

---

# *Simulink/Matlab e* **Corpos em Queda**

**Fabiano Ap. Marino**, Universidade de São Paulo

---

**U**m ensaio sobre corpos em queda considerando três casos : queda-livre, queda com força proporcional a resistência do ar e proporcional a resistência do ar ao quadrado.

e após isto, a consideração da força de resistência proporcional a velocidade do corpo ao quadrado.

As descrições matemáticas dos fenômenos além de sua descrição em blocos simulink é apresentada no documento em questão.

## **Introdução : *simulink/Matlab***

Há o que se chama de softwares de linguagem de alto nível, o que significa que há uma grande abstração nos comandos aceitos pelo software, ou seja, os comandos estão baseados em outros a que são descritos por meio de uma linguagem mais rígida, como C ou C++, e sua utilização se dá desconsiderando os aspectos dessas linguagens, tornando mais simples a resolução de muitos problemas. Porém, cabe ressaltar que : apesar do alto nível da linguagem a intenção volta-se a descrever sistemas de maior complexidade, dificultando assim pelo fenômeno a que se deseja simular, analisar.

O simulink, na forma mais simples das linguagens , se utiliza de descrições gráficas para possibilitar a simulação das equações diferenciais que descrevem o fenômeno tornando a programação simples e agradável, além de que, pessoalmente dizendo, bela e prazerosa.

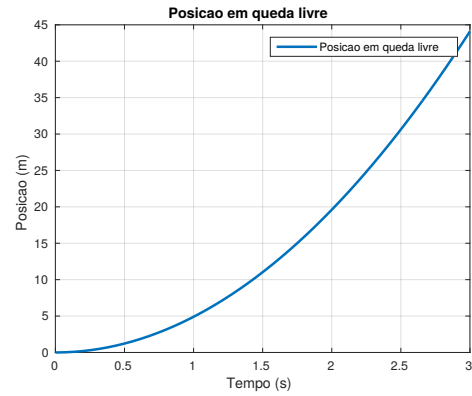
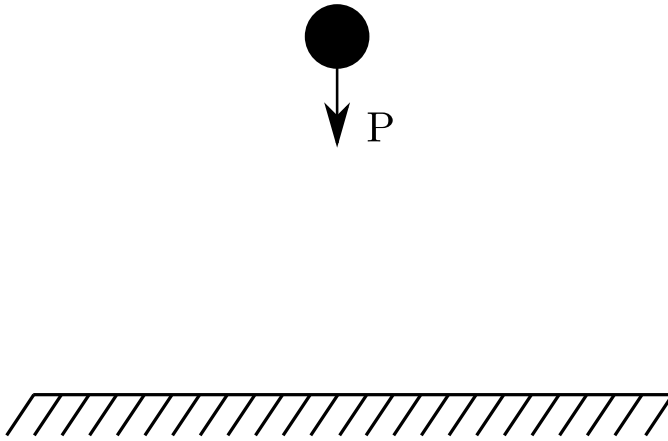
O presente documento tem como intenção a utilização da ferramenta citada na descrição de um simples fenômeno físico : a queda de corpos. Primeiro considera-se um corpo em queda livre, sendo que, posteriormente, adiciona-se a resistência do ar considerando-a proporcional a velocidade do corpo

## **Corpo em Queda Livre**

As considerações aqui feitas para o ambiente de queda do corpo são as que se seguem :

- Não há resistência do ar : o que significa que o corpo encontra-se em queda em uma região em que denomina-se vácuo, ou seja, sem a presença de ar, estando o mesmo somente atuado pela força peso, de atração gravitacional.
- Considera-se também que não há modificações na forma do corpo durante a queda : ou seja, durante a queda, a forma do corpo, a qual influenciaria na força de resistência de contra a velocidade, é constante, introduzindo o fato de que a constante de resistência do corpo é constante ao longo de todo o trajeto.

Abaixo, encontra-se um desenho do fenômeno em questão, indicando um corpo com a atuação da força peso. Logo mais encontra-se a descrição matemática do mesmo fenômeno.

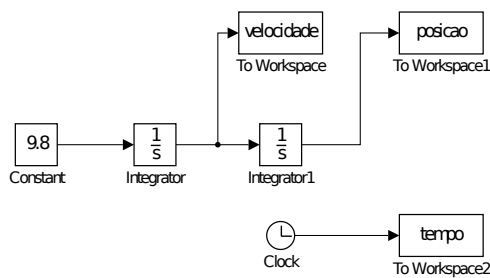


**Figure 3:** *Posição do bloco em queda livre*

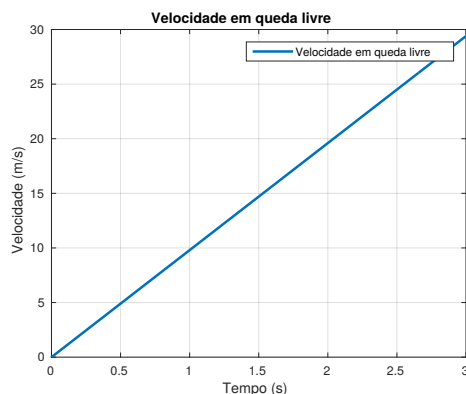
A descrição em termos matemáticos fica como se segue :

$$\vec{P} = m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} \quad (1)$$

A descrição do fenômeno em termos de ambiente simulink fica como se segue, além dos resultados de simulação correspondentes a velocidade e posição do corpo ao longo do tempo.



