



Übung zur Vorlesung Informatik 1

Fakultät für Angewandte Informatik

Institut für Informatik

DR. M. FRIEB, DR. J. MISCHIE, V. SCHMID, L. PETRAK, P. SCHALK

WiSe 2022/2023

13.01.2023

Übungsblatt 11

Abgabe: 23.01.2023 9:00 Uhr

- Dieses Übungsblatt muss im Team abgegeben werden (Einzelabgaben sind nicht erlaubt!).
- Die **Zeitangaben** geben zur Orientierung an, wie viel Zeit für eine Aufgabe später in der Klausur vorgesehen wäre; gehen Sie davon aus, dass Sie zum jetzigen Zeitpunkt wesentlich länger brauchen und die angegebene Zeit erst nach ausreichender Übung erreichen.

* leichte Aufgabe / ** mittelschwere Aufgabe / *** schwere Aufgabe

Offener Zoom-Arbeitsraum (OZR):

Da zwischenzeitlich ein falscher Link zum offenen Zoom-Raum veröffentlicht war, finden Sie hier den korrekten Link:

<https://uni-augsburg.zoom.us/j/97733319417?pwd=RnZjOVhpZktINlVKT1VPcm1uTEEyUT09>

Der offene Zoom-Raum findet immer freitags von 14:00 bis 17:00 Uhr statt. Dort sind ein Mitarbeiter und einige Tutoren anwesend, denen Sie Fragen zum aktuellen Stoff und zum aktuellen Übungsblatt stellen können. Außerdem können Sie dort in Breakout-Sessions mit Ihrem Team oder anderen Studierenden gemeinsam am Übungsblatt arbeiten.

Aufgabe 41 (Terme und Syntaxbäume, 15 Minuten)

a) (*, 5 Minuten)

Kreuzen Sie in der folgenden Tabelle an, bei welchen der Ausdrücke es sich gemäß der Definition und Konventionen im Skript um Terme handelt.

	Ausdruck	Term	kein Term
1.	17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	$0 < 1$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3.	$x - 10$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	$ x + y \leq x + y $	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5.	$x + 3 = y + 3$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6.	$z + f(x) + f(y)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	$f(g(x), y) - 24 \cdot (x - 1)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	$\cos(x) \in [0, 1]$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	$\min\{7x - 3y, 5\frac{x+y}{2}\} \geq 0$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
10.	$(\{1, 3, 5\} \cap \{2, 3, 4\}) \times \mathbb{N}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

b) (*, 5 Minuten) Geben Sie zu jedem Ausdruck, bei dem Sie in Aufgabenteil a) „kein Term“ angekreuzt haben, eine kurze Begründung an, aus der hervorgeht, warum es sich bei dem Ausdruck um keinen Term handelt.

- c) (*, 5 Minuten) Geben Sie zu jedem Ausdruck, bei dem Sie in Aufgabenteil a) „Term“ angekreuzt haben, den Syntaxbaum an.

Aufgabe 42 (Strukturelle Induktion, 25 Minuten)

- a) (**, 15 Minuten)

Alle Katzen haben 4 Beine und einen Schwanz. Alle Ameisen haben 6 Beine und keinen Schwanz. In einem Raum befinden sich 1 Katze und 1 Ameise. Jeden Tag kommen pro Schwanz eine Katze und 3 Ameisen und pro 5 Beine eine Katze hinzu. Beweisen Sie mittels struktureller Induktion:

1. Es sind immer gleich viele Katzen und Ameisen im Raum.
2. Es sind immer 10-mal so viele Beine wie Schwänze im Raum.

- b) (**, 10 Minuten)

Sei A ein beliebiges Alphabet. Wir definieren induktiv die Operation *reverse*, wobei mit \cdot , wie in Kapitel 4 des Skriptes beschrieben, die Konkatenation von Wörtern bezeichnet ist:

1. Für das leere Wort ε gilt: $\text{reverse}(\varepsilon) = \varepsilon$
2. Für $a \in A$ und $w \in A^*$ gilt: $\text{reverse}(a \cdot w) = \text{reverse}(w) \cdot a$

Beweisen Sie für alle Wörter $u, v \in A^*$ die Gleichheit $\text{reverse}(u \cdot v) = \text{reverse}(v) \cdot \text{reverse}(u)$. Führen Sie dafür strukturelle Induktion über die Struktur des Wortes u .

Aufgabe 43 (Aussagenlogik und Wahrheitstafeln, 25 Minuten)

Seien in dieser Aufgabe A , B und C beliebige aussagenlogische Formeln.

- a) (*, 10 Minuten)

Kreuzen Sie in der folgenden Tabelle an, ob die angegebenen aussagenlogischen Formeln erfüllbar, unerfüllbar oder gültig sind.

