



**Campus Virtual FCEfyN**  
Universidad Nacional de Córdoba

---

# MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO DETERMINACIÓN DE PARAMETROS DEL CE

---

ELECTROTECNIA(IE)

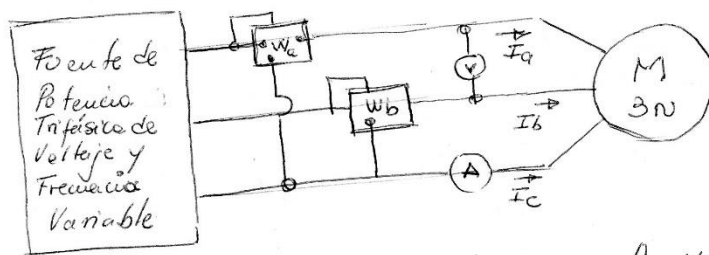


## Determinación de los Parámetros del Circuito Equivalente

El Circuito Equivalente es muy útil para determinar la respuesta del motor ante cambios en la carga. La determinación de los elementos que entrarán en el modelo se puede encontrar por medio de una serie de pruebas que se deben realizar en condiciones controladas con mucha precisión, porque las resistencias varían con la temperatura y las resistencias del rotor varían también con la frecuencia. La norma IEEE 112 describe los procedimientos que se deben llevar a cabo, pero los conceptos que los soportan son sencillos y se explican a continuación.

### Prueba en Vacío

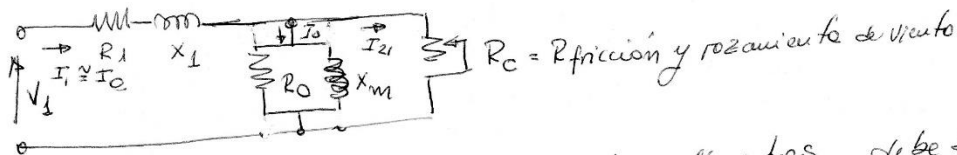
La prueba en vacío permite medir las pérdidas en el hierro, las pérdidas mecánicas, y las pérdidas en el cobre del estator. El circuito de prueba se muestra en la figura.



Se alimenta al motor con tensión nominal y sin carga hasta que la potencia absorbida de la red se mantenga constante. Se conectan los vatímetros, el voltímetro y el amperímetro y se miden  $V_L$ ,  $I_L$ , y  $P_0$ .

Se debe tener en cuenta si el motor está conectado en Y o en  $\Delta$  porque los valores medidos de tensión y corriente son valores de línea. En este ensayo el motor gira libre a una velocidad cercana a la del campo rotante, por lo que la única carga son las pérdidas por fricción y por rozamiento con el aire y las pérdidas en el hierro. El resbalamiento es muy pequeño  $s = 0,001$  o menos.

Con este deslizamiento tan pequeño,  $R_c = R_{21} \frac{(1-s)}{s}$  es mayor que la que corresponde a las pérdidas en el cobre del rotor  $R_{21}$  y mucho mayor que la reactancia de rotor  $X_{21}$  por lo tanto estas se desprecian frente a  $R_c$ .  
En este caso el circuito equivalente se reduce al mostrado, en donde el resistor de salida queda en paralelo con la reactancia de magnetización  $X_m$  y las pérdidas en el núcleo  $R_o$ .



La potencia de entrada  $P_o$  medida por los vatímetros, debe ser igual a las pérdidas en el motor

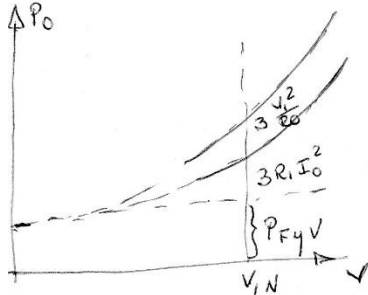
$$P_o = W_a + W_b = P_{FyV} + P_{Cuoe} + P_{Fe}$$

Las pérdidas en el cobre del rotor son despreciables porque al ser  $R_c$  elevado,  $I_{21}$  resulta muy pequeña.

Las pérdidas en el cobre del estator están dadas por

$$P_{Cuoe} = 3 R_1 I_1^2 \quad \text{con } I_1 \approx I_o$$

Si analizamos la variación de la potencia absorbida  $P_o$  en función de la tensión de alimentación, se ve que las pérdidas por fricción y ventilación son independientes en tanto que las pérdidas en el cobre del estator y las del núcleo varían con la misma.



Entonces si medimos la potencia absorbida alimentando al motor con una tensión pequeña, la lectura de los vatímetros indicará las  $P_{FyV}$ .

