

Evolutionary Neural Network Tools for Life Emergence and More

F. Furfaro

2021

Abstract

L'idée de vie artificielle remonte à 1940 avec le concept d'auto-réplication, au même moment où les concepts sur l'intelligence artificielle ont été créés. Nous proposons un modèle à définition incomplète, mais utile pour étudier la fonctionnalisation des structures cérébrales au cours de l'évolution. Nous combinons l'apprentissage par renforcement et la modification aléatoire des connexions intercouches pour résoudre un problème « fonctionnalisable ». Pour tester notre modèle, le jeu du chat et de la souris est un exemple de choix pour étudier l'évolution du comportement simplifié « proie/prédateur », tout en étant suffisamment complet pour une approche évolutive. Ces outils ne prétendent pas reproduire la vie sur ordinateur, mais peuvent donner des idées, pour l'optimisation des structures de réseaux de neurones et pour avancer vers la création de vie artificielle. En effet, lors du processus d'apprentissage via l'optimisation de la descente de gradient par l'évolution des connexions du réseau, nous observons par l'apparition de différentes structures, des stratégies convergentes pour notre problème. Ces structures sont conservées pendant un grand nombre de cycles alors que même des réseaux « concurrents » sont toujours ajoutés à chaque cycle de reproduction. En plus, on observe que ce type d'algorithme peut s'avérer utile pour des problèmes de classification, comme nous le proposons avec la base de données MNIST.

Introduction

La vie est apparue il y a 3,8 milliards d'année et n'a pas cessé d'évoluer et de coloniser l'environnement [Huxley [38]]. Elle a commencé par des bloc élémentaire prébiotique [Kitadai and Maruyama [43]] formant des cellules unique sans noyau [Buick [16] and Mojzsis, Arrhenius, et al. [59]], à un large panel de forme avec l'apparition du noyau [Hedges, Blair, et al. [32] and Knoll, Walter, et al. [45]] et de la multicellularité [Bonner [12]]. En parallele, il y eu l'apparition du potentiel d'action, permettant la communication entre cellules [Matthews [54]], suivi de l'explosion de la diversité des systemes nerveux [Anctil [4]] et avec plus recement les systeme centraux [Child [19]]. Pour autant, il est assez difficile de definir ce qui est vraiment vivant et cette question est toujours debatu. L'une des definition les plus simple est celle donnée par la NASA lors des programme de recherche de vie extra-terrestre : Un systeme chimique auto-entretenu capable d'évolution darwinienne [NASA - *Life's Working Definition* [63]]. L'évolution darwinienne est un principe fondamental dans l'étude des systeme complexe disposant d'hérédité, de variation et de selection. On ne le retrouve pas uniquement en biologie, il se retrouve aussi dans l'évolution des courants musicaux, artistique, philosophique, technologique, societal et culturel [Chitwood [20] and Rogers and Ehrlich [75]]. Une autres définition de la "Vie" existe, et elle est plus lié à l'une des transformation thermodynamique fondamentale : L'entropie. La vie serait : Une structure dissipative capable d'auto-catalyse, d'homéostasie et d'apprentissage [Bartlett and Wong [7]]. Ce qui diminue localement l'entropie en favorisant l'auto-organisation et l'émergence de la vie [O'Connor and Wong [64]]. Même si tout problème n'est pas définissable [James [39]], ces deux definitions se restreignent à un systeme "chimique". Est ce qu'un robot dotée d'une intelligence, d'emotion, voire de conscience, serait vivant avec ces définition ? Aujourd'hui, il existe un grand nombre de simulation de vie sur ordinateurs, comme par exemple Polyworld [Yaeger [94]], et sont, avec la construction de cellules minimaliste [Fredens, Wang, et al. [27]], d'une grande importance pour comprendre l'émergence de la vie.

AUTOMATE : Dans notre cas, nous allons essayer de reproduire un systeme vivant à l'intersection de ses deux definitions. Un systeme auto-entretenu capable d'apprentissage evolutif. Qu'on restreindra dans un premiers lieux à "un systeme capable d'apprentissage évolutif" pour en developper les outils futurs. Pour cela on a creer un environnement de jeu simple : le jeu du chat et la souris [Reynolds [74]], alternant ainsi deux comportements : L'attaque d'un prédateur et la fuite d'une proie. On se base sur deux outils : les automates cellulaires et les reseaux de neurones évolutifs. Les automates sont à l'origine des objets mathématique permettant de résoudre des

probleme de decidabilite mathematique [Kemeny [42]]. On en retrouva ensuite des utilisation experimentale comme le plus connu “jeu de la vie” [Wainwright [91]], qui à partir de 2 regles simple, faire emerger une forte complexite, voir meme reproduire une machine de Turing par l’existence de porte logiques [Berlekamp, Conway, et al. [9]]. Dans notre cas, l’etat d’une cellule au temps $t+1$ est fonction de l’etat au temps t d’un nombre fini de cellules appelé son « voisinage ». Le probleme est donc une grille ou l’on a des case “automates” qui se deplace dans la grille, elle a un adversaire qui va chercher soit à “attraper” l’automate, soit la “fuir”. La decision de deplacement de l’automate est controler/réguler par un reseau de neurone evolutif par principe d’apprentissage par renforcement. Les propriétés de l’automate changeront ainsi à chaque génération, aussi bien parametre de “vue” de l’automate que les “actions” ou la structure du reseau.

STATISTIQUE : Les reseaux neuronaux ont ete construit à partir du modele de neurone biologique, le neurone formel [McCulloch and Pitts [55]], ou l’on constate qu’une neurone est une fonction “affine” avec une fonction d’activation. Aujourd’hui il s’est rapproché des methodes statistique non inductive pour resoudre des probleme descriptif comme la régression, la classification et le partitionnement. Les principaux outils d’analyse de grosse donnée en statistiques sont, pour ne citer que les plus connu : La PCA, analyse de composante principale, qui permet de projeter l’ensemble des points sur les regression multilinéaire des variable corrélé entre elle, ce qui reduit la dimension [F.R.S [28]]. Les SVM, séparateurs à vaste marge, generalisant les classificateur linéaire par des vecteurs supports, et formalisant la régularisation statistique et les concept de surapprentissage [Vapnik [88]]. Enfin, le K-mean qui divise un ensemble de points par minimisation d’un certain nombre de graine barycentrique [Bock [11]]. Tout ces outils encore utilisé aujourd’hui, sont peu à peu remplacé par des reseau de neurone vers 2000s apres le succes de l’apprentissage profond lors des compétition de classification d’objets sur des images [Hinton [34]] et l’augmentation de la puissance de calcul des processeurs [Moore [60]] .

APPRENTISAGE : Le question de l’apprentissage a été étudié au cours des année 1950, ou il a pu emerger la regles de Hebb [Morris [61]] qui modifier simplement la valeurs des coefficient synaptique d’un reseau simple couche. Il eue un declin en fin 1970 par l’impossibilité de résoudre des probleme non linéaire XOR ou de connexité [Minsky and Papert [57]]. Mais ce probleme fut resolu par les perceptron multicouche, mais cette fois la modification des poids était plus compliqué. C’est le systeme de retropropagation du gradient [Rumelhart, Hinton, et al. [77]] qu’on retrouve aussi dans le cerveau [Stuart, Spruston, et al. [84]] et l’algorithme du gradient, par minimisation itérative de l’erreurs, qui permet de resoudre ce probleme. En parallele, inspirer par les neurone moteurs de la vue [Hubel and Wiesel [37]], on developpa les reseau de neurone convolutif qui reduit fortement le calcul des poids en entrée du reseau, car n’est pas entierement connecté [Ciresan, Meier, et al. [22]]. Le souci de ce genre de reseau est qu’il faut un grand nombre de donnée pour adapté les poids et de passage à l’échelle avec un cerveau est de l’ordre de 10^{10} pour le modele GPT-3 [Brown, Mann, et al. [15]]. Pour resoudre un probleme de transition d’états stochastique, dit de decision markovien, il y eu l’apparition du Q-learning convergent par l’apprentissage des récompense [Watkins and Dayan [92]]. Ces reseau, à l’image des reseau génératif, ont encore était amélioré par des reseau adversariaux “actor-critic” et permette d’accelerer la convergence des poids [Konda and Tsitsiklis [47]].

FONCTIONNALISATION : Néanmoins, ces reseaux optimise l’apprentissage du reseau mais ne cherche pas à maximiser la structure des couches du reseau. Seule les reseau de neurone recurant ont été le plus traité car il y avait des probleme de “vanishing gradient” [Hochreiter and Schmidhuber [35] and Vaswani, Shazeer, et al. [89]], en particulier pour le traitement du texte. Une autre catégorie de reseau est apparu dans la fin des années 1990, les reseau NEAT, ou les poids et les connexion sont “appris” par un processus de selection [Stanley and Miikkulainen [81] and Poli [68]] et les reseaux de Kononen, ou des stimuli de même nature excitent une partition d’une grille de neurones pour reorganiser la structure [Kohonen [46]]. Hors le cerveau n’a pas des poids qui ont été selectionné par l’évolution, mais ce qui est le cas la structure, dans la limite de la plasticité cerebrale des neurones à piques/impulsion [Maass [50]]. L’idée est donc de s’inspirer des donnée en neuroscience recente, ou il est montré qu’en plus d’etre interconnecté, le cerveau est pré-cablé/fonctionnalisé par module [Rescorla [73]], comme par exemple pour voir certain danger ou encore marcher à la naissance [Rakison and Derringer [71] and Öhman and Mineka [96]]. De meme, il n’y a pas eu besoin d’avoir un temps d’apprentissage long pour optimisé une fonction, hormi les cas où il y a besoin de memoire et où le sommeil est necessaire [Rasch and Born [72]]. Aussi, on observe que les lobes cerebraux ont des fonctions particuliere [Stuss and Alexander [85] and Casillo, Luy, et al. [17]] : frontal pour les actions à court terme, temporal pour les souvenir et la comprehension du langage, parietal pour le traitement du langage, occipital pour le traitement visuel, limbique pour les comportement émotionnel et insulaire pour les reaction de peur. A cette image, on a donc developpé un algorithme où les couches interconnecté de maniere aléatoire de façon à fonctionnaliser le probleme “chat-souris” aussi bien dans la structure que dans l’apprentissage par renforcement.

Méthodes

L'ensemble du projet est disponible sur le lien github.com/fabienfrfr. Le projet a été codé intégralement en Python de façon à utiliser efficacement les bibliothèques logiciel : PyTorch pour les reseaux de neurone, Keras-Tensorflow pour la base de donnée MNIST, Numpy et Scipy pour les calculs scientifique, Pandas pour l'analyse et le stockage des données, Networkx pour la representation et l'analyse des Graphes et enfin Matplotlib pour la visualisation et l'animation des données. On distingue 6 fichiers d'expérience, 2 fichiers d'analyse de donnée (DATA_ANALYSIS et EXTRA_FUNCTION) et un fichiers de debugage modulaire. Dans les fichiers "expérience" on retrouve au plus bas niveau GRAPH_EAT encapsulant GRAPH_GEN, generant la liste des connections pour chaque couche de neurone, ainsi que pRNN, générant la structure du reseau en fonction de la liste d'adjacence. À plus haut niveau, on retrouve AGENT qui contient les propriété d'entrée/sortie de l'agent et son algorithme d'apprentissage et de mémorisation, ainsi que TAG-ENV contenant cette fois les regles du jeu "chat-souris". Enfin on a le MAIN qui va lister l'ensemble des agents et environnement associé pour lancer les experiences d'evolution. On retrouve aussi un fichier LOG qui permet de stocker au format *csv* les experience.

1 Reseau de neurone évolutif

Le perceptron est un algorithme d'apprentissage fonctionnant comme une fonction de seuillage et decrivant le neurone formel. Une fonction de seuil est un classifieurs linéaire qui a pour entrée un vecteurs à valeurs réelle (virgule flottante) et une valeurs $f(z)$ en sortie, qui peut etre suivant la fonction d'activation : binaire (Heaviside), reel (Sigmoid) ou entre les deux (ReLu) [Godin, Degrave, et al. [31]]. Le perceptrons se represente par le produit scalaire entre le vecteurs d'entrée et le vecteurs poids des neurones, soit l'application multilinéaire suivante :

$$o = f(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=1}^n w_i x_i > \theta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce qui s'ecrit dans la plupart des bibliothèques logiciels comme la sequence d'un neurone à "**n**" entrée, suivie d'une fonction d'activation.

Code PyTorch :

```
Layers = nn.Sequential(nn.Linear(N, 1), nn.ReLU())
x = Layers(x)
```

Le perceptrons est un classifieurs linéaire, il converge uniquement si l'ensemble des donnée d'entrée sont linéairement séparable (droite). Lorsqu'on place à la suite plusieurs sequence de neurones, on obtient un classificateurs à composition linéaire, tel que :

$$y = \bigcirc_n w_i . x_n$$

Cette operation revient à une suite de composition de fonction, ou à chaque couche, les donnée d'entrée non linéaire se déforme à chaque étapes par transformation linéaire. C'est l'équivalent de l'astuce du noyau qui remplace un produit scalaire par une fonction d'estimation avec ou sans dimension supplémentaire pour obtenir un probleme linéaire [AIZERMAN [2]]. L'ensemble des petites déformation transforme les données d'entrée pour etre linéairement séparable en sortie de reseau. Ce type d'opération à la suite revient numériquement à la construction d'un graphe computationnel.

Code PyTorch :

```
Layers = nn.ModuleList([nn.Linear(1, 1) for i in range(10)])

for i, l in enumerate(self.Layers):
    x = self.Layers[i](x) # == l(x)
```

Mettre à jours les poids "**w**" correspond à l'apprentissage du perceptrons, la *regles delta* (Widrow-Hoff) est la plus adapté pour les probleme de descente de gradient [Schmidhuber [79]] et consiste à comparer linéairement la valeurs obtenu par la sortie du reseau "**z**" et la valeurs attendu par le reseau de neurones "**d**". Il existe d'autre methodes plus sophistiqué ou limitant les probleme d'annulation tout aussi simple (Least Mean Square), mais ici présenté, la regle delta se presente sous la forme :

$$w_i(t+1) = w_i(t) + (d - z)x_i$$

Lorsqu'on a une suite de neurone, on appelle la variation de cette relation sur l'ensemble du réseau, la descente de gradient, car on calcule le différentiel entre $t+1$ et t . Cette dernière est dite stochastique lorsqu'on introduit un terme de variation aléatoire et permet de trouver un minimum global plus efficacement. Le calcul de l'erreur globale est assez complexe si le réseau de neurone est grand. C'est pour cela qu'il existe des méthodes où l'on remonte l'erreur de sortie vers l'entrée pour trouver l'ensemble des minimums locaux. On parle alors de rétropropagation du gradient, qui revient à chaque itération de calculer le gradient de chaque couche entre t et $t+1$ par le produit tensoriel symétrique de la couche précédente. Pour le cas d'un seul neurone par couche, le produit tensoriel, n'est autre qu'une multiplication provenant de la dérivée des fonctions composées σ , la fonction d'activation, avec δ , les biais pour chaque couche. Dans un cas plus général, on a :

$$\begin{cases} w \leftarrow w - \eta \left[\frac{\partial R(w)}{\partial w} + \frac{\partial L(w_i)}{\partial w} \right] & \text{Gradient} \\ \delta^{x,l} \leftarrow ((w^{l+1})^T \delta^{x,l+1}) \odot \sigma'(z^{x,l}) & \text{BackProp} \end{cases}$$

Dans la plupart des bibliothèques logicielles, on précise le type de calcul de perte (loss ou criterion) avant la boucle d'apprentissage, ainsi que l'algorithme de calcul de la descente de gradient (optimizer). Les algorithmes les plus utilisés sont SGD "Stochastic Gradient Descent" et "Adam", plutôt utilisés dans les problèmes de régression et de classification [Ruder [76]].

