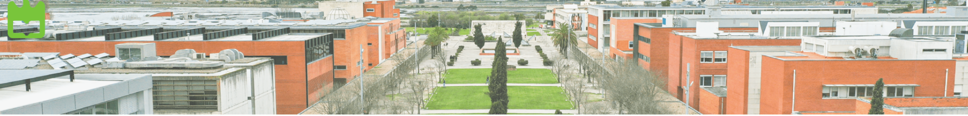


Robótica Industrial
Aula prática nº 3

Transformações geométricas em 3D
Uso de ’hipermatrizes’ como sequência de transformações
Funções gerais para animação
Objetos poliédricos em Matlab
Ângulos de Euler

Vítor Santos

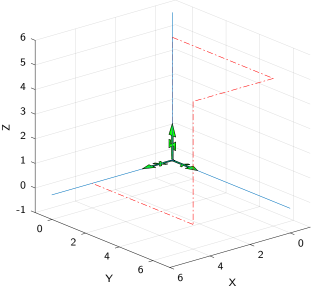
Universidade de Aveiro

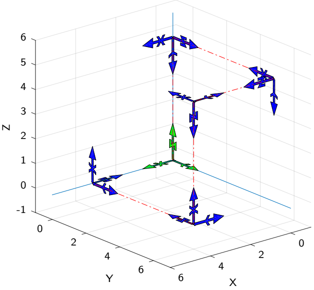
2 Out 2023

Exercício 1 - Representação de referenciais

Representar múltiplas configurações de um sistema de coordenadas

Usando a função fornecida `[P,F]=seixos3()`, representar o objeto `P` nas 6 configurações ilustradas mediante as transformações geométricas adequadas. As matrizes P e F podem ser usadas do seguinte modo: `patch('Vertices',P(1:3,:)','Faces',F,'FaceColor','b')`.
NB: Sugere-se começar com a representação base à esquerda!





As diversas posições podem ser obtidas de duas formas: por pré- ou pós-multiplicação. Sugere-se a pós-multiplicação porque aqui é mais fácil expressar as transformações no referencial local!

Exercício 2 - Funções vetoriais de rotação

Criar as novas funções

- `mrotx()`, `mroty()`, `mrotz()`

que aceitam vetores como argumentos e devolvem uma *hipermatriz* de transformações geométricas (uma matriz de transformação para cada valor do vetor na entrada; uma *hipermatriz* é, aqui, um tensor de ordem 3).

Exemplo para `mrotx()`

`A=mrotx(linspace(0,pi/2,2))` deverá devolver uma *hipermatriz* de 3 dimensões em que a terceira dimensão tem 2 folhas: uma para a rotação de 0 e outra para a rotação de pi/2:

$$A(:,:,1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A(:,:,2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercício 3 - Função vetorial de translação

Criar a nova função

- `mtrans(X,Y,Z)`

de filosofia similar às anteriores, mas que aceita 3 vetores como argumentos e devolve uma hipermatriz de transformações geométricas. Porém, esta função precisa de prever a situação em que os seus argumentos tenham dimensões diferentes.

Risco de diferença de dimensões entre X, Y e Z

Para evitar erros de execução, dentro da função, deve-se fazer o *padding* dos vetores para corrigir a situação se os argumentos não forem todos da mesma dimensão. Há outras soluções, mas uma solução possível é ajustar os vetores do seguinte modo:

- `m = max([numel(X), numel(Y), numel(Z)]);`
- `X(end:m)=X(end);` % etc.

Exercício 4 - Função `manimate()`

Criar uma nova função de animação `manimate()`

- `Tlast=manimate(h, P, Tcurr, Tset, ord)`
  - **h** – *handle* gráfico do objeto a animar (movimentar);
  - **P** – matriz de pontos do objeto (no formato homogéneo);
  - **Tcurr** – Matriz de transformação da posição inicial do objeto (início da animação);
  - **Tset** – hipermatriz de transformações geométricas com o conjunto dos passos intermédios para a animação (sucessivas posições do objeto P).
  - **ord** – indicador se as transformações presentes na hipermatriz são para ser feitas no referencial local (ord=1) ou no referencial global (ord=0);
  - **Tlast** – última posição (matriz de transformação) onde foi deixado o objeto no fim da animação.