	Formel	erfüllbar	unerfüllbar	gültig
1.	$A \vee \neg A$			<input checked="" type="checkbox"/>
2.	$(A \vee B) \rightarrow (A \wedge B)$	<input checked="" type="checkbox"/>		
3.	$\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$	<input checked="" type="checkbox"/>		
4.	$(A \rightarrow \neg B) \wedge (A \wedge B)$		<input checked="" type="checkbox"/>	
5.	$\neg(A \leftrightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$	<input checked="" type="checkbox"/>		
6.	$\neg(A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow C)$			<input checked="" type="checkbox"/>
7.	$(\neg C \rightarrow A) \rightarrow \neg(\neg B \rightarrow A)$	<input checked="" type="checkbox"/>		
8.	$\neg B \wedge \neg(B \rightarrow C)$		<input checked="" type="checkbox"/>	

- b) (*, 15 Minuten) Beweisen Sie Ihre Aussagen aus Aufgabenteil a), indem Sie für jede Formel eine Wahrheitstafel angeben und mit Hilfe der Definitionen für Erfüllbarkeit, Unerfüllbarkeit und Gültigkeit argumentieren, warum aus dieser hervorgeht, dass Ihre Aussage korrekt ist.

Aufgabe 44 (Formalisieren mit Prädikatenlogik, 15 Minuten)

a) (**, 7 Minuten)

Formalisieren Sie die unten stehenden Aussagen als prädikatenlogische Formeln.

1. Es gibt eine natürliche Zahl, die durch 7 teilbar ist.
2. Wenn eine reelle Zahl größer als 10 ist, ist sie auch größer als 5.
3. Jede reelle Zahl ist auch eine natürliche Zahl.
4. Zwischen zwei rationalen Zahlen gibt es immer noch eine dritte rationale Zahl.
5. Jede Zahl in der Menge $\{49, 91, 189, 259, 945\}$ ist ein Vielfaches von 7.

b) (**, 8 Minuten)

Beschreiben Sie für jede der unten stehenden Formeln verständlich, was die Formel aussagt.

1. $\forall x \in \mathbb{Z} : (x \bmod 10 = 0) \rightarrow (x \bmod 5 = 0)$
2. $\forall x \in \mathbb{N} : x - 1 \in \mathbb{N}$
3. $x < y \rightarrow \exists z \in \mathbb{Q} : z < y$
4. $\forall x \in P : x \bmod 2 = 1 \vee x = 2$
5. $\neg(x = 1) \wedge \forall y \in \mathbb{N} : (x \bmod y = 0) \rightarrow (y = 1 \vee y = x)$

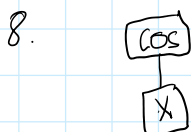
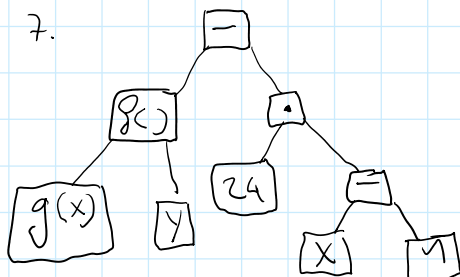
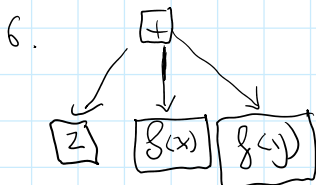
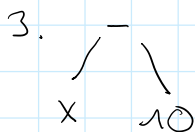
Aufgabe 1:

b)

2. Ist kein Term da dieses konstruiert ein Prädikat ist, also wahr oder falsch sein kann. (aufgrund des $<$)
4. Ist kein Term da dieses konstruiert ein Prädikat ist, also wahr oder falsch sein kann.
5. Ist kein Term da dieses konstruiert ein Prädikat ist, also wahr oder falsch sein kann.
9. Ist kein Term da dieses konstruiert ein Prädikat ist, also wahr oder falsch sein kann.

c)

1. 17



Aufgabe 43.

b) 1.

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$
1	0	1
0	1	1

5.

A	B	ξ
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

2.

A	B	2.
1	0	0
0	1	0
1	1	1
0	0	1

6.

A	B	C	6.
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	1
1	1	1	1
0	0	0	1

3.

A	B	3.
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

7.

A	B	C	7.
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
0	1	1	1
1	1	1	0

4.

A	B	4.
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

8.

B	C	8.
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Aufgabe 44.

- a)
1. $\forall x \in \mathbb{N} : (x \bmod 7 = 0)$
 2. $x \in \mathbb{R} : (x > 10) \rightarrow (x > 5)$
 3. $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \mathbb{N}$
 4. $\forall x :$
 5. $x \in \mathbb{M} : (x \bmod 7 = 0)$

b)

- ① Jede Zahl die durch 10 restlos teilbar ist, ist auch durch 5 restlos teilbar.
- ② Für jede natürliche Zahl existiert eine kleinere natürliche Zahl.