MATHEMATIQUES

Axiomes d'extensionnalité : $A\subset B$ $\quad B\subset A$ $\quad dim(A)=dim(B)$ $\quad A=B$ $\quad A\cup B=A+B-A\cap B$

$E=\{n\in[-10,x]\cap\mathbb{Z} \mid x\in\mathbb{R} \;;\; -3<x\leqslant 2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$ $\quad P(A)=Card(A)/Card(\Omega)$

Logique : $(p\Rightarrow q)\Leftrightarrow(\neg p\vee q)$ $\quad \neg(A\wedge B)\Leftrightarrow\neg A\vee\neg B$

Relation binaire : $x\,\Re\,y$ $\quad x\,\Re\,x$ $\quad x\,\Re\,y\Leftrightarrow y\,\Re\,x$ $\quad (x\,\Re\,y\wedge y\,\Re\,x)\Rightarrow x=y$ $\quad (x\,\Re\,y\wedge y\,\Re\,z)\Rightarrow x\,\Re\,z$

Application : $f:E\to F|x\mapsto f(x)=y$ $\quad E\to E$ $\quad f\circ f^{-1}=e$ $\quad c_{i,j}=\sum_{R=1}^{n} a_{i,R}\cdot b_{R,j}$ $\quad dim(E,F)=dim(M_{np})=n\times p$

Structure interne : $(E,\;*\;)$ $\quad a*b\in E$ $\quad (a*b)*c=a*(b*c)$ $\quad e*a=a$ $\quad x(y+z)=xy+xz$ $\quad a*b=b*a=e$

$\varphi:(G,\;+\;)\to(H,\;*\;)\,;\varphi(G_1+G_2)=\varphi(G_1)*\varphi(G_2)=H_1*H_2$

Linéarité : $f(x,y)=f(a\cdot x+y)=a\cdot f(x)+f(y)$ $\quad F\neq\varnothing$ $\quad F\subset E$ $\quad u_{[a,b]}+u_{[b,c]}=u_{[a,c]}$

Base vectorielle : $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\cdot e_i=0\Rightarrow\lambda_i=0$ $\quad x=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\cdot e_i$ $\quad L_i\leftarrow\lambda\cdot L_i\;;\;L_i\leftarrow L_i+\lambda\cdot L_j\;;\;L_i\leftrightarrow L_j$

Théorème de géométrie : $(DE)\|(BC)$ $\quad (d\,')$ $\quad (AB)\nparallel(AC)$

Produit scalaire : $\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ $\quad \vec{u}\cdot\vec{v}=xx\,'+yy\,'=\langle u|v\rangle=\|u\|\cdot\|v\|\cdot\cos(\widehat{(u,v)})$ $\quad \frac{\langle u|v\rangle}{\langle u|u\rangle}\vec{e}_i$

Equation paramétrique : $f(t)=\overrightarrow{AM(t)}=t\cdot\vec{u}$ $\quad q(x,y)=ax^2+bxy+cy^2=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\left(\frac{4ac-b^2}{4a}\right)y^2$

Conique : $\Delta=b^2-4ac$ $\quad d=|det(\overrightarrow{AP},u,v)|/\|u\wedge v\|$ $\quad \|u\wedge v\|=\|u\|\cdot\|v\|\cdot\sin(u,v)$ $\quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Lieu géométrique : $arg(z)=(\vec{u},\overrightarrow{OM})=\theta\;;\;z=\rho e^{i\theta}$ $\quad arg(Z_1\cdot Z_2)=arg(Z_1)+arg(Z_2)$

Noyau : $Ker\,f=f^{-1}\{e_F\}=\{x\in E|f(x)=e_F\}=\{X\in\mathbb{R}^n|A\cdot X=0\}$ $\quad Ker\,f=e_E$

Image : $Img\,f=f(E)=\{y\in F|\exists x\in E,f(x)=y\}=vect((\overrightarrow{v_{colonne}})_n)$ $\quad Img\,f=F$

Théorème du rang : $Rg(f)+dim\,Ker(f)=dim(E)$ $\quad Rg(f)=dim(Img(f))$

Théorème isomorphisme : $f:G\to G\,',f(x\cdot H)=f(x\cdot Ker\,f)=f(x)$ $\quad Card(G)=Card(Ker(f))\times Card(Img(f))$

VVE propre : $M_{nn}\cdot\vec{v}_i=\lambda_i\vec{v}_i$ $\quad \exists B,\;M_\lambda\,'=P^{-1}MP$ $\quad P^{-1}=\frac{{}^t com(P)}{det(P)}$ $\quad p_m(X):=det(X.I-M)=\prod_i(X-\lambda_i)$

$det(C_1,\dots,aC_i\,'+C_i\,'',\dots,C_n)=a\,det(\dots C_i\,'\dots)+det(\dots C_i\,''\dots)$ $\quad det(A_3)=a_{(i,1)}.det(A_{2,i+1})\;;\;det(A_2)=ad-bc$