Code PyTorch :

```
LOSS = torch.nn.MSELoss(reduction='sum')
optimizer = optim.SGD(Layers.parameters())
### Loop
LOSS = LOSS(x_pred, x)
optimizer.zero_grad()
LOSS.backward()
optimizer.step()
```

Un réseau de neurone correspond à une interconnexion entre couche de neurone contenant "**n**" perceptrons. Une unique couche de "**n**" perceptron correspond au réseau le plus simple et permet de résoudre des problèmes linéairement séparables de type hyperplan. Comme toutes les entrées "**x**" sont interconnectées au "**n**" neurone, les vecteurs poids "**w**" forment une matrice "**m*n**" avec "**m**" le nombre d'entrée au réseau. La sortie s'exprime dans ce cas :

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} w_{0,0} & & \\ & \ddots & \\ & & w_{m,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 & \dots & x_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\vec{s} = f(\vec{y})$$

Pour que l'algorithme mette à jour efficacement les poids du réseau, on utilise un certain lot de données d'apprentissage itérativement, qu'on appelle "batch". Pour ce batch, soit il contient l'ensemble des données de l'expérience, soit il est réparti en "mini-batch" stochastique pour éviter la sur-utilisation de la mémoire et augmenter la vitesse de convergence de la vallée de stabilité. La taille du lot ne doit pas être trop petite non plus car augmente le bruit [Kiwiel [44]]. Dans ce cas, le vecteur d'entrée devient une matrice "**m*b**", et la matrice des poids devient un tenseur d'ordre 3 "**n*m*b**". La plupart des bibliothèques logicielles s'adapte automatiquement à la taille du batch, et n'a pas besoin d'être spécifié.

Code PyTorch :

```
Layers = nn.Sequential(nn.Linear(N, M), nn.ReLU())
x = Layers(x)
```

Pour autant, les réseaux linéaires ne sont pas les seuls à être employés et ne sont pas forcément les plus adaptés pour les problèmes d'images [Ciresan, Meier, et al. [21]]. En effet, une image est une donnée 2D dont les données spatiales sont localement liées, mais les informations ne sont pas interconnectées, c'est pour cela qu'il existe les réseaux de convolution. Ces réseaux ont l'avantage d'être interconnectés mais par fenêtre "spatiale" ce qui réduit fortement le nombre de calculs pour l'actualisation des poids. Elle est composée de "**N**" perceptrons, mais ne représente plus comme un produit tensoriel, mais comme un produit de convolution où les entrées sont moyennées pondérément par le glissement "**C**" d'une fenêtre de taille "**k**" sur les poids "**w**". La sortie s'exprime de la sorte :

$$out(N_i, C_{out_j}) = bias(C_{out_j}) + \sum_{k=0}^{C_{in}-1} weight(C_{out_j}, k) \star input(N_i, k)$$

Dans le cas le plus simple, on peut considerer qu'il y a qu'une seule entrée par neurone, pour cela, le nombre d'entrée est egal au nombre de sortie du canal de la couche. Ensuite, la taille de la fenetre est de "1" et le groupement de connexion doit etre egal au nombre de neurones, qui est un nombre divisible de l'entrée et de la sortie par lui meme. Ce type parametrage est equivalent à N neurones indépendants à 1 seules connexion chacune. Contrairement au réseau linéaire, la taille du batch doit etre spécifié lorsqu'on donne les données d'entrée à la couche de convolution.

Code PyTorch :

```
Layers = nn.Sequential(nn.Conv1d(I, I, 1, groups=I), nn.ReLU())
x = Layers(x.view(BATCH_SIZE, I, 1)).view((BATCH_SIZE, I))
```

1.1 Fonctionnalisation

S'inspirer du cerveau "modèle" pour construire des algorithmes neuronaux à toujours été present dans le developpement de nouvelles methodes en *Intelligence Artificielle*. Contrairement à l'optimisation de la retropropagation [Liu, De Mello, et al. [49]], nous nous sommes inspiré de la specialisation fonctionnelle du cerveau pour optimiser la structure par fonctionnalisation. En effet, le moyen le plus efficace de réaliser des fonctions différentes c'est de confier la réalisation de chaque fonction à un outil particulier et spécialisé [Barkow, Cosmides, et al. [6] and Tooby and Cosmides [87]]. C'est pour cette raison que la sélection naturelle (survie, reproduction) a organisé notre corps en différents organes qui sont chacun spécialisés, mais aussi dans le domaine de la cognition [Confer, Easton, et al. [23]]. La specialisation fonctionnelle du cerveau est observé empiriquement par plusieurs troubles neuropsychologique, comme par exemple avec le syndrome de Capgras, ou une defaillance d'une region entraine la perte de reconnaissance des visage [Thomas Anterion, Convers, et al. [86]].

Dans notre cas, nous avons simplifié le plus possible un cerveau, où l'on a en entrée des neurones de "vision", suivi de couches sequentielle "fonctionnelle" et en sortie, des neurones "moteurs". On distingue des neurones stables, les neurones d'entrée et de sortie qui ne changeront pas pendant le processus évolutifs. Les neurones de "visions" sont à l'image des cones de la rétines, c'est à dire des neurones connecté à des batonnée de vue unique, qu'on represente dans notre cas comme une couches de convolution "simple sparse" : une seule entrée par neurones. Les neurones "moteurs" quand à eux sont analogue au motoneurones qui active la contraction musculaire et donc le mouvement des organismes [Purves, Augustine, et al. [70]], on les represente dans notre cas comme une couche linéaire de neurones où les sortie seront lié au action du reseau de neurone complet.

La vrai particularité du projet est que les couches intermediaire "fonctionnalisés" ne sont pas contruite manuellement, mais adapté par un processus evolutif de selection. Ainsi, l'objectif est de faire emerger un structure intermediaire fonctionnalisés à notre probleme, ici le "jeu du chat et la souris". Les connections intermediaires sont initialement aléatoire avec au minimum une connection entre la couche "n+1" et "n", pour avoir toujours un lien entre l'entrée et la sortie et ne pas avoir de probleme lors du calculs de poids des neurones. Au cours de l'apprentissage, on s'attend à ce que le reseau soit de plus en plus structuré.

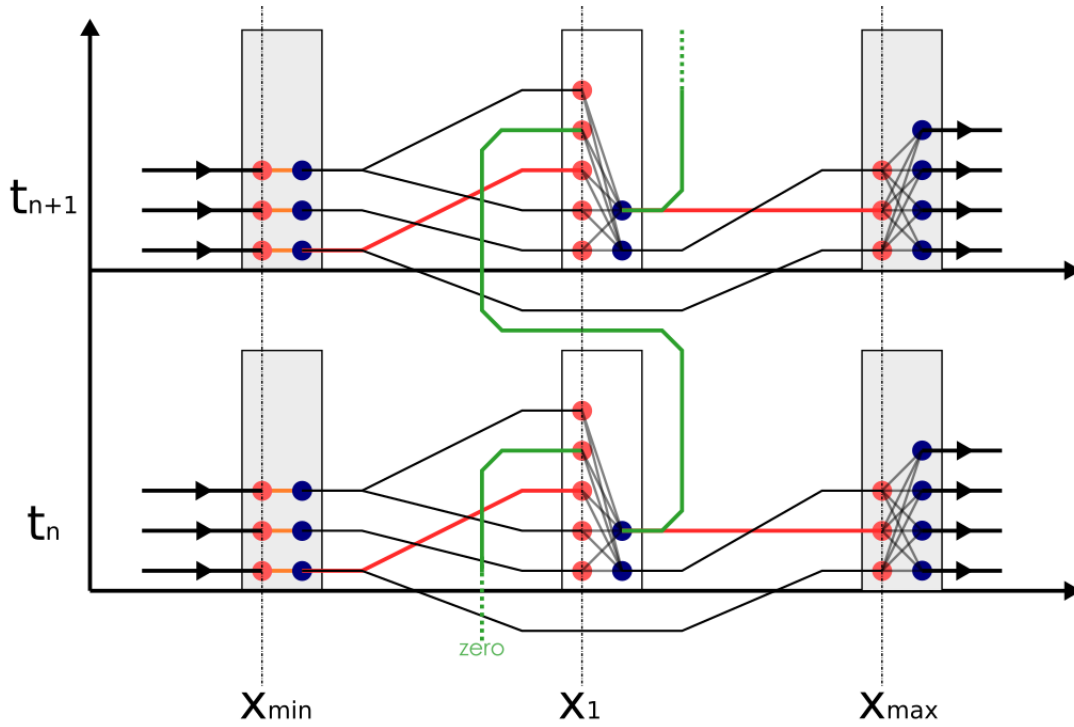


Figure 1: Réseau monocouche à connexion aléatoire; Le même réseau est représenté 2 fois à deux intervalle de temps à la suite, les nombres entrée/sorties sont pour l'exemple. De bas en haut : La commutation entre deux temps. De gauche à droite : L'entrée vers la sortie.

Comme les connexions entre l'entrée d'une couche X_n et la sortie d'une couche en X_{n+m} , avec $m \geq 0$, n'est pas possible pour le calcul de la rétropropagation à un temps donné, on se trouve avec la connexion $X_{n+m,t-1} \rightarrow X_{n,t}$. Ce type de connexion laisse apparaître une forme de réseau récurrent pour le calcul du gradient, mais comme nous voulons éviter la structure artificielle comme LSTM qui empêche le *vanishing gradient* des réseaux récurrents [Hochreiter and Schmidhuber [35] and Pearlmutter [67]], nous avons considéré cette entrée à "t-1" comme une **entrée virtuelle**. Cette entrée virtuelle, n'est pas la solution la plus élégante, mais est la plus flexible dans le cas où les connexions sont complètement désordonnées et réduit le temps de calculs car la taille de l'entraînement reste linéaire. Une couche connectée à une entrée virtuelle d'une couche elle-même connectée à une entrée virtuelle, permet de stocker une information à "t-2", la taille du stockage possible est proportionnelle à la taille du réseau. L'entrée virtuelle consiste au détachement de la sortie du graphe computationnel à l'algorithme du gradient. On obtient un réseau de "neurones à propagation avant" que l'on qualifiera dans le programme de **pseudo-récurrents** à cause des entrées virtuelles.

1.2 Construction du graphe

La topologie du réseau présenté précédemment peut être vue comme un graphe orienté acyclique, en effet, les connexions entre l'entrée X_n et la sortie X_{n+m} sont vues comme des entrées virtuelles indépendantes de la rétropropagation. Les connexions intercouche peuvent être négligées pour la construction initiale du graphe, car elles sont complètement connectées (voir code PyTorch `nn.linear`). Pour les connexions entre les couches, on se retrouve face à plusieurs contraintes :

- Quel est le nombre minimal de connexion pour que le réseau soit complètement connecté ?
- Combien de connexions sont attribuées par couche ?
- Comment attribuer les connexions par couche de neurone ?
- Comment stocker ces informations pour reconstruire le graphe ?

Empiriquement, le nombre total de perceptron dans la couche intermédiaire “ N_h ” est initialement défini comme la racine entière du nombre d’agent par génération d’entraînement et ne peut dépasser 32.

Propriétés “Unicité des entrée” : Les liens/connections entre les différentes couches de neurones dépend de celle ci. On peut se connecter plusieurs fois à une sortie, mais “une” entrée n’a qu’une “seule et unique” entrée.

À partir de cette propriétés, si on veut que toute les entrée soit non vide, on peut définir le nombre minimal de connection pour notre reseau comme la somme du nombre de perceptron de la couche intermédiaire “ N_h ” et du nombre de perceptron en entrée “ N_i ”. Ainsi, pour que le graphe soit complet, la relations du nombre minimal de connection “ C_{min} ” est :

$$C_{min} = N_h + N_i$$

Le nombre de connection total “ C_{tot} ” est ensuite attribué aléatoirement dans l’intervall $[C_{min}, 2C_{min}]$. Puis le nombre de couche intermediaire du reseau “ N_L ” est attribué aléatoirement dans l’intervall $[1, C_{tot}]$. Lorsque que “ C_{tot} ” et “ N_L ” sont défini, il reste à définir le nombre de connection et de perceptron que va avoir chaque couche de neurone.

Propriétés “Connection limité” : Il ne peut y avoir moins de “une et unique” connection par couche, mais elle ne peut dépasser l’écart entre “ C_{tot} ” et “ N_L ”.

Propriétés “Perceptron limité” : Il ne peut y avoir moins d’“un seule et unique” perceptron par couche, mais elle ne peut dépasser l’écart entre “ N_h ” et “ N_L ”.

À partir de ces deux propriétés, on peut définir par récurrence l’attribution aléatoire du nombre de connection et perceptron par couche intermediaire de neurone. Le schéma de l’évolution de la densité de probabilité uniforme à discrétiser est le suivant :

$$f_{C_n}(x) = \begin{cases} \frac{1}{(C_{tot}-C_{n-1}-N_L-n)-1} & \text{pour } 1 \leq x \leq (C_{tot} - C_{n-1} - N_L - n) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$f_{N_n}(x) = \begin{cases} \frac{1}{(N_h-N_{n-1}-N_L-n)-1} & \text{pour } 1 \leq x \leq (N_h - N_{n-1} - N_L - n) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Une fois l’attribution du nombre de connection réalisé par couche, il est necessaire de positionner ces couches spatialement pour le calcul de la rétropropagation. Dans notre cas, nous avons limité le nombre de couche à 32, avec une seule et unique couche possible par position spatiale discrete. Ainsi la position des couches intermediaire est attribué aléatoirement et sans remplacement dans l’intervall $[1; 31]$, où la position **zero** est reservé à l’entrée et **32** à la sortie. Les positions spatiales des couches de neurone n’influence pas le calcul de la rétropropagation, ainsi, les connection entre couche sont relative à l’ordre positionnel. On stocke ensuite l’ensemble des connection possible dans une liste. Mais une fois le positionnement des couches réalisé, comment connecter les noeud de facon à ce qu’il y ait un lien entre l’entrée et la sortie et qu’il n’y ait pas que des entrée virtuelle ?

Pour cette question, nous avons considéré 3 cas où l’attribution des connections suit des loi uniforme discrétisé avec des densité de probabilité différente. On distingue les 3 cas suivants :

1. La premiere connection : on se connecte à l’une des sortie de la couche la plus proche derriere, si c’est la premiere, on se connecte à l’une des sortie des neurones d’entree. En effet, il est necessaire qu’il y est au moins un chemin qui mene d’entrée vers la sortie pour la retropropagation, ce cas garantis cette condition.

La probabilité est directement défini par $P(X_k) = \begin{cases} 1 & X_k = X_{k+1} - 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ pour ce cas.

