Lista Teórica 8

1. Mostre que $\mathbf{v}$ é um autovetor de A e determine o autovalor correspondente:

   (a) $\text{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

   (b) $\text{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$

2. Mostre que λ é um autovalor de A e determine o autovetor correspondente a esse autovalor:

   (a) $\text{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \lambda = 3$

   (b) $\text{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \lambda = -2$

3. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

   calcule:

   (a) O polinômio característico de cada matriz.

   (b) Os autovalores de cada matriz.

   (c) A base para cada autoespaço.

   (d) A multiplicidade algébrica e geométrica de cada autovalor.

4. Assuma que A e B são matrizes $n \times n$ com $\det(A) = 3$ e $\det(B) = -2$. Encontre:

   (a) $\det(AB)$

   (b) $\det(A^2)$

   (c) $\det(B^{-1}A)$

   (d) $\det(2A)$

   (e) $\det(3B^T)$

   (f) $\det(AA^T)$

5. Mostre que os autovalores de uma matriz triangular superior da forma:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix}$$

   são $\lambda_1 = a$ e $\lambda_2 = d$. e encontre os autoespacos correspondentes.