : 1
Masukkan path file yang dituju : SPLLAxB-out.txt
String berhasil ditulis ke file.
```

<p>Metode Eliminasi Gauss-Jordan</p>	<pre> ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 2 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 6 1 -1 0 0 1 3 1 1 0 -3 0 6 2 -1 0 1 -1 5 -1 2 0 -2 -1 -1 x1 = 3.000000 + -1.000000*x5 x2 = 0.000000 + -2.000000*x5 x3 = x3 x4 = -1.000000 + -1.000000*x5 x5 = x5 </pre>
<p>Metode Matriks Balikan</p>	<pre> ===== MENU ===== 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan 3. Matriks Balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi Linear Berganda 7. Perbesar Gambar 8. Keluar Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1 ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 3 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 6 Matriks dengan ukuran 4x6 tidak dapat dicari solusinya dengan metode matriks balikan </pre>
<p>Kaidah Cramer</p>	<pre> ===== MENU ===== 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan 3. Matriks Balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi Linear Berganda 7. Perbesar Gambar 8. Keluar Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1 ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 4 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 6 Matriks dengan ukuran 4x6 tidak dapat dicari solusinya dengan kaidah cramer </pre>

Soal 1.c.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss

```
=====
                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1

=====
                MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 1

=====
                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input : 1

Masukkan jumlah baris matriks : 3
Masukkan jumlah kolom matriks : 7

0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1

x1 = x1
x2 = 1.000000 - 1.000000*x6
x3 = x3
x4 = -2.000000 - 1.000000*x6
x5 = 1.000000 + -1.000000*x6
x6 = x6

Apakah Anda ingin menyimpan hasil ini ke dalam file?
1. Ya
2. Tidak
```


Soal 1.d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \dots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \dots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \dots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \dots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix} \quad \underline{z} = \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

n = 6

```
=====
MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input : 1

Masukkan jumlah baris matriks : 6
Masukkan jumlah kolom matriks : 7

1 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 1
0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.142857 0
0.333 0.25 0.2 0.167 0.142857 0.125 0
0.25 0.2 0.167 0.142857 0.125 0.111 0
0.2 0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0
0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0

x1 = 8.964215
x2 = -50.664808
x3 = 70.342731
x4 = 55.852947
x5 = -185.508288
x6 = 102.290298
```

n=10

```
=====
MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input : 1

Masukkan jumlah baris matriks : 10
Masukkan jumlah kolom matriks : 11

1 0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.1428157 0.125 0.111 0.1 1
0.5 0.333 0.25 0.2 0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0
0.333 0.25 0.2 0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0.833 0
0.25 0.2 0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0.833 0.076923 0
0.2 0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0.833 0.076923 0.07142857 0
0.167 0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0.833 0.076923 0.07142857 0.67 0
0.142857 0.125 0.111 0.1 0.090909 0.833 0.076923 0.07142857 0.67 0.0625 0
0.125 0.111 0.1 0.090909 0.833 0.076923 0.07142857 0.67 0.0625 0.588235 0
0.111 0.1 0.090909 0.833 0.076923 0.07142857 0.67 0.0625 0.588235 0.556 0
0.1 0.090909 0.833 0.076923 0.07142857 0.67 0.0625 0.588235 0.556 0.0526315789 0

x1 = 4.041111
x2 = -5.989294
x3 = -0.190405
x4 = -0.187740
x5 = -0.157526
x6 = 0.016473
x7 = 0.062850
x8 = 0.260376
x9 = 0.260551
x10 = 0.221862
```

4.1.2. SPL berbentuk matriks *augmented*

Soal 2.a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Metode Eliminasi Gauss

```
=====
                        MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1

=====
            MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 1

=====
            MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input : 1

Masukkan jumlah baris matriks : 4
Masukkan jumlah kolom matriks : 5

1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3

x1 = -1.000000
x2 = 0.000000
x3 = 0.000000
x4 = 0.000000

Apakah Anda ingin menyimpan hasil ini ke dalam file?
1. Ya
2. Tidak

Masukkan pilihan output yang ingin dijalankan : 1
Masukkan path file yang dituju : SPLAugmented1-out.txt
String berhasil ditulis ke file.
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan	<pre> ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 1 -1 2 -1 -1 2 1 -2 -2 -2 -1 2 -4 1 1 3 0 0 -3 -3 x1 = -1.000000 x2 = 0.000000 x3 = 0.000000 x4 = 0.000000 </pre>
Metode Matriks Balikan	<pre> ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 1 -1 2 -1 -1 2 1 -2 -2 -2 -1 2 -4 1 1 3 0 0 -3 -3 Sistem persamaan linear ini tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer </pre>
Kaidah Cramer	<pre> ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 1 -1 2 -1 -1 2 1 -2 -2 -2 -1 2 -4 1 1 3 0 0 -3 -3 Sistem persamaan linear ini tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer </pre>