2. Tant que toute les connections n’ont pas été attribué : On privilégie les connections vers l’arriere à 2/3 des probabilité. De cette facon, on limite l’excess d’entrée virtuelle sans que cela ne soit impossible. Cette regle à été défini empiriquement et ne semble pas avoir d’effet sur le processus de selection sur le long termes (non calculé). La probabilité est calculé à partir de la discretisation de la densité de probabilité discrétisé

$$f_X = \begin{cases} \frac{2}{3} & \text{pour } a \leq x \leq b \\ \frac{1}{3} & \text{pour } b \leq x \leq c \text{ dans ce cas.} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3. Lorsque toute les connection avec les neurones de sortie ont été au moins attribué une fois, alors il n’y a plus de contrainte spatiale au choix des neurones de sortie : La probabilité suit une loi uniforme sur l’ensemble de l’intervalle de definition spatiale.

Au cours de ce processus, les connections des couches au sortie sont listées dans l'ordre d'attribution par couche, ce qui nous donne une liste d'adjacence par couche. Chacune des listes ont par définition la taille du nombre de connection par couche. En representant l'ensemble des listes dans une matrice d'adjacence, on remarque que la diagonale sépare les connections en amont des connection en aval. La matrice à par définition la structure d'un graph orienté.

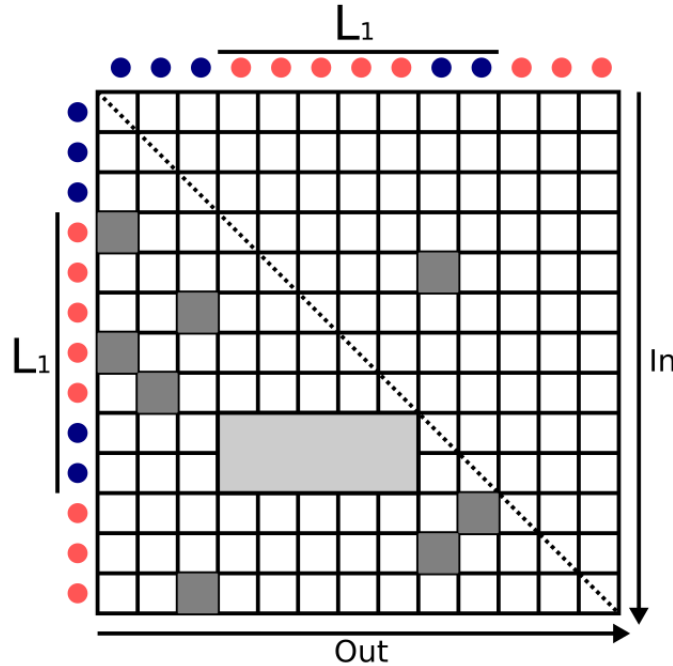


Figure 2: Matrice adjacente des liens du reseau de neurone précédent. En rouge, les noeud de connection (entrée d'une couche) et en bleu, les noeuds de perceptron (sortie de couche). Les case grisé correspondent à une connection de poids constants (1 par défauts).

Cette matrice, n'est pas utiliser dans le processus de restructuration du reseau. La matrice etant creuse, on peut se limiter à un ensemble de liste adjacente par couche de neurone. La representation en liste simplifie la restructuration du reseau et optimise la taille d'utilisation de la mémoire. Cette matrice sera toutefois necessaire pour l'analyse des donnée de graphe, on la reconstruiera à posteriori. Les connection intercouches representé en gris clair sur la [Fig 2.] ne sont pas stocké en mémoire car ils sont définit par des opérations tensoriel déjà implémenté.

2 Methodes d'apprentissage

Les methodes d'apprentissages standards ont besoin d'un grand nombre de donnée pour que l'ajustement des poids permettent à un modele d'etre prédictif [Malinowski, Zurada, et al. [51]]. Avec l'ere du Big Data, cette approche fut concluante, meme si elle risque de favoriser le surapprentissage d'un reseau en classifiant trop avec les données d'entrainement [Al-Jarrah, Yoo, et al. [3]] et peut-etre considéré par certain comme une fausse piste [Fjelland [25]]. Pour autant, dans le vivant et d'apres les théories de l'apprentissage, il n'y a pas besoin d'un tres grand nombre d'experience pour qu'un cerveau apprenne efficacement un probleme [Mowrer [62]] ou soit conditionné [Pavlov [66]], et l'on peut apprendre de plusieurs facons, soit par la répétition, soit par le jeu [Stengel [82]]. Dans certain cas, le cerveau est meme pré-cablé chez certaine espece pour repondre à certaine fonction, on peut citer comme exemple la marche des enfants à la naissance [Modrell and Tadi [58]] ou des mammifere juvénile "proie" [Garwicz, Christensson, et al. [29]]. C'est le principe de fonctionnalisation cérébrale qu'on essaye ici de reconstituer en selectionnant des reseau "optimum" à la descente de gradient d'un probleme de decision. A partir du graphe vu precedement, on peut reconstruire les connections entre les différentes couches du *reseau de neurones à propagation avant*. L'algorithme "forward" de la plupart des bibliothèques logiciel se retrouve restructuré, mais est compatible avec la structure des

graphes computationnels classiques.

Algorithm 1 Forward construction by Adjency List; **X** correspond au Tenseur d'entrée de taille I*Batch. **NET** correspond au information des neurones (index, position, liste adjacente). **Trace** correspond à la mise en mémoire des sorties des couches modulés des liste de neurones **Layers** (PyTorch : *nn.ModuleList*). **h** correspond à la copie détaché de la liste des Tenseurs Trace à t-1.

```

Batch size, Input size ← dim(X)
BATCH_ ← np.arange(len(x))
Trace[-1] ← Layers[-1](X.view(Batch size, Input size,1)).view(Batch size, Input size)
for i, network index ordered by position do :

    tensor ← []
    for j,k in NET[i, -1] :
        if j == 0 :
            tensor += [Trace[-1][BATCH_,None,k]]
        else :
            if (NET[i, 3] >= NET[i, 3]) :
                tensor += [h[j][BATCH_,None,k]]
            else :
                tensor += [Trace[j][BATCH_,None,k]]
    tensor_in ← torch.cat(tensor, dim=1)
    Trace[i] ← Layers[i](tensor_in)
    Trace[-2] ← Layers[-2](tensor_in)

for t in range(len(Trace)):
    h[t][BATCH_] ← Trace[t][BATCH_].detach()

return Trace[i], Trace[-2]

```

Une fois le reseau completement cablé, celui ci est equivalent à un *réseau à propagation avant* avec plusieurs entrée intermédiaire. Ces entrée intermédiaire corresponde comme on l'a vu dans la partie precedante au *entrée virtuelle*. L'objectif qui suit est d'optimiser le calcul de la fonction de cout $J(a, b)$ avec $J(a, b) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (f - y)$. Dans notre cas, on distingue deux etapes dans l'optimisation du calcul la fonction de perte, d'abord à "**temps courts**" qui correspond à un apprentissage classique de descente de gradient à chaque cycle de reproduction, et à "**temps long**" où l'on va selectionner à chaque étapes les reseau qui auront le mieux reussi pendant de l'entrainement à temps court. La premiere étapes correspond à une methodes classique en apprentissage par renforcement, le Q-learning, la seconde, plus exploratoire, correspond à l'ajout de mutation dans le graphe du reseau qui va changer les connections entre les différents noeuds.

2.1 Temps courts : Q-Learning

A temps courts on cherche un algorithme de descente de gradient adapté à notre probleme. La plupart du temps, on donne un jeu de donnée d'entrainement adapté à un probleme, comme par exemple *MNIST* pour la reconnaissance des chiffres au format image [Deng [24]], ou encore, *ImageNet* pour la detection et classification d'image d'objet. Dans notre cas, on a essaie de reproduire un systeme "vivant" caractérisé par un automate cellulaire [Voir partie suivante]. Ainsi, le système suit une succession d'états et d'action distincts dans le temps et ceci en fonction de probabilités de transitions. L'evolution du systeme correspond à un processus de decision markovien, représenté par une chaine de markov. Une chaine de markov est une suite de variable aléatoire (X_n) dans l'espace probabilisé (E, B, P) , où pour chaque n , sachant X_n, X_{n+1} indépendant de X_k , on a la probabilité de transition (Hypothèse de Markov) [Markov [52]] :

$$P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_1 = i_1, \dots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n)$$

Dans notre cas, on associe à chaque transition, des action et des récompense associé à l'agent de façon à le guider dans le temps. On peut représenter cela suivant le couple de matrices (T, R) , où T correspond à la matrice de transition et R , la matrice des récompense. La complexité est que l'on ne connaît pas la probabilité de transition. Le but dans un processus décisionnel markovien est de trouver une bonne « politique » pour le décideur : une fonction π qui spécifie l'action $\pi(s)$ que le décideur choisira lorsqu'il sera dans l'état s . Une politique décrit les choix des actions à jouer par l'agent dans chaque état. L'agent choisit une politique à l'aide de la fonction de récompense R . Lorsqu'une politique et un critère sont déterminés, deux fonctions centrales peuvent être définies : V , la fonction valeurs des états qui représente le gain engrangé par l'agent s'il démarre à l'état s et Q , la fonction de valeur des états-actions qui représente le gain engrangé par l'agent s'il démarre à l'état s et commence par effectuer l'action a . Les expressions de V et Q , sont ainsi déterminées par les relations de récurrence :

$$\begin{aligned} V_{k+1}(s) &= (1 - \alpha)V_k(s) + \alpha[r + \gamma V_k(s')] \\ Q_{k+1}(s, a) &= (1 - \alpha)Q_k(s, a) + \alpha[r + \gamma \max_{a'} Q_k(s', a')] \end{aligned}$$

Cette dernière correspond à l'*équation de Bellman* [Bellman [8]] et c'est elle qui est utilisée pour calculer la fonction de coût du réseau de neurone lorsqu'on réalise une action. La première équation ne peut être utilisée seule car elle nous donne l'efficacité de l'agent pour une action donnée, mais peut être utilisée en cas d'utilisation de réseau adversariaux [Konda and Tsitsiklis [47]]. Dans notre cas, on réalise initialement une suite d'événements avec une matrice de transition aléatoire (réseau non entraîné), puis on calcule la fonction de perte entre la prédiction des valeurs Q obtenue au cours de l'expérience avant l'action et le résultat de l'équation de Bellman Q après l'action d'un batch d'entraînement donnée, puis on répète N_{cycle} fois cette étape avant le prochain cycle de reproduction.

Code PyTorch :

```
old_state, action, new_state, reward, DONE = MEMORY
actor = MODEL(old_state)
pred_q_values_batch = torch.sum(actor.gather(1, action), dim=1).detach()
pred_q_values_next = MODEL(new_state)
target_q_values_batch = reward + (1-DONE)*GAMMA*torch.max(pred_q_values_next, 1)[0]
MODEL.zero_grad()
loss = criterion(pred_q_values_batch, target_q_values_batch)
```

L'action "acteur" correspond à la sortie du réseau, et correspond à la probabilité d'action optimale. Normalement, à chaque pas de temps, on choisit la valeur maximale en sortie du réseau et l'on attribue une probabilité d'action aléatoire, c'est le **dilemme exploration-exploitation**. Ce dilemme permet au réseau de neurone d'explorer des paramètres et de ne pas se stabiliser dans une vallée non optimale. Mais dans notre cas, nous avons choisi d'attribuer une probabilité d'action à chaque "*pas*" de l'entraînement à partir de la sortie du réseau, qui est équivalent à un dilemme d'exploration-exploitation.

Code Python :

```
DILEMNA = np.squeeze(action_probs.detach().numpy())
p_norm = DILEMNA/DILEMNA.sum()
next_action = np.random.choice(self.IO[1], p=p_norm)
```

2.2 Temps longs : Structure neuronale

À partir des différents modèles de réseau entraînés à temps courts, l'objectif qui suit est de sélectionner ceux qui ont eu le meilleur score d'entraînement, puis de modifier légèrement la structure du graphe neuronal. Le calcul des scores est relatif à l'environnement d'entraînement et est très utilisé dans les modèles évolutifs. L'attribution des points sera plus détaillée dans la partie 3. Le principe est le suivant : Lors du premier entraînement à temps court, on a N_r réseaux en parallèle et distincts, chacun va suivre le processus d'entraînement vu dans la sous-partie précédente. Ensuite, les N_b réseaux ayant le meilleur score sont sélectionnés, N_b réseaux gardent la même topologie pour le cycle suivant, N_m réseaux par N_b meilleurs réseaux héritent d'une mutation aléatoire. Enfin N_c nouveaux réseaux aléatoires sont introduits dans le processus d'entraînement suivant, ceux-ci peuvent hériter de paramètres optimisés des réseaux précédents, mais pas de la structure du réseau, c'est les réseaux "compétiteurs". Les nombres d'agents sont définis comme $N_r = (N_b + 1)^2$, de façon à ce que N_r est une racine entière, $N_m = N_b$, tel que le nombre total de mutations soit $N_{mtot} = N_b^2$ et enfin $N_c = N_b + 1$, de cette façon, on a bien $N_r = N_b + N_{mtot} + N_c$. Dans notre modèle, on distingue 5 types de mutations sur le graphe neuronal :

1. Ajouter une connection : Ne change pas le nombre de couche neural, mais ajoute une connection à l'une d'entre elle. Comme on n'ajoute pas de neurone, la liste des connections possible ne change pas et la nouveau noeud va etre connecté aléatoirement à une neurone pre-existant.
2. Ajouter un neurone à l'une des couches : Comme on ajoute une connection de sortie possible, on renouvelle la liste des connection. Mais vue que le reseau doit etre complet, on rajoute également une connection dans l'une des couches qui va se connecter exclusivement à cette derniere connection de sortie.
3. Ajouter une couche 1*1 : L'ajout d'une couche n'est composé que d'une connection d'entrée et d'une seule et unique sortie, ce qu'y est equivalent à un seul neurone. La position de la couche doit etre différent de celle precedante et compris entre $[1, 31]$. L'entrée de cette nouvelle couche se connecte uniquement vers l'arriere (pas forcement ? juste position différent ?), par contre, il n'est pas necessaire que la sortie soit connecté vers l'avant, le reseau etant complet, seul lui meme est interdit. Si ce neurone se connecte vers l'arriere, il devient equivalent à un générateur d'entrée virtuelle. Comme on ajoute une connection de sortie, la liste de connection et une nouvelle connection est ajouté tout comme l'ajout d'un neurone. **(necessite correction)**
4. Enlever une connection doublon : Enlever une connection quelconque n'a pas été envisagé dans notre cas, car ils changerait radicalement la structure du reseau. En effet, elle supprimerai possiblement plusieurs connection, ce qui rendrait fortement le reseau incomplet. Par contre, comme le reseau peut etre connecté plusieurs fois à la meme sortie, il est possible d'enlever une connection doublon. Cela ne changerait pas la liste des connections de sortie possible. **(necessite correction)**
5. Enlever un neurone : Cette opération contient deux contrainte, on ne peut pas supprimer un neurone qui correspond au premier lien d'une couche donnée et que le décalage des connections soit possible. Corrolaire des définitions : on ne peut pas supprimer une couche qui ne contient qu'un seul et unique neurone et de meme pour la connection d'entrée. Tout comme l'ajout de neurone, la liste des connections de sortie possible est mise à jours. **(necessite correction)**