**Figure 1:** *Descrição em blocos simulink*



**Figure 2:** *Velocidade do bloco em queda livre*

Observa-se que as simulações estão em conformidade com o esperado : a velocidade cresce linearmente, o que é verossímil quanto ao fenômeno em

questão, afinal, sobre o corpo, ao qual atua-se somente a força peso, tem-se como aceleração a da gravidade, fazendo com que a velocidade tenha o comportamento descrito pela equação  $v(t) = v_0 + gt$ , que nada mais é que uma reta crescente conforme a orientação de  $g$ . Integrando a velocidade tem-se a posição do corpo no tempo, e é simples a informação de que a integral de uma equação do primeiro grau é uma do segundo, cujo formato é uma parábola com concavidade segundo as orientações especificadas no fenômeno em questão.

## Queda com força de resistência proporcional a velocidade do ar

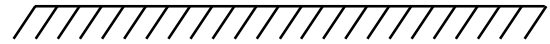
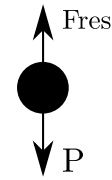
Aqui, passa-se a considerar que há uma espécie de fluido no meio ao qual o corpo encontra-se em queda, fazendo com que surja uma resistência a queda devido ao encontro entre o corpo e as partículas que compõem tal fluido. Primeiramente, como breve elucidação, observa-se o fato de que tal força de resistência é proporcional a velocidade, em uma primeira consideração, e que a mesma tem seu sentido contrário a velocidade do corpo; assim, se o mesmo fosse jogado para cima, a força de resistência seria para baixo, afinal a velocidade encontra-se para direcionada para cima. O mesmo observa-se para um corpo em queda : estando a velocidade para baixo, a força de reação ao movimento devido ao meio não vazio de matéria, ou o não vácuo, fará com que a força fique para cima, mais uma vez contrário a velocidade.

Mais uma vez a forma do corpo se mantém ao longo do seu movimento, acarretando no fato de que a constante de proporcionalidade de resistência do corpo a queda se mantém constante, afinal a mesma mantém relações com a forma do corpo. Afim de melhor elucidar este fato, pensar que uma folha de papel A4, por exemplo, quando solta ao ar sem estar amassada cai com um comportamento enquanto, se amassada, cai com outro, o que é imaginável para uma grande gama de pessoas que lêem o presente documento, mostra a relação entre força de resistência do meio e a forma do corpo. Tudo isto acarreta no fato de que a constante de proporcionalidade de resistência mantém, mais uma vez, constante ao longo de todo o movimento, a qual denominar-se-a como sendo .

Mas, a força de resistência tem sua expressão dada, tomando o fato de que a mesma é proporcional a constante  $\rho$  e a velocidade do corpo, como sendo :  $\vec{F}_r = \rho \vec{v}$ .

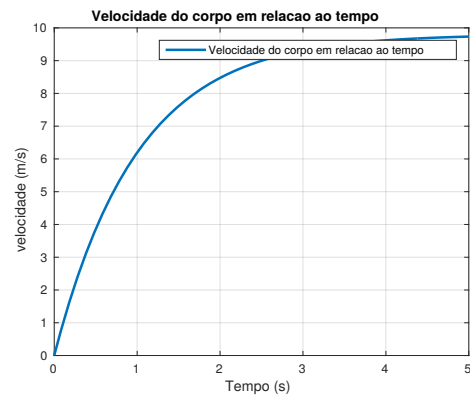
Desse modo, a expressão que rege o movimento do corpo em queda tem o seguinte formato, além do que, o fenômeno é descrito na figura (4).

$$+ \vec{P} - \rho \vec{v} = m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} \quad (2)$$