Soal 2.b.
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$

Metode Matriks Balikan

```

=====
                                WELCOME TO

      IIII  N  N  FFFF  IIII  N  N  IIII  TTTT  Y  Y
      II   NN  N  F    I   NN  N  I    T    Y  Y
      II   N  N  FFFF  I   N  N  I    T    Y
      II   N  NN  F    I   N  NN  I    T    Y
      IIII  N  N  F    IIII  N  N  IIII  T    Y

=====
                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan      : 1

=====
                                MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 3

=====
                                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input      : 1
Masukkan jumlah baris matriks      : 6
Masukkan jumlah kolom matriks      : 5
Matriks dengan ukuran 6x5 tidak dapat dicari solusinya dengan metode matriks balikan

```

Kaidah Cramer

```

=====
                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan      : 1

=====
                                MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 4

=====
                                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input      : 1
Masukkan jumlah baris matriks      : 6
Masukkan jumlah kolom matriks      : 5
Matriks dengan ukuran 6x5 tidak dapat dicari solusinya dengan kaidah cramer

```

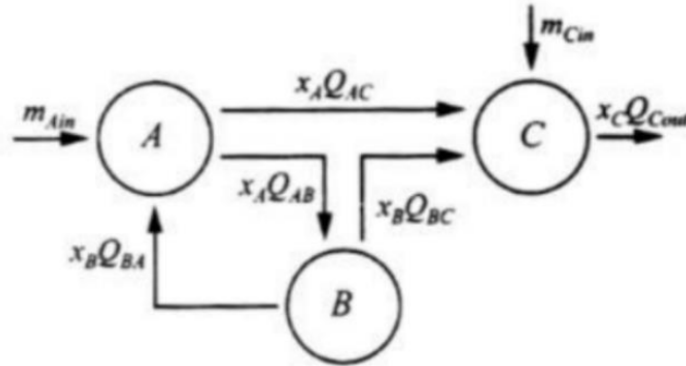
4.1.3. SPL berbentuk

Soal 3.a.	
$ \begin{aligned} 8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 + + 6x_3 + 4x_4 &= 3 \end{aligned} $	
Metode Eliminasi Gauss	<pre> ===== MENU ===== 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan 3. Matriks Balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi Linear Berganda 7. Perbesar Gambar 8. Keluar Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1 ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 3 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 4 Masukkan jumlah kolom matriks : 5 8 1 3 2 0 2 9 -1 -2 1 1 3 2 -1 2 1 0 6 4 3 x_1 = 0.00 x_2 = 0.00 x_3 = 0.00 x_4 = 0.00 Apakah Anda ingin menyimpan hasil ini ke dalam file? 1. Ya 2. Tidak Masukkan pilihan output yang ingin dijalankan : 1 Masukkan path file yang dituju : SPLbentuk1.txt String berhasil ditulis ke file. </pre>
Metode Eliminasi Gauss-Jordan	
Metode Matriks Balikan	
Kaidah Cramer	

Soal 3.b.	
$ \begin{aligned} x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\ x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\ 0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\ 0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\ 0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\ x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\ x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\ x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\ 0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\ 0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\ 0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04 \end{aligned} $	
Metode Eliminasi Gauss	<pre> ===== MENU ===== 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan 3. Matriks Balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi Linear Berganda 7. Perbesar Gambar 8. Keluar Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1 ===== MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER ===== 1. Metode Eliminasi Gauss 2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode Matriks Balikan 4. Kaidah Cramer Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 4 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 12 Masukan tidak valid. Silakan ulangi Masukkan pilihan input : 1 Masukkan jumlah baris matriks : 12 Masukkan jumlah kolom matriks : 10 Matriks dengan ukuran 12x10 tidak dapat dicari solusinya dengan kaidah cramer </pre>
Metode Eliminasi Gauss-Jordan	
Metode Matriks Balikan	
Kaidah Cramer	

4.1.4. Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut.

Soal 4.



Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa min dalam mg/s . Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$A: m_{Ain} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0$$

$$B: Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0$$

$$C: m_{Cin} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{Cout}x_C = 0$$

Tentukan solusi x_A , x_B , x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB}=40$, $Q_{AC}=80$, $Q_{BA}=60$, $Q_{BC}=20$ dan $Q_{Cout}=150$ m^3/s dan $m_{Ain}=1300$ dan $m_{Cin}=200$ mg/s .