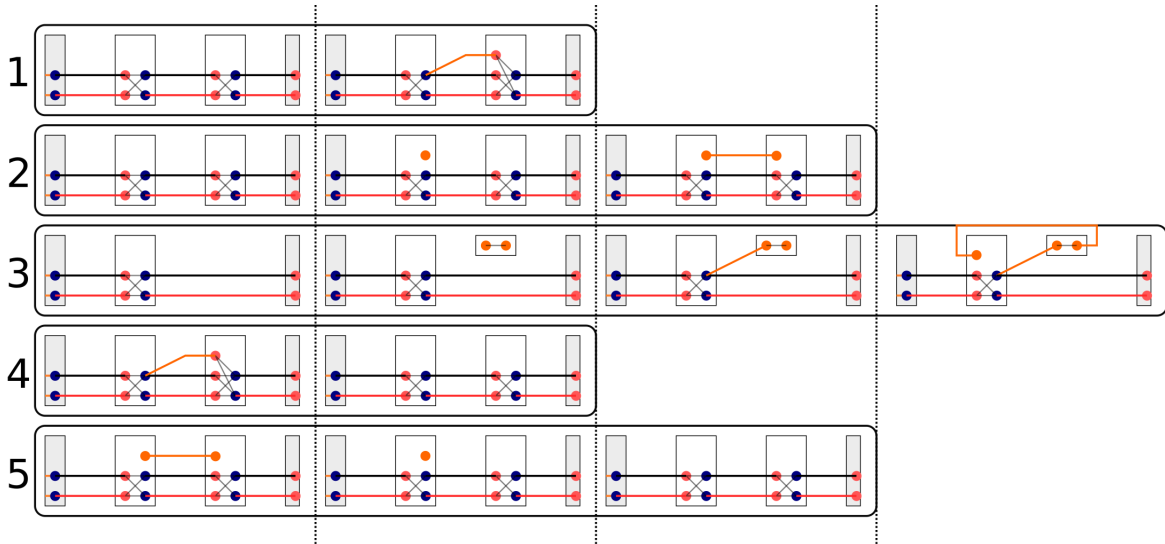


Figure 3: Algorithmme visuel des mutations. Respectivement les 5 types de mutations citer en paragraphes. De gauche à droite, l'état initial vers l'état final. Les propriétés du graphe sont à titre indicatives, cette representation tres simplifié ne reflete pas l'optimum d'une fonction. Les opérations $1 \leftrightarrow 4$ et $2 \leftrightarrow 5$ sont symetriques, l'operation 3, n'a pas de symetrie stable simple.

Dans notre modele, on conserve au minimum un neurone par couche et toujours le premier, et on ne supprime pas les couches de neurone. Ce choix plus simple permet de conserver la symetrie des opérations $1 \leftrightarrow 4$ et $2 \leftrightarrow 5$ [voir Fig 3], mais aussi de maintenir une structure vestigiale du reseau. En effet, au cours de l'evolution certaine structure sont maintenu, mais ne sont pas les choix optimums por remplir certaine fonction. Par exemple, le chemin

qu'emprunte les vaisseau sanguin entre la tete et le coeur chez les mammifere emprunte un chemin non optimal, pourtant il est maintenu car serait trop couteux evolutivement pour changer de trajectoire [Smith, Burian, et al. [80]]. La vallée de stabilité évolutive lié à ce choix criticable est plus abordé en discussion.

3 Regles du jeu : TAG-GAME

Dans le cadre des processus de decision markovien, les donnée sont généré au cours de l'entraînement, c'est l'**environnement** d'entraînement. Cet environnement contient des regles et s'apparente à un jeu, la bibliotques la plus utilisé en python est *OpenGym* et sa structure à servi d'exemple pour realiser l'environnement de notre probleme. Dans notre cas, on souhaite reproduire certaine stratégie de survie que l'on observe dans le vivant, en particulier, les stratégies de prédatons et de fuites d'une proie. On a choisi pour cela le **jeu du chat et de la souris**, ou *Tag game* en anglais, en effet, on alterne entre proie lorsqu'on est souris, et prédateurs lorsqu'on est chat, ce qui pousse le modele à s'adapter à deux configurations différente. Le chats et la souris ont des "couleurs" différentes suivant les états chat/souris/adversaire/agent. Les étapes d'une partie sont les suivantes :

1. Initialement, l'agent est une proie "la souris". Il doit eviter de se faire attraper par le prédateur, "le chat". Le prédateur n'est pas un agent "intelligent", celui-ci calcul uniquement le déplacement optimal qui minimise la distance euclidienne entre le chat et la souris pour l'etat suivant. ***Chat = 1, Souris = 2.***
2. Lorsque l'agent se fait "attraper" par le prédateur, il en devient lui meme un et les role s'inverse. L'agent doit maintenant attraper la proie, la nouvelle souris. La souris cette fois n'est pas un agent "intelligent", celui ci calcul uniquement le déplacement optimal qui maximise la distance euclidienne entre le chat et la souris pour l'etat suivant. ***Chat = 3, Souris = 4.*** La nouvelle position des agents/adversaire est calculer comme la collision entre les deux pour ne pas rester bloquer sur la meme position au temps $t+1$. La collision est définit comme la symmetrie axiale des deux vecteurs de deplacement à l'instant t , soit les deux équations (**à implementer**) :

$$\bullet \begin{cases} Thales \\ Pythagore \end{cases}$$

3. On revient à l'etapes 1 si l'agent attrape la souris, la partie s'arrete apres N_g pas de temps.

On a dans ce cas, un agent qui interagit avec un environnement de jeu. L'agent contient les informations de **vue** et d'**action** qui va transmettre à l'environnement. L'environnement contient les information de la position de l'agent et son adversaire, ainsi que les regles de jeu et comptage de points. L'environnement peut etre vue comme une grille à limite périodique (CLP) de dimension $N \times M$ où les agents et adversaire sont des automates cellulaires avec des fonctionnement différents. L'agent dispose de 9 entrée "états", 3 sortie "action" et un reseau de neurone entre les deux, où les propriété positionnel entrée/sortie sur la grille sont généré aléatoirement en debut d'experience, puis maintenu à la descendance. Ainsi, l'agent lit 9 case sur une grille 5×5 centré sur la position de l'agent, soit 36% de son environnement local, et l'agent se déplace d'une seul case parmit 3 mouvement d'une grille 3×3 centré sur la position de l'agent, soit 33,3% de son environnement local. Par contre, l'adversaire voit uniquement la position de l'agent et de lui-meme, mais n'est qu'une fonction mathématique se deplacant suivant 4 trajectoires, haut (0,1), bas (0,-1), gauche (-1,0) et droite (1,0), minimisant ou maximisant la distance entre elle et l'agent suivant son état "chat" ou "souris". La informations positionnel sont discretisé (grille), le calcul du déplacement de l'adversaire revient à :

$$\begin{cases} d_2 = \sqrt{(v_{adv} - v_{agent})^2} \\ m_{vt} = \begin{cases} m_{vt} - \min(d_2) & \text{if IT} \\ m_{vt} + \max(d_2) & \text{else} \end{cases} \end{cases}$$

Enfin, l'environnement attribue des points à chaque étapes du jeu, l'ensemble des points donne le score de l'agent. L'attribution des points à l'agent est un parametre important en apprentissage par renforcement, un desequilibre des points peut rendre soit un agent tres "agressif" ou encore à l'opposé "passif" [Peter Auer 2002]. Pour cela, les points ont été reflechi en fonction de la taille de grille de jeu, pour une grille de jeu 16×16 , la moyenne des déplacement pour atteindre le centre quelque soit la position est d'environ 8 déplacement. Dans cette configuration, pour un calcul équilibré, les comptages des points sont les suivants :

- -1 par “pas” de temps où l’agent est un prédateur “chat”
- +10 si l’agent attrape la proie “souris” et devient la proie à son tour.
- +1 par “pas” de temps où l’agent est une proie “souris”.
- -10 si l’agent est attrapé par le prédateur “chat” et devient le prédateur à son tour.

Corrolaire : L’agent restant le plus longtemps sous l’état proie (souris) et le moins longtemps sous l’état prédateur (chats) à le plus grand score de jeu.

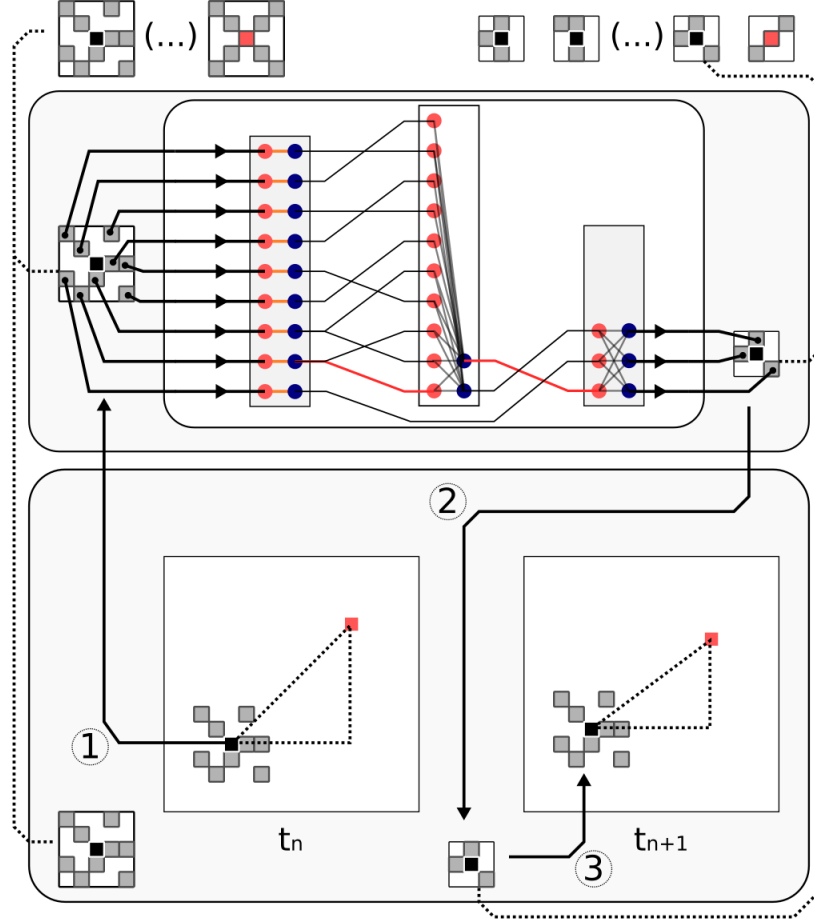


Figure 4: Les interactions entre un agent et un environnement de jeu. En haut, la génération aléatoire des positions relative possible des entree et sortie. Suivi des interactions entre l’agent en haut et l’environnement de jeu en bas. 1 : envoi de l’environnement des informations d’entrée (pixel) à l’agent; 2 : envoi de l’information de sortie de l’agent (mouvement) à l’environnement; 3 : mise à jour de la carte de jeu, l’adversaire effectue son déplacement à ce moment.

Les case des positions relative d’entrée et de sortie sont défini aléatoirement, mais comme le pourcentage des case utilisé sur la grille est au alentour de 35%, les combinaisons possibles sont de l’ordre factoriel. Pour la sortie, on a 3 positions parmi un total de 9 cases, ce qui donne $\binom{9}{3} = 84$ et comme le probleme est symetrique au 4 mouvement de l’adversaire (exemple : $(1, 2, 3) \iff (7, 8, 9)$), le nombre de combinaison est de l’ordre du nombre du nombre d’agent par génération. Par contre, pour l’entrée, on a 9 positions parmi un total de 25 cases, ce qui donne $\binom{25}{9} = 2042975$ ce qui pose un probleme de convergence de la vision optimal. Mais, comme les quadrant d’observation sont equivalent, on peut considerer uniquement les 9 cases par quadrant, ce qui nous donne

par ratio de 36% $\left(\frac{9}{3}\right) = 84$, cela est presque un ordre au dessus du nombre de génération et ne pose moins probleme de stabilité. Les cases ayant obtenu les meilleurs scores sont classé dans l'ordre et l'on attribue la somme des points par case sur les grilles d'observation et d'action. La normalisation de la grille donne la probabilité de choisir l'une des cases pour les etapes suivantes des "challenger" et sera plus abordé dans la partie résultats. Pour les action, on observe quelque cas typique : 3-cyclique (Exemple : $(1, 6, 8) \Rightarrow (\nearrow, \downarrow, \rightarrow)$), 4-cyclique (Exemple : $(1, 3, 8) \Rightarrow (\nearrow, \downarrow, \downarrow, \nearrow)$), semi-2-cyclique (Exemple : $(2, 6, 8)$), asymétrique (Exemple : $(1, 2, 3)$) et statique (Exemple : $(1, 5, 8)$). Les positions des entrée et des sorties sont donc aussi selectionné dans le processus evolutif des agents.

Résultats

Pour générer l'ensemble des données experimentale, il est necessaire d'avoir plusieurs agents par génération pour la convergence de la densité de probabilité des positions d'entre/sortie et plusieurs génération pour verifier s'il y a une convergence des structures neuronales. Pour que le nombre d'agent par génération soit de l'ordre du nombre de combinaison d'entree/sortie, nous avons choisi 25 agents par cycle de reproduction. 25 est le carré de 5, ce qui compatible avec l'algorithme de mutation de la structure neuronale. Ce qui donne, 4 meilleurs agents par cycle, ceux ci sont maintenu au prochain cycle et chacun recoit 4 mutation, ce qui fait 20 agents ayant des propriétés analogue à la génération precedante, les 5 restants sont des nouveaux agents avec des structures neuronale aléatoire, mais avec informations d'entrée/sortie hérité de la densité de probabilité des evement precedant. Les grilles de jeu sont de 16×16 , ce qui permet à l'agent de pas voir tout le plan de jeu, mais ne pas que l'adversaire soit trop loin lorsque l'agent est un prédateur. L'avantage de cette configuration est que l'on peut représenter l'ensemble des environnement à un temps donnée par une grille $(5*16) \times (5*16)$, ce qui facilité la visualisation et l'interpretation des resultats. Il est possible aussi de représenter cette grille par décomposition de deux nombre premier si le nombre d'agents par cycle n'est pas le carré d'un nombre. Cette methode correspond à la verification de la parité puis recurrence des nombre impaire jusqu'à la racine entiere supérieur du module du nombre d'agent par génération :

$n \% \begin{cases} 2 \\ \text{impair}(\sqrt{n}) \end{cases}$. Cette derniere n'a pas été utilisé ici, mais est inclu dans le programme.

