

Éléments de balistique externe

Auteur : Fabien FIGUERAS

Date : 25-08-2024

Version : 1.10

Licence du document : CC BY-NC-SA 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Version modifiable disponible dans GitHub : <https://github.com/fabienfigueras/TLD>

Résumé :

On dispose d'une arme de type carabine avec un système de visée réglable (en élévation et en dérive), d'un lot de munitions du calibre correspondant à l'arme ayant une masse connue.

Connaissant les conditions de tir (matériel, météorologique, distance et angle), on souhaite connaître les corrections à appliquer avant le tir sur l'organe de visée en :

- **Élévation** pour compenser les effets sur la longueur du tir (ex : la chute du projectile due à l'attraction terrestre et à la force de frottement...)
- **Dérive** pour compenser les effets latéraux (ex : l'effet du vent perpendiculaire à la direction du tir..).

Table des matières

1	Description du contexte	4
2	Informations recherchées	4
3	Avertissement	4
4	Conventions	5
4.1	Convention pour les unités	5
4.2	Convention de notation	5
4.2.1	Repère	5
4.2.2	Projectile	5
4.2.3	Position	5
4.2.4	Vitesse	5
4.2.5	Accélération	6
4.2.6	Relations entre position, vitesse et accélération	6
4.2.7	Notion de force de Frottement	6
4.2.8	Coefficient de frottement	7
5	Approche pratique	7
5.1	Zérotage	7
5.2	Tables de tir	7
6	Étude du mouvement	8
6.1	Approche théorique du mouvement vertical	8
6.1.1	Principe fondamental de la Dynamique, 2 ^{ème} Loi de Newton	8
6.1.2	Résolution numérique	9
6.1.3	Dynamique des Fluides	10
6.1.4	Quelques remarques	10
6.1.5	Force de frottement	11
6.1.5.1	Linéaire	11
6.1.5.2	Quadratique	11
6.1.6	Tir avec dénivelé (i.e : non horizontal)	12
6.2	Établissement des coefficients de frottement	12
6.2.1	Calcul du coefficient de frottement, méthode énergétique	12
6.2.2	Coefficient balistique, selon les conditions Atmosphériques	14
6.2.3	Utilisation du calculateur	14
6.3	Approche théorique du mouvement horizontal	15
6.3.1	Effets du vent	15
6.3.1.1	Composante dans l'axe du tir (wx)	16
6.3.1.2	Composante horizontale perpendiculaire à l'axe du tir (wz)	17
6.3.1.3	Composante verticale perpendiculaire à l'axe du tir (wy). (A Compléter)	18
6.4	Effet Coriolis pratique	19
6.5	Spin Drift	20
6.5.1	Aerodynamic Jump	21
7	Annexes	24
7.1	Références	24
7.1.1	Elementary Differential equations with boundary values problems	24
7.1.1.1	Euler	25
7.1.1.2	Improved Euler	25
7.1.1.3	Runge-Kutta	25
7.1.1.4	Déplacements	25
7.1.2	Coefficient balistique (BC)	26

7.1.3	Coefficient de Frottement (Cd) et relation avec le BC	26
7.1.4	Nombre de Mach	27
7.1.5	Vitesse du son dans l'air	29
7.1.6	Variation de la pression avec l'altitude	29
7.1.7	Air	30
7.1.8	Attraction de la pesanteur ($g=9.81$)	30
7.2	Méthode de Zérotage	30
7.2.1	Zérotage pratique	30
7.2.2	Zérotage logiciel	31
7.3	Application des méthode numériques	31
7.4	Effet Coriolis Théorie.....	31
7.5	Étude de la chute d'un volant (ENS)	32
7.6	Frottement.....	32
7.7	Données des fabricants de munitions	32
7.7.1	Fiocchi	32
7.7.1.1	SMK 175gr/11.34g	32
7.7.2	Norma	33
7.7.2.1	SMK 168gr/10.89g	33
7.7.2.2	SMK 175gr/11.3g	33
7.7.3	GGG	34
7.7.3.1	NOSLER HPBT 168gr/10.89g	34
7.7.3.2	NOSLER HPBT 175gr/11.34g	34
7.7.3.3	SMK HPBT 190gr/12.31g	35
7.8	Atmosphère normalisée	35
7.8.1	ISA, ICAO, AASM	35
7.8.2	ISA	35
7.8.3	ICAO	35
7.9	Python Ballistic Solver (PBS).....	35
7.9.1	Présentation sommaire de PBS	36
7.9.2	Les données utilisées pour les calculs et résultats	36
7.9.3	Les corrections préventives	40

1 Description du contexte

On dispose d'une arme de type carabine avec un système de visée réglable (en élévation et en dérive), d'un lot de munitions du calibre correspondant à l'arme et dont la balle a une masse connue.

On connaît les informations suivantes :

- Les caractéristiques géographiques (altitude, latitude et longitude) et météorologiques de l'environnement (température, humidité, angle par rapport au nord et vitesse du vent) au moment du tir.
- Le projectile (masse, diamètre, vitesse initiale (norme et angle par rapport à l'horizontale, atmosphère standard utilisée, Coefficient Balistique ($G1$, $G7$), vitesse et ordonnée à différentes distances, température)
- Les caractéristiques du fusil et des organes de visée (pas de rayure, longueur du canon, angle entre la lunette et le canon, distance entre l'axe de la lunette et la sortie du canon)
- La cible (angle par rapport au nord, distance, angle par rapport à l'horizontale, forme et taille).

2 Informations recherchées

Connaissant les conditions de tir (matériel, météorologiques, distance et angle), on souhaite connaître les corrections à appliquer avant le tir sur l'organe de visée en :

- **Élévation** pour avoir la distance attendue
- **Dérive** pour avoir la direction attendue.

Ces corrections seront données en unité de longueur puis converties en unité de réglage de l'organe de visée (MOA, mRAD...) puis finalement en clicks, complétées par une direction ou un sens, surtout pour la dérive.

Exemples :

- Élévation 53 clicks vers le haut.
- Dérive 3 clicks vers la droite (ou positif).

3 Avertissement

La résolution de ce problème fait appel à des notions de mathématiques, de dynamique et parfois de mécanique des fluides.

Le niveau des mathématiques requis est de première scientifique (*BAC -1 des années 1980 en France*) il faut en outre connaître la définition d'une dérivée.

Le niveau de physique requis est celui de terminale scientifique (*BAC des années 1980 en France*) il faut connaître la relation ou principe fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton).

Il n'existe malheureusement pas de théorie physique ou de solution mathématique applicable simplement et fonctionnant à chaque fois pour résoudre le problème posé.

En effet comme on va le voir les principales difficultés consistent à savoir comment déterminer la force de frottement et plus spécifiquement le coefficient de frottement dans le cas des forces de frottement de type quadratiques (*c.a.d fonction du carré de la vitesse*).

4 Conventions

4.1 Convention pour les unités

Tous les calculs sont effectués en unités internationales. Distance en m, temps en s, masse en kg, vitesse en m/s, force en N...

4.2 Convention de notation

On note les points et les vecteurs en majuscules (ex OM vecteur position et $V = dOM/dt$ vecteur vitesse) et les scalaires en minuscules (ex om = norme du vecteur OM, v = norme du vecteur V).

4.2.1 Repère

(O, X, Y, Z) : repère cartésien orthonormé qui dispose de trois vecteurs unitaires orthogonaux entres eux : E1 pour X, E2 pour Y, E3 pour Z.

*(Par conséquent, les produits scalaire de ces vecteurs sont nuls $E1.E2 = 1*1*\cos(90) = 0 \dots$), on trouve parfois dans la littérature $E1=i$, $E2=j$ et $E3=k$, ce qui ne convient pas avec la nomenclature de nommage retenue (nom de vecteur en Majuscules)*

L'axe des X sera dans la direction du tir et orienté vers l'avant, l'axe des Z sera vertical et orienté vers le haut et l'axe des Y sera perpendiculaire au plan OXZ et orienté vers la droite en regardant dans la direction du tir.

4.2.2 Projectile

On considère le projectile comme ponctuel de masse m et situé au point M à tout instant t, noté M(t).

4.2.3 Position

On considère de la position du projectile à un instant t.

OM(t) : vecteur position à l'instant t

$$OM(t) = x(t).E1 + y(t).E2 + z(t).E3$$

Les coordonnées (x(t), y(t), z(t)) sont des nombres réels dépendant du temps.

om(t) = |OM(t)| est la norme du vecteur position à l'instant t

$$|OM(t)| = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}$$

Noté aussi $\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}$

4.2.4 Vitesse

On considère la vitesse du projectile à un instant t.

Par définition le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position à l'instant t.

$$V(t) = d(OM(t))/dt$$

$V(t)$: vecteur vitesse à l'instant t

$$V(t) = v_x(t).E_1 + v_y(t).E_2 + v_z(t).E_3$$

Les coordonnées ($v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$) sont des nombres réels dépendant du temps.

$v(t)=|V(t)|$ est la norme du vecteur vitesse à l'instant t

$$|V(t)| = \text{Racine_Carré}(v_x(t).v_x(t) + v_y(t).v_y(t) + v_z(t).v_z(t))$$

Noté aussi $SQRT(v_x(t)^2 + v_y(t)^2 + v_z(t)^2)$

4.2.5 Accélération

On considère l'accélération du projectile à un instant t .

Par définition le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse à l'instant t .

$$G(t) = d(V(t))/dt$$

$G(t)$: vecteur accélération à l'instant t

$$G(t) = g_x(t).E_1 + g_y(t).E_2 + g_z(t).E_3$$

Les coordonnées ($g_x(t)$, $g_y(t)$, $g_z(t)$) sont des nombres réels dépendant du temps.

$g(t)=|G(t)|$ est la norme du vecteur vitesse à l'instant t

$$|G(t)| = \text{Racine_Carré}(g_x(t).g_x(t) + g_y(t).g_y(t) + g_z(t).g_z(t))$$

Noté aussi $SQR(g_x(t)^2 + g_y(t)^2 + g_z(t)^2)$

4.2.6 Relations entre position, vitesse et accélération

Les relations entre ces trois quantités vectorielles sont :

$$V(t) = d(OM(t))/dt$$

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps

$$G(t) = d(V(t))/dt$$

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps

Et donc

$$G(t) = d^2(OM(t))/dt^2$$

Le vecteur accélération est la dérivée seconde du vecteur position par rapport au temps

4.2.7 Notion de force de Frottement

On la note F_d

(d pour *drag* = *frottement en Anglais*).

Elle s'écrit : $F_d(t) = f_{dx}(t).E_1 + f_{dy}(t).E_2 + f_{dz}(t).E_3$

Les $f_{di}(i=x,y,z)$ feront l'objet de discussion dans la suite car ils dépendent de la vitesse selon l'axe.

4.2.8 Coefficient de frottement

Généralement noté C_d (*C majuscule ;-(mais c'est un scalaire sans dimension)*) dans la littérature Francophone on peut trouver C_x .