Metode Eliminasi Gauss

```

=====
                                WELCOME TO
      IIII  N  N  FFFF  IIII  N  N  IIII  TTTT  Y  Y
      II   NN  N  F    I   NN  N  I    T    Y  Y
      II   N  N  FFFF  I   N  N  I    T    Y
      II   N  NN  F    I   N  NN  I    T    Y
      IIII  N  N  F    IIII  N  N  IIII  T    Y

=====
                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 1

=====
                                MENU SISTEM PERSAMAAN LINIER
=====
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer

Masukkan pilihan sub-menu yang ingin dijalankan : 1

=====
                                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input : 1

Masukkan jumlah baris matriks : 3
Masukkan jumlah kolom matriks : 4

-120 60 0 -1300
40 -80 0 0
80 20 -150 -200

x1 = 14.444444
x2 = 7.222222
x3 = 10.000000

Apakah Anda ingin menyimpan hasil ini ke dalam file?
1. Ya
2. Tidak

```

4.2. Studi Kasus Interpolasi

- 4.2.1. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.002	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai berikut:

Jawaban

x	f(x)	Program
0.2	0.03296	<pre> ===== WELCOME TO IIII N N FFFFF IIII N N IIII TTTT Y Y II NN N F I NN N I T Y Y II N N FFFF I N N N I T Y II N NN F I N NN I T Y IIII N N F IIII N N IIII T Y ===== MENU ===== 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan 3. Matriks Balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi Linear Berganda 7. Perbesar Gambar 8. Keluar Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 4 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan banyak titik : 7 0.1 0.003 0.3 0.067 0.5 0.148 0.7 0.248 0.9 0.370 1.1 0.518 1.3 0.697 f(x) = - 0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0000x^3 + 0.0260x^4 + 0.0000x^5 - 0.0000x^6 Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 0.2 Taksiran nilai f(0.2) pada titik tersebut adalah 0.0329609375000001 </pre>
0.55	0.17112	<pre> 0.1 0.003 0.3 0.067 0.5 0.148 0.7 0.248 0.9 0.370 1.1 0.518 1.3 0.697 f(x) = - 0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0000x^3 + 0.0260x^4 + 0.0000x^5 - 0.0000x^6 Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 0.55 Taksiran nilai f(0.55) pada titik tersebut adalah 0.1711865234374998 </pre>
0.85	0.33723	<pre> f(x) = - 0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0000x^3 + 0.0260x^4 + 0.0000x^5 - 0.0000x^6 Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 0.85 Taksiran nilai f(0.85) pada titik tersebut adalah 0.33723583984374994 </pre>
1.28	0.67754	<pre> f(x) = - 0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0000x^3 + 0.0260x^4 + 0.0000x^5 - 0.0000x^6 Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 1.28 Taksiran nilai f(1.28) pada titik tersebut adalah 0.6775418375000001 </pre>

4.2.2. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{Tanggal (desimal)} = \text{bulan} + (\text{tanggal} / \text{jumlah hari pada bulan tersebut})$$

Sebagai contoh, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

$$\text{Tanggal (desimal)} = 6 + (17/30) = 6,567$$

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan interpolasi polinomial untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

Jawaban			
No	Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
a.	16/07/2022	7.516	53538
b.	10/08/2022	8.323	36296
c.	05/09/2022	9.167	-667870
d.	05/10/2022	10.161	-4.3576
Program			

a.	<pre> ===== WELCOME TO IIII N N FFFFF IIIII N N IIIII TTTT Y Y II NN N F I NN N I T Y Y II N N N FFFF I N N N I T Y II N NN F I N NN I T Y IIII N N F IIIII N N IIIII T Y ===== MENU ===== 1. Sistem Persamaan Linier 2. Determinan 3. Matriks Balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Interpolasi Bicubic Spline 6. Regresi Linear Berganda 7. Perbesar Gambar 8. Keluar Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan : 4 ===== MENU INPUT DATA MATRIKS ===== 1. Input Keyboard 2. Input File Masukkan pilihan input : 1 Masukkan banyak titik : 10 6.567 12624 7 21807 7.258 38391 7.451 54517 7.548 51952 7.839 28228 8.161 35764 8.484 20813 8.709 12408 9 10534 f(x) = + 7200305831156.0625 - 9362383549278.7190x + 5342144345318.8360x^ 2 - 1759197443156.9863x^3 + 369011568500.2981x^4 - 51191089915.8223x^5 + 4700873047.8903x^6 - 275752903.6038x^7 + 9381759.2661x^8 - 141120.3106x^9 Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 7.516 Taksiran nilai f(7.516) pada titik tersebut adalah 53537.869140625 </pre>
b.	<pre> f(x) = + 7200305831156.0625 - 9362383549278.7190x + 5342144345318.8360x^ 2 - 1759197443156.9863x^3 + 369011568500.2981x^4 - 51191089915.8223x^5 + 4700873047.8903x^6 - 275752903.6038x^7 + 9381759.2661x^8 - 141120.3106x^9 Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 8.323 Taksiran nilai f(8.323) pada titik tersebut adalah 36295.81640625 </pre>