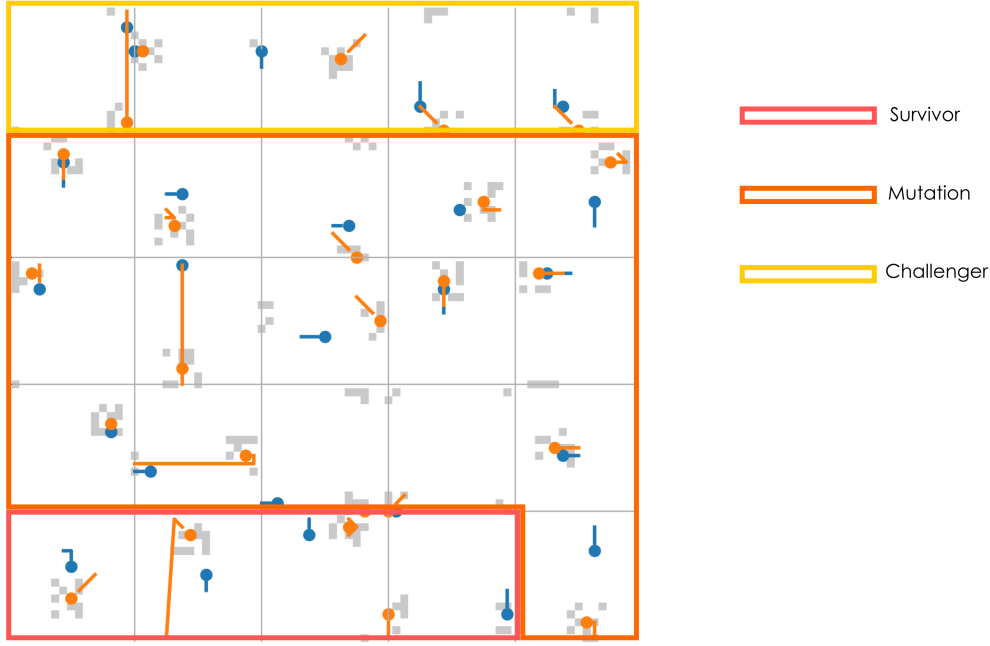


Figure 5: Représentation d'une donnée expérimentale à un instant t . En encadré, les différentes catégories d'agent (survivant, mutation et compétiteur). En points bleu, les adversaires et en orange, l'agent intelligent. Les cases grisé corresponde à la vue de l'agent à un instant t .

Le nombre de génération n'est pas clairement défini, mais peut, tout comme le nombre d'agent par génération, être justifié par la loi des grands nombres, si l'on considère que la loi de probabilité à une espérance. On va donc vérifier, pour 25 agents par génération, combien, il faudrait pour que la densité moyenne des entrées et des sorties converge. Soit $N_a = 25$, le nombre de d'agent par génération, $N_c = 84$ le nombre de configuration de combinaison maximal entre entrée et sortie et N_g le nombre de génération que l'on cherche. Soit X_n , la variable aléatoire indépendante nous donnant une combinaison à chaque tirage, la limite à l'infini de l'inégalité de Markov devient :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\left|\frac{1}{N_g} X - p\right| \leq \varepsilon\right) = 0$$

De cette façon, la moyenne est un estimateur de l'espérance. On trouve pour un ε de 1% et d'un calcul par itération directe, une valeur de 10 générations pour que la moyenne converge. Cette approximation n'est pas valable pour la convergence du réseau de neurone, ainsi, on considère que les données expérimentales seront exploitables qu'à partir de $N_g > 10$.

4 Caractérisation de la convergence de la densité positionnelle des entrées/sorties

L'entrée de l'agent est définie comme la combinaison de 9 cases parmi 25, sa sortie est définie comme la combinaison de 3 cases parmi 9 [Section §3]. On cherche à vérifier l'existence ou non des configurations "vue" et "déplacement" optimales au problème du jeu du chat et la souris. Dans notre cas, à chaque cycle de reproduction, on ordonne les scores pour chacun des agents, et on additionne les scores obtenus par case de la grille de l'agent sur la grille complète. Comme le problème est symétrique suivant les 4 directions, on considère les 4 rotations de $k\pi/2$ dans le comptage des points. On réalise cela par le produit matriciel des positions centrées avec la matrice de rotation

$\begin{pmatrix} x_0 + x_c & y_0 + y_c \\ \vdots & \vdots \\ x_n + x_c & y_n + y_c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$. La normalisation de la grille nous donne la proportion des meilleurs scores obtenus des événements aléatoires. Si l'on considère que la distribution suit une loi avec espérance, alors le

théoreme de transfert nous permet d'exprimer l'espérance d'une fonction d'une variable aléatoire X_n en fonction d'une intégrale convergente. Numériquement, il correspond au methode de *Monte-Carlo* [Metropolis and Ulam [56]], décrit comme :

$$G = E[g(X)] = \int g(x)f_X(x)dx$$

A partir de ce calcul, on obtient la densité de probabilité de succes lorsqu'on génère une nouvelle grille d'entrée "vue" et de sortie "déplacement". Par la loi des grands nombres, on a vue que cette densité convergent au moins à partir de 10 cycle de reproduction. On peut ainsi représenter ces deux densités sur des grilles à deux dimensions.

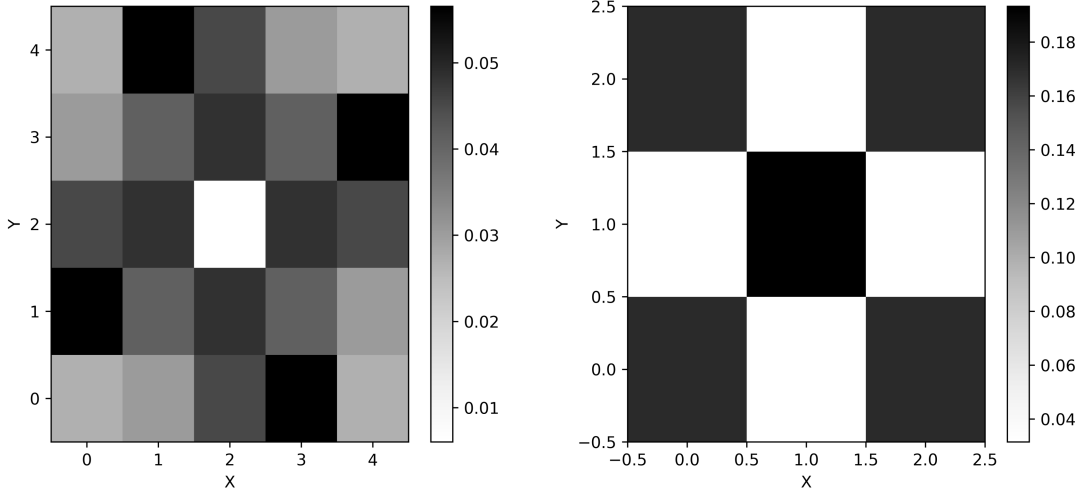


Figure 6: Mesure de la densité positionnel de succes des entree/sorties. A gauche, l'entree correspondant à la vue de l'agent et à droite la sortie, correspondant au mouvement relatif de l'agent. En nuance de gris le niveau de probabilité d'avoir plus de succes avec cette case.

On obtient pour l'entrée et la sortie deux distributions spatiale différente [voir Figure 6]. Pour l'entrée on observe 4 positions dominantes et 1 position centrale faible. Pour la sortie, on observe 4 positions en diagonale forte. En entree, l'ensemble des positions (0, 1), (1, 4), (3, 0) et (4, 3) à la probabilité la plus forte et est symétrique à l'ensemble (1, 0), (0, 3), (4, 1) et (3, 4). Cet ensemble d'entrée correspond au position au quasi-extremité de la grille 5 × 5, ce qui pourrait permettre d'anticiper le mouvement de l'adversaire. Ensuite, les positions d'entree (1, 2), (2, 3), (2, 1) et (3, 2) corresponde au case qui entoure le centre de la grille, celle-ci permettent de "voir" l'adversaire lorsque celui ci est au plus proche en terme de mouvement. De plus, ces dernieres prolonge les cases en diagonale precedante. En sortie, on l'ensemble des position (0, 0), (0, 2), (2, 0) et (2, 2) ont par somme, la probabilité la plus forte. Cette ensemble de sortie correspond au position en diagonale. On remarque que les positions qui entoure le centre (0, 1), (1, 0), (1, 2) et (2, 1) ont les probabilités les plus faibles. Ces deux observations sur la sortie implique que le mouvements est privilégié en diagonale et semi-2-cycliques. Ces cases pourrait etre privilégier car l'adversaire n'a que 4 déplacement ($\uparrow, \downarrow, \leftarrow, \rightarrow$) non diagonaux, ce qui donne un avantage en cas de déplacement diagonal. Par contre, l'absence de symetrie complete des mouvements de l'agents ne semble pas etre un désavantage pour l'obtention d'un meilleurs score.

On remarque que les positions optimales en entrée pourrait etre corrélé avec les mouvements optimaux de sortie. En effet, les mouvements diagonaux necessite de savoir si un adversaire est positionné à sa diagonale avant que l'adversaire est fait le mouvement à $t + 1$. Par exemple, si l'agent peut faire les mouvements $(1, 6, 9) \iff (\nwarrow, \emptyset, \swarrow)$, si l'adversaire est en position relative (3, 0), alors en $t + 1$, l'adversaire sera en (3, 1), si l'agent fait le mouvement (\swarrow), dans ce cas, il sera à la meme position que l'adversaire ce qui lui fera perdre des points, alors qu'il sera à la position a plus éloigné si il fait le mouvement (\nwarrow). Pour vérifier la correlation entre l'entrée et la sortie, on peut regarder la convergence des familles de densité des entrées et sorties. Pour cela, on mesure la densité projeté suivant une seule dimension spatiale entre $t = 0$ et $t = N_g$, ainsi que sa variation entre chaque génération.

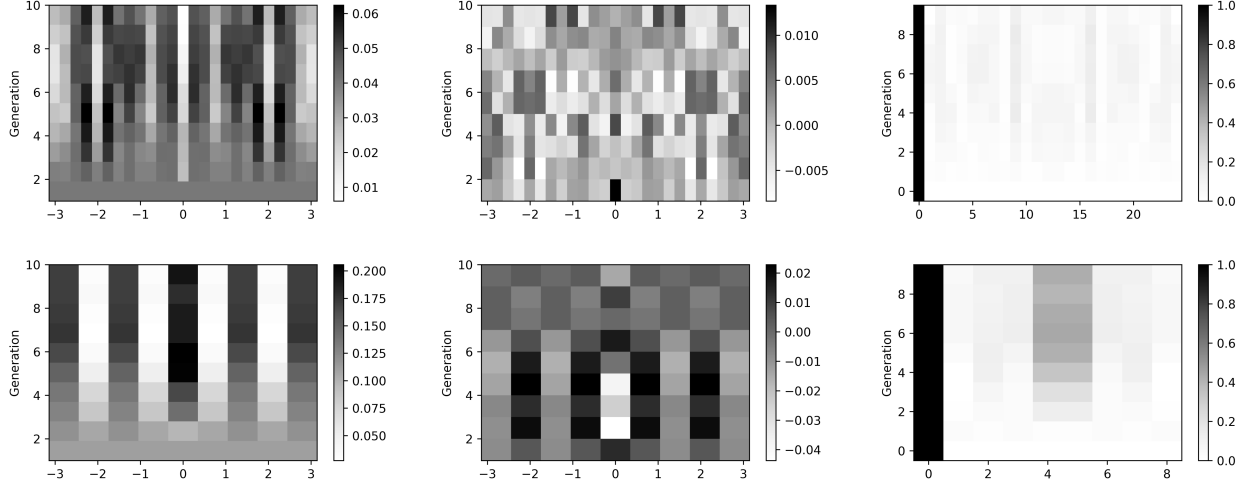


Figure 7: Mesure de la densité positionnel projeté de succes des entree/sorties en fonction du temps. À gauche, l'entrée et à droite la sortie. En haut, la densité de probabilité avec en nuance de gris le niveau de probabilité d'avoir plus de succes avec cette case. Au milieu, la variation de probabilité avec en nuance de gris le niveau de variation. En bas, les frequences harmoniques au cours du temps.

On obtient l'evolution de la distribution spatiale des entrée et des sorties [Voir figure 7]. On observe que pour l'entrée, certaine position se stabilise à partir de la 4eme génération, mais qu'il peut y avoir une alternance des positions en quasi-limite avec des positions plus centrale. Par contre, pour la sortie, les positions sont plus stable et se stabilise complètement à partir de la 5eme générations, la variation de la distribution devient quasi-homogène et semble tendre à etre constant. La variation de l'entrée est bien plus importante, on n'atteind pas d'homogénéité, meme apres 10 cycles, ce qui semble montrer qu'il y a des positions dominante, mais celle-ci oscilleront tout le temps entre plusieurs position : la suite d'entrée est semble etre semi-alternée convergente. La convergence de la suite semi-alternée pour chaque position d'entrée u_n est verifié par le rayon de convergence R_n du critere de Leibnitz :

$$u_n = (-1)^n \epsilon_n \iff R_n \leq |a_{n+1}|$$

Comme la densité de sortie semble etre un invariant, et que l'entrée oscille entre quelques position d'instabilité, on peut considerer qu'il n'influencera pas trop fortement le processus de selection de reseau une fois stabilisé. De meme l'ecart frequenciel des positions defini par la transformée de fourier " $f_j = \sum_{k=0}^{n-1} x_k e^{-\frac{2\pi i}{n} jk}$ " se stabilise (pas sur). Ainsi les challenger qui hériteront de la densité de probabilité d'I/O ne devrait pas influencer leur victoire par leurs propriétés d'entrée/sortie, mais de la nouvelle structure aléatoire. Cette hypothèse forte, sera vérifié dans les parties suivantes et plus discuté en fin de partie.

5 Caractérisation de la connectivité du reseau de neurone

Le reseau de neurone est défini comme un graphe orienté acyclique [1.2]. Comme celui-ci est généré aléatoirement, il est necessaire d'explorer l'etudes de certain parametre de graphes pour caractériser s'il existe ou non des propriétés dominantes au cours de la selection.

Contrairement à la mesure de la densité, au cours de la selection, les agents ayants les meilleurs scores sont selectionnées, mais, les nouvelles structures sont defini aléatoirement comme à l'instant initial. Les agents selectionnée subissent 5 mutations aléatoire, on cherche à mesurer l'effet de la mutation sur la structure du reseau et la selection. Pour cela, on peut représenter l'ensemble des matrice adjacente ayant eu le meilleurs resultats au cours des générations. Le graphes etant dirigée acyclique, il n'y a pas de probleme de *clique* à prendre en compte.