Diferenças entre `Animate()` e `manimate()`

Contrariamente à função `Animate()` criada da aula anterior, esta função espera as matrizes T (em `Tset`) e não o vetor com os 6 incrementos. Inclui uma opção para indicar se as transformações são pré- ou pós-multiplicadas.

Exercício 5 - Animação com a função `manimate`

Fazer a animação com a sequência apresentada no exercício 1

Invocando a função `manimate()`, a partir do programa principal, fazer a animação ilustrada no exercício 1. Propõe-se o uso de 'hipermatrizes' de 4 dimensões para facilitar a indexação dos diversos passos no ciclo `for`.

Excerto de código exemplo com pré- e pós-multiplicações

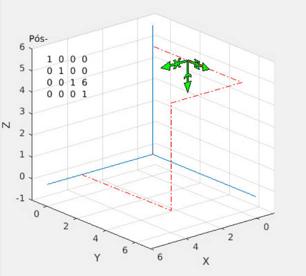
```
NN=10;
T(:,:,:,1)=mtrans(0,0,linspace(0,5,NN));
T(:,:,:,2)=mrotx(linspace(0,-pi/2,NN));
T(:,:,:,3)=mtrans(0,linspace(0,6,NN),0);
T(:,:,:,4)=mroty(linspace(0,pi/2,NN));
T(:,:,:,5)=mtrans(linspace(0,4,NN),0,0);
T(:,:,:,6)=mrotx(linspace(0,-pi/2,NN));
% ...
order=[0 1 0 1 0 1 ];  %1 -> pos-mult, 0 -> pre-mult
Tcurr=eye(4,4);  %Posição inicial (matriz identidade)
for n=1:size(T,4)
    Tcurr = manimate(h, P, Tcurr, T(:,:,:,n), order(n) );
    pause()
end
```

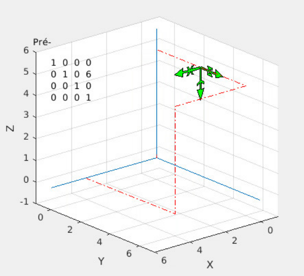
Ex. 5 - Duas formas de fazer as transformações

As transformações podem ser com pré- e pós-multiplicações

- As rotações neste exercício são muito mais fáceis de expressar nos referenciais locais (portanto com pós-multiplicações).
- As translações também são mais fáceis no referencial local (neste caso sempre ao longo do eixo Z);
- Mas neste problema em particular também se conseguem fazer facilmente no referencial global (pré-multiplicações) porque os movimentos são ao longo dos eixos.

Ilustram-se animações com os dois casos.





Exercício 6 - Objetos poliédricos em Matlab

Criar um objeto poliédrico - uma pirâmide

1. Definir lista de vértices
2. Definir lista de faces
3. Definir lista de cores das faces

Código base

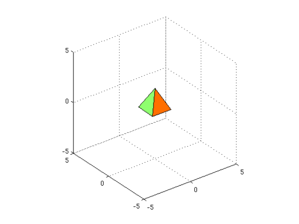
```
%Definition of vertices
points=[
         1 -1  0   %point 1
         1  1  0   %point 2
        -1  1  0   %point 3
        -1 -1  0   %point 4
         0  0  2   %point 5
       ];
% homogeneous version for
% transformations
hpoints=[points';ones(1,size(points,1))];
```

```
%definition of faces
Faces1 = [
            1 2 5 5   %face1
            2 3 5 5   %face2
            3 4 5 5   %face3
            4 1 5 5   %face4
            1 2 3 4   %face5
         ];
%simple color index to
%paint the faces
fColor= [ 1 2 3 4 5 ]';
```

Exercício 7 - Representação de objetos poliédricos

Representar a pirâmide e uma réplica

- Representar a pirâmide do exercício anterior com o comando:
  - `h=patch('Vertices', points, 'Faces', Faces1, 'FaceVertexCData', fColor, 'FaceColor', 'flat');`
- Criar e representar uma cópia da pirâmide anterior mas translacionada de 4 unidades em x em relação à original.