Nous noterons C_{dx} , C_{dy} ou C_{dz} , ses coordonnées selon les axes X,Y,Z.

En effet comme on le verra les $C_{di}(i=x,y,z)$ ne dépend pas seulement de la forme de l'objet mais aussi de sa vitesse ($V(t) = V_x(t) + V_y(t) + V_z(t)$) et donc de la direction étudiée !

5 Approche pratique

5.1 Zérotage

La première tâche consiste à « zéroter » l'arme c'est-à-dire à régler l'organe de visée pour qu'en visant le centre de la cible, le projectile y arrive (i.e dans la zone de tolérance) et ce pour une distance donnée, en général 100m.

La zone de tolérance est une surface autour du point visée qui permet de tenir compte des fluctuations des différents paramètres de tir (erreur de visée, vitesse de sortie, vent...)

Voir procédure de zérotage en Annexe 7.2.

Les fabricants de munitions réalisent des essais et mettent, parfois, les résultats à disposition du public, ils donnent en général :

- Le type de balle (HPBT..)
- La vitesse de sortie, $V(t=0)$, souvent noté V_0 (V majuscule mais c'est un scalaire)
- Les vitesses en fonction de la distance.
- L'élévation en fonction de la distance, en unités de longueur (m, inch)
- Le coefficient Balistique (BC_G1 , BC_G7 ce sont des scalaires), parfois en fonction de la vitesse.
- L'atmosphère standard considérée (ISA, ICAO, AASM), mais c'est très rare,

Voir exemples en Annexe 7.7 :

NB1 : Il est possible de mesurer la vitesse de la balle lorsqu'elle quitte le canon à l'aide de dispositif de type radar Doppler, comme le « LabRadar » (<https://mylabradar.com/fr/>).

NB2 : Pour mesurer la position du projectile à une distance donnée il faut y mettre une cible, c'est donc la fin du trajet pour le projectile !

5.2 Tables de tir

Cette activité consiste à réaliser pour chaque type de munitions (masse identique) des tirs à différentes distances sans toucher aux réglages de la lunette, mesurer l'élévation résultante et noter dans une table les résultats.

Une fois la table établie elle sera utilisé pour réaliser des corrections pour les tirs suivants.

Cette méthode a des limites, en effet elle ne prend pas en compte :

- Les paramètre environnementaux (vent, température, humidité).
- L'angle de tir.

Elle ne permet pas non plus de connaître à l'avance les corrections à appliquer pour des distances intermédiaires.

6 Étude du mouvement

L'étude de ce type de mouvement est appelée Balistique Externe, en opposition à la Balistique Interne qui étudie ce qui se passe dans le canon et à la Balistique terminal qui étudie ce qui se passe au moment de l'impact.

Dans un premier temps on ne prendra en compte que les forces de frottement et de pesanteur (i.e on ne prendra pas en compte : le vent, les pseudo forces type Coriolis ou les effets de type Spin Drift...)

L'influence du vent est expliquée au § 6.3.1.

A COMPLETER

6.1 Approche théorique du mouvement vertical.

L'approche théorique devrait permettre de dépasser les limites de la méthode des tables de tir pour définir ce qui se passe dans le mouvement dans le plan vertical.

6.1.1 Principe fondamental de la Dynamique, 2^{ème} Loi de Newton

Newton a montré et c'est enseigné dans les cours de Physique à partir du niveau de Terminale Scientifique que, pour un corps massif (considéré ponctuel !) on peut écrire à tout instant l'égalité (vectorielle) suivante.

La somme des forces auquel est soumis ce corps est égale à sa masse multipliée par son accélération.

$$\sum F_i = m \cdot G$$

Ou

F_i est une des forces qui s'applique
 m , qui est un scalaire, représente la masse
 G représente l'accélération

Pour notre système nous avons donc : $F_d + P = m \cdot G$
C'est une somme de vecteurs dans laquelle :

F_d représente la force de frottement
 P représente le poids

En projetant sur les 3 axes (x, y, et z) on obtient
 $f_{dx} + p_x = m \cdot g_x$
 $f_{dy} + p_y = m \cdot g_y$
 $f_{dz} + p_z = m \cdot g_z$

Or $p_x = 0$, $p_y = -m \cdot g$ et $p_z = 0$

Le système devient

$$\begin{aligned} f_{dx} &= m \cdot f_x \\ f_{dy} - m \cdot g &= m \cdot g_y \\ f_{dz} &= m \cdot g_z \end{aligned}$$

On tire dans la direction OX et comme on considère qu'il n'y a pas de force dans l'axe OZ, le mouvement va se passer dans le plan OXY et $v_z(t)=0$, quel que soit t .

Le système n'a donc plus que deux équations

$$\begin{aligned} f_{dx} &= m \cdot g_x \\ f_{dy} - m \cdot g &= m \cdot g_y \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} g_x &= f_{dx}/m \\ g_y &= (f_{dy}/m) - g \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} v_x &= f_{dx}/m \\ v_y &= (f_{dy}/m) - g \end{aligned}$$

6.1.2 Résolution numérique

Ne sachant pas résoudre le système d'équations établi au paragraphe précédent, on va revenir à la définition de la dérivée pour approcher la solution par un calcul incrémental.

On trouve dans la littérature cette approche sous le nom de méthode d'Euler. Il y a des méthodes plus précises et qui supportent des incréments de temps plus grands sans trop de perte de précision (Euler améliorée, Runge-Kutta...) voir lien au § 7.1.1.

Par définition la dérivée d'une fonction f de t , notée $f'(t)$, dérivable dans un intervalle ouvert autour du point t , est :

$$df(t)/dt = f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (f(t+\Delta t) - f(t)) / \Delta t$$

En prenant Δt suffisamment petit, on peut écrire.

$$f'(t) \approx (f(t+\Delta t) - f(t)) / \Delta t$$

On peut donc maintenant écrire pour ($i=x$ ou y ou z)

$$\begin{aligned} g_i(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (v_i(t+\Delta t) - v_i(t)) / \Delta t \\ \text{Et donc} \\ g_i(t) &= (v_i(t+\Delta t) - v_i(t)) / \Delta t \end{aligned}$$

La notion de petitesse pour Δt est relative à la vitesse, si on prend $\Delta t = 1\text{ms}$ en $10 \cdot \Delta t$ le projectile aura franchi 8m environ ce qui est raisonnable.

Ré-écrivons notre système

$$\begin{aligned} g_x &= f_{dx}/m \\ g_y &= (f_{dy}/m) - g \end{aligned}$$

Qui devient

$$(v_x(t+dt)-v_x(t))/\Delta t = f_{dx}/m$$

$$(v_y(t+dt)-v_y(t))/\Delta t = (f_{dy}/m)-g$$

Et finalement

$$v_x(t+dt) = v_x(t) + (\Delta t/m).f_{dx}$$

$$v_y(t+dt) = v_y(t) + (\Delta t/m).f_{dy} - g \cdot dt$$

Donc, connaissant les valeurs à un instant t on pourra calculer celles à un instant $t+\Delta t$.

Dans la littérature proposée on trouve $\Delta t=h$, on gardera donc cette notation (h) pour garder la cohérence des documents.

6.1.3 Dynamique des Fluides

Il est parfois intéressant de considérer la relativité du mouvement.

- Le projectile se déplace dans le fluide
- Le fluide se déplace autour du projectile.

Ceci sera particulièrement intéressant quand on voudra prendre en compte l'effet du vent !

Dans le cadre du déplacement du fluide on fait intervenir le nombre de Reynolds :

$$Re = v \cdot d \cdot \rho / \mu$$

v [m/s] : vitesse relative du fluide

d [m] : taille de l'écoulement, exemple le diamètre du projectile.

ρ [kg/m³] : masse volumique du fluide

μ [Pa.s] : viscosité dynamique du fluide

La force de frottement est en général (qui connaît une exception ?) orienté en sens inverse de la vitesse.

Elle est soit :

- Linéaire (pour les vitesses telles que $Re < 1$) $f_d = -k \cdot v$
- Quadratique (pour des vitesses telles que $Re > 10^3$) $f_d = -k' \cdot v \cdot v$.

L'expression des coefficients k et k' seront différentes, il suffit pour s'en convaincre de s'intéresser à l'unité du coefficient.

- Linéaire $k = -f_d/v$ soit [N][m]⁻¹[s]
- Quadratique $k' = -f_d/v \cdot v$ soit [N][m]⁻²[s]⁻²

6.1.4 Quelques remarques

Sur l'axe des X :

- La force de frottement étant orienté en sens inverse de la vitesse, celle-ci ne fera que diminuer au cours du temps.

Sur l'axe des Y :

- L'attraction terrestre attirant le projectile, pour un tir horizontal, la vitesse augmentera sans cesse vers le bas tout en étant freinée par la force de frottement.

C'est donc la connaissance au cours du temps de ces deux vitesses qui permettra de connaître la correction en élévation pour une distance donnée.

En effet :

$$x(t+dt)=x(t)+dt*v_{moyx}(t)$$

et

$$y(t+dt)=y(t)+dt*v_{moyy}(t)$$

on calculera la vitesse moyenne sur l'intervalle $[t, t+dt]$

$$v_{moyi}(t) = (v_i(t) + v_i(t+dt))/2$$

Vitesse initiale ($t=0$):

Si on connaît la norme de la vitesse $v(0)$ et l'angle ($\alpha(0)$) par rapport à l'axe OX on peut écrire.

$$v_x(0)/v(0)=\cos(\alpha(0))$$

$$v_y(0)/v(0)=\sin(\alpha(0))$$

Soit

$$v_x(0) = v(0).\cos(\alpha(0))$$

$$v_y(0) = v(0).\sin(\alpha(0))$$

6.1.5 Force de frottement

6.1.5.1 Linéaire

$$f_d = -k'.v$$

La littérature propose pour $k=L.nu$

L : Longueur caractéristique, ex : diamètre du projectile

nu : viscosité du fluide

Pour l'air :

Température °C	Nu [Pa][s]
0	17.10-6
20	18.10-6
40	19.10-6

6.1.5.2 Quadratique

$$f_d = -k_i.|V|.V$$

La littérature propose pour k_i ($i=x$ ou y ou z)

$$k_i = (1/2).Rho.Cd.S$$

Rho [kg/m³]: masse volumique du fluide (en général l'air avec de l'humidité)

Cd [sans unité] : Coefficient de frottement de la balle.

S [m²]: surface apparente de la balle, selon l'axe de Tir (OX), $\pi * Diam * Diam / 4$

6.1.6 Tir avec dénivelé (i.e : non horizontal)

Source : <http://ballisticshooters.over-blog.com/2019/10/le-tir-avec-denivele.html>

Pour corriger la différence d'altitude (plus haut ou plus bas) entre le point de départ et la cible il suffit :

De prendre comme distance de tir dans les calculs :

$$D_Tir = OC * \cos(OCX)$$

D_Tir [m] : Distance à considérer pour calculer Élévation et Dérive.