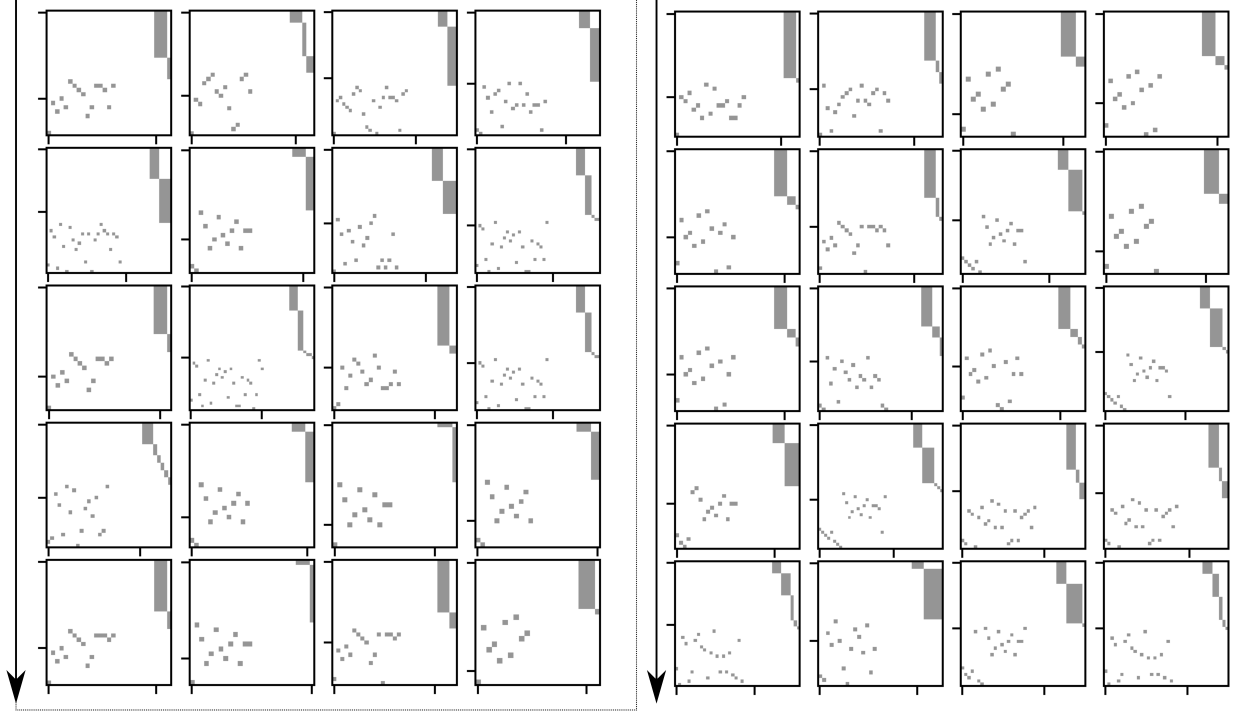


Figure 8: Evolution des reseaux des 4 meilleurs agents par générations. A gauche, de la premiere génération à la 5eme et à droite, de la 5eme à la dernière génération.

On obtient ainsi un ensemble de grille de matrice adjancte de taille $N_b \times N_g$, avec N_g , le nombre de génération et N_b , le nombre de meilleurs agents par génération. On n'obsere pas de structure tres organisé dominante au dixieme cycle, le reseau ne semble pas convergé vers une structure d'équilibre. Pour autant, la matrice adjacente n'est pas suffisante pour avoir les informations des graphes, il est necessaire de verifier certain parametre si l'on veut caractériser le reseau. Pour cela, on va comparer les **indicateurs de centralité**, tel que les “degrées”, “proximité/excentricité”, “intermédiarité” et “centralité propre” entre les 4 meilleurs reseaux et les 4 pires reseaux au cours du temps.

Le degré (ou valence) d'un sommet d'un graphe est le nombre de liens (arêtes ou arcs) reliant ce sommet, avec les boucles comptées deux fois. Il est défini pour un graphes orienté comme (...), tel que $deg(s) = d^+(s) + d^-(s)$. L'intermédiarité, *betweenness* en anglais, est une mesure de centralité d'un sommet d'un graphe. Elle est égale au nombre de fois que ce sommet est sur le chemin le plus court entre deux autres noeuds quelconques du graphe $g(v) = \sum_{s \neq v \neq t} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$ (...). La proximité, *closeness* en anglais, d'un noeud x est défini comme la somme des distances à tous les autres noeuds, et la proximité est définie par Bavelas comme l'inverse de l'éloignement $C(x) = \frac{1}{\sum_y d(y,x)}$. Enfin la centralité propre, ou *eigencentrality* en anglais, est une mesure de l'influence d'un noeud dans un réseau et est défini par l'equation du vecteur propre de l'ensemble des voisin $x_v = \frac{1}{\lambda} \sum_t x_t$.

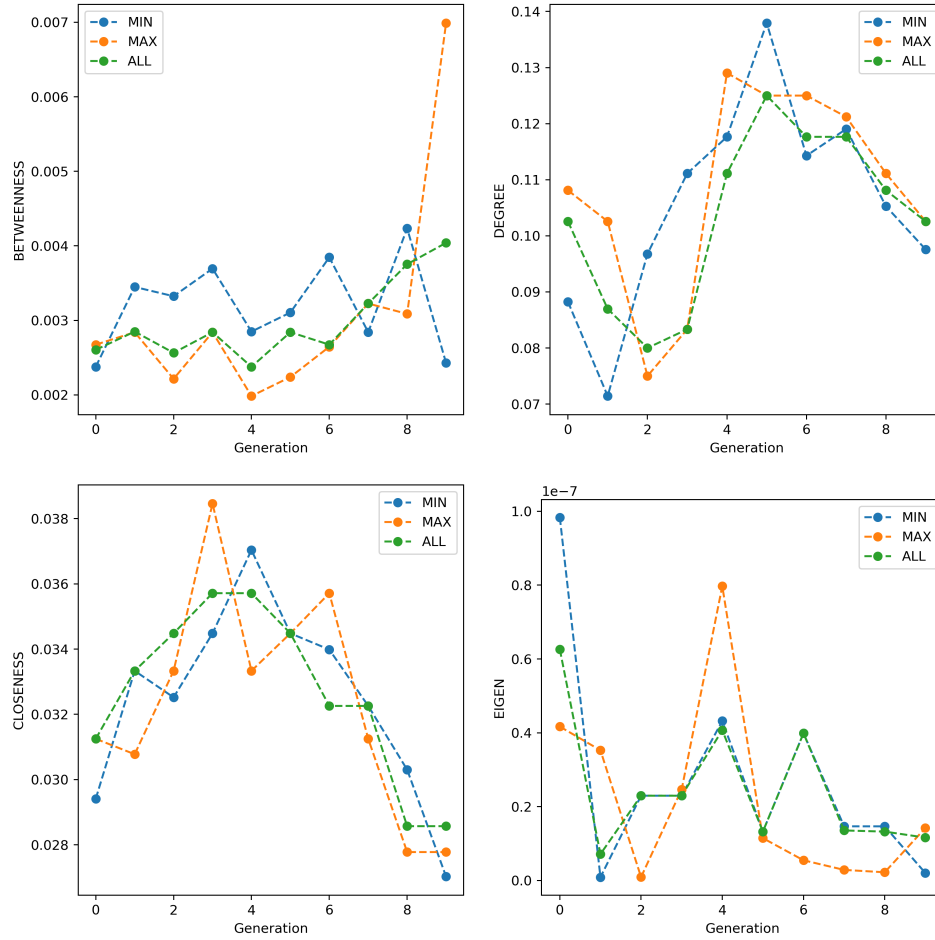


Figure 9: Comparaison des indicateurs de centralité entre les meilleurs et les pire agents. Pour chaque graphe, en abscisse le temps, en ordonnée le parametre “degree”, “betweenness”, “closeness” et “eigen”. Attention, les points sont tres proches, les effets de courbures sont accentué.

Ces différent indicateurs nous donne l'evolution de la centralité des graphes au cours des génération. Elles sont des mesures censées capturer la notion d'importance dans un graphe, en identifiant les sommets les plus significatifs indépendamment des algorithmes d'apprentissage. On obtient ainsi 4 courbes temporelles. On remarque que les courbes de centralité propre et de degré n'ont pas d'impact significatif. Par contre on observe 2 tendances différentes suivant l'indicateurs de proximité et de d'intermédiarité : L'intermédiarité augmente, mais la proximité diminue pour les agents ayant obtenu le plus grands score. Ces deux indicateurs sont plus lié à la structure des chemins qu'au flux de réseau.

Ces deux observations implique que les reseaux les plus optimaux au dernier instant sont plus efficace si le chemins entre l'entrée et la sortie est le plus longs possible, mais avec plus de proximité entre couches. Pour autant, les données sont tres comprimé, ces indicateurs ne sont probablement pas tres corrélé avec l'efficacité du réseau sur le long termes.

6 Caractérisation de la convergence évolutive

Les deux observations précédentes nous ont montré qu'il y a une corrélation entre la convergence des entrées et des sorties, mais qu'il n'y a pas de convergence significative de la centralité du réseau de neurone. Néanmoins, il est possible que la structure du réseau de neurone se conserve et ait un impact sur l'efficacité de résolution du problème du jeu du chat et la souris. Pour cela, il est nécessaire de suivre l'arbre des relations de parenté entre les agents entre

génération, c'est la phylogénèse. Chacun des nœuds de l'arbre représente l'ancêtre commun de ses descendants, soit une "fratrie" de taille N_b . On associe à chaque noeud la valeur du score obtenu, puis on mesure la distance qui sépare le premiere génération mere à la dernière génération pour chaque branche du reseau.

Cette approche consiste à résoudre un probleme de plus court chemin d'un graphe orienté acyclique. Tel qu'on minimise $\sum_{i,j \in A} w(i,j)x_{ij}$, avec $w(i,j)$, le cout de l'arc (i,j) . L'approche permet de quantifier le nombre de génération où une famille d'agent arrive à être conservé au cours du temps et à partir de combien de génération, on observe un agents qui est le plus efficace quelque soit l'ajout de nouveau challenger dans le processus evolutif.

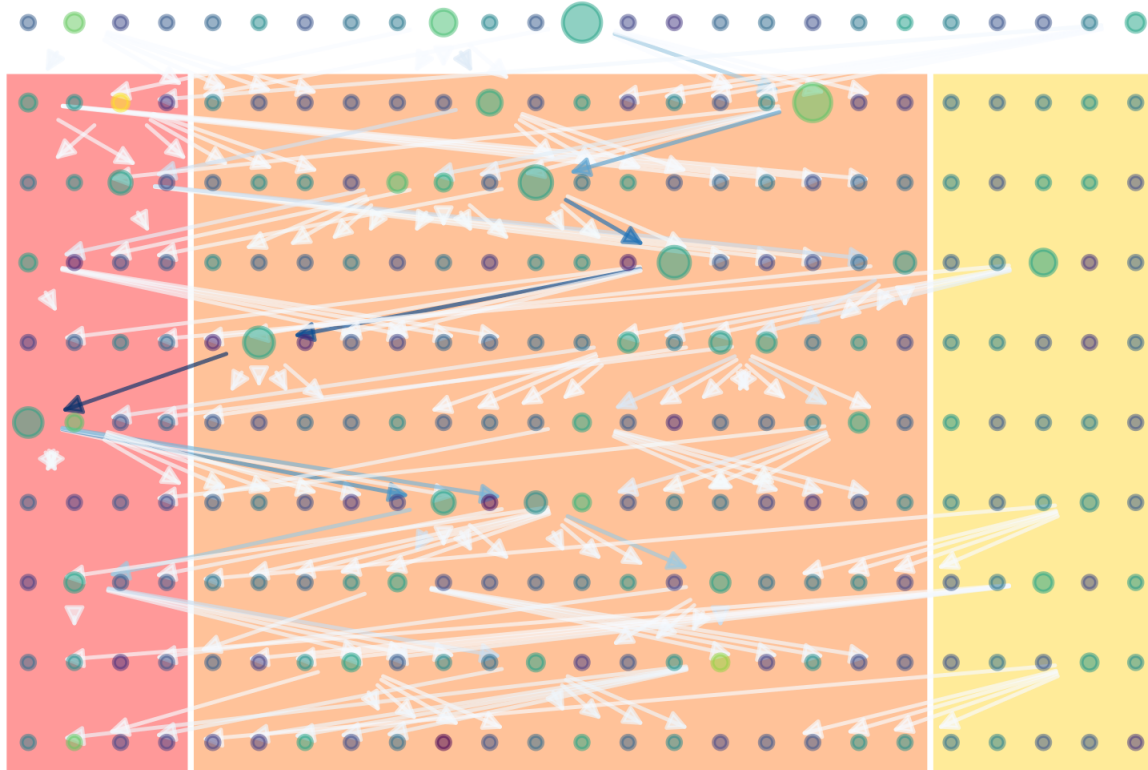


Figure 10: Arbres phylogenetique des agents en fonction de leurs score. De haut en bas, les generation successive. Les couleurs des noeud corresponde au score de l'agent à la fin de l'expérience, leurs taille est proportionnelle à leur nombre de descendance. En rouge le meilleurs scores. Les encadrés corresponde au catégorie d'agents : survivant, mutant et compétiteurs. (améliorer la representation graphique)

En sommant l'ensemble des plus courts chemin, on obtient un reseau de flot, où chaque arête correspond à celle qui a mener au plus de descendance. On observe qu'un seul agent de la premiere génération a reussi à se maintenir jusqu'à la dernière génération, celui ci a meme été le meilleurs de la génération 5eme génération et deuxieme de la génération suivante, ce qui l'a fait maintenir deux fois sans mutations. Un agent "challenger" de la 4eme génération a reussi a se distinguer et se maintenir jusqu'à la dernière génération. Seul deux agents de la 4eme générations se sont maintenu jusqu'à la dernière, mais ceux-ci domine à 50% la population d'agent à la dernière. Meme apres la stabilisation des densité positionnel d'entrée et de sortie, aucun agent challenger n'arrive à se maintenir plus d'une génération. On remarque que l'agent ayant eu le meilleurs score de l'ensemble des parties est apparu à la 2eme générations, mais celui-ci n'a pas tenu plus d'une génération ensuite.

On a donc 2 populations à la génération finale, pourtant, on aimerait savoir par quel moyen, ces agents ont reussi à ce maintenir autant. Est-ce qu'il y a une strategies mis en place par les agents pour rester le plus longtemps proie, et le moins longtemps prédateurs ? Est ce qu'il y a une strategie qui converge au fil des génération ? La convergence évolutive est le résultat de mécanismes évolutifs ayant conduit des espèces, soumises aux mêmes

contraintes environnementales, ici le jeu du chat et la souris, à adopter indépendamment plusieurs traits semblables. Dans notre cas, pour deux réseaux de neurones différents, on aurait 2 stratégies similaires. Pour cela, on va mesurer pour les deux groupes d'agents de la dernière génération ayant le plus grand ancêtre, les mouvements récurrents des agents par la dispersion des trajectoires et la périodicité des actions.

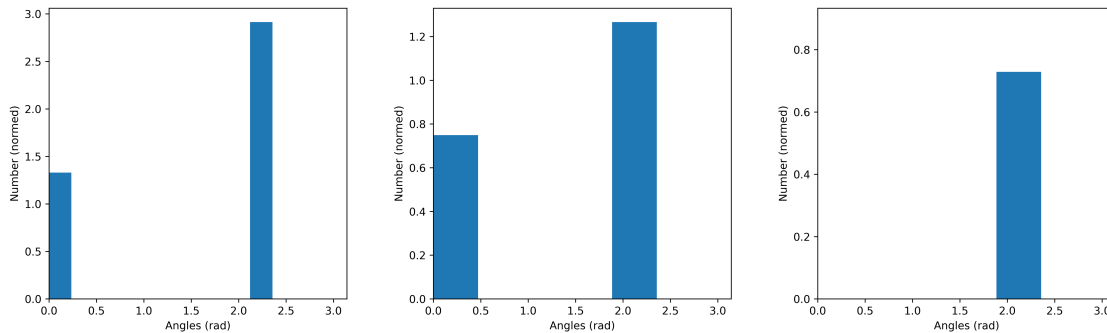


Figure 11: Convergence des stratégies en fonction des embranchements les plus longs : mesure de la dispersion moyenne, position moyenne et schéma de récurrence (mouvement répété de l'agent). De gauche à droite, de celui qui a le plus d'ancêtre à celui qui en a le moins.