Entonces conociendo las  $P_{FyV}$  y  $P_{Cuoe}$  previa medición de  $R_1$  podemos determinar las pérdidas en el hierro.

$$P_{Fe} = P_o - P_{FyV} - 3 R_1 I_o^2 \quad \text{Como } P_{Fe} = 3 \frac{V_1^2}{R_o} \quad \text{podemos}$$

$$\text{Determinar } \left\| R_o = \frac{3 V_1^2}{P_{Fe}} \right\|$$

Y como  $|Y_0| = \sqrt{G_0^2 + B_0^2} = \frac{I_0}{V_1}$  se puede despejar

$$B_0 = \frac{1}{X_m} = \sqrt{|Y_0|^2 - G_0^2}$$

Otra forma de calcular los parámetros del ramo en derivación es determinando el ángulo  $\phi_0$  de la expresión

$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_1 I_0} \quad \text{y con } |Y_0| = \frac{I_0}{V_1} \quad \text{se}$$

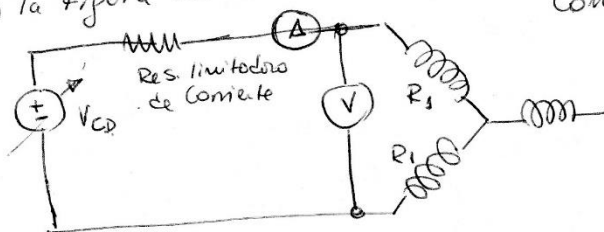
determina

$$Y_0 = |Y_0| \angle \phi_0 = |Y_0| \cos \phi_0 + j |Y_0| \sin \phi_0 = G_0 + j B_0$$

$$\text{donde } \boxed{R_0 = \frac{1}{G_0}} \quad \text{y} \quad \boxed{X_m = \frac{1}{B_0}}$$

### Medida de la resistencia Interna del Estator $R_1$

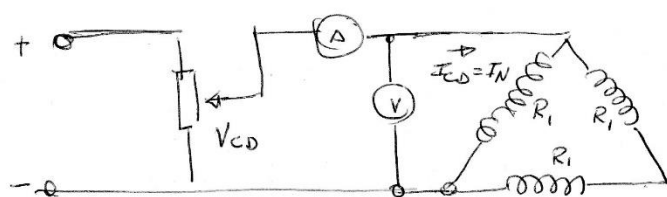
La prueba básicamente consiste en aplicar voltaje de CC a los devanados del estator y medir el flujo de corriente. Como en CC no se induce voltajes al circuito del rotor y la reactancia del devanado es nula, la única cantidad que limita la corriente es la resistencia del estator  $R_1$ . En la figura se muestra el circuito básico de prueba para una conexión estrella.



Para realizar la prueba se ajusta la corriente a su valor nominal y se mide el voltaje entre ambos

$$R_m = \frac{V_{cd}}{I_{cd}} = 2 R_1 \Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{R_m}{2}}$$

Si el motor se conecta en triángulo



$$P_{m1} = \frac{V_{cd}}{I_{1N}}$$

$$P_m = \frac{R_1 (2R_1)}{R_1 + 2R_1} = \frac{2R_1^2}{3R_1} = \frac{2}{3} R_1 \Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{3}{2} P_m}$$

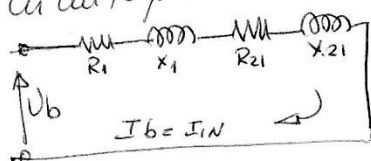
Con el valor de  $R_1$  se pueden determinar las pérdidas en el cobre del estator en vacío y se pueden encontrar las pérdidas rotacionales, restando éstas de la potencia absorbida en vacío  $P_0$

$$\boxed{P_{ROT} = P_0 - P_{cu\text{est.}}}$$

$$\boxed{P_{ROT} = P_{Fe} + P_{fyv}}$$

### Ensayo a Rotor Bloqueado

En esta prueba se impide al rotor que gire, bloqueando al rotor para que no se pueda mover y se alimenta al motor con una tensión creciente hasta que la corriente alcance su valor de plena carga  $I_1 = I_{1N}$ . La tensión  $U_b$  suele valer entre el 5 y 20% de la tensión nominal  $U_N$ . Cuando se alcanza la corriente nominal. Como el rotor no se mueve  $s = 1$  y por lo tanto  $\frac{R_{21}}{s} = R_{21}$  (un valor bastante pequeño). Como  $R_{21}$  y  $X_{21}$  son muy pequeñas casi toda la corriente de entrada fluye a través de ellos, en lugar de la rama en derivación ya que  $X_m$  y  $R_0$  son mucho mayor por lo tanto las corrientes  $I_p$  y  $I_m$  pueden despreciarse y el circuito puede reducirse a