c.	$f(x) = + 7200305831156.0625 - 9362383549278.7190x + 5342144345318.8360x^2 - 1759197443156.9863x^3 + 369011568500.2981x^4 - 51191089915.8223x^5 + 4700873047.8903x^6 - 275752903.6038x^7 + 9381759.2661x^8 - 141120.3106x^9$ <p>Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 9.167 Taksiran nilai f(9.167) pada titik tersebut adalah -667870.6171875</p>
d.	$f(x) = + 7200305831156.0625 - 9362383549278.7190x + 5342144345318.8360x^2 - 1759197443156.9863x^3 + 369011568500.2981x^4 - 51191089915.8223x^5 + 4700873047.8903x^6 - 275752903.6038x^7 + 9381759.2661x^8 - 141120.3106x^9$ <p>Taksir nilai fungsi Masukkan nilai x: 10.161 Taksiran nilai f(10.161) pada titik tersebut adalah -4.3576102465625E8</p>

4.2.3. Sederhanakan fungsi $f(x)$ yang memenuhi kondisi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang $[0, 2]$.

Sebagai contoh, jika $n = 5$, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang $[0, 2]$

berjarak $h = (2 - 0)/5 = 0.4$.

x	0.0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
f(x)	0.0	0.418884	0.418884	0.560925	0.583686	0.576651

Jawaban

0.5

```
=====
                                WELCOME TO

      IIII  N  N  FFFFF  IIII  N  N  IIII  TTTT  Y  Y
      II   NN  N  F      I   NN  N   I   T   Y  Y
      II   N  N  N  FFFF  I   N  N  N   I   T   Y
      II   N  NN  F      I   N  NN   I   T   Y
      IIII  N  N  F      IIII  N  N  IIII  T   Y

=====
                                MENU
=====
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi Linear Berganda
7. Perbesar Gambar
8. Keluar

Masukkan pilihan menu yang ingin dijalankan      : 4
=====
                                MENU INPUT DATA MATRIKS
=====
1. Input Keyboard
2. Input File
Masukkan pilihan input      : 1
Masukkan banyak titik      : 6
0.0 0.0
0.4 0.418884
0.8 0.507158
1.2 0.560925
1.6 0.583686
2.0 0.576651
f(x) = - -0.0000 + 2.0353x - 3.5527x^2 + 3.2371x^3 - 1.4213x^4 0.2363x^5

Taksir nilai fungsi
Masukkan nilai x: 0.5
Taksiran nilai f(0.5) pada titik tersebut adalah 0.45265138830566426
```

4.3. Studi Kasus Regresi Linear Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116, U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

File Input "RegresiLinearBerganda.txt"	Terminal
<pre> Algeo01-22030 > test > input > RegresiLinearBerganda.txt 1 72.4 76.3 29.18 0.90 2 41.6 70.3 29.35 0.91 3 34.3 77.1 29.24 0.96 4 35.1 68.0 29.27 0.89 5 10.7 79.0 29.78 1.00 6 12.9 67.4 29.39 1.10 7 8.3 66.8 29.69 1.15 8 20.1 76.9 29.48 1.03 9 72.2 77.7 29.09 0.77 10 24.0 67.7 29.60 1.07 11 23.2 76.8 29.38 1.07 12 47.4 86.6 29.35 0.94 13 31.6 76.9 29.63 1.10 14 10.6 86.3 29.56 1.10 15 11.2 86.0 29.48 1.10 16 73.3 76.3 29.40 0.91 17 75.4 77.9 29.28 0.87 18 96.6 78.7 29.29 0.78 19 107.4 86.8 29.03 0.82 20 54.9 70.9 29.37 0.95 </pre>	<pre> Masukkan jumlah pengubah (x) : 3 Masukkan jumlah sampel : 20 Masukkan sampel data : 72.4 76.3 29.18 0.90 41.6 70.3 29.35 0.91 34.3 77.1 29.24 0.96 35.1 68.0 29.27 0.89 10.7 79.0 29.78 1.00 12.9 67.4 29.39 1.10 8.3 66.8 29.69 1.15 20.1 76.9 29.48 1.03 72.2 77.7 29.09 0.77 24.0 67.7 29.60 1.07 23.2 76.8 29.38 1.07 47.4 86.6 29.35 0.94 31.6 76.9 29.63 1.10 10.6 86.3 29.56 1.10 11.2 86.0 29.48 1.10 73.3 76.3 29.40 0.91 75.4 77.9 29.28 0.87 96.6 78.7 29.29 0.78 107.4 86.8 29.03 0.82 54.9 70.9 29.37 0.95 Masukkan nilai yang mau ditaksir : 50 76 29.30 f(x1, x2, x3) = -3.51523 - 0.00262*x1 + 0.00080*x2 + 0.15441*x3 f(50.00000, 76.00000, 29.30000) = 0.938434 </pre>