OC [m] : Distance du canon à la cible (en ne tenant pas compte de la différence de hauteur entre la lunette et le canon).

OCX [rad] : Angle entre la ligne de visée OC et l'horizontale OX.

Un exemple :

Dans le cadre d'une action de chasse, le tir s'effectue, vers le bas, depuis un mirador de hauteur 5m et a une distance OCX de 50m.

L'angle est défini par

$$\tan(OCX) = -5/50 = -1/10$$

$$OCX = \arctan(-1/10)$$

$$OCX = -0.09966865249... \text{rad}$$

$$\text{Soit } 5.710593137... \text{degré}$$

$$D_Tir = 50 * \cos(\arctan(-1/10))$$

$$D_Tir = 49.75185951....$$

En arrondissant au millimètre on obtient 49.752m

Ce qui donne avec une cartouche de chasse en calibre 7*64 de 177 gr pour une carabine zéro à 100m et une lunette en MILS (mRAD) avec des clicks de (0.1mRAD 1cm à 100m) :

Angle (°)	Chute (cm)	Élévation (mRAD)	Élévation (clicks)
0	2.0	D0.40	D4
7.711	2.1	D0.4	D4.2

L'écart sera de 1 mm et il n'est pas possible de régler 2/10 de click...

6.2 Établissement des coefficients de frottement

6.2.1 Calcul du coefficient de frottement, méthode énergétique

Source : <http://ballisticshooters.over-blog.com/2019/09/le-coefficient-balistique.html>

Les fabricants de munitions ne donnent généralement pas le coefficient de frottement, éventuellement un coefficient balistique (BC_G1 ou BC_G7), souvent fixe et rarement avec des informations sur les conditions de calcul ou de mesure.

Nous allons voir comment le calculer avec les données à disposition.

Calcul du Cd d'une balle quelconque :

Supposons que le fabricant donne les vitesses selon la distance.

Il faudrait aussi connaître la longueur du canon utilisé et les conditions météorologiques.

Distance(m)	0	100	200	...
Vitesse(m/s)	800	732	667	...

La perte d'énergie cinétique due au frottement entre deux points P1 à la distance d1 et P2 à la distance d2 est :

Ec = valeur de l'énergie cinétique est un scalaire [J]

$$Ec(d2)-Ec(d1)=fd*(d2-d1)$$

On peut en déduire la force de frottement [N].

$$\text{Soit } fd=0.5*MasseBalle*(v(d2)*v(d2)-v(d1)*v(d1))/(d2-d1)$$

Avec une balle de 10.9g on trouve

Distance(m)	0	100	200	300	...
Vitesse(m/s)	800	732	667	606	...
fd (N)	-4.07	-3.56	-3.04

Et la force de frottement s'écrit

$$fd = 0.5*Cd*Rho*S*v(d)*v(d)$$

Soit

$$Cd = 2*Fd / (Rho*S*vmoy(d1-d2)*vmoy(d1-d2))$$

Rho [kg/m3]: masse volumique du fluide (en général l'air avec de l'humidité)

S [m2]: surface apparente de la balle, selon l'axe de Tir (OX), $\pi*Diam*Diam/4$

vmoy(d1-d2) : vitesse moyenne de la balle [m/s]

On prendra la vitesse moyenne entre d1 et d2

$$vmoy(d1-d2)=(v(d1)+v(d2))/2$$

Pour une balle de .308 Winchester, Diam = 7.82e-3 m (2.54*0.308/100)

Supposons que le fabricant ait effectué ses mesures en Atmosphère standard ICAO : Au niveau de la mer (altitude 0m) avec une température de 15°C une Pression de 101325 Pa et une hygrométrie de 0%.

Rho [kg/m3] : fonction de la température, de la pression et de l'humidité relative (voir formule plus bas)

Pression [Pa] : fonction de l'altitude (voir formule plus bas)

Température et humidité relative sont données par une source météo, comme un Kestrel.
<https://kestrelmeters.com/products/kestrel-elite-weather-meter-with-applied-ballistics>

On peut donc calculer le Cd de cette balle en fonction des paramètres physiques.

Distance(m)	0	100	200	300	400	500	600	700
Vitesse(m/s)	800	732	667	606	548	494	446	402
fd (N)	-4.07	-3.56	-3.04	-2.62	-2.20	-1.76	-1.46	...
Cd	0.241	0.2523	0.2602	0.2729	0.2814	0.2773	0.2818	...

Le Cd n'est donc pas constant par rapport à la vitesse du projectile !

C'est ce que l'on retrouve dans les courbes de l'annexe 7.1.3.

6.2.2 Coefficient balistique, selon les conditions Atmosphériques.

Si on connaît BC_Gx dans le cas d'une Atmosphère Standard, peut-on le déduire dans le cas où les éléments (Altitude, Température, Pression, et Humidité relative) sont différents ?

La réponse est OUI, il faudra pour cela utiliser le rapport d'impédance.

$$J \text{ [sans unité]} = (P_{\text{ref}}/P) \cdot \sqrt{(T_{v_{\text{ref}}}/T_v)}$$

P_{ref} [Pa] : Pression de Référence, ex ICAO = 101'325 Pa

$T_{v_{\text{ref}}}$ [K] : Température virtuelle de référence.

Se calcule comme suit

$$TK_{\text{ref}} / (1 - 0.3785 \cdot (P_{\text{vap_ref}} / P_{\text{ref}}))$$

TK_{ref} [K] : Température de référence, ICAO = 288.15

P_{ref} [Pa] : Pression de Référence, ex ICAO = 101'325 Pa

$P_{\text{vap_ref}}$ [Pa] : Pression de vapeur de Référence,

Se calcule comme suit

$$HR_{\text{ref}} \cdot P_{\text{vap_sat_ref}}$$

HR_{ref} [sans unité] : chiffre entre 0 et 1, ex ICAO = 0

$P_{\text{vap_sat_ref}}$ [Pa] : Pression de Vapeur Saturée de Référence

Se calcule comme suit

$$6.1078 \cdot 10^4 \cdot ((7.5 \cdot TK_{\text{ref}} - 2048.625) / (TK_{\text{ref}} - 35.85))$$

De même pour les conditions réelles.

P [Pa] : Pression mesurée

T_v [K] : Température virtuelle de référence selon les conditions du moment.

On obtient finalement

$$BC_{Gx} = BC_{Gx_ref} \cdot J$$

Et on peut en déduire Cd, voir § 7.1.2

6.2.3 Utilisation du calculateur.

La majorité des calculateurs utilisent le coefficient balistique et pas le coefficient de frottement.

Avant d'entrer les données dans un calculateur il faut disposer d'une valeur du BC_Gx (x=1 ou 7) et non pas du coefficient de frottement.

Le logiciel Applied Ballistics (version iOS) permet de préciser les conditions standard utilisées pour déterminer le BC_Gx (par défaut ICAO).

Ensuite les conditions du Zéroage et celles du tir peuvent être précisées, le logiciel en tiendra compte lors des calculs.

Il est possible d'obtenir la vitesse de sortie et une valeur de BC_Gx selon les conditions atmosphériques du Tir en utilisant un radar de type FX_TrueBallistic.

On peut ensuite, connaissant les conditions du tir, avoir la valeur de BC_Gx pour l'atmosphère Standard souhaité (ex : ICAO), voir § 6.2.2, et en déduire le Cd si besoin, voir § 7.1.2.

6.3 Approche théorique du mouvement horizontal.

Le mouvement vertical est généralement bien maîtrisé, c'est le mouvement horizontal qui pose le plus de problème.

Différents éléments interviennent, mais le principal car le plus délicat à appréhender est le vent.

6.3.1 Effets du vent.

L'effet du vent peut agir sur le mouvement horizontal et/ou vertical, il est donc traité individuellement.

Selon Brian LITZ :

"Wind deflection is a non-deterministic element, and is the most difficult challenge for all types of long range shooting"

From

APPLIED BALLISTICS FOR LONG-RANGE SHOOTING, Third Edition p59 ch 5 : Wind Deflection

Le vent se décompose en trois composantes.

$$W=W_x+W_y+W_z$$

$$W=w_x.E1 + w_y.E2 + w_z.E3$$

$$w=|W|$$

$$w=\sqrt{w_x^2+w_y^2+w_z^2}$$

On mesure la force du vent (w) et son angle par rapport à la direction du tir (OX)

Alpha_O : l'angle horaire du vecteur vent par rapport à l'axe OX.

Alpha_D = Alpha_O converti en degrés

$$\text{Alpha}_D = \text{Alpha}_O \cdot (90/3)$$

Exemples :

$$\text{Alpha}_O = 3h$$

$$\Rightarrow \text{Alpha}_D = 3 \cdot 90/3 = 90 \text{ degrees}$$

$$\text{Alpha}_O = 6h$$

$$\Rightarrow \text{Alpha}_D = 6 \cdot 90/3 = 180 \text{ degrees}$$

Alpha_R = Alpha_D converti en RAD

On aura

$$w_x = -w \cdot \cos(\text{Alpha_R})$$

$$w_y = -w \cdot \sin(\text{Alpha_R})$$

6.3.1.1 Composante dans l'axe du tir (w_x).

Constatation :

Si le vent va vers la cible il « pousse » le projectile, s'il vient de la cible il le « freine ».

Si le projectile est « poussé » la chute sera plus faible et le besoin de correction en élévation aussi.

Si le projectile est « freiné » la chute sera plus forte et le besoin de correction en élévation aussi.

Aucune influence sur la Dérive, que le vent pousse ou freine.

L'influence du vent de dos (6h) ou de face (12h) calculé par le logiciel Applied Ballistics pour un projectile en condition ICAO, 0.308 GGG SMK HPBT 190gr V0 780 m/s BC G7 0.266 à 1000m, sont reportés dans les deux tableaux ci-dessous.

Les effets Spin Drift et Coriolis sont désactivés.

L'influence est légèrement plus grande avec un vent de face (12h) que de dos (6h).

Vent arrière 6h (m/s)	0	1	5	10
Elevation (Up)	13.5	13.4	13.3	13.2
Path (cm)	-1'346.6	-1'343.9	-1'333.0	-1'319.7
Dérive	0	0	0	0

Vent de face 12h (m/s)	0	1	5	10
Elevation (Up)	13.5	13.5	13.6	13.7
Path (cm)	-1'346.6	-1'349.4	-1'360.5	-1'374.6
Dérive	0	0	0	0

Les différentes sources proposent de ne pas prendre en compte le vent dans l'axe pour des vitesses relativement faibles.

Approche théorique :

George KLIMI, dans Elements of Exterior Ballistics LING RANGE SHOOTING, First Edition, p145 ch 4.8 Range-Wind and Cross-Wind.

L'auteur s'intéresse uniquement aux composantes w_x et w_z .