$$|Z_b| = \sqrt{R_b^2 + X_b^2} = \frac{U_b}{I_b}$$

$$\text{con } \boxed{R_b = R_1 + R_{21}} \quad \text{y} \quad \boxed{X_b = X_1 + X_{21}}$$

$$P_b = W_a + W_b = 3 R_b I_b^2 = 3 (R_1 + R_{21}) I_{IN} \quad \text{o sea}$$

determina las pérdidas nominales en el cobre ya que las pérdidas en el Hierro son despreciables porque el ensayo es a tensión reducida  $U_b$ , y no hay  $P_{FyV}$  porque el rotor está bloqueado.

$$R_b = \frac{P_b}{3 I_b^2} = \frac{P_b}{3 I_{IN}^2} = R_1 + R_{21}$$

$$\boxed{R_{21} = R_b - R_1}$$

La resistencia  $R_2$  y por lo tanto  $R_{21}$  juega un papel

extremadamente importante en la operación del motor porque determina la forma de la curva par-velocidad especificando la velocidad a la que se presenta el par máximo

$$X_b = \sqrt{Z_b^2 - R_b^2} = \sqrt{\left(\frac{U_b}{I_b}\right)^2 - \left(\frac{P_b}{3 I_b^2}\right)^2} = X_1 + X_{21}$$

Desafortunadamente no hay una forma sencilla de separar las contribuciones de las reactancias del rotor y del estator. En la práctica no importa separar las reactancias porque en los cálculos siempre aparece la suma  $X_1 + X_{21}$ .

Otra forma de calcular los parámetros serie del circuito es partir  $\cos \varphi_{cc} = \frac{P_b}{\sqrt{3} V_b I_b}$  obtener  $\varphi_{cc}$  entonces

$$Z_b = |Z_b| \angle \varphi_{cc} = |Z_b| \cos \varphi_{cc} + j |Z_b| \sin \varphi_{cc} = R_b + j X_b$$

Si a este ensayo se lo alimentara con la tensión nominal  $V_1$  a corriente que tomaría el motor a rotor detenido sería

$$\boxed{I_{cc} = \frac{V_1}{V_b} \cdot I_{IN}}$$

## Diagrama Circular o Diagrama de Heyland. 36

Este Diagrama Constituye el medio de estudio gráfico más importante para los motores de Inducción Polifásicos

Este representa un diagrama de las Corrientes en función del resbalamiento suponiendo que la tensión y la frecuencia de alimentación permanecen constantes

Con este Diagrama se pueden determinar con un <sup>error de</sup> aproxim. ción entre 10% y 15% en todos los posibles puntos de funcionamiento los siguientes parámetros del motor:

Potencia Util  
Potencia Absorbida  
Pérdidas de Vacío  
Rendimiento  
Velocidad  
Par  
Potencia Máxima

Factor de Potencia  
Corriente de arranque  
Pérdidas en el Cobre del Estator  
Pérdidas en el Cobre del Rotor  
Velocidades para Potencia y Par máxima  
Corriente en estator y Rotor  
Resbalamiento

Para la Construcción del Diagrama, son necesarios solo 3 puntos, el Centro y 2 puntos del círculo. Estos dos últimos corresponden al funcionamiento en vacío del motor  $s=0$  y al funcionamiento con rotor bloqueado  $s=1$ , entonces solo se necesitan 2 pruebas de laboratorio; el ensayo de vacío y el ensayo de Cortocircuito.

Como la potencia necesaria para la realización de estos ensayos es sólo la de pérdida, no hace falta disponer de la potencia total de la máquina.

Para iniciar la Construcción del Diagrama es necesario adoptar una escala de Corrientes conveniente

$$E_{SCI} = \alpha \cdot \text{Amp} / \text{cm.}$$

Hay que destacar que este diagrama se realiza con valores de Fase, por lo tanto si el motor está conectado en estrella, la corriente de Fase será la de Línea, pero en el caso de que esté conectado en triángulo  $I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$ . Para el trazado del diagrama, se comienza trazando como eje de referencia la tensión de fase  $U_1$  que la haremos coincidir con el eje de ordenadas.