4.4. Studi Kasus Interpolasi *Bicubic Spline*

Soal : Diberikan matriks input dengan bentuk sebagai berikut.	
<pre> Algeo01-22030 > test > input > ≡ BicubicSpline1.txt 1 21 98 125 153 2 51 101 161 59 3 0 42 72 210 4 16 12 81 96 </pre>	Tentukan nilai:
	a. $f(0, 0)$
	b. $f(0.5, 0.5)$
	c. $f(0.25, 0.75)$
	d. $f(0.1, 0.9)$
Implementasi Program	
a.	<pre> Masukkan konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya : 21 98 125 153 51 101 161 59 0 42 72 210 16 12 81 96 Masukkan nilai f(x,y) yang mau ditaksir : 0 0 f(0.000000,0.000000) = 21.000000 </pre>
b.	<pre> Masukkan konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya : 21 98 125 153 51 101 161 59 0 42 72 210 16 12 81 96 Masukkan nilai f(x,y) yang mau ditaksir : 0.5 0.5 f(0.500000,0.500000) = 87.796875 </pre>
c.	<pre> Masukkan konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya : 21 98 125 153 51 101 161 59 0 42 72 210 16 12 81 96 Masukkan nilai f(x,y) yang mau ditaksir : 0.25 0.75 f(0.250000,0.750000) = 117.732178 </pre>

d.	<p>Masukkan konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya :</p> <pre> 21 98 125 153 51 101 161 59 0 42 72 210 16 12 81 96 Masukkan nilai f(x,y) yang mau ditaksir : 0.1 0.9 f(0.100000,0.900000) = 128.575187 </pre>
----	--

Bab 5

Penutup

5.1. Kesimpulan

Dari mata kuliah Aljabar Linier dan Geometri IF2123 yang kami pelajari di kelas, kami mengimplementasikannya ke dalam sebuah program berbahasa Java. Program yang kami buat dapat menyelesaikan persoalan-persoalan matriks, seperti menyelesaikan SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah *Cramer*; menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan dengan ekspansi kofaktor; serta menghitung balikan matriks. Selain itu, kami juga menyelesaikan persoalan Interpolasi Polinomial, Regresi Linier Berganda, dan Bicubic Spline Interpolation.

5.2. Saran

- 5.2.1. Menyatukan persepsi antaranggota dalam segi penamaan file, struktur class, serta parameter input dan output
- 5.2.2. Menyertakan output yang diharapkan dari setiap test case pada Spesifikasi Tubes

5.3. Komentar & Refleksi

Sebagai tugas besar pertama setelah masuk program studi Teknik Informatika, tugas besar Aljabar Linier dan Geometri ini membuat kami lebih paham akan materi Aljabar Linier ketika diimplementasikan kedalam bahasa Java. Terima kasih kepada asisten kami, Michael Leon, yang telah membantu dalam memberi arahan terhadap Tugas Besar ini. Untuk kedepannya, kami rasa program ini dapat diimplementasikan dengan GUI dengan manajemen waktu yang tepat disertai eksplorasi lebih jauh. Terlepas daripada itu, tugas besar ini melatih kemampuan kami dalam hal kerja sama dalam tim, komunikasi, dekomposisi persoalan, kedisiplinan, serta manajemen waktu. Meskipun program ini belum berjalan secara optimal, kami yakin bahwa Tugas Besar ini akan membawa kami ke arah yang lebih baik untuk tugas-tugas berikutnya.

Daftar Referensi

<https://docs.oracle.com/en/java/javase/20/>
<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/algeo23-24.html>
<https://www.programcreek.com/2011/07/build-a-java-library-for-yourself/>
https://www.w3schools.com/java/java_try_catch.asp
<https://www.baeldung.com/reading-file-in-java>
<https://www.baeldung.com/java-write-to-file>

Repository

<https://github.com/fabianradenta/Algeo01-22030/>