MATHEMATIQUES

Axiomes d'extensionnalité : $A \subseteq B$ $B \subseteq A$ $dim(A) = dim(B)$ $A = B$ $A \cup B = A + B - A \cap B$ $E = [x \in \mathbb{Z} -3 < x \le 2] = [-2, -1, 0, 1, 2]$ $P(A) = Card(A) / Card(\Omega)$
$\underline{\mathbf{Logique:}} \qquad (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \lor q) \qquad \neg (A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor \neg B$
Application: $f: E \rightarrow F x \mapsto f(x) = y$ $E \rightarrow E$ $f \circ f^{-1} = e$
<u>Linéarité</u> : $f(x,y) = f(a \cdot x + y) = a \cdot f(x) + f(y)$ $F \neq \emptyset$ $F \subset E$
$\underline{\mathbf{Base\ vectorielle:}} \qquad \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot e_i = 0 \Rightarrow \lambda_i = 0 x = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot e_i \qquad L_i \leftarrow \lambda \cdot L_i \ ; \ L_i \leftarrow L_i + \lambda \cdot L_j \ ; \ L_i \leftarrow \lambda \cdot L_j$
<u>Théorème de géométrie :</u> $(DE)\parallel(BC)$ (d') $(AB)\nmid(AC)$
Produit scalaire: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' = \langle u v \rangle = u \cdot v \cdot \cos(\widehat{(u,v)})$ $\frac{\langle u v \rangle}{\langle u u \rangle}$ Equation paramétrique: $f(t) = \overrightarrow{OM(t)}$ $q(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$
Equation paramétrique: $f(t) = \overline{OM(t)}$ $q(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$
Conique: $E \rightarrow E$ $E \rightarrow E$
<u>Lieu géométrique</u> : $E \rightarrow E$
Noyau: $Ker f = f^{-1}\{e_F\} = \{x \in E f(x) = e_F\} = \{X \in \mathbb{R}^n A \cdot X = 0\}$ $Ker f = e_E$
$\underline{\mathbf{Image:}} \qquad \qquad Img f = f(E) = \{ y \in F \exists x \in E , f(x) = y \} = vect((\overrightarrow{v_{colonne}})_n) \qquad \qquad Img f = F$
$\underline{\textbf{Th\'eor\`eme isomorphisme}}: f: G \Rightarrow G', f(x \cdot H) = f(x \cdot Ker f) = f(x) Card(G) = Card(Ker(f)) \times Card(Img(f))$
$ \underline{\mathbf{VVE\ propre\ :}} M_{nn} \cdot \overrightarrow{v_i} = \lambda_i \overrightarrow{v_i} \exists B \ , M_{\lambda} \ ' = P^{-1} M \ P \qquad P^{-1} = \frac{{}^t com(P)}{det(P)} p_m(X) := det(X \ . \ I - M) = \prod_i (X - \lambda_i) $
$\underline{\textbf{D\'{e}composition PLU:}} A = P.L.U \qquad \det(A) = \det(P).\det(L).\det(U) \qquad P = \delta_{i,\sigma(j)} = \{\textbf{0,1}\}$
Evaluation polynome: $E \rightarrow E$ $E \rightarrow E$
Théorème fondamental de l'algèbre : $(X-1)^n$; $1=e^{i\frac{2\pi k}{n}}$ $E \to E$
$\underline{\textbf{Division euclidienne:}} P(X) = D(X) \cdot Q(X) + R(X) PGCD(P, D) = PGCD(D, R) PPCM = \frac{ P.D }{PGCD(P, D)}$
Nombre premier: $a \times m + b \times n = PGCD(a, b) = 1$ $a^p \equiv a \mod p \equiv a[p]$ $E \Rightarrow E$
Composition de transposition : $E \rightarrow E$
Contraposé: $E \rightarrow E$ $E \rightarrow E$
Absurde: $E \rightarrow E$ $E \rightarrow E$
<u>Récurrence</u> : $E \rightarrow E$ $E \rightarrow E$

```
|\langle x|y \rangle| \le ||x|| ||y|| ||x+y|| \le ||x|| + ||y|| P(|X| < a) \le \frac{E(|X|^p)}{a^p}
Inégalité:
                     u(n) \sim_{+\infty} v(n) \lim_{n \to +\infty} \frac{u(n)}{v(n)} = \lim_{n \to +\infty} \frac{v(n)}{u(n)} = 1 \qquad A = B
Limite:
Exponential: (e^{i\theta})^n = (\cos(\theta) + i\sin(\theta))^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta) e^{a+b} = e^a + e^b \ln(a^n) = n\ln(a) = \log_n(a)
Théorème continuité : f:I \to \mathbb{R}, ([|x-a| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(a)| < \epsilon])
                                                                                                          A = B
                                 A = B
Boule:
Théorème point fixe : g: E \rightarrow E g(x) = x d(f(x), f(y)) < k \cdot d_E k \in [0,1]
Théorème accroissement fini : \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c) \qquad |f'(c)| \leq M
Hopital : \lim_{x \to a^+} \frac{f(x)}{g(y)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \qquad (u^a)' = \alpha u^{a-1} u'
Théorème encadrement : f \leq g \leq h \qquad \lim_{a} f = \lim_{a} h = L
<u>Critère de convergence</u>: \lim (f_n(x)) \rightarrow_s f(x) \lim \sup |f_n(x) - f(x)| \rightarrow_{+\infty} 0
Règle d'Alembert : |f_n(x)| \le a_n \qquad \qquad \sum a_n x^n \qquad \qquad \lim |\frac{a_{n+1}}{a_n}| = l = \frac{1}{R}
                                 A = B
Régularité:
Serie de Taylor : a_k = \frac{f^{(n)}(a)}{k!} \qquad P(x) = \sum_{k=0}^n a_k (x-a)^k \qquad (1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^\infty {n \choose n} x^n
                                 A = B
Suite L^p:
                                 A = B
Jacobien:
                     f(z) = \frac{q(z)}{p_0(Z).(\dots).\,p_{\scriptscriptstyle n}(z)} \ \operatorname{Res}(f(z),p_i(z)) = \lim_{z \to p_i} \frac{q(z)}{\prod \, p_{\scriptscriptstyle j}(z)}
Résidu:
Critère d'intégration : \lim_{t \to a^+} (t-a)^a f(t) = 0 \int_a^b f(t) dt = \frac{b-a}{n} \sum_n^{j \neq i_N \to +\infty} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right)
Théorème fondamental d'analyse : A'(x) = f(x) \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)
<u>Théorème changement de variable :</u> \int_{V} g(y_i) \, dy_i = \int_{U} g(F(x_i)) \, . |\det J_F(x_i)| \, dx_i
                                                                                                                                        A = B
\underline{\textbf{Th\'eor\`eme convergence domin\'e}:} \quad (f_{\scriptscriptstyle n}) \in (E\,,A\,,\mu) \rightarrow f \qquad \lim_{n \rightarrow +\infty} \int f_{\scriptscriptstyle n}(\,\mu)\,d\mu = \int \lim_{n \rightarrow +\infty} f_{\scriptscriptstyle n}(\,\mu)\,d\mu
<u>Transformée</u>:
Equation différentielle: a(x)y' + b(x)y = c(x) \int \frac{y'}{y} = -\int \frac{b(x)}{a(x)} y_p = \lambda(x).f(x) y_p = P[X].e^{Q[X]}; Q[X] \in \mathbb{C}
<u>Théorème de transfert</u>: G = E[g(X)] = \int g(x) f_X(x) dx = \sum g(x_i) . f(x_i) F_X = P(X \le x)
                                                                             A = B
                                                                                                          A = B
                                               A = B
Théorème central limite:
```