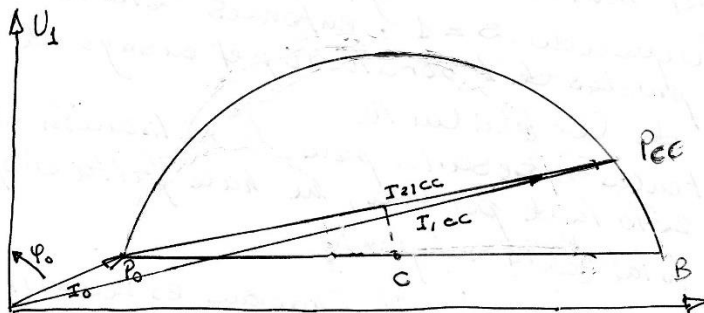
Del ensayo de vacío se obtiene el valor de  $I_0$ , y  $\phi_0 = \cos^{-1} \frac{P_0}{\sqrt{3} V_L I_0}$  (que forma un ángulo  $\phi_0$  con  $U_1$ )

determinándose así el punto  $P_0$ . A partir de este punto se traza la horizontal  $P_0 B$ .

Del ensayo a rotor bloqueado se determinan la corriente  $I_{sc} = \frac{U_b}{Z_b} I_{in}$  y  $\phi_{cc} = \cos^{-1} \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} U_b I_{in}}$  obteniéndose el punto  $P_{cc}$ .

Uniendo  $P_0$  con  $P_{cc}$  se obtiene el segmento  $\overline{P_0 P_{cc}}$ . Por su punto medio trazamos la perpendicular, que intercepta en el punto  $C$  a la horizontal que pasa por  $P_0$ .

El punto  $C$  es el centro de la circunferencia del diagrama de Heyland donde el segmento  $\overline{P_0 P_{cc}}$  representa la corriente  $I_{21}$  secundaria referido al primario en el arranque.





En el diagrama Circular las ordenadas de los afijos de los fasores de las Corrientes, representan la Componente activa  $I_{ac} = I_1 \cos \varphi$  de la Corriente, en tanto que las abscisas miden la Componente reactiva  $I_{re} = I_1 \sin \varphi$ . Si a

todos los segmentos <sup>verticales</sup>, que miden las Corrientes los multiplicamos por la tensión de fase  $U_1$ , por el número de fases y por la escala de Corrientes nos permiten medir Potencias; de manera que la escala de Potencia será:

$$Esc Pot = 3 \cdot U_1 \cdot Esc I$$

$$\text{Como } P = 3 U_1 I_1 \cos \varphi, \text{ w}$$

$$Q_1 = 3 U_1 I_1 \sin \varphi \text{ VAR}$$

$$\text{Como } I_{ac} = I_1 \cos \varphi = \overline{P_1 T} \cdot Esc I$$

$$3 U_1 I_1 \cos \varphi = P = 3 U_1 \overline{P_1 T} Esc I$$

$= \overline{P_1 T} \cdot Esc P$  o sea que si al segmento  $\overline{P_1 T}$  lo multiplicamos por  $Esc I$  obtenemos la corriente activa en tanto que si lo multiplicamos por la Esc  $P$  obtenemos la potencia activa

Se deduce que el eje de las x es un eje de Potencias Activas nulas y el de las y de potencias reactivas nulas. Así la ordenada del punto  $P_0$  ( $s=0$ ) corresponde a la componente  $I_{pfe}$  de la Corriente de excitación, la que multiplicada por  $3 U_1$  nos determina las pérdidas en el hierro. Si  $P_0 O'$  se valora en la escala de Corrientes, las pérdidas en el Hierro vienen dadas por:

$$P_{Fe} = 3 \cdot U_1 \cdot I_{pfe} = 3 U_1 I_0 \cos \varphi_0 = 3 U_1 \overline{P_0 O'} \cdot Esc I$$

porque  $\overline{P_0 O'} \cdot Esc I = I_0 \cos \varphi_0 = I_{pfe}$  por lo que

$$P_{Fe} = \overline{P_0 O'} \cdot Esc Potencia$$

Aceptando que estas pérdidas son sensiblemente Constantes una paralela al eje x por el punto  $P_0$ , separará las pérdidas del hierro de la potencia absorbida de la red.

Cuando la máquina se mantiene en reposo ( $s=1$ ) bajo la tensión nominal (funcionamiento en Cortocircuito Punto Pcc) la potencia absorbida de la red se disipa en  $P_{re}$  y las Pérdidas por efecto Joule en los devanados

Las pérdidas en el Fe con rotor detenido se admite <sup>39</sup> que son del mismo orden de magnitud que las que tiene cuando el estator en sincronismo, por cuanto la tensión de excitación es prácticamente la mitad de la tensión de bornes, al ser sensiblemente iguales las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  y