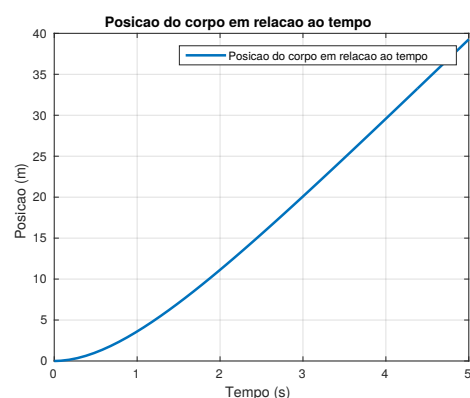


**Figure 4:** Diagrama de forças de um corpo em queda com resistência do meio.

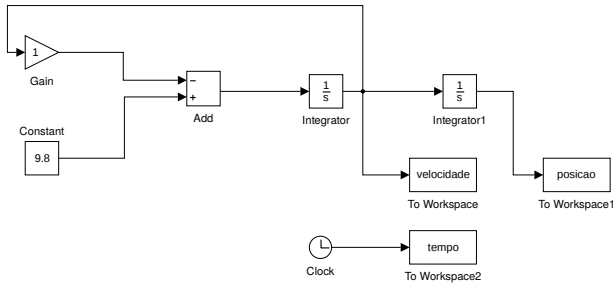
Os resultados, bem como a construção em ambiente simulink encontram-se a seguir, expressando resultados concisos e esperados com relação a velocidade e posição do corpo ao longo do tempo.



**Figure 5:** Velocidade do corpo com relação ao tempo.



**Figure 6:** Posição do corpo com relação ao tempo.



**Figure 7:** Construção em blocos do em diagrama simulink.

O próximo objetivo é simular e descrever um corpo em queda com força de resistência proporcional a velocidade ao quadrado, oque inclui uma não linearidade no problema.

## Corpo em Queda com Força de Resistência Proporcional a Velocidade do Ar ao Quadrado

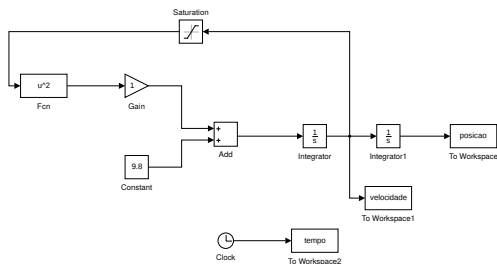
Considera-se agora, o corpo em queda, assim como representado na figura (4), porém com força de resistência do ar proporcional a velocidade ao quadrado. O equacionamento do fenômeno fica como se segue e os resultados obtidos com relação ao ambiente simulink fica como se segue nas imagens apresentadas.

$$\vec{P} - \vec{F}_{res} = m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} \quad (3)$$

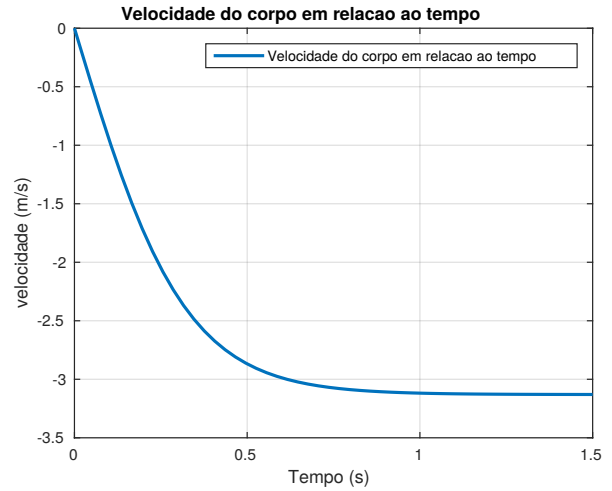
Implicado em, devido a força de resistência ser proporcional a velocidade ao quadrado :

$$\vec{P} - m \left( \frac{d\vec{R}}{dt} \right)^2 = m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} \quad (4)$$

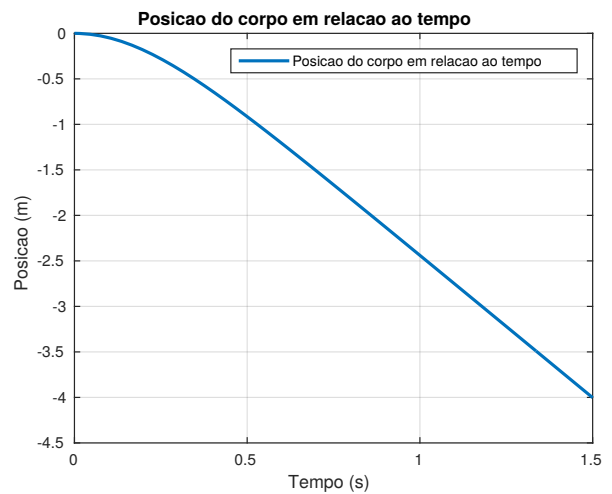
Da qual a descrição em ambiente simulink fica como se segue na figura (8) além das simulações referentes a velocidade e deslocamento do corpo presentes nas figuras (9) e (10).



**Figure 8:** Descrição Simulink com Força de Resistência Proporcional a Velocidade ao Quadrado.



**Figure 9:** Velocidade do corpo com relação ao tempo.



**Figure 10:** Posição do Corpo com Relação ao tempo.

## References

[Moysés Nussveig, 2009] Curso de Física 1 : Conteúdo Básico IFSC