

U.E. ALGO3**TP2****Récurtivité**

Q 1 . Écrire une fonction itérative puis récursive qui permet de calculer

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}$$

```
>>> somme_inverse_carrees(2)
>>> 1.25
```

Q 2 . Soit la suite suivante. Écrire une fonction itérative puis récursive qui permet de renvoyer la liste des n premiers termes de la suite u_n .

$$\begin{cases} u_n = 3 \times u_{n-1} + 1 & \text{si } n > 0 \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

```
>>> n_premiers_termes_suite(3)
>>> [1, 4, 13]
```

Q 3 . Écrire un programme permettant de calculer le n ème terme des suites u_n et v_n définis comme suit :

$$\begin{cases} u_n = \frac{u_{n-1} + v_{n-1}}{2} & \text{si } n > 0 \\ u_0 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} v_n = (u_{n-1} \times v_{n-1})^{1/2} & \text{si } n > 0 \\ v_0 = 5 \end{cases}$$

Q 4 . Soit A une matrice carrée de taille n , de coefficients a_{ij} . Écrire une fonction récursive qui permet de calculer le déterminant de A . On rappelle que le déterminant de A est donné par la formule de récurrence

$$\det(A) = \begin{cases} a_{11} & \text{si } n = 1 \\ \sum_{i=1}^n (-1)^i \times a_{i1} \times \det(A_{i1}) & \text{sinon} \end{cases}$$

Ici A_{ij} désigne la matrice A à laquelle on supprime la ligne i et la colonne j (c'est donc une matrice carrée de taille $(n - 1)$).

```
>>> mat = [[1, 2], [3, 4]]
>>> det(mat)
>>> -2
```

Q 5 . Écrire une fonction récursive qui compte le nombre d'occurrences d'un caractère dans une chaîne.

Q 6 . Écrire une fonction récursive qui permet de tester si une chaîne est anagramme d'une autre.

Q 7 . Soit la suite de Syracuse définit comme suit : $u_0 = N$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$ si u_n est pair et $u_{n+1} = 3 \times u_n + 1$ si c'est impair. Écrire une fonction qui détermine le plus petit n tel que $u_n = 1$ pour

un nombre de départ N . Écrire également une fonction qui détermine la valeur maximale que u_n atteint avant d'arriver à 1..

Q 8 . Soit la suite définie comme suit : $u_0 = u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 2 \times u_n + 3 \times u_{n-1}$. Écrire une fonction récursive qui permet de calculer u_n . Exécuter votre fonction avec $n = 200$. Que remarquez vous ? Améliorer votre programme pour que le calcul soit efficace.

Q 9 . Écrire une fonction récursive qui permet de tester si un entier appartient à une liste d'entiers.

```
>>> appartient(3, [1, 2, 5])
>>> False
>>> appartient(2, [1, 2, 5])
>>> True
```

Q 10 . Écrire une fonction récursive qui permet teste si un entier appartient à une liste **triée** d'entiers.

Q 11 . Écrire une fonction qui permet calcule l'intersection entre deux ensembles (listes).

Q 12 . Écrire une fonction qui effectue la conversion d'une chaîne de caractère en entier.