

---

# Gramáticas independientes del contexto y autómatas de pila

LENGUAJES FORMALES Y DE PROGRAMACIÓN

SECCIÓN A+

## ***TRANSICIONES QUE INSERTAN MÁS DE UN SÍMBOLO A LA PILA.***

- Transiciones de la forma  $(p, a, s; q, xyz)$ .

En este caso, se insertan en la pila los símbolos  $z, y, x$ ,  
(en ese orden).

$x$  se hallará en la cima de la pila (con  $y$  debajo y  $z$  en el fondo)

- Para la producción  $S \rightarrow aRb$  La transición  $(p, a, s; q, aRb)$  ingresara a la pila los símbolos  $b, R$  y  $a$ . De manera que  $a$  queda en la cima de la pila seguido de  $R$  y seguido de  $a$ .

## TEOREMA I

- Para cada gramática  $G$  independiente del contexto, existe un autómata de pila  $M$  tal que  $L(G) = L(M)$ .
- Para cada autómata de pila  $M$ , existe una gramática  $G$  independiente del contexto tal que  $L(G) = L(M)$ .

## TEOREMA 2

- Para cada autómata de pila que acepte cadenas sin vaciar su pila existe un autómata que acepta el mismo lenguaje pero que vacía su pila antes de llegar al estado de aceptación.
- La palabra se acepta, aunque no esté en un estado de aceptación. A esto se le llama Aceptación por pila vacía.

# AUTÓMATA DE PILA USANDO UNA GRAMÁTICA: MÉTODO DE GRAMÁTICA

- Construcción de un Autómata de Pila a partir de una gramática
- Sea la Gramática Independiente del contexto  $GIC = (N, T, I_0, G)$  cualquiera
- Se puede resolver cualquier GIC a partir de un autómata de pila

$AP = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, I_0, F)$

- En algunos textos y herramientas tanto el símbolo de aceptación  $\#$  como el estado Inicial  $I_0$  ya están ingresados a la pila y se usa  $Z$  o  $Z_0$  como estado de aceptación. El resultado es el mismo.

# GENERAR UN AUTÓMATA DE PILA A PARTIR DE UNA GRAMÁTICA LIBRE DE CONTEXTO

## MÉTODO DE GRAMÁTICA

- Dada una gramática  $G$  independiente del contexto, se construye un autómata de pila  $M$  de la manera siguiente:
  1. Designar el alfabeto de  $M$  como los símbolos terminales de  $G$ , junto con el símbolo  $\#$  (estado de aceptación)
  2. Designar los estados de  $M$  como  $l_0, p, q$  y  $f$ , donde  $l_0$  es el estado inicial  $p$  y  $q$  son dos estados cualesquiera y  $f$  es el único estado de aceptación.
  3. Introduzca la transición  $(l_0, \epsilon, \epsilon; p, \#)$ . Inicializa la pila con el símbolo de aceptación.
  4. Introduzca una transición  $(p, \epsilon, \epsilon; q, S_0)$  donde  $S_0$  es el símbolo inicial de  $G$ . Inicializa la pila con el Estado Inicial.
  5. Introduzca una transición de la forma  $(q, \epsilon, N; q, w)$  para cada regla de reescritura  $N \rightarrow w$  en  $G$
  6. Introduzca una transición de la forma  $(q, x, x; q, \epsilon)$  para cada terminal  $x$  de  $G$  (es decir, para cada símbolo del alfabeto de  $M$ ).
  7. Introduzca la transición  $(q, \epsilon, \#; f, \epsilon)$ .

Si en la pila se tiene el símbolo de aceptación entonces se mueve al estado de aceptación y se acepta la palabra. Una palabra puede aceptarse en un autómata de pila si se llega al estado de aceptación (solo hay uno) o si la pila queda vacía.

# MÉTODO DE GRAMÁTICA

- Un autómata de pila construido de esta manera analizará una cadena de entrada marcando primero el fondo de la pila con el símbolo #, luego insertando en la pila el símbolo inicial de la gramática y después entrando al estado  $q$ .
- De ahí y hasta que el símbolo # vuelva a aparecer en la cima de la pila:
  - **No terminal:** el autómata extraerá un no terminal de la pila y lo reemplazará con el lado derecho de una regla de reescritura aplicable (dado por una transición de la gramática), Para  $N \rightarrow w$  reemplazar  $N$  por  $w$ . ( $w$  puede ser de  $n$  símbolos)
  - **Terminal:** extraerá un terminal de la pila a la vez que lee el mismo terminal en la entrada.
- Una vez que el símbolo # regresa a la cima de la pila, el autómata cambiará a su estado de aceptación, indicando que la entrada recibida hasta ese punto es aceptable.