Si on les considère constantes, pendant la durée du tir, les composantes du vent, à tout instant le vecteur vitesse du projectile sera : $V(t)+W$

Si on s'intéresse à ce qui se passe dès la sortie du canon on peut écrire :

$$V'(0) = V(0)+W$$

$V(0)$ est dans le plan OXY

$$\text{Donc } V(0) = v_{0x}.E_1 + v_{0y}.E_2$$

Sachant que
 $W = w_x.E1 + w_y.E2 + w_z.E3$

Avec $w_y = 0$

On obtient
 $v'_{ox} = v_{ox} + w_x$
 $v'_{oy} = v_{oy}$

Donc seule la composante selon X de V_0 sera modifiée, ce qui aura une influence sur l'angle de Tir aussi.

$$\tan(\alpha(0)) = v_{oy}/v_{ox}$$

$$\tan(\alpha'(0)) = v_{oy}/(v_{ox} + w_x)$$

Si le vent est de face (0/12h) w_x sera négatif, V'_0 sera plus petit que V_0 et l'angle $\alpha'(0)$ devra être plus grand que $\alpha(0)$ pour atteindre la même distance.

Si le vent est de dos (6h) w_x sera positif, V'_0 sera plus grand que V_0 et l'angle $\alpha'(0)$ devra être plus petit que $\alpha(0)$ pour atteindre la même distance.

Brian LITZ :
Dans APPLIED BALLISTICS FOR LONG-RANGE SHOOTING, Third Edition p59 ch 5 :
Wind Deflection

(A Compléter)

6.3.1.2 Composante horizontale perpendiculaire à l'axe du tir (w_z).

Constatation :

Si le vent va de la gauche vers la droite (3 heures) l'impact sera à gauche du point visé.
Si le vent va de la droite vers la gauche (9 heures) l'impact sera à droite du point visé.
Aucune influence sur l'élévation.

Approche théorique :

Formule de Didion.

$$ci = w_y * (ToF - (oc / V_0))$$

O : Origine du Tir (sortie du canon)
C : point visé sur la Cible
I : point d'impact

$$ci = |CI| \text{ [m] distance entre C et I}$$

w_y [m/s] : norme de la vitesse du vent horizontale
 ToF [s] : Temps de vol
 oc [m] : distance entre la sortie du canon et le point visé.
 V_0 [m/s] : vitesse à la sortie du canon

Selon cette Formule la valeur de la dérive est la même quel que soit le sens du vent.

Les informations fournies par le logiciel Applied Ballistics pour un projectile 0.308 GGG SMK 175gr V0 785 m/s BC G7 0.265 à 1000m, sont reportés dans les deux tableaux ci-dessous. Spin Drift et Coriolis sont désactivés.

oc = 1'000m
V0 = 780 m/s

oc / V0 = 1.27388535

Vent de Droite 3h (m/s)	0	1	5	10
ToF (s)	2.004	2.004	2.004	2.004
(ToF – (oc / V0))	0.73011465	0.73011465	0.73011465	0.73011465
Cl (m)	0	0.730	3.651	7.301
Dérive (mRAD)	0	0.73011465	3.65057325	7.3011465
Dérive (click)	0	7	37	73

L'influence du vent de droite (3h) ou de gauche (9h) calculé par le logiciel Applied Ballistics pour un projectile 0.308 GGG SMK 175gr V0 785 m/s BC G7 0.265 à 1000m, sont reportés dans les deux tableaux ci-dessous.

La dérive est la même en valeur absolue, elle est appliquée du côté d'où arrive le vent (ex : vent de droite 3h Dérive R).

Concernant l'Élévation :

- Si le vent viens de Droite la chute diminue et donc l'Élévation à appliquer aussi.
- Si le vent viens de Gauche la chute augmente et donc l'Élévation à appliquer aussi.

La chute (Path) pour un vent de Gauche est plus grande que celle pour un vent de Droite.

Vent de Droite 3h (m/s)	0	1	5	10
Élévation (Clicks Up)	135	135	134	132
Path (cm)	-1'352.2	-1'349.4	-1'338.1	-1'324.0
Dérive (Clicks R)	0	7	37	73

Vent de Gauche 9h (m/s)	0	1	5	10
Élévation (Clicks Up)	135	136	137	138
Path (cm)	-1'352.2	-1'355.1	-1'366.4	-1'380.5
Dérive (Clicks L)	0	7	37	73

Les Dérives en Clicks proposées par le logiciel Applied Ballistics sont identiques à celles résultant de la formule de Didion.

6.3.1.3 Composante verticale perpendiculaire à l'axe du tir (wy). (A Compléter)

Cet axe d'influence du vent n'est pas disponible dans le logiciel Applied Ballistic.

George KLIMI, dans Elements of Exterior Ballistics LING RANGE SHOOTING, First Edition, p145 ch 4.8 Rang-Wind and Cross-Wind, s'intéresse uniquement aux composantes wx et wz.

(A Compléter)

Si le vent existe et n'est pas dans le plan horizontal c'est qu'il y a une composant verticale.

Or lors de la mesure du vent on mesure la projection du vent dans le plan horizontal.

6.4 Effet Coriolis pratique

L'effet Coriolis peut agir sur le mouvement horizontal et/ou vertical, il est donc traité à part.

L'effet Coriolis prend en compte le fait qu'un fois sortie du canon le projectile n'est plus solidaire de la Terre, qui tournant sur son axe déplace le point visé.

Le tireur restant solidaire de la terre s'est, pour lui, le projectile qui a une trajectoire non rectiligne.

Pour la théorie voir annexe 7.4.

Les simulations donnent

Avec une Latitude de 46.374° (à convertir en rad dans les calculs) et une distance de tir de 1'000m.

Exemples d'affichage du logiciel PBSv1.00

Sans Effet Coriolis activé

```
Ruge-Kutta Method
Latitude (° N/S) : 46.37361111111111 N
Azimut de Tir : 0.0 ° 0.0 RAD
==> Distance Goal (n) : 1000.0
total elapsed time (s) : 1.8763
Calculated Speed Module |V(t+h)| (m/s) : 380.51
Calculated X position (m) : 1000.06
Calculated Y position (cm) : -1513.0
Calculated Z position (cm) : 0.0
```

Avec Effet Coriolis activé

```
Ruge-Kutta Method
Latitude (° N/S) : 46.37361111111111 N
Azimut de Tir : 0.0 ° 0.0 RAD
==> Distance Goal (n) : 1000.0
total elapsed time (s) : 1.8763
Calculated Speed Module |V(t+h)| (m/s) : 380.51
Calculated X position (m) : 1000.06
Calculated Y position (cm) : -1513.0
Calculated Z position (cm) : 11.2
```

En regroupant dans un tableau les résultats avec l'effet Coriolis activé,

Azimuth	Y (cm)	Z (cm)
0 (plein Nord)	-1513.0	11.2
90 (plein Est)	-1502.5	11.1
180 (plein Sud)	-1513.0	11.0
270 (plein Ouest)	-1523.5	11.1

En conclusion :

- Sur l'axe des Y :
 - Plein Nord ou plein Sud pas de modification avec ou sans Effet Coriolis
 - Plein Est, le tir est plus haut (quasi 10cm).
 - Plein Ouest, le tir est plus bas (10 cm)
- Sur l'axe des Z : il y a toujours déviation d'environ 11cm vers la droite.

6.5 Spin Drift

L'effet Spin Drift, parfois noté Dérive Gyroscopique en Français, proviens de la rotation de la balle.

L'influence est inférieure à celle de Coriolis.

Elle est vers la droite pour les canons rayé à droite et vers la gauche pour les canons rayés à gauche.

Références :

R1 : Partie 1 : <http://ballisticsshooters.over-blog.com/2019/10/la-stabilite-d-une-balle.html>

R2 : Partie 2 : <http://ballisticsshooters.over-blog.com/2019/10/la-stabilite-d-une-balle-2eme-partie-en-cours.html>

$$Dg = 3.175 \cdot (Sg + 1.2) \cdot \text{tof}^{1.83}$$

R3: Applied Ballistic :

<https://appliedballisticsllc.com/wp-content/uploads/2021/06/Gyroscopic-Drift-and-Coriolis-Effect.pdf>

R4: APPLIED BALLISTICS FOR LONG-RANGE SHOOTING

Brian LITZ

Third Edition

p95 Equation 6.1

$$\text{Drift} = 1.25 \cdot (SG + 1.2) \cdot \text{tof}^{1.83}$$

SG : Gyroscopic Stability as predicted by Miller Twist rule.

Miller Stability Formula p428

$$SG = (30m_{gr} / (T_{cal}^2 \cdot d_{in}^3 \cdot l_{cal} \cdot (1 + l_{cal}^2)))$$

m_{gr} [gr] : la masse en grains

T [inch] : Twist en pouces (ex: 11 pour 11" pour 1 tour, noté souvent 1:11)

T_{cal} [sans unité] : le twist en calibre (ex : T/d_{in})

d_{in} [inch] : le calibre (ou diamètre de la balle) en pouces (ex: 0.308)

l [inch] : longueur de la balle

l_{cal} [inch] : la longueur en calibre (l/d_{in})

Remarque :

Les deux relations proposées pour le Spin Drift sont-elles différentes ?

SG est en inch et Dg en cm

Le facteur de conversion est

1 inch 2.54 cm

$$1.25 \text{ inch} = 1.25 \cdot 2.54 = 3.175 \text{ cm}$$

Donc ce sont les mêmes !

Selon R2 :

La formule de la dérive gyroscopique est :

$$Dg = 3.175 \cdot (Sg + 1.2) \cdot \text{tof}^{1.83}$$

Avec

Dg [m] : Spin Drift ou dérive Gyroscopique.

Sg [sans unité] : le facteur de stabilité gyroscopique.

Tof [s] : le temps de vol.

La formule pour prendre en compte la vitesse réelle et la densité de l'air

$$Sg = ((30 * m_{gr}) / (T_{cal}^2 * d_{in}^3 * l_{cal} * (1 + l_{cal}^2))) * (V / 853.4)^{1/3} * ((T_K) * P_{Ref}) / (288.15 * P)$$

Avec

m_{gr} [gr] : la masse en grains

T [inch] : Twist en pouces (ex: 11 pour 11" pour 1 tour, noté souvent 1:11)

T_{cal} [sans unité] : le twist en calibre (ex : T/d_{in})

d_{in} [inch] : le calibre (ou diamètre de la balle) en pouces (ex: 0.308)

l [inch] : longueur de la balle

l_{cal} [inch] : la longueur en calibre (l/d_{in})

V [m/s] : la vitesse

T_K [°K] : la température de l'air

P [Pa] : la pression atmosphérique de l'air.

P_{Ref} : 100'000 Pa si Réf ASM (utilisée par Miller), 101'325 Pa si Réf ICAO.

Evaluation de la stabilité :

- En dessous de 1, la balle est instable
- Entre 1 et 1.3, la stabilité est considérée comme marginale.
- Au dessus de 1.3, la balle est stable

Si on connaît Sg on peut en déduire le Twist.

