51) a)

(**, 8 Minuten)
Betrachten Sie folgende Problemspezifikation:

Eingabe: $a \in \mathbb{N}_0, a < 128$
Ausgabe: $b \in \mathbb{N}_0$
Funktionaler Zusammenhang:
$(b = a + 32 \wedge b \geq 97 \wedge b \leq 122) \vee (b = a \wedge (b < 65 \vee (b > 90 \wedge b < 128)))$

Weisen Sie die partielle Korrektheit des folgenden Algorithmus zur Lösung der Problemstellung nach. Geben Sie dazu vor und nach jeder Anweisung geeignete Zusicherungen an. Die Gültigkeit der Zusicherungen muss nicht begründet werden (und insbesondere müssen auch keine Regeln für Hoare-Tripel angegeben werden).
Gleichen Sie außerdem die Funktionalität mit der ASCII-Tabelle ab. Was macht der Algorithmus?

```
Eingabe: a ∈ N0, a < 128
wenn (a ≥ 65 ∧ a ≤ 90) dann
    b ← a + 32;
sonst
    b ← a;
Ausgabe: b
```

$a < 128$ ⇒ gültiges ASCII-Zeichen

$a+32$ ($65 \leq a \leq 90$ ⇒ Großbuchstabe
→ $97 \leq a \leq 122$ ⇒ Kleinbuchstabe

Funktionalität: wenn: a Großbuchstabe ist ⇒ Ausgabe zugehöriger Kleinbuchstabe
sonst: Ausgabe des ASCII-Zeichens von a

Fallunterscheidung wenn $(a \geq 65 \wedge a \leq 90)$ dann ⇒ $a \in \mathbb{N}^0$, $a < 128$

Zuweisungsr. $b \leftarrow a+32$ ⇒ $b = a+32$, $b \geq 97$, $b \leq 122$

wenn-sonst ⇒ $b = a$; $b < 65 \vee (b > 65 \vee (b > 97 \wedge b < 122)$

Zusicherung Ende: $(b = a + 32 \wedge b \geq 97 \wedge b \leq 122) \vee (b = a \wedge (b < 65 \vee (b > 90 \wedge b < 128)))$

---

b)

(***, 12 Minuten)
Betrachten Sie folgende Problemspezifikation:

Eingabe: $n \in \mathbb{N}_0, d \in \mathbb{N}$
Ausgabe: $a, r \in \mathbb{N}_0$
Funktionaler Zusammenhang: $n = a \cdot d + r \wedge r \geq 0 \wedge r < d$

Weisen Sie die partielle Korrektheit des folgenden Algorithmus zur Lösung der Problemstellung nach. Geben Sie dazu vor und nach jeder Anweisung geeignete Zusicherungen an. Die Gültigkeit der Zusicherungen muss nicht begründet werden (und insbesondere müssen auch keine Regeln für Hoare-Tripel angegeben werden).

Hinweis: Es ist nicht immer sinnvoll, den Beweis der partiellen Korrektheit eines Algorithmus von oben nach unten durchzuführen. Probieren Sie hier, vom funktionalen Zusammenhang am Ende aus eine Schleifeninvariante zu erkennen, die mit der negierten Schleifenbedingung den funktionalen Zusammenhang ergibt und formulieren Sie dann nach und nach die notwendigen Zusicherungen.

```
Eingabe: n ∈ N0, d ∈ N
r ← n;
a ← 0;
solange r ≥ d tue
    r ← r − d;
    a ← a + 1;
Ausgabe: a, r
```

Programm macht: Division von $n:d$ mit Rest

Funktionaler Zusammenhang: $n = a \cdot d + r \wedge r \geq 0 \wedge r < d$

von hinten nach vorne:

Vorbedingung: $n \in \mathbb{N}^0$, $d \in \mathbb{N}$
$r = n$
$d = 0$

Schleife (solange) (Wdh. Regel) Bedingung: $r \geq d$

Invariante: $r = n - a \cdot d \wedge 0 \leq r < d$

Zusich. $r \leftarrow r - d$;
$a \leftarrow a + 1$;

Nachbed.: $a, r \in \mathbb{N}^0 \wedge 0 \leq r < d \wedge n = a \cdot d + r \wedge 0$