## EJEMPLO:

Realizar el autómata de pila para la gramática

$$T = \{x, a, b\} \quad N = \{S_0, S_1\} \quad I_0 = S_0$$

$$S_0 \rightarrow xS_1S_2x$$

$$S_1 \rightarrow aS_1a$$

| x

$$S_2 \rightarrow bS_2b$$

| x



# EJEMPLO

1

Inicia en estado Inicial  $S_0$

2

Se ingresa a la pila el símbolo de aceptación (#).

3

Se ingresa a la pila el estado inicial ( $S_0$ ).

4

Por cada producción de la gramática se coloca una transición al estado  $q_2$ .

5

$S_0 \rightarrow xS_1S_2x$   
Si en la pila esta  $S_0$  se debe ingresar  $xS_1S_2x$

6

Por cada símbolo de entrada que coincide con el símbolo que esta en la pila, se saca el símbolo y no se ingresa nada a la pila.

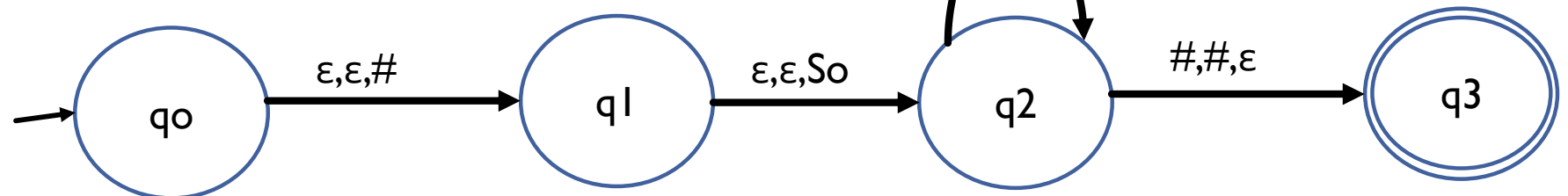
a,a  
x,x  
b,b

Cuando en el top de la pila este el símbolo de aceptación (#) se pasa al estado de aceptación

1
2
3
4
5

$S_0 \rightarrow xS_1S_2x$   
 $S_1 \rightarrow aS_1a$   
 $\quad \mid \epsilon$   
 $S_2 \rightarrow bS_2b$   
 $\quad \mid x$

$\epsilon, S_1, \epsilon$   
 $b, b, \epsilon,$   
 $a, a, \epsilon,$   
 $x, x, \epsilon,$   
 $\epsilon, S_2, x$   
 $\epsilon, S_2, bS_2b$   
 $\epsilon, S_1, x$   
 $\epsilon, S_1, aS_1a$   
 $\epsilon, S_0, xS_1S_2x$



# EJEMPLO

**xaxaxx#**

**#**

$S_0 \rightarrow xS_1S_2x$

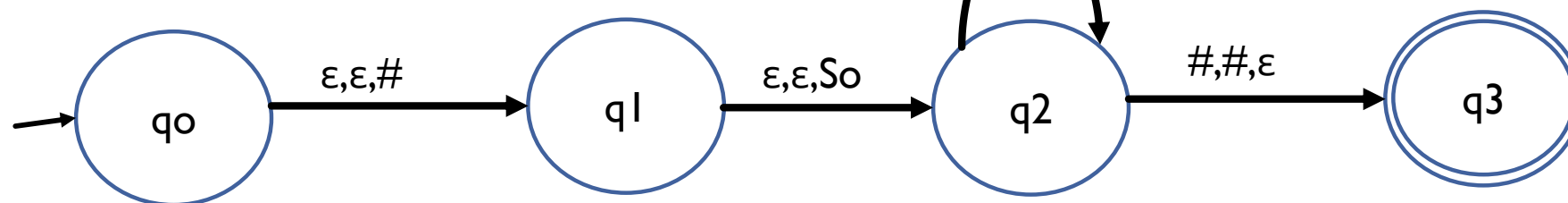
$S_1 \rightarrow aS_1a$

| x

$S_2 \rightarrow bS_2b$

| x

b, b,  $\epsilon$ ,  
a, a,  $\epsilon$ ,  
x, x,  $\epsilon$ ,  
 $\epsilon$ ,  $S_2$ , x  
 $\epsilon$ ,  $S_2$ ,  $bS_2b$   
 $\epsilon$ ,  $S_1$ , x  
 $\epsilon$ ,  $S_1$ ,  $aS_1a$   
 $\epsilon$ ,  $S_0$ ,  $xS_1S_2x$



# EJEMPLO

$S \rightarrow 0SI$   
 $\quad \mid \varepsilon$