Décomposition PLU : $A=P.L.U$ $\quad det(A)=det(P).det(L).det(U)$ $\quad P=\delta_{i,\sigma(j)}=\begin{matrix}1 & i=\sigma(j)\\ 0 & i\neq\sigma(j)\end{matrix}$

Evaluation polynome : $P[X]=a_nX^n+\dots+a_0$ $\quad (1,X,\dots,X^n)$ $\quad P\to u(P)=\sum(C_i)\cdot u(X^i)$

Théorème fondamental Algèbre : $(X-1)^n\;;\;1=e^{i\frac{2\pi k}{n}}$ $\quad \frac{A(x)}{B(x)}=Q(x)+\frac{R(x)}{B(x)}$ $\quad \downarrow$ $\quad P\circ P=X.P\,'^2$ $\quad deg(P)^2=2(deg(P)-1)+1$

Division euclidienne : $P(X)=D(X)\cdot Q(X)+R(X)$ $\quad PGCD(P,D)=PGCD(D,R)$ $\quad PPCM=\frac{|P.D|}{PGCD(P,D)}$

Nombre premier : $a\times m+b\times n=PGCD(a,b)=1$ $\quad a^p\equiv a\bmod p\equiv a[p]$ $\quad n=p_1^{\alpha_1}.(\dots).p_m^{\alpha_m}$

Théorème de Lagrange : $H<G\;,\;|H|\,divise\,|G|$ $\quad \forall g\in G\;,\;g^{card(G)}=e$ $\quad \exists g\;,\;\langle g\rangle=\{g^k\}$

Composition de transposition : $\sigma=\begin{pmatrix}a & b & c\\ b & c & a\end{pmatrix}=(a\;\;b\;\;c)=(a\;\;b)\circ(b\;\;c)$ $\quad \sigma\circ\sigma(a)=c\;;\;\epsilon(\sigma)=(-1)^{N_t}$

Contraposé : $A\Rightarrow B\equiv\neg B\Rightarrow\neg A$ $\quad \forall:(n^2[2]=0\Rightarrow n[2]=0)\Leftrightarrow\begin{matrix}(\neg(n[2])=1\Rightarrow\neg(n^2[2])=1)\\((2k+1)[2]=1\Rightarrow(2k+1)^2[2]=1)\end{matrix}$

Absurde : $(A\Rightarrow B)\wedge(\neg B\Rightarrow\neg A)$ $\quad \sqrt{2}=p/q\;;\;p[2]=0,q[2]=0\Rightarrow\sqrt{2}[2]=0$

Récurrence : $\downarrow\begin{matrix}P(0)\\ \forall n,P(n)\Rightarrow P(n+1)\end{matrix}$ $\quad \downarrow\begin{matrix}(a+b)^0=1\;;\;\binom{0}{0}a^0b^{0-0}=1\\ \forall n,(a+b)^n=\sum\binom{n}{k}a^kb^{n-k}\end{matrix}$ $\quad \binom{n}{k}=\frac{1}{k!}\frac{n!}{(n-k)!}\;;\;(n+1)!=n!(n+1)$

Inégalité : $|\langle x|y\rangle|\leqslant\|x\|\|y\|$ $\quad \|x+y\|\leqslant\|x\|+\|y\|$ $\quad P(|X|<a)\leqslant\frac{E(|X|^p)}{a^p}$

Limite : $u(n)\sim_{+\infty}v(n)$ $\quad \lim_{n\to+\infty}\frac{u(n)}{v(n)}=\lim_{n\to+\infty}\frac{v(n)}{u(n)}=1$ $\quad \lim_{x\to0}f(x,x)=\lim_{x\to0}f(x,ax)$

Exponentiel : $(e^{i\theta})^n=(\cos(\theta)+i\sin(\theta))^n=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$ $\quad e^{a+b}=e^a+e^b$ $\quad \ln(a^n)=n\ln(a)$ $\quad \log_p(x)=\frac{\ln(t)}{\ln(p)}$

Théorème valeur intermédiaire : $\forall f:[a,b]\to\mathbb{R}$ $\quad \forall u\in[f(a),f(b)]$ $\quad \exists c\in[a,b]\;,\;f(c)=u$

Théorème continuité : $f:I\to\mathbb{R}\;,\;([|x-a|<\delta\;\Rightarrow\;|f(x)-f(a)|<\epsilon])$ $\quad C_l:[a^-,a^+]$

Boule : $B(a,r)=\{x\in E\mid\|x-a\|<r\}$ $\quad A=\{(x,r)\in\mathbb{R}^2,a\leqslant f(x,y)\leqslant b\}$

Théorème point fixe : $g:E\to E$ $\quad g(x)=x$ $\quad d(f(x),f(y))<k.d_E$ $\quad k\in[0,1]$