Règle de Miller

$$T_{cal} = \sqrt[3]{(30 * m_{gr}) / (Sg * d_{in}^3 * l_{cal} * (1 + l_{cal}^2))}$$

et

$$T = T_{cal} * d_{in}$$

Avec

d_{in} [inch] : le calibre (ou diamètre de la balle) en pouces (ex: 0.308)

T [inch] : Twist en pouces (ex: 11 pour 11" pour 1 tour, noté souvent 1:11)

T_{cal} [sans unité] : le twist en calibre (ex : T/d_{in})

m_{gr} [gr] : la masse en grains

Sg [sans unité] : le facteur de stabilité

l [inch] : longueur de la balle

l_{cal} [inch] : la longueur en calibre (l/d_{in})

Exemple pratique (voir § 7.9.2) : Tir avec une carabine de calibre 308 ayant un Twist à droite de 1:11, on utilise une balle SMK HPBT de 190 gr, on obtient un Sg de 1.62 (Balle Stabilisée) et pour un tir à 200m un Spin Drift de 0.82 cm vers la droite.

6.5.1 Aerodynamic Jump

Le saut aérodynamique (Aerodynamic Jump ou AJ) est consécutif à l'effet du vent de travers sur la balle.

Sans vent pas d'effet, on aurait donc pu mettre ce paragraphe dans la partie sur l'effet du vent, cependant comme la relation pour calculer l'amplitude du saut fait appel au facteur de stabilité gyroscopique, il a été choisi de la mettre dans cette partie.

Selon R1 :

*“Les formules pour le calculer (le saut aérodynamique) avec précision sont extrêmement complexes, cependant il existe **un estimateur** en utilisant cette formule :”*

$$AJ_MOA = 0.01*Sg-0.0024*bl_cal +0.032$$

Avec

AJ_MOA [MOA/mph] : Aerodynamic Jump

Sg [sans unité] : le facteur de stabilité gyroscopique

bl_cal [inch] : la longueur en calibre (bl_i/d_i)

bl_i [inch] : longueur de la balle en pouces (bl_cm/2.54)

d_i [inch] : le calibre (ou diamètre de la balle) en pouces (ex: 0.308)

bl_cm [cm] : longueur de la balle en cm

et pour convertir en [mRAD/ m/s]

$$1 \text{ MOA} = (1/60)*(1/180)*1000 \text{ mRAD}$$

$$1 \text{ MOA} = 0.290888.. \text{ mRAD}$$

$$1 \text{ Mph} = (1609.44 / (60*60)) \text{ m/s}$$

$$1 \text{ Mph} = 0.447066... \text{ m/s}$$

$$1 \text{ MOA} / \text{Mph} = 0.02602638 \text{ mRAD} / (\text{m/s})$$

$$AJ_mRAD = AJ_MOA*(2.237/3.43775)$$

$$AJ_mRAD = 0.02602865*AJ_MOA$$

Si le vent vient de droite le saut sera vers le haut et s’il vient de gauche le saut sera vers le bas.

ATTENTION : le résultat est une valeur angulaire !

$$AJD_z [\text{mRAD}] = - AJ_mRAD * wy$$

Pour un vent de |w| m/s venant de droite wy=-w

$$AJD_z = - AJ_mRAD * -w = AJ_mRAD * w >0$$

Ce qui est bien vers le haut selon l’axe des Z

Exemple pratique (voir § 7.9.2) :

Tir avec une carabine de calibre 308 ayant un Twist à droite de 1:11, on utilise une balle SMK HPBT de 190 gr de longueur 3.437 cm.

on obtient un Sg de 1.62 (Balle Stabilisée)

$$bl_cm = 3.437 \text{ cm}$$

$$bl_i = 3.437 / 2.54$$

$$bl_i = 1.3532 \text{ inch}$$

$$d_i = 0.308$$

$$bl_cal = 1.3532 / 0.308$$

$$bl_cal = 4.3933..$$

$$AJ_MOA = 0.01*1.62-0.0024*4.3933+0.032$$

$$AJ_MOA = 0.03765598$$

$$AJ_mRAD = 0.02450122$$

Pour un vent de droite de 10 m/s

AJD_z = 0.245 mRAD

wy (m/s)	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
AJD_z (mRAD)	0.025	0.049	0.074	0.098	0.123	0.147	0.172	0.196	0.221	0.245
Clicks (0.1 mRAD)	-0.25	-0.49	-0.74	-0.98	-1.23	-1.47	-1.72	-1.96	-2.21	-2.45

Et pour un vent de 4 m/s venant de droite

Distance (m)	200	400	600	800	1000
Ecart (cm)	4.9	9.8	14.7	19.6	24.5

Référence :

R1 : <http://ballisticshooters.over-blog.com/2020/02/le-saut-aerodynamique-8.html>

7 Annexes

7.1 Références

7.1.1 Elementary Differential equations with boundary values problems

Présentations détaillées avec exemples et comparaisons des trois méthodes numériques : Euler, Improved Euler and Runge-Kutta.

<https://math.libretexts.org/@go/page/24044?pdf>

Concept général

On a $y'(x)=F(x,y)$ avec $y'(x)=dy(x)/dx$ et des conditions initiales telles que $y(x_0)=y_0$

Pour une application à la balistique on va utiliser les notations suivantes.

$x = t$
 $y(x) = V(t)$
 $dy(x)/dx = dV(t)/dt$
ou $y'(x) = V'(t)$
d'où
 $F(x,y(t))=F(t,V(t))$
 $x_0 = t_0 = 0$
 $y_0 = V_0$
 $y(x_0) = V(t_0)$

$F(t,V(t))$ est un vecteur avec trois coordonnées qui peut s'écrire :

Sur Ox : $F_x(t,V_x(t))$
Sur Oy : $F_y(t,V_y(t))$
Sur Oz : $F_z(t,V_z(t))$

Dans le cas d'un mouvement qui prends uniquement en compte les forces de frottement et gravitationnelle on obtient :

$F_x(t,V_x(t)) = -(k/m)*|V_x(t)|*V_x(t)$
 $F_y(t,V_y(t)) = 0$
 $F_z(t,V_z(t)) = -(k/m)*|V_z(t)|*V_z(t) - g$

Où

$k = 0.5*\rho*C_d*A$

Notation $x^2 = x*x$

ρ : masse volumique de l'air [kg/m^3]

C_d : Coefficient de frottement de la balle [sans unité]

$A = \pi*(d^2)/4$ surface apparente de la balle [m^2]

d = diamètre de la balle [m]

m est la masse du projectile

$|x|$ représente la valeur absolue de x

g l'attraction de la pesanteur

La seule inconnue est le coefficient de frottement, C_d !

Comment le déterminer ?

Plusieurs possibilités :

- En partant de la définition du coefficient balistique (BC) voir § 7.1.2 et suivants.
- En utilisant la notion d'énergie, très futé mais qui impose de connaître les vitesses à différentes distances voir § 6.2.1.

Maintenant on peut déterminer les vitesses.

Pour les déplacements voir au § 7.1.1.4.

7.1.1.1 Euler

$$V(t+h) = V(t) + h \cdot F(t, V(t))$$

Soit sur les trois axes

$$V_x(t+h) = V_x(t) + h \cdot F_x(t, V_x(t))$$

$$V_y(t+h) = V_y(t) + h \cdot F_y(t, V_y(t))$$

$$V_z(t+h) = V_z(t) + h \cdot F_z(t, V_z(t))$$

7.1.1.2 Improved Euler

$$K_1(t) = F(t, V(t))$$

$$K_2(t) = F(t+h, V(t)+h \cdot K_1(t))$$

$$V(t+h) = V(t) + (h/2) \cdot (K_1(t) + K_2(t))$$

Soit sur les trois axes (ou $i = x, y, \text{ et } z$)

$$K_{i1}(t) = F_i(t, V_i(t))$$

$$K_{i2}(t) = F_i(t+h, V_i(t)+h \cdot K_{i1}(t))$$

$$V_i(t+h) = V_i(t) + (h/2) \cdot (K_{i1}(t) + K_{i2}(t))$$

7.1.1.3 Runge-Kutta

$$K_1(t) = F(t, V(t))$$

$$K_2(t) = F(t+(h/2), V(t)+(h/2) \cdot K_1(t))$$

$$K_3(t) = F(t+(h/2), V(t)+(h/2) \cdot K_2(t))$$

$$K_4(t) = F(t+h, V(t)+h \cdot K_3(t))$$

$$V(t+h) = V(t) + (h/6) \cdot (K_1(t) + 2 \cdot K_2(t) + 2 \cdot K_3(t) + K_4(t))$$

Soit sur les trois axes (ou $i = x, y, \text{ et } z$)

$$K_{i1}(t) = F_i(t, V_i(t))$$

$$K_{i2}(t) = F_i(t+(h/2), V_i(t)+(h/2) \cdot K_{i1}(t))$$

$$K_{i3}(t) = F_i(t+(h/2), V_i(t)+(h/2) \cdot K_{i2}(t))$$

$$K_{i4}(t) = F_i(t+h, V_i(t)+h \cdot K_{i3}(t))$$

$$V_i(t+h) = V_i(t) + (h/6) \cdot (K_{i1}(t) + 2 \cdot K_{i2}(t) + 2 \cdot K_{i3}(t) + K_{i4}(t))$$

7.1.1.4 Déplacements

$$OM(t+h) = OM(t) + h \cdot ((V(t+h)+V(t))/2)$$

Soit sur les trois axes (ou i = x, y, et z)

$$X(t+h) = X(t) + h * ((Vx(t+h)+Vx(t))/2)$$

$$Y(t+h) = Y(t) + h * ((Vy(t+h)+Vy(t))/2)$$

$$Z(t+h) = Z(t) + h * ((Vz(t+h)+Vz(t))/2)$$

7.1.2 Coefficient balistique (BC)

Souvent noté BC, on le notera BC_Gx, car il est toujours en rapport avec une balle de référence (_Gx).

