



Robótica Industrial

Aula prática nº 5

Cinemática Direta
Funções adicionais
Múltiplas matrizes DH

Vítor Santos

Universidade de Aveiro

16 Out 2023

Exercício 1 - LinspaceVect

Criar a função `MQ=LinspaceVect(Qi, Qf, N)`

- A função deve emular a operação de `linspace` sobre vetores.
- Q_i - vetor dos valores iniciais
- Q_f - vetor dos valores finais
- N - número de elementos dos `linspace`
- MQ - matriz com todos os vetores — cada linha será o `linspace` dos elementos correspondentes de Q_i até Q_f .

Exemplo de aplicação

$$Q_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, Q_f = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{bmatrix}, N = 4 \implies MQ = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & -6 & -8 \end{bmatrix}$$

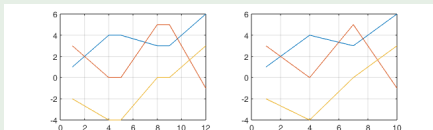
Exercício 2 - Teste da LinspaceVect

Criar e concatenar várias execuções da função LinspaceVect

Usar os seguintes vetores começando em Q_A , terminando em Q_D , criando uma matriz final global $MMQ = [Q_A \cdots Q_B \cdots Q_C \cdots Q_D]$ (e $N = 4$)

$$Q_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, Q_B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, Q_C = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_D = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix},$$

Representar a matriz resultante MMQ



Repetições na matriz MMQ

Com a metodologia de concatenação, os vetores intermédios repetem-se. Propor uma solução em Matlab para remover essas repetições (direita).

Exercício 3 - GenerateMultiDH

Criar a função `MDH=GenerateMultiDH(DH, MQ)`

- A função permite obter as matrizes DH concretizadas (já sem variáveis) para as diversas posições das juntas de um robô. Essas diversas matrizes DH devem vir numa hipermatriz.
- Descrição dos parâmetros e retorno da função:
 - MDH - hipermatriz de matrizes DH definidas para os diversos vetores coluna de MQ.
 - DH - A matriz base de Denavit-Hartenberg que corresponde à posição zero do robô (juntas no valor de *home position*)
 - MQ - dado por `Linespacevect(Qi, Qf, N)`
 - Qi e Qf - vetores dos valores iniciais e finais das juntas
 - N - número de colunas de MQ, i.e., número de posições a calcular.

As variáveis na matriz DH

Para já, assume-se que as juntas do robô são apenas rotacionais; isso significa que as matrizes DH presentes na hipermatriz **MDH** vão ser todas iguais entre si, exceto na primeira coluna que corresponde às variáveis de cada junta θ_i onde $i = 1, 2, \dots, n$. As variáveis de junta θ_i são também usualmente designadas q_i constituindo o vetor de juntas $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$

Explicação da MDH

Obtenção de MDH

- A hipermatriz **MDH** obtém-se a partir de **DH** e **MQ**.
- **DH** é matriz base de Denavit-Hartenberg para um robô com n elos, e os seus campos variáveis (assinalados abaixo) serão substituídos pelos diversos valores de juntas de MQ.

$$\text{DH} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline q_1 & L_1 & d_1 & \alpha_1 \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline q_n & L_n & d_n & \alpha_n \\ \hline \end{array}$$