Dérivée : $f\,'(x)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{df}{dx}$ $\quad (f\circ f^{-1})\,'=1$ $\quad v(u)\,'=u\,'.v\,'(u)$ $\quad (u.v)\,'=u\,'v+v\,'u$

Théorème accroissement fini : $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f\,'(c)$ $\quad |f\,'(c)|\leqslant M$

Hopital : $\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)}{g(y)}=\frac{f\,'(a)}{g\,'(a)}$ $\quad (u^\alpha)\,'=\alpha u^{\alpha-1}u\,'$ $\quad (\ln(u))\,'=u\,'/u$

Théorème encadrement : $f\leqslant g\leqslant h$ $\quad \lim_a f=\lim_a h=L$ $\quad \lim_a g=L$ $\quad \liminf(u_n)=\limsup(u_n)$

Critère de convergence : $\lim(f_n(x))\to_s f(x)$ $\quad \limsup|f_n(x)-f(x)|\to_{+\infty}0$ $\quad |\sum u_n|<\epsilon$ $\quad u(x)-\sum(-1)^n v_n\leqslant|a_{n+1}|$

Règle d'Alembert : $|f_n(x)|\leqslant a_n$ $\quad \sum a_nx^n$ $\quad \lim|\frac{a_{n+1}}{a_n}|=l=\frac{1}{R}$ $\quad S_j-S_{i-1}=\sum_i^j q^k=\frac{q^i-q^{j+1}}{1-q}$

Régularité : C^∞ $\quad C^2:\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2}{\partial y\partial x}$

Serie de Taylor : $a_k=\frac{f^{(n)}(a)}{k!}$ $\quad P(x)=\sum_{k=0}^{n}a_k(x-a)^k$ $\quad (1+x)^\alpha=1+\sum_{n=1}^{\infty}\binom{\alpha}{n}x^n$

Suite L^p : $\|x(n)\|_p=(|x_1(n)|^p+(\dots)+|x_n(n)|^p)^{1/p}$ $\quad A=B$

Jacobien : $J_F(M)=\begin{pmatrix}\partial f_1 & \partial x_n\\ \partial x_1 & \partial f_m\end{pmatrix}$ $\quad \phi(x,y)\to\phi(r,\theta)\;;\;J_\phi=\begin{pmatrix}\cos\theta & -r\sin\theta\\ \sin\theta & r\cos\theta\end{pmatrix}$

Résidu : $f(z)=\frac{q(z)}{p_0(Z).(\dots).p_n(z)}$ $\quad Res(f(z),p_i(z))=\lim_{z\to p_i}q(z)/\prod_{j\neq i}p_j(z)$

Critère d'intégration : $\lim_{t\to[a^+,+\infty]}(t-a)^\alpha f(t)=0$ $\quad \int_a^b f(t)\,dt=\frac{b-a}{n}\sum_{n}^{N\to+\infty}f(a+k(b-a)/n)$ $\quad \sum(n+m)=\sum(n(1+\frac{m}{n}))$

Théorème fondamental d'analyse : $A\,'(x)=f(x)$ $\quad \int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$

Théorème changement de variable : $\int_V g(y_i)\,dy_i=\int_U g(F(x_i)).|detJ_F(x_i)|\,dx_i$ $\quad dy=f\,'(x)dx\;,\;\alpha=f\,'(a)$

Théorème convergence dominée : $(f_n)\in(E,A,\mu)\to f$ $\quad \lim_{n\to+\infty}\int f_n(\mu)\,d\mu=\int\lim_{n\to+\infty}f_n(\mu)\,d\mu$

Transformée : $\tilde{f}(\omega)\propto\int_\alpha^\beta f(x).e^{-pt}$ $\quad \mathrm{T}(f(t-\tau)u(t-\tau))=\tilde{f}(\omega).e^{-\tau\omega}$

$t.u(t-1)-u(t-1)+u(t-1)=(t-1)u(t-1)+u(t-1)$

Equation différentielle : $a(x)y\,'+b(x)y=c(x)$ $\quad \int\frac{y\,'}{y}=-\int\frac{b(x)}{a(x)}$ $\quad y_p=\lambda(x).f(x)$ $\quad y_p=P[X].e^{Q[X]};Q[X]\in\mathbb{C}$

Théorème Cauchy-Lipstchitz : $x^{(p)}=f(t,x,\dots,x^{(n)})$ $\quad y\,''+y=0\to X(t)=(y,y\,')$ $\quad X(t)=\sum\alpha_i e^{\lambda_i t}u_i$

Théorème de transfert : $G=E[g(X)]=\int g(x)f_X(x)\,dx=\sum g(x_i).f(x_i)$ $\quad F_X=P(X\leqslant x)$

Théorème central limite : $\lim_{n\to+\infty}P(Z_n<z)=\Phi_{N(0,1)}(z)$ $\quad \sigma\to\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\quad A=B$