

Dans un groupe de n personnes (numérotées de 1 à n), une star est quelqu'un qui ne connaît personne mais que tous les autres connaissent. Pour trouver une star, s'il en existe une, vous avez juste le droit de poser des questions à n'importe quel individu i du groupe, du type : *Est-ce que vous connaissez j ?* (noté $i \xrightarrow{?} j$) et on suppose que les individus répondent la vérité.

1. Combien peut-il y avoir de stars dans le groupe ?
2. Implémenter un algorithme naïf qui retourne le numéro de la star, ou -1 s'il n'y a pas de star. L'algorithme prendra en entrée un dictionnaire de taille n où chaque clé représente une personne du groupe et la valeur associée est l'ensemble des personnes que celle-ci connaisse. L'algorithme consiste à tester chaque personne pour voir si elle ne connaît personne, et qu'elle est connue par toutes les autres personnes du groupe. Exemple d'un groupe de 5 personnes :

```
personnes = {  
    1: {2, 3, 4}, # La personne 1 connaît 2, 3, 4  
    2: {1, 3, 5}, # La personne 2 connaît 1, 3, 5  
    3: {1, 2, 4}, # La personne 3 connaît 1, 2, 4  
    4: {1, 2, 3}, # La personne 4 connaît 1, 2, 3  
    5: {2}       # La personne 5 connaît 2  
}
```

Lorsqu'on effectue le test $i \xrightarrow{?} j$, c'est-à-dire lorsque l'on cherche à savoir si la personne i connaît la personne j , on obtient le résultat suivant :

- Oui, dans ce cas i ne peut pas être une star, mais j reste un candidat potentiel.
 - Non, dans ce cas j ne peut pas être une star, mais i reste un candidat potentiel.
3. Écrire un algorithme plus efficace qui consiste à parcourir le dictionnaire des personnes une seule fois. L'idée est de garder en mémoire une personne candidate i qui pourrait être une star, et de vérifier au fur et à mesure si cette personne est bien connue de toutes les autres. Si, lors du parcours, une personne j ne connaît pas i , ou si i connaît quelqu'un, alors i ne peut pas être la star, et j devient un nouveau candidat potentiel. Ce processus permet de réduire le nombre de tests, car à chaque itération, on élimine un certain nombre de candidats. Une fois ce parcours effectué, il reste à valider que la personne candidate ne connaît personne et qu'elle est effectivement reconnue par toutes les autres personnes du groupe.
1. Analyser cet algorithme. Combien de questions de type $i \xrightarrow{?} j$ doit-on poser ?
 2. Comparer le temps d'exécution des deux algorithmes.