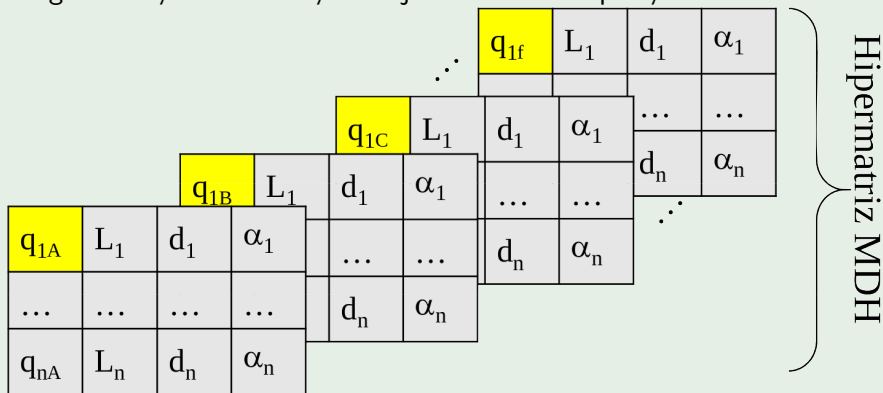
- **MQ** tem os vetores de juntas para as diversas posições desde A até f (final), onde cada coluna representa uma configuração do robô:

$$\text{MQ} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline q_{1A} & q_{1B} & q_{1C} & \dots & q_{1f} \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline q_{nA} & q_{nB} & q_{nC} & \dots & q_{nf} \\ \hline \end{array}$$

Explicação da MDH - 2

Formato da MDH

A matriz **MDH** conterá as **DH** particulares para todas as posições intermédias de um robô representando um movimento das juntas. Na figura realça-se a evolução da junta 1 desde a posição A até f.



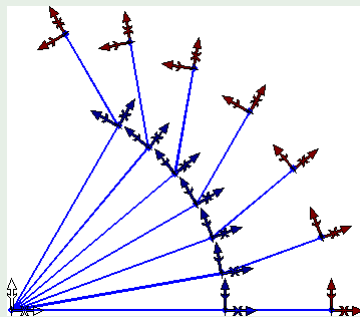
Exercício 4 - Aplicação a um caso concreto

- Obter a matriz MDH para um robo RR planar com os dados:
 - $L1=2; L2=1$
 - $Q_i = [0 \ 0]^T$; $Q_f = [60^\circ \ 60^\circ]^T$; $N = 7$
- Representar as 7 configurações em simultâneo com a invocação repetida da função DrawLinks() e DrawFrames().

Ilustração do resultado

Cada uma das sete configurações usou a sua matriz MDH(:, :, i) para se obter a respectiva hipermatriz AA que serve para resolver o problema:

- `AA=Tlinks(MDH(:, :, i));`
- `Org=LinkOrigins(AA);`
- `h=DrawLinks(Org);`
- `H=DrawFrames(AA, ...);`



Exercício 5 - Generalização da MDH

Adaptar a função `GenerateMultiDH`

- A função `GenerateMultiDH()` criada anteriormente admite que as variações em MQ são todas dos ângulos de junta θ_k . Se se quiser impor variações em d_k (junta prismática), será preciso usar um vetor adicional como argumento da função para indicar se as juntas são rotacionais ou prismáticas.
- Assim, deve-se adaptar a função `GenerateMultiDH`, para funcionar com esse vetor adicional.
- `MDH=GenerateMultiDH(DH, MQ, t)` onde `t` é vetor com tantos elementos quanto o número de linhas de `DH`.
 - Se `t(k)=0`, a junta `k` é rotacional (caso por defeito)
 - Se `t(k)=1`, a junta `k` é prismática
- A função `GenerateMultiDH()` deve estar preparada para receber 2 ou três argumentos. Em matlab isso faz-se dentro da função usando a variável intrínseca `nargin`.

Exercício 6 - Validação da nova GenerateMultiDH

Ilustrar a nova GenerateMultiDH num robô RRP (esférico).

- Estabelecer a matriz DH base usando os seguintes dados:
 - $L1=L2=1$; $d3_{max}=1$
 - Se $t(k) = 1$, a junta k é prismática
- Obter a MDH para os seguintes intervalos das juntas:
 - $Q_i = [0 \ 0 \ 0]^T$; $Q_f = [0 \ 60^\circ \ 1]^T$; $N = 5$
 - NB. A terceira junta é prismática, logo o vetor t em $MDH=GenerateMultiDH(DH,MQ,t)$ será $t = [0 \ 0 \ 1]$.