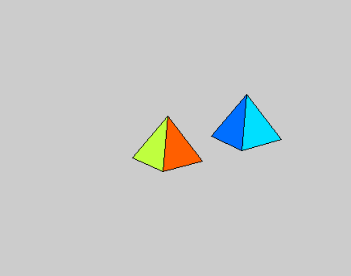
Tal como para polígonos, para criar cópias de poliedros não é necessário criar de raiz novos pontos ou faces. Por outro lado, as transformações geométricas são aplicadas só aos vértices.

Exercício 8 - Animação de poliedros

Animar o segundo poliedro em órbita em torno do primeiro

Invocando a função `manimate()`, a partir do programa principal, fazer a animação ilustrada no exercício 1. Propõe-se o uso de hipermatrizes de 4 dimensões para facilitar a indexação dos diversos passos no ciclo `for`.

Exemplo de animação a implementar



Componente de orientação e ângulos de Euler

Funções do Matlab `eul2tform()` e `tform2eul()`

- Funções disponiveis na robotics toolbox do MATLAB.
- Se não estiver instalada pode-se usar o cálculo direto (para RPY):
  - $T = eul2tform([\phi, \theta, \psi]) = rotz(\phi) \times roty(\theta) \times rotx(\psi)$
  - $[e_z, e_y, e_x] = [\phi, \theta, \psi] = tform2eul(T)$
    - com $T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ virá: $\begin{cases} \phi = \arctan(r_{21}, r_{11}) \\ \theta = \arctan(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}) \\ \psi = \arctan(r_{32}, r_{33}) \end{cases}$

`atan()` vs. `atan2()`

Em MATLAB, no cálculo anterior, deve-se usar da função `atan2()` para realizar as operações com $\arctan()$.

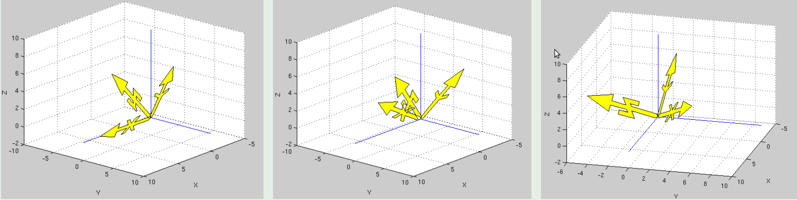
Nestas funções, a componente de translação é irrelevante: em `eul2tform()` resulta em 3 valores nulos nas componentes de translação, e em `tform2eul()` a coluna dos 3 valores da translação é simplesmente ignorada.

Exercício 9 - Operações com ângulos de Euler

Representar um objeto orientado pelos ângulos de Euler

- Usar a função `eul2tform()` para ilustrar o objeto devolvido pela função `seixos3()` com as orientações $[\phi, \theta, \psi] = [45^\circ, -30^\circ, 60^\circ]$, mas representando em três etapas com 3 gráficos separados como ilustrado: $[0^\circ, 0^\circ, 60^\circ]$, $[0^\circ, -30^\circ, 60^\circ]$ e $[45^\circ, -30^\circ, 60^\circ]$

Decomposição da orientaçao final em 3 etapas



- Usando a função `tform2eul()` verificar que a matriz final dada por $T = eul2tform([45^\circ, 0^\circ, 0^\circ])eul2tform([0^\circ, -30^\circ, 0^\circ])eul2tform([0^\circ, 0^\circ, 60^\circ])$ corresponde aos ângulos impostos para a orientação ($[45^\circ, -30^\circ, 60^\circ]$).