BC_Gx = (Sd / i_Gx) [livres/pouces^2] Coefficient Balistique selon une balle de référence « X ».

$$Sd = (masse_grain/7000) / diameter_pouces^2 \text{ [livres/pouces}^2\text{]}$$

Ex : une balle de calibre 0.308 pouces avec une masse de 190 grains

$$Sd = (190/7000) / (0.308*0.308)$$

$$Sd = 0.286... \text{ (on arrondi à 3 chiffres après la virgule)}$$

$$i_Gx = Cd / Cd_Gx \text{ [sans dimension]}$$

Cd : Coefficient de frottement de la balle [sans unité]

Cd_Gx : Coefficient de frottement d'une balle de référence G1, G7... [sans unité]

$$BC_Gx = Sd / (Cd / Cd_Gx)$$

Références :

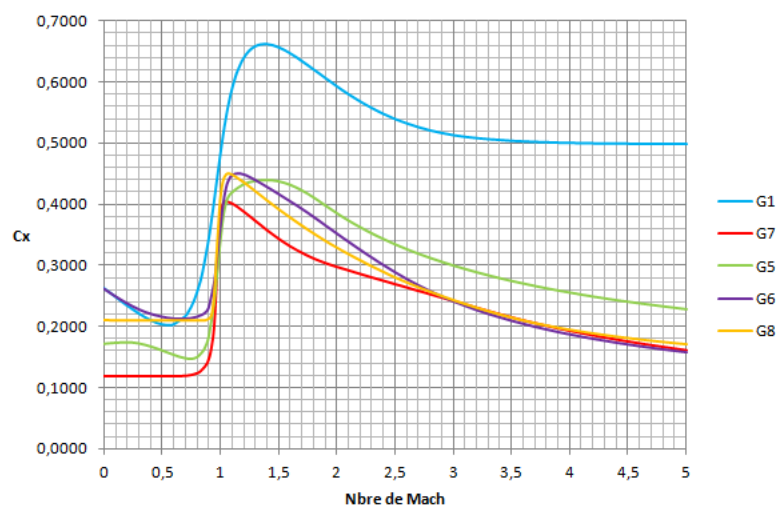
<https://bergerbullets.com/nobsbc/what-is-a-bullet-bc/>

et

https://en.wikipedia.org/wiki/Ballistic_coefficient

7.1.3 Coefficient de Frottement (Cd) et relation avec le BC

Cdx ou Cd_Gx des Balles de Références :



Pour déterminer le Cd_Gx d'une balle de référence il faut connaître le nombre de Mach !

7.1.4 Nombre de Mach

https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_de_Mach

$Mach = (V / SoundSpeed)$ [sans dimension]

V : vitesse de l'objet [m/s]

SoundSpeed : vitesse du son dans l'air [m/s]

On ne connaît a priori que la vitesse à la sortie du canon V_0 .

Il reste à calculer la vitesse du son, voir § 7.1.5 !

SoundSpeed = 339.5 m/s

Une fois a connu, on calcule le nombre de Mach.

Reprenons l'exemple :

Le fabricant de la munition donne

<https://www.ggg-ammo.lt/en/civil-ammunition/ggg-308-win-design-gpx17-en>

$V_0 = 780$ m/s

$Mach = (780 / 339.5) = 2.29749...$ arrondi à 2.30

Ensuite on se reporte aux courbes du paragraphe §7.1.3.

On détermine le Cd_Gx qui nous intéresse :

$Cd_G1(2.3) = 0.56$

et

$Cd_G7(2.3) = 0.28$

Ou

On utilise le code python, qui reprends les valeurs des courbes du §7.1.3.

```
python3 ./BCCalculus.py 2.30
Bullet Mach : 2.3
Bullet Cx G1 : 0.5577
Bullet Cx G7 : 0.2807
```

Ce code est disponible dans Github

<https://github.com/fabienfigueras/TLD>

Si on connaît le BC_Gx on en déduit Cd de la balle

$Cd = Sd * Cd_Gx / BC_Gx$

Par exemple:

Une cartouche calibre 308 de chez GGG avec une balle Sierra Match King de 190 grains.

Le fabricant de la munition donne

<https://www.ggg-ammo.lt/en/civil-ammunition/ggg-308-win-design-gpx17-en>

$$BC_G1 = 0.533$$

Le fabricant de la balle donne

<https://www.sierrabullets.com/product/30-cal-190-gr-hpbt-matchking/>

$S_d = 0.286$ (c'est ce qu'on avait trouvé, ouf !)

BC_G1

.533 @ 2100 fps and above .525 between 2100 and 1600 fps .515 @ 1600 fps and below

$V_0 = 780 \text{ m/s} = 2'377 \text{ fps}$ (feet per second)

On est supérieur à 2'100 fps, on peut donc prendre $BC_G1 = 0.533$

Et on en déduit

$$Cd = S_d * Cd_G1 / BC_G1$$

Pour la valeur obtenue avec les courbes

$$Cd = (0.286 * 0.56) / 0.533$$

$Cd = 0.3004878...$ qu'on arrondi à 0.301

Pour la valeur obtenue avec le code Python

$$Cd = (0.286 * 0.5577) / 0.533$$

$Cd = 0.2992536585...$ qu'on arrondi à 0.299

En général le modèle G7 est bien adapté à la géométrie des balles de type HPBT (pointe creuse et queue en forme de bateau).

Comment trouver BC_G7 pour pouvoir le mettre dans votre logiciel balistique favori ?

Cd et S_d sont constants.

$$Cd = S_d * Cd_G1 / BC_G1$$

$$Cd = S_d * Cd_G7 / BC_G7$$

Soit

$$Cd_G1 / BC_G1 = Cd_G7 / BC_G7$$

Ou

$$BC_G7 = Cd_G7 / (Cd_G1 / BC_G1)$$

Et finalement

$$BC_G7 = (Cd_G7 * BC_G1) / Cd_G1$$

Résultat pour la valeur obtenue avec les courbes

$$BC_G7 = (0.28 * 0.533) / 0.56$$

$BC_G7 = 0.2665$ qu'on arrondi à 0.267

Le logiciel Applied Ballistic donne le même résultat ☺

En effet si je choisis le « Drag Model » G1 et entre comme BC 0.533 puis que je choisis le modèle G7, il me propose 0.267.

Résultat pour la valeur obtenue avec les courbes

$$BC_G7 = (0.2807 * 0.533) / 0.5577$$

$BC_G7 = 0.2682680653$ qu'on arrondi à 0.268

On dispose maintenant de toutes les informations pour appliquer les méthodes de simulation numériques.

Aller au § 7.3.

7.1.5 Vitesse du son dans l'air

Plusieurs relations sont disponibles dans la littérature

La plus simple

$$\text{SoundSpeed} = 20 \cdot \sqrt{T}$$

T : température absolue [°K] = 273.15 + t

t : température en °C

ex : à 15°C

$$\text{SoundSpeed} = 20 \cdot \sqrt{(15+273.15)}$$

$$\text{SoundSpeed} = 339.4996318 \text{ m/s}$$

La plus compliquée, (retenue par la suite).

$$\text{SoundSpeed} = \sqrt{\text{Gamma} \cdot P / \text{Rho}}$$

Gamma (sans dimension) coefficient ou Indice adiabatique (ou coefficient de Laplace)

https://fr.wikipedia.org/wiki/Indice_adiabatique

$$\text{Gamma} = (C_p / C_v)$$

Généralités :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Capacit%C3%A9_thermique_massique

on y trouve pour l'air, $\text{Gamma} = (1 + (1/2.48)) = 1.40322581$

C_p (J/K) : Capacité Thermique Isobare de l'air

https://fr.wikipedia.org/wiki/Capacit%C3%A9_thermique_isobare

C_v (J/K) : Capacité Thermique Isochore de l'air

https://fr.wikipedia.org/wiki/Capacit%C3%A9_thermique_isochore

P : pression atmosphérique [Pa]

Elle peut être mesurée (Kestrel) ou estimée selon l'altitude, voir § 7.1.6.

On préférera la valeur résultant de la mesure !

Rho : Masse volumique de l'air (kg/m³) voir § 7.1.7.

On utilisera la valeur selon l'humidité relative !

7.1.6 Variation de la pression avec l'altitude

https://fr.wikipedia.org/wiki/Variation_de_la_pression_atmosph%C3%A9rique_avec_l%27altitude

$$P(z) = P(0) \cdot (1 - (0.0065 \cdot z / 288.15))^5.255$$

Modèle atmosphérique normalisé ISA ou ICAO

$$P(0) = 101'325 \text{ Pa}$$

Modèle atmosphérique normalisé AASM

$$P(0) = 99'991.6 \text{ Pa}$$

7.1.7 Air

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Air>

Rho : Masse volumique de l'air sec [kg/m³]

$$\text{Rho}(\text{TK}, \text{P}) = 1.293 \cdot (273.15 / \text{TK}) \cdot (\text{P} / 101325)$$

TK : température de l'air [°K]

P : pression atmosphérique [Pa]

$$\text{Rho}(\text{TK}, \text{P}(z))$$

Rho : Masse volumique de l'air humide [kg/m³]

Ce qui est le cas le plus courant ☺

https://fr.wikipedia.org/wiki/Masse_volumique_de_l'air

Rs = 287.06 constante spécifique de l'air sec [J/kg/K]

HR : Humidité relative [sans unité, comprise entre 0 et 1, ex 0.76 = 76%]

https://fr.wikipedia.org/wiki/Humidit%C3%A9_relative

<https://archive.wikiwix.com/cache/index2.php?url=http%3A%2F%2Fwww.armacell.com%2FWWW%2Farmacell%2FACwwwAttach.nsf%2FansFiles%2FHygrom%25C3%25A9trie.pdf%2F%24File%2FHygrom%25C3%25A9trie.pdf>

$$\text{Rho}(\text{TK}, \text{P}(z), \text{HR}) =$$

$$(1 / (\text{Rs} \cdot \text{TK})) \cdot (\text{P} - 230.617 \cdot \text{HR} \cdot \text{EXP}((17.5053 \cdot (\text{TK} - 273.15)) / (241.2 + \text{TK} - 273.15)))$$

TK (°K) : température de l'air [Kelvin]

$$\text{T}(\text{°K}) = \text{T}(\text{°C}) + 273.15$$

P : Pression de l'air (Pa)

7.1.8 Attraction de la pesanteur (g=9.81)

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Pesanteur>

avec :

- g en m/s² ;
- h, altitude en m ;
- φ, latitude en radians dans le Système géodésique GRS 80 (1980)

7.2 Méthode de Zérotagage

7.2.1 Zérotagage pratique

On note scrupuleusement

- Les conditions géographiques et atmosphériques.
- La configuration du fusil (avec surpresseur, avec frein de bouche...)
- Les caractéristiques des munitions.

On considère que le tireur ne commet pas « trop » d'erreur de tir.

Le fusil doit être posé et non porté.

On assume que le fusil a au moins tiré une cartouche de « chauffe ».

On s'assure que la ligne entre la sortie du canon et le centre de la cible est horizontale et on note la distance entre la sortie et la cible.

Cycle de réglage :

- On tire trois cartouches.
- On calcule le centre de gravité du triangle.
- On détermine les corrections nécessaires
- On applique les corrections à la lunette.

S'il n'y a plus de corrections à faire le « Zérotage » est terminé, sinon refaire un cycle, tant que la distance entre le centre de gravité et le point visé n'est pas satisfaisante.

On peut noter les conditions de tir, les corrections en élévation et en dérive et mettre à 0 les tourelles.

Il est possible de faire un pré-zérotage de la dérive à une distance plus faible (ex : 25m), sans tenir compte de l'élévation.

7.2.2 Zérotage logiciel

Connaissant la distance de zérotage et les autres informations (Vitesse de sortie, température, pression, altitude...) le logiciel va calculer l'angle de tir nécessaire pour qu'à la distance souhaité le projectile atteigne le point visé.