On mesure l'angle des vecteurs de déplacement par l'arc tangente $\arctan(\frac{x}{y})$. Cette mesure montre qu'il y a convergence des mouvements des meilleurs agents, où l'on observe que les agents oscillant entre mouvement statique (30%) et mouvement en diagonale (70%) est favorisé au cours de l'évolution. Néanmoins, nous sommes en conditions de limites périodiques ou l'adversaire ne se déplace que sur les quatre directions ($\uparrow \downarrow \leftarrow \rightarrow$), ce qui donne un net avantage à n'importe quelle réseau ne se déplaçant qu'en diagonale. D'autant plus que la condition limite périodique $\text{mod}(v, N)$ permet d'envoyer l'agent à l'opposé de l'adversaire sans que lui puisse le suivre car ne peut franchir la limite.

Ces dernières observations montrent bien qu'il y a une stratégie dominante, mais qu'un réseau quelconque suffit pour résoudre le problème, il est nécessaire de modifier les règles du jeu pour avoir un problème plus optimal :

- Déplacement "collision" après changement d'états (éviter la stabilisation).
- Pénaliser l'agent si répétition du même mouvement N fois (à définir).
- Pénaliser "légèrement" l'agent s'il franchit la limite périodique de la grille. (problème : l'agent doit voir la limite : si on pose une valeur au bord, c'est une condition limite semi-périodique)

Discussion

L'étude de l'apparition de la vie et de la résolution des problèmes d'apprentissage font partie de deux domaines très différents en science. Pourtant, ces deux domaines ont souvent été impliqués l'un dans l'autre, l'un dans l'analyse des données expérimentales de problèmes de régression, classification et partitionnement (corrélation de gènes, transcriptome, etc., [Abeywardena [1]]), l'autre dans l'inspiration pour créer des modèles d'apprentissage liés au réseau de neurones. Ici on a vu un problème qui lie les deux, comment les réseaux de neurones peuvent structurer au cours de l'évolution ? Cette problématique permettrait de modéliser l'apparition de la vie intelligente, tout en créant de nouveaux outils pour l'apprentissage non supervisé.

CONTRAINTE GÉOMÉTRIQUE : Néanmoins cette étude peut comporter plusieurs contraintes limitantes. La première est directement liée à la géométrie des problèmes d'automates cellulaires dans des grilles 2D. Lorsque les bords du haut sont reliés à ceux du bas, et ceux de gauche, sont reliés à ceux de droite, on obtient des conditions limite périodiques de type géométrie torique. Cette géométrie simple à mettre en œuvre comporte plusieurs problèmes comme (...) et dont on observe les limites de modélisation en biologie moléculaire [Cheatham, Miller, et al. [18]]. Une autre façon, serait soit d'avoir des autres liens entre les limites, mais cela changerait complètement la symétrie

du probleme, tel que d’avoir une grille avec des limites décalées comme un pavage, ou encore d’avoir un rayon de limite, de facons à ce que le probleme corresponde à un cercle, plutôt qu’à un carré.

VALLÉE DE STABILITÉ LIMITÉE : L’autre contrainte est lié au modele de construction du reseau : il ne peut y avoir de suppression de couche de neurone. Ce choix est motivé par le fait de ne pas déstructurer complètement la topologie du reseau à chaque suppression de couche. Mais en faisant cela, on se peut se retrouver avec des couches avantageuse à une génération donnée, mais inutile voir desavantageuse à une génération futur. A cette génération, il est plus probable que l’agent soit plus efficace qu’un agent généré aléatoirement, on se retrouve avec un probleme connu en biologie evolutive : l’apparition de structure vestigiale [Fowler, Roush, et al. [26] and Smith, Burian, et al. [80]]. Ces structures ne sont pas les plus optimale pour atteindre le potentiel du probleme “physique” la plus bas, mais leurs suppression necessiterai trop de mutation, ce qui ferait sortir l’agent d’un niveau obtenu par le reseau de neurone.

COMPORTEMENT DE TRICHE : Malgré cela, on a obtenu une stratégie convergente au cours du processus evolutif et cela pour deux reseau de neurone différents. Néanmoins le faite que le probleme soit de condition limite periodique et que l’adversaire ne peut pas se déplacer en diagonale, on se retrouve avec un artefact de trajectoire. En effet, l’agent est favorisé s’il fuit la grille suivant une trajectoire diagonale. Ce critere est donc à prendre en considération pour ne pas surinterpréter les resultats. Cette observation de “triche” du reseau de neurone dans le cadre d’apprentissage par renforcement n’est pas quelque chose d’inconnu. En effet, plusieurs modeles, comme le NEAT peuvent générer des structures qui exploite les failles d’un jeu, comme le cas ou l’agent tourne en rond entre l’arrivée et le départ dans un jeu de course, ou encore l’araignée qui marche à l’envers pour optimiser sa marche [Brockman, Cheung, et al. [14]]. Dans le cas positif pour la detection de parametre non pensée, on parle alors de raccourci [Geirhos, Jacobsen, et al. [30]]

VERS UNE SYSTÉMISATION : L’optimisation de la structure du reseau est un probleme qui pourrait etre plus envisagé dans l’avenir des reseaux de neurones [Leijnen and Veen [48]]. Comme on l’a vu, il existe déjà des modèle qui optimise la structure comme NEAT, mais il en existe d’autres. Pour n’en citer que deux, il y a le modele GNN, *Graph Neural Network*, celui-ci est par contre réservé à l’analyse des graphes et le modèle SOC, *Self-Organized Criticality*, d’utilisation plus général, mais qui représente une approche alternative au modele du neurone formel : un point critique comme attracteur d’optimisation. Le modele GNN va construire un sous-graphe resultant de la convolution de plusieurs graphes à étudier, ce sous graphes correspond au reseau de neurone le plus optimisé pour donner les informations d’un graphes de grande taille [Zhou, Cui, et al. [95]]. Le modele SOC correspond à un reseau où les noeud sont soit des entrée, des sortie ou des neurones intermédiaire et l’action d’apprentissage correspond à la tension des different lien entre noeud à optimiser [Bak and Chialvo [5]]. Dans notre cas, nous avons utilisé un processus evolutif qui va changer les connections entre couches uniquement, pour n’importe qu’elle type d’information d’entree et meme les graphes par vectorisation de Louvain [Bhowmick, Meneni, et al. [10]]. Néanmoins, il est possible de rendre notre modele modulaire, en effet, il peut-y avoir un niveau supplémentaire de connection si celui ci contient plus de fonction, ou que les entrée change au cours du temps, comme par exemple le cas de l’étude l’évolution de la morphologie [Joachimczak, Suzuki, et al. [40]]. On aurait plusieurs fonction defini evolutivement via notre modele, ceux ci serait lié à des sortie d’action, mais aussi quelque connection entre module neuronaux, elle meme générer par un processus evolutif similaire. L’ensemble formerai ce qu’on pourrait appeller un système.

VERS DES MODELS COMPLETS : Notre modele repond à la question : Comment construire un reseau de neurone où aussi bien la structure que le processus d’apprentissage pour que soit fonctionnalisé ? Cela reste dans le cadre d’un systeme capable d’apprentissage évolutif, mais la pour le completer, il faudrait que le systeme s’auto-entretienne, et pour cela, il faudrait ajouter la notion de nourriture/nutriment. De plus, nos agent sont indépendant les uns des autres, ce qui ne reproduit pas ce qu’il se passerait dans un écosysteme réel. On pourra ainsi avoir une mesure de la valeurs selective, ou *fitness* en anglais [Orr [65]]. Pour completer l’approche, on faudrait créer un environnement ou l’ensemble des agents y serait contenu et où leurs survie et reproduction serait inclu dans les regles du jeu. On peut penser le cas, ou il y a des agents et de la nourriture distribuer aléatoirement avec des “taille/ressource” différente. Lorsqu’un agent prend de la nourriture, il gagne en taille jusqu’à sa limite, et s’il double en quantité de ressource, il va engendrer une descendance avec une mutation. Si l’agent rencontre un autre agent plus grand que lui, celui ci peut lui faire perdre des ressources jusqu’à sa disparition et réciproquement. L’environnement contiendrait un certain nombre limité d’agent, ou lorsque se nombre diminue, il y a une certaine probabilité de génération spontanée d’agent contenant certaine propriété optimal des agents precedant, et si celui ci dépasse, un des agents avec le moins de succes evolutif meurt aléatoirement, on qualifierai cela d’accident. Le nombre de ressource dans l’environnement apparaitrait par génération spontanée et serait plus probable que la génération spontanée d’agent. Ce type de modele semble favoriser la compétition du plus fort, il serait interessant de voir si

l'on observe des comportements de coopération émerger. Aussi, on pourrait ajouter de la complexité au modèle en rajoutant des règles connues en science sociale, comme la dynamique de ségrégation liée à l'erreur fondamentale d'attribution [Schelling [78] and Jones and Harris [41]], les mouvements collectifs et l'exploration [Vicsek, Czirok, et al. [90]], le dilemme du prisonnier lié à la coopération [Press and Dyson [69] and Stewart and Plotkin [83]], les contraintes géographiques et de langues [Wei [93] and Marshall [53]], les attachements entre parent-enfant [Holmes and Holmes [36]], ou encore, l'héritage culturel [Bourdieu [13]]. Ces outils pourraient être intéressants pour des simulations de vie et pour mieux comprendre l'émergence des structures sociales [Henaff [33]].

VERS UNE GÉNÉRALISATION : Pour aller plus loin, notre modèle de structuration neuronale peut être utilisé dans le cadre d'un problème plus pratique et plus simple : la fonctionnalisation de la classification. En effet, il est possible d'utiliser une version β implémentée et modulaire de notre modèle dans le cas d'un problème d'analyse de données. Les réseaux aléatoires par processus d'apprentissage sont appelés des graines, à l'image des méthodes de partitionnement. Celui-ci s'utilise de cette façon en Python :

```
import functional_fillet as ff
# init
model = ff.model(BATCH_SIZE, NB_GEN, NB_SEEDER)
# training
model.fit(DATA, LABEL)
# predict
result = model.predict(DATA_NEW)
```

L'avantage de cela est qu'on peut aussi comparer l'efficacité de notre réseau évolutif "structuré" avec un réseau de neurone classique prédéfini. Une base de données simple et qui ne dispose pas d'un nombre élevé d'étiquettes est le jeu de données MNIST, adapté pour la reconnaissance de chiffres sur une image. Il sera possible ensuite d'analyser l'effet de différents paramètres comme la taille du "batch" et la taille du nombre de graines par génération. Il sera aussi possible d'étudier la vitesse d'apprentissage d'un réseau : Est-ce qu'un réseau très adapté à un problème apprend vite au début, mais atteint un plafond moins optimal qu'un réseau moins adapté au début, mais à la suite devient plus performant ? Cette question de comparaison entre le cycle d'hérédité et cycle d'entraînement est un problème ouvert et pourra être abordé dans le cadre d'un futur projet.

References

- [1] V. Abeywardena. "An application of principal component analysis in genetics". In: *Journal of Genetics* 61.1 (July 1, 1972), pp. 27–51.
- [2] M. A. AIZERMAN. "Theoretical Foundations of the Potential Function Method in Pattern Recognition Learning". In: *Automation and Remote Control* 25 (1964), pp. 821–837.
- [3] O. Y. Al-Jarrah, P. D. Yoo, et al. "Efficient Machine Learning for Big Data: A Review". In: *Big Data Research. Big Data, Analytics, and High-Performance Computing* 2.3 (Sept. 1, 2015), pp. 87–93.
- [4] M. Anctil. *Dawn of the neuron: the early struggles to trace the origin of nervous systems*. OCLC: 909956847. Montreal ; Kingston ; London ; Chicago: McGill-Queen's University Press, 2015. 1 p.
- [5] P. Bak and D. R. Chialvo. "Adaptive learning by extremal dynamics and negative feedback". In: *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 63.3 (Mar. 2001), p. 031912.
- [6] J. Barkow, L. Cosmides, et al. "The Psychological Foundations of Culture". In: *The Adapted Mind: Evolutionary Psychology and the Generation of Culture*, (Jan. 1, 1992).
- [7] S. Bartlett and M. L. Wong. "Defining Lyfe in the Universe: From Three Privileged Functions to Four Pillars". In: *Life* 10.4 (Apr. 2020). Number: 4 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute, p. 42.
- [8] R. Bellman. *THE THEORY OF DYNAMIC PROGRAMMING*. Section: Technical Reports. RAND CORP SANTA MONICA CA, July 30, 1954.
- [9] E. R. Berlekamp, J. H. Conway, et al. *Winning Ways for Your Mathematical Plays*. 2nd ed. New York: A K Peters/CRC Press, Mar. 1, 2003. 212 pp.
- [10] A. K. Bhowmick, K. Meneni, et al. "LouvainNE: Hierarchical Louvain Method for High Quality and Scalable Network Embedding *". In: *the 13th ACM International WSDM Conference*. Houston, United States, 2020.

- [11] H.-H. Bock. "Clustering Methods: A History of k-Means Algorithms". In: *Selected Contributions in Data Analysis and Classification*. Ed. by P. Brito, G. Cucumel, et al. Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007, pp. 161–172.
- [12] J. T. Bonner. "The origins of multicellularity". In: *Integrative Biology: Issues, News, and Reviews* 1.1 (1998), pp. 27–36.
- [13] P. Bourdieu. *Distinction : a social critique of the judgement of taste*. In collab. with Internet Archive. Cambridge, MA. : Harvard University Press, 1984. 640 pp.
- [14] G. Brockman, V. Cheung, et al. "OpenAI Gym". In: *arXiv:1606.01540 [cs]* (June 5, 2016).
- [15] T. B. Brown, B. Mann, et al. "Language Models are Few-Shot Learners". In: *arXiv:2005.14165 [cs]* (July 22, 2020).
- [16] R. Buick. "When did oxygenic photosynthesis evolve?" In: *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences* 363.1504 (Aug. 27, 2008). Publisher: Royal Society, pp. 2731–2743.
- [17] S. M. Casillo, D. D. Luy, et al. "A History of the Lobes of the Brain". In: *World Neurosurgery* 134 (Feb. 1, 2020), pp. 353–360.
- [18] T. E. I. Cheatham, J. L. Miller, et al. "Molecular Dynamics Simulations on Solvated Biomolecular Systems: The Particle Mesh Ewald Method Leads to Stable Trajectories of DNA, RNA, and Proteins". In: *Journal of the American Chemical Society* 117.14 (Apr. 1, 1995). Publisher: American Chemical Society, pp. 4193–4194.
- [19] C. M. Child. "Nervous centralization and cephalization in evolution". In: *The origin and development of the nervous system: From a physiological viewpoint*. Chicago, IL, US: University of Chicago Press, 1921, pp. 142–154.
- [20] D. H. Chitwood. "Imitation, Genetic Lineages, and Time Influenced the Morphological Evolution of the Violin". In: *PLOS ONE* 9.10 (Oct. 8, 2014). Publisher: Public Library of Science, e109229.
- [21] D. Ciresan, U. Meier, et al. "Flexible, High Performance Convolutional Neural Networks for Image Classification." In: International Joint Conference on Artificial Intelligence IJCAI-2011. July 16, 2011, pp. 1237–1242.
- [22] D. Ciresan, U. Meier, et al. "Multi-column Deep Neural Networks for Image Classification". In: *arXiv:1202.2745 [cs]* (Feb. 13, 2012).
- [23] J. Confer, J. Easton, et al. "Evolutionary Psychology Controversies, Questions, Prospects, and Limitations". In: *The American psychologist* 65 (Feb. 1, 2010), pp. 110–26.
- [24] L. Deng. "The MNIST Database of Handwritten Digit Images for Machine Learning Research [Best of the Web]". In: *IEEE Signal Processing Magazine* 29.6 (Nov. 2012). Conference Name: IEEE Signal Processing Magazine, pp. 141–142.
- [25] R. Fjelland. "Why general artificial intelligence will not be realized". In: *Humanities and Social Sciences Communications* 7.1 (June 17, 2020). Bandiera_abtest: a Cc_license_type: cc_by Cg_type: Nature Research Journals Number: 1 Primary_atype: Research Publisher: Palgrave Subject_term: Ethics;Science, technology and society Subject_term_id: ethics;science-technology-and-society, pp. 1–9.
- [26] S. Fowler, R. Roush, et al. "Evidence of Evolution". In: (Apr. 25, 2013). Book Title: Concepts of Biology Publisher: OpenStax.
- [27] J. Fredens, K. Wang, et al. "Total synthesis of Escherichia coli with a recoded genome". In: *Nature* 569.7757 (May 1, 2019), pp. 514–518.
- [28] K. P. F.R.S. "LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space". In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 2.11 (Nov. 1, 1901). Publisher: Taylor & Francis _eprint: <https://doi.org/10.1080/14786440109462720>, pp. 559–572.
- [29] M. Garwicz, M. Christensson, et al. "A unifying model for timing of walking onset in humans and other mammals". In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 106.51 (Dec. 22, 2009), pp. 21889–21893.
- [30] R. Geirhos, J.-H. Jacobsen, et al. "Shortcut learning in deep neural networks". In: *Nature Machine Intelligence* 2.11 (Nov. 2020), pp. 665–673.