7.3 Application des méthode numériques

On dispose des éléments numériques pour faire tourner les méthodes de résolution numérique décrites des § 7.1.1.1 à § 7.1.1.4.

Les résultats pour des incréments inférieur ou égal à 0.001 sont quasi identique.

On décide donc d'utiliser la Méthode de Runge-Kutta, plutôt que les méthodes de type Euler.

7.4 Effet Coriolis Théorie

L'ouvrage de référence est « Elements of Exterior Ballistics » LONG RANGE SHOOTING, First Edition 03/07/2016, George KLIMI, XLIBRIS

Page 177 §5.5 Estimation of Coriolis Effect.

On a un repère Galiléen lié à la Terre CXYZ, C est le Centre l'axe CZ passe par les poles et est orienté vers le haut les axes CX, CY sont dans le plan équatorial.

Le repère Oxyz lié au tireur (placé en O), Ox dans la direction du tir, Oy passant par le centre de la terre et orienté vers l'extérieur et Oz passant par O et orienté vers l'Est.

L'angle entre Oy et le plan CXY est la latitude du point O, noté « Lat ».

L'angle de Ox par rapport au méridien passant par O est l'Azimut de Tir, noté « Az ».

On notera en particulier :

$$\mathbf{F_c} = 2 \cdot \mathbf{m} \cdot (\mathbf{V} \wedge \boldsymbol{\Omega})$$

Ou

$$\mathbf{F_c} = -2 \cdot \mathbf{m} \cdot (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{V})$$

F_c : Pseudo force de Coriolis [N]

m : Masse du projectile [kg]

\mathbf{V} : Vecteur vitesse du projectile dans le repère Oxyz.

\wedge : est le produit vectoriel

$\boldsymbol{\Omega}$: Vecteur représentant la rotation de la terre, avec des coordonnées exprimées dans le repère Oxyz.

Ω = $|\boldsymbol{\Omega}|$ norme du vecteur

$$\Omega = 2\pi / (23h56'4.09'')$$

23h56'4.09'' est la durée du jour sidéral

Soit

$$\Omega = 7.2921159 \dots \cdot 10^{-5}$$

Et

$$\Omega_x = \Omega \cdot \cos(\text{Lat}) \cdot \cos(\text{Az})$$

$$\Omega_y = \Omega \cdot \sin(\text{Lat})$$

$$\Omega_z = -\Omega \cdot \cos(\text{Lat}) \cdot \sin(\text{Az})$$

$$F_{cx} = -2 \cdot m \cdot (\Omega_y \cdot V_z - \Omega_z \cdot V_y)$$

$$F_{cy} = -2 \cdot m \cdot (-\Omega_x \cdot V_z + \Omega_z \cdot V_x)$$

$$F_{cz} = -2 \cdot m \cdot (\Omega_x \cdot V_y - \Omega_y \cdot V_x)$$

P176 Klimi fait disparaître les termes $\Omega_y \cdot V_z$ dans F_{cx} et $-\Omega_x \cdot V_z$ dans F_{cy} mais sans expliquer pourquoi...

7.5 Étude de la chute d'un volant (ENS)

<https://www.physagreg.fr/mecanique-12-chute-frottements-new.php>

7.6 Frottement

<https://owl-ge.ch/IMG/pdf/frottement.pdf>

7.7 Données des fabricants de munitions

7.7.1 Fiocchi

7.7.1.1 SMK 175gr/11.34g

<https://fiocchi.com/en/709959.html>

Measures realized following C.I.P Method (<https://www.cip-bobp.org/>):

Atmosphere I.C.A.O.

Voir A4

https://en.wikipedia.org/wiki/Small_arms_ammunition_pressure_testing

Sight Height : 5cm

Caliber : 0.308 inches

Mass : 175gr 11.34g

Bullet type : HPBT Sierra Match King - Hollow point boat tail

Distance (m)	Muzzle 0	100	200	300	400	500
Speed (m/s)	800	740	680	625	570	520

Distance (yards)	Muzzle 0	100	200	300	400	500
Distance (m)	0	91.44	182.88	274.32	365.76	457.20
Bullet Path (cm)	-5	0	-13	-47	-107	-196

Ballistic Coefficient G1 : 0.496 lb/in²

Ballistic Coefficient G7 : 0.243 lb/in²

Bullet builder Intel :

<https://www.sierrabullets.com/product/30-cal-7-62mm-175-gr-hpbt-matchking/>

BC_G1 and velocity range :

.505 @ 2800 fps and above .496 between 2800 and 1800 fps .485 @ 1800 fps and below

7.7.2 Norma

7.7.2.1 SMK 168gr/10.89g

<https://www.norma-ammunition.com/fr-fr/produits/dedicated-precision/centerfire-rifle/norma-golden-target/norma-golden-target-308-winchester-109g---10177432>

Announce BC G1 0.424

Mais pour la balle

<https://www.norma-ammunition.com/fr-fr/produits/dedicated-precision/centerfire-rifle-bullet/norma-gtx/norma-gtx-30-308-109g---10677031>

Announce une forme de type « Boat Tail » (plutôt G7 ?) et BC G1 0.438

Bullet builder Intel :

<https://www.sierrabullets.com/product/30-cal-7-62mm-168-gr-hpbt-matchking/>

BC_G1 and velocity range :

.462 @ 2600 fps and above .447 between 2600 and 2100 fps .424 between 2100 and 1600 fps

.405 @ 1600 fps and below

7.7.2.2 SMK 175gr/11.3g

<https://www.norma-ammunition.com/fr-fr/produits/dedicated-precision/centerfire-rifle/norma-golden-target/norma-golden-target-308-winchester-113g---10177442>

Announce BC G1 0.547 et G7 0.283

Et pour la balle

<https://www.norma-ammunition.com/fr-fr/produits/dedicated-precision/centerfire-rifle-bullet/norma-gtx/norma-gtx-30-308-113g---10677061>

Announce BC G1 0.547 et G7 0.283

Bullet builder Intel :

<https://www.sierrabullets.com/product/30-cal-7-62mm-175-gr-hpbt-matchking/>

BC_G1 and velocity range :

.505 @ 2800 fps and above .496 between 2800 and 1800 fps .485 @ 1800 fps and below

7.7.3 GGG

7.7.3.1 NOSLER HPBT 168gr/10.89g

<https://www.ggg-ammo.lt/en/ggg-308-win-design-gpx13>

Bullet mean velocity, m/s barrel length 600 mm, twist 11"

Velocity maximum standard deviation 7.2

BC G1 : 0.462

Distance (m)	Muzzle 0	100	200	300	400	500
Speed (m/s)	805 +-7 (798 – 812)	740	675	615	555	500

Distance (m)	0	100	200	300	400	500
Bullet Path (cm)	-	0	-18	-58	-123	-221

Details :

https://www.ggg-ammo.lt/index.php?route=product/product/download&download_id=35

Bullet builder Intel :

<https://www.nosler.com/30-caliber-168gr-hpbt-custom-competition-100ct.html>

BC_G1 : 0.462

7.7.3.2 NOSLER HPBT 175gr/11.34g

<https://www.ggg-ammo.lt/en/ggg-308-win-design-gpx15>

Bullet mean velocity, m/s barrel length 600 mm, twist 11"

Velocity maximum standard deviation 7.2

BC G1 : 0.496

Distance (m)	Muzzle 0	100	200	300	400	500
Speed (m/s)	810 +-7 (793 – 817)	750	690	640	585	500

Distance (m)	0	100	200	300	400	500
Bullet Path (cm)	-	0	-17	-55	-118	-209

Details :

https://www.ggg-ammo.lt/index.php?route=product/product/download&download_id=37

Bullet builder Intel :

<https://www.nosler.com/30-caliber-175gr-hpbt-custom-competition-100ct.html>

BC_G1 : 0.505

7.7.3.3 SMK HPBT 190gr/12.31g

<https://www.ggg-ammo.lt/en/ggg-308-win-design-gpx17>

Bullet mean velocity, m/s barrel length 600 mm, twist 11"

Velocity maximum standard deviation 7.2

BC G1 : 0.533

Distance (m)	Muzzle 0	100	200	300	400	500
Speed (m/s)	780 +-7 (773 – 787)	725	670	620	575	525

Distance (m)	0	100	200	300	400	500
Bullet Path (cm)	-	0	-19	-59	-125	-221

Details :

https://www.ggg-ammo.lt/index.php?route=product/product/download&download_id=39

Bullet builder Intel :

<https://www.sierrabullets.com/product/30-cal-190-gr-hpbt-matchking/>

BC_G1 and velocity range :

.533 @ 2100 fps and above .525 between 2100 and 1600 fps .515 @ 1600 fps and below

7.8 Atmosphère normalisée

7.8.1 ISA, ICAO, AASM

https://fr.wikipedia.org/wiki/Atmosph%C3%A8re_normalis%C3%A9e

All a sea level (altitude 0m)

Standard Atm	Temp (°C)	Pressure (hPa)	Relative Humidity (%)
ICAO	15	1013.25	0
ASM	15	999.916	78

7.8.2 ISA

https://en.wikipedia.org/wiki/International_Standard_Atmosphere

7.8.3 ICAO

http://www.aviationchief.com/uploads/9/2/0/9/92098238/icao_doc_7488_-_manual_of_icao_standard_atmosphere_-_3rd_edition_-_1994.pdf

7.9 Python Ballistic Solver (PBS)

Les fonctionnalités présentées dans les paragraphes précédents ont été implémentées dans du code Python.