- [31] F. Godin, J. Degraeve, et al. “Dual Rectified Linear Units (DReLU): A Replacement for Tanh Activation Functions in Quasi-Recurrent Neural Networks”. In: *Pattern Recognition Letters* 116 (Dec. 2018), pp. 8–14.
- [32] S. B. Hedges, J. E. Blair, et al. “A molecular timescale of eukaryote evolution and the rise of complex multicellular life”. In: *BMC Evolutionary Biology* 4.1 (Jan. 28, 2004), p. 2.
- [33] M. Henaff. *Claude Levi-Strauss and the Making of Structural Anthropology*. U of Minnesota Press, 1998. 312 pp.
- [34] G. E. Hinton. “Learning multiple layers of representation”. In: *Trends in Cognitive Sciences* 11.10 (Oct. 1, 2007), pp. 428–434.
- [35] S. Hochreiter and J. Schmidhuber. “Long Short-Term Memory”. In: *Neural Computation* 9.8 (Nov. 15, 1997), pp. 1735–1780.
- [36] J. Holmes and J. Holmes. *John Bowlby and Attachment Theory*. 2nd ed. London: Routledge, Jan. 13, 2014. 272 pp.
- [37] D. H. Hubel and T. N. Wiesel. “Receptive fields and functional architecture of monkey striate cortex”. In: *The Journal of Physiology* 195.1 (Mar. 1968), pp. 215–243.
- [38] J. Huxley. “Evolution. The Modern Synthesis.” In: *Evolution. The Modern Synthesis*. (1942). Publisher: London: George Allen & Unwin Ltd.
- [39] W. James. “Lecture II: What pragmatism means”. In: *Pragmatism: A new name for some old ways of thinking*. New York, NY, US: Longmans, Green and Co, 1907, pp. 43–81.
- [40] M. Joachimczak, R. Suzuki, et al. “Fine Grained Artificial Development for Body-Controller Coevolution of Soft-Bodied Animats”. In: July 30, 2014, pp. 239–246.
- [41] E. E. Jones and V. A. Harris. “The attribution of attitudes”. In: *Journal of Experimental Social Psychology* 3.1 (Jan. 1, 1967), pp. 1–24.
- [42] J. G. Kemeny. “Theory of Self-Reproducing Automata. John von Neumann. Edited by Arthur W. Burks. University of Illinois Press, Urbana, 1966. 408 pp., illus. \$10”. In: *Science* 157.3785 (July 14, 1967). Publisher: American Association for the Advancement of Science Section: Book Reviews, pp. 180–180.
- [43] N. Kitadai and S. Maruyama. “Origins of building blocks of life: A review”. In: *Geoscience Frontiers* 9.4 (July 1, 2018), pp. 1117–1153.
- [44] K. C. Kiwiel. “Convergence and efficiency of subgradient methods for quasiconvex minimization”. In: *Mathematical Programming* 90.1 (Mar. 1, 2001), pp. 1–25.
- [45] A. Knoll, M. Walter, et al. “The Ediacaran Period: a new addition to the geologic time scale”. In: *Lethaia* 39.1 (2006). _eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1080/00241160500409223>, pp. 13–30.
- [46] T. Kohonen. “Self-organized formation of topologically correct feature maps”. In: *Biological Cybernetics* 43.1 (Jan. 1, 1982), pp. 59–69.
- [47] V. R. Konda and J. N. Tsitsiklis. “OnActor-Critic Algorithms”. In: *SIAM Journal on Control and Optimization* 42.4 (Jan. 2003), pp. 1143–1166.
- [48] S. Leijnen and F. v. Veen. “The Neural Network Zoo”. In: *Proceedings* 47.1 (2020). Number: 1 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute, p. 9.
- [49] S. Liu, S. De Mello, et al. “Learning Affinity via Spatial Propagation Networks”. In: *arXiv:1710.01020 [cs]* (Oct. 3, 2017).
- [50] W. Maass. “Networks of spiking neurons: The third generation of neural network models”. In: *Neural Networks* 10.9 (Dec. 1, 1997), pp. 1659–1671.
- [51] A. Malinowski, J. Zurada, et al. “Minimal training set size estimation for neural network-based function approximation”. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems - ISCAS '94*. Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems - ISCAS '94. Vol. 6. May 1994, 403–406 vol.6.
- [52] A. Markov. “An Example of Statistical Investigation of the Text Eugene Onegin Concerning the Connection of Samples in Chains”. In: *Science in Context* (2006).

- [53] T. Marshall. *Prisoners of Geography: Ten Maps That Explain Everything About the World*. Google-Books-ID: 46cxDQAAQBAJ. Simon and Schuster, Oct. 11, 2016. 320 pp.
- [54] G. G. Matthews. *Neurobiology: Molecules, Cells and Systems*. Wiley, Dec. 27, 2000. 604 pp.
- [55] W. S. McCulloch and W. Pitts. “A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity”. In: *The bulletin of mathematical biophysics* 5.4 (Dec. 1, 1943), pp. 115–133.
- [56] N. Metropolis and S. Ulam. “The Monte Carlo Method”. In: *Journal of the American Statistical Association* 44.247 (1949). Publisher: [American Statistical Association, Taylor & Francis, Ltd.], pp. 335–341.
- [57] M. Minsky and S. Papert. *Perceptrons: an introduction to computational geometry*. Expanded ed. Cambridge, Mass: MIT Press, 1988. 292 pp.
- [58] A. K. Modrell and P. Tadi. “Primitive Reflexes”. In: *StatPearls*. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing, 2021.
- [59] S. J. Mojzsis, G. Arrhenius, et al. “Evidence for life on Earth before 3,800 million years ago”. In: *Nature* 384.6604 (Nov. 1996). Number: 6604 Publisher: Nature Publishing Group, pp. 55–59.
- [60] G. E. Moore. “Progress in digital integrated electronics [Technical literature, Copyright 1975 IEEE. Reprinted, with permission. Technical Digest. International Electron Devices Meeting, IEEE, 1975, pp. 11-13.]” In: *IEEE Solid-State Circuits Society Newsletter* 11.3 (Sept. 2006). Conference Name: IEEE Solid-State Circuits Society Newsletter, pp. 36–37.
- [61] R. G. Morris. “D.O. Hebb: The Organization of Behavior, Wiley: New York; 1949”. In: *Brain Research Bulletin* 50.5 (Dec. 1999), p. 437.
- [62] O. H. Mowrer. *Learning theory and behavior*. Learning theory and behavior. Pages: xii, 555. Hoboken, NJ, US: John Wiley & Sons Inc, 1960. xii, 555.
- [63] *NASA - Life’s Working Definition: Does It Work?* Publisher: Brian Dunbar. URL: https://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/life%27s_working_definition.html (visited on 06/25/2021).
- [64] T. O’Connor and H. Y. Wong. “Emergent Properties”. In: (Sept. 24, 2002). Last Modified: 2015-06-03.
- [65] H. A. Orr. “Fitness and its role in evolutionary genetics”. In: *Nature Reviews Genetics* 10.8 (Aug. 2009). Bandiera_abtest: a Cg_type: Nature Research Journals Number: 8 Primary_atype: Reviews Publisher: Nature Publishing Group, pp. 531–539.
- [66] I. P. Pavlov. *Lectures on conditioned reflexes: Twenty-five years of objective study of the higher nervous activity (behaviour) of animals*. Red. by W. H. Gantt. Lectures on conditioned reflexes: Twenty-five years of objective study of the higher nervous activity (behaviour) of animals. Pages: 414. New York, NY, US: Liverwright Publishing Corporation, 1928. 414 pp.
- [67] B. Pearlmutter. “Gradient calculations for dynamic recurrent neural networks: a survey”. In: *IEEE Transactions on Neural Networks* 6.5 (Sept. 1995). Conference Name: IEEE Transactions on Neural Networks, pp. 1212–1228.
- [68] R. Poli. “Parallel Distributed Genetic Programming”. In: (1996). Publisher: McGraw-Hill.
- [69] W. H. Press and F. J. Dyson. “Iterated Prisoner’s Dilemma contains strategies that dominate any evolutionary opponent”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 109.26 (June 26, 2012), pp. 10409–10413.
- [70] D. Purves, G. J. Augustine, et al. “The Primary Motor Cortex: Upper Motor Neurons That Initiate Complex Voluntary Movements”. In: *Neuroscience. 2nd edition* (2001). Publisher: Sinauer Associates.
- [71] D. H. Rakison and J. Derringer. “Do infants possess an evolved spider-detection mechanism?” In: *Cognition* 107.1 (2008). Place: Netherlands Publisher: Elsevier Science, pp. 381–393.
- [72] B. Rasch and J. Born. “About Sleep’s Role in Memory”. In: *Physiological Reviews* 93.2 (Apr. 1, 2013). Publisher: American Physiological Society, pp. 681–766.
- [73] M. Rescorla. “The Computational Theory of Mind”. In: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Ed. by E. N. Zalta. Fall 2020. Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2020.
- [74] C. W. Reynolds. “Competition, Coevolution and the Game of Tag”. In: MIT Press, 1994, pp. 59–69.
- [75] D. Rogers and P. Ehrlich. “Natural selection and cultural rates of change”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 105 (Apr. 1, 2008), pp. 3416–20.

- [76] S. Ruder. “An overview of gradient descent optimization algorithms”. In: *arXiv:1609.04747 [cs]* (June 15, 2017).
- [77] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, et al. “Learning representations by back-propagating errors”. In: *Nature* 323.6088 (Oct. 1986). Bandiera_abtest: a Cg_type: Nature Research Journals Number: 6088 Primary_atype: Research Publisher: Nature Publishing Group, pp. 533–536.
- [78] T. C. Schelling. “Dynamic models of segregation”. In: *The Journal of Mathematical Sociology* 1.2 (July 1, 1971). Publisher: Routledge _eprint: <https://doi.org/10.1080/0022250X.1971.9989794>, pp. 143–186.
- [79] J. Schmidhuber. “Deep Learning in Neural Networks: An Overview”. In: *Neural Networks* 61 (Jan. 2015), pp. 85–117.
- [80] J. M. Smith, R. Burian, et al. “Developmental Constraints and Evolution: A Perspective from the Mountain Lake Conference on Development and Evolution”. In: *The Quarterly Review of Biology* 60.3 (Sept. 1, 1985). Publisher: The University of Chicago Press, pp. 265–287.
- [81] K. O. Stanley and R. Miikkulainen. “Evolving Neural Networks through Augmenting Topologies”. In: *Evolutionary Computation* 10.2 (June 2002). Conference Name: Evolutionary Computation, pp. 99–127.
- [82] E. Stengel. “Human Growth and the Development of Personality”. In: *British Medical Journal* 2.5472 (Nov. 20, 1965), p. 1232.
- [83] A. J. Stewart and J. B. Plotkin. “Extortion and cooperation in the Prisoner’s Dilemma”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 109.26 (June 26, 2012), pp. 10134–10135.
- [84] G. Stuart, N. Spruston, et al. “Action potential initiation and backpropagation in neurons of the mammalian CNS”. In: *Trends in Neurosciences* 20.3 (Mar. 1, 1997). Publisher: Elsevier, pp. 125–131.
- [85] D. T. Stuss and M. P. Alexander. “Executive functions and the frontal lobes: a conceptual view”. In: *Psychological Research* 63.3 (Aug. 1, 2000), pp. 289–298.
- [86] C. Thomas Anterion, P. Convers, et al. “An odd manifestation of the Capgras syndrome: loss of familiarity even with the sexual partner”. In: *Neurophysiologie Clinique = Clinical Neurophysiology* 38.3 (June 2008), pp. 177–182.
- [87] J. Tooby and L. Cosmides. “The Theoretical Foundations of Evolutionary Psychology”. In: Nov. 1, 2015.
- [88] V. Vapnik. *The Nature of Statistical Learning Theory*. 2nd ed. Information Science and Statistics. New York: Springer-Verlag, 2000.
- [89] A. Vaswani, N. Shazeer, et al. “Attention Is All You Need”. In: *arXiv:1706.03762 [cs]* (Dec. 5, 2017).
- [90] T. Vicsek, A. Czirok, et al. “Novel type of phase transition in a system of self-driven particles”. In: *Physical Review Letters* 75.6 (Aug. 7, 1995), pp. 1226–1229.
- [91] R. Wainwright. “Conway’s Game of Life: Early Personal Recollections”. In: *Game of Life Cellular Automata*. Ed. by A. Adamatzky. London: Springer, 2010, pp. 11–16.
- [92] C. J. C. H. Watkins and P. Dayan. “Q-learning”. In: *Machine Learning* 8.3 (May 1, 1992), pp. 279–292.
- [93] R. Wei. ‘Civilization’ and ‘Culture’. SSRN Scholarly Paper ID 2182608. Rochester, NY: Social Science Research Network, Nov. 29, 2012.
- [94] L. Yaeger. “Computational Genetics, Physiology, Metabolism, Neural Systems, Learning, Vision, and Behavior or PolyWorld: Life in a New Context”. In: (Mar. 23, 1995).
- [95] J. Zhou, G. Cui, et al. “Graph neural networks: A review of methods and applications”. In: *AI Open* 1 (Jan. 1, 2020), pp. 57–81.
- [96] A. Öhman and S. Mineka. “Fears, phobias, and preparedness: Toward an evolved module of fear and fear learning”. In: *Psychological Review* 108.3 (2001). Place: US Publisher: American Psychological Association, pp. 483–522.