Ce code est disponible sur GitHub <https://github.com/fabienfigueras/TLD>

Exemple :

```
python3 ./PBS-v105.py 0.308 190 780 200 180 Y 0 6 Y 0.0001 N 5.7106
```

La sortie est divisée en 3 parties

7.9.1 Présentation sommaire de PBS

```
=====
PBS stands for Python Ballistic Solver
PBS is an Open Source Ballistic Software
Written in Python3 by Fabien FIGUERAS (he/him)
v1.00 was released in 2024
Current Version is v1.07 2024
Call example Python3 ./PBS-vxyz.py to get this message
Where param1 is the caliber [inch]
Where param2 is the bullet mass [gr]
Where param3 is the Muzzle Speed [m/s]
Where param4 is the Shooting distance [m]
Where param5 is the Azimut (shooting angle relative to the North [deg]
Where param6 is the Coriolis Option [Y/N]
Where param7 is the Average Wind Speed [m/s]
Where param8 is the Wind Speed related to shooting direction [hour]
Where param9 is the Spind Drift Option [Y/N]
Where param10 is the time increment [s]
Where param11 is Zeroing the sight ? [Y/N]
Where param12 is the Shooting Angle (relative to the Horizontal plan) [deg]
Where param13 is Aerodynamic Jump Option ? [Y/N]
Sources available in GitHub : https://github.com/fabienfigueras/TLD
=====
```

7.9.2 Les données utilisées pour les calculs et résultats

Exemple 1 : sans zéro tage

```
Python3 ./PBS-vxyz.py 0.308 190 780 1000 180 Y 1 3 Y 0.0001 N 0 Y
```

```
=====
Rifle variables
=====
Rifle Brand and Model : Tikka T3X
Barrel Twist (inch) 1 : 11 Right
Distance between Sight and Barrel (m) : 0.065 (cm) : 6.5
=====
Bullet
=====
bullet diameter (inch) : 0.308
bullet mass (gr) : 190
Muzzle Speed (m/s) : 780.0
bullet length (inch) : 1.3531496062992125
=====
Localization
=====
Latitude 46.0 ° 22.0 min 25.0 s
=====
ICAO Standard Atmosphere
=====
Altitude (m) : 0
Air pressure (Pa) : 101325.0
Air Temperature (°C) : 15.0 (°K) : 288.15
Air Relative Humidity (%) : 0
Wet Air Volumic Mass ICAO (kg/m3) : 1.225
Saturated Vapor Pressure ICAO (Pa) : 17.05228
Vapor Pressure ICAO (Pa) : 0.0
Virtual Temperature ICAO (K) : 288.15
=====
Zeroing Atmosphere
=====
Altitude (m) : 0
Air pressure (Pa) : 101325.0
Air Temperature (°C) : 15.0 (°K) : 288.15
Air Relative Humidity (%) : 0
Wet Air Volumic Mass (kg/m3) : 1.225
```

Saturated Vapor Pressure (Pa) : 17.05228
 Vapor Pressure (Pa) : 0.0
 Virtual Temperature (K) : 288.15
 =====
 Shooting Atmosphere
 =====
 Altitude (m) : 440
 Air pressure (Pa) : 96330.0
 Air Temperature (°C) : 26.0 (°K) : 299.15
 Air Relative Humidity (%) : 66.0
 Wet Air Volumic Mass (kg/m3) : 0.903
 Saturated Vapor Pressure (Pa) : 33.61127
 Vapor Pressure (Pa) : 22.18
 Virtual Temperature (K) : 299.18
 =====
 Shooting Conditions
 =====
 Shooting Distance : 1000
 Time increment (s) : 0.0001
 Shooting Angle relative to Horizontal plan (deg) : 0.0 (RAD) : 0.0
 Shooting Angle relative to North (Azimut °) : 180.0 (RAD) : 3.141592653589793
 =====
 Coriolis Data
 =====
 Earth Angular Speed - Omega (rad/s) : 7.292115900231274e-05
 =====
 ICAO Drag Coefficient (Cd) Determination
 =====
 Speed of sound ICAO (m/s) : 340.72
 Bullet Stability Factor ICAO 1.77
 ICAO Stable Bullet
 =====
 Wind Speed and Direction
 =====
 wind speed (m/s) : 4.0
 wind Angle relative to shooting direction (hour) : 3
 =====
 Calculus Options
 =====
 Coriolis : Y
 Coriolis = Y Effect taken into account
 =====
 No Zeroing
 =====
 Alpha(0) (deg) : 0.083871
 =====
 Aerodynamic Jump
 =====
 Aerodynamic Jump : Y
 Aerodynamic Jump = Y Effect taken into account
 =====
 Ruge-Kutta Numerical Method Runing
 =====
 Stable Bullet
 =====
 Ruge-Kutta Numerical Method Results
 =====
 Latitude (° N/S) : 46.37 North
 Shooting Direction (Azimut Angle) : 180.0 ° 3.141592653589793 RAD
 Coriolis parameter = Y Effects taken into account
 Spin Drift parameter = Y Effects taken into account
 Aerodynamic Jump = Y Effect taken into account
 Goal Distance (m) : 1000.0
 wind speed (m/s) : 4.0
 wind Angle relative to shooting direction (hour) : 3.0
 Wind Drift Along Y (m) : -0.0 (cm) : -0.0
 Wind Drift Along Z (m) : -1.6062 (cm) : -160.62
 Time increment (s) : 0.0001 (ms) : 0.1
 Time of Flight (s) : 1.6836
 Bullet Stability Factor 1.62
 Spin Drift (m) : 0.232 (cm) : 23.21
 Aerodynamic Jump (m) : 0.09795591545046502 (cm) 9.8
 Calculated Speed Module |V(t+h)| (m/s) : 462.97
 Calculated X position (m) : 1000.05

Calculated Y position (m) : -12.02 (cm) : -1201.72
 Calculated Z position (m) : 0.1 (cm) : 9.59
 Calculated Y Angle (mRAD) : -12.02
 Elevation to be applied due to gravity and drag (clicks) : 120.2
 Calculated Z Angle (mRAD) : 0.1
 Windage to be applied due to Wind (clicks) : -1.0
 Calculated Y shift due to Aerodynamic Jump (m) : 0.1 (cm) : 9.8
 Calculated Y Angle due to Aerodynamic Jump (mRAD) : 0.1
 Elevation to be applied due to gravity, drag and Aerodynamic Jump (clicks) : 119.2
 Calculated Z shift due to Wind Drift (m) : -1.61 (cm) : -160.62
 Calculated Z Angle due to Wind Drift (mRAD) : -1.61
 Calculated Z shift due to Spin Drift (m) : 0.23 (cm) : 23.21
 Calculated Z Angle due to Spin Drift (mRAD) : 0.23
 Calculated Z shift due to Wind Drift and Spin Drift (m) : -1.28 (cm) : -127.81
 Calculated Z Angle due to Wind Drift and Spin Drift (mRAD) : -1.28

Exemple 2 : avec zérotag

Python3 ./PBS-vxyz.py 0.308 190 780 1000 180 Y 1 3 Y 0.0001 Y 0 Y

```

=====
Rifle variables
=====
Rifle Brand and Model : Tikka T3X
Barrel Twist (inch) 1 : 11 Right
Distance between Sight and Barrel (m) : 0.065 (cm) : 6.5
=====
Bullet
=====
bullet diameter (inch) : 0.308
bullet mass (gr) : 190
Muzzle Speed (m/s) : 780.0
bullet length (inch) : 1.3531496062992125
=====
Localization
=====
Latitude 46.0 ° 22.0 min 25.0 s
=====
ICAO Standard Athmosphere
=====
Altitude (m) : 0
Air pressure (Pa) : 101325.0
Air Temperature (°C) : 15.0 (°K) : 288.15
Air Relative Humidity (%) : 0
Wet Air Volumic Mass ICAO (kg/m3) : 1.225
Saturated Vapor Pressure ICAO (Pa) : 17.05228
Vapor Pressure ICAO (Pa) : 0.0
Virtual Temperature ICAO (K) : 288.15
=====
Zeroing Athmosphere
=====
Altitude (m) : 0
Air pressure (Pa) : 101325.0
Air Temperature (°C) : 15.0 (°K) : 288.15
Air Relative Humidity (%) : 0
Wet Air Volumic Mass (kg/m3) : 1.225
Saturated Vapor Pressure (Pa) : 17.05228
Vapor Pressure (Pa) : 0.0
Virtual Temperature (K) : 288.15
=====
Shooting Athmosphere
=====
Altitude (m) : 440
Air pressure (Pa) : 96330.0
Air Temperature (°C) : 26.0 (°K) : 299.15
Air Relative Humidity (%) : 66.0
Wet Air Volumic Mass (kg/m3) : 0.903
Saturated Vapor Pressure (Pa) : 33.61127
Vapor Pressure (Pa) : 22.18
Virtual Temperature (K) : 299.18
=====
Shooting Conditions
=====
Shooting Distance : 1000
  
```

```

Time increment (s) : 0.0001
Shooting Angle relative to Horizontal plan (deg) : 0.0 (RAD) : 0.0
Shooting Angle relative to North (Azimut °) : 180.0 (RAD) : 3.141592653589793
=====
Coriolis Data
=====
Earth Angular Speed - Omega (rad/s) : 7.292115900231274e-05
=====
ICAO Drag Coefficient (Cd) Determination
=====
Speed of sound ICAO (m/s) : 340.72
Bullet Stability Factor ICAO 1.77
ICAO Stable Bullet
=====
Wind Speed and Direction
=====
wind speed (m/s) : 4.0
wind Angle relative to shooting direction (hour) : 3
=====
Calculus Options
=====
Coriolis : Y
Coriolis = Y Effect taken into account
===== ZEROING =====
Zeroing at : 100.0 (m)
error size : 0.001
===== ZEROING OVER =====
Alpha(0) (deg) : 0.083871
=====
Aerodynamic Jump
=====
Aerodynamic Jump : Y
Aerodynamic Jump = Y Effect taken into account
=====
Ruge-Kutta Numerical Method Runing ....
=====
Ruge-Kutta Numerical Method Results
=====
Latitude (° N/S) : 46.37 North
Shooting Direction (Azimut Angle) : 180.0 ° 3.141592653589793 RAD
Coriolis parameter = Y Effects taken into account
Spin Drift parameter = Y Effects taken into account
Aerodynamic Jump = Y Effect taken into account
Goal Distance (m) : 1000.0
wind speed (m/s) : 4.0
wind Angle relative to shooting direction (hour) : 3.0
Wind Drift Along Y (m) : -0.0 (cm) : -0.0
Wind Drift Along Z (m) : -1.6062 (cm) : -160.62
Time increment (s) : 0.0001 (ms) : 0.1
Time of Flight (s) : 1.6836
Bullet Stability Factor 1.62
Spin Drift (m) : 0.232 (cm) : 23.21
Aerodynamic Jump (m) : 0.09795591545046502 (cm) 9.8
Calculated Speed Module |V(t+h)| (m/s) : 462.97
Calculated X position (m) : 1000.05
Calculated Y position (m) : -12.02 (cm) : -1201.72
Calculated Z position (m) : 0.1 (cm) : 9.59
Calculated Y Angle (mRAD) : -12.02
Elevation to be applied due to gravity and drag (clicks) : 120.2
Calculated Z Angle (mRAD) : 0.1
Windage to be applied due to Wind (clicks) : -1.0
Calculated Y shift due to Aerodynamic Jump (m) : 0.1 (cm) : 9.8
Calculated Y Angle due to Aerodynamic Jump (mRAD) : 0.1
Elevation to be applied due to gravity, drag and Aerodynamic Jump (clicks) : 119.2
Calculated Z shift due to Wind Drift (m) : -1.61 (cm) : -160.62
Calculated Z Angle due to Wind Drift (mRAD) : -1.61
Calculated Z shift due to Spin Drift (m) : 0.23 (cm) : 23.21
Calculated Z Angle due to Spin Drift (mRAD) : 0.23
Calculated Z shift due to Wind Drift and Spin Drift (m) : -1.28 (cm) : -127.81
Calculated Z Angle due to Wind Drift and Spin Drift (mRAD) : -1.28

```

7.9.3 Les corrections préventives

```
===== CORRECTIONS TO BE APPLIED =====  
Elevation to be applied (clicks) +=>Up -=>Down: 119.2  
Windage to be applied (clicks) +=>Rigt -=>Left: 12.8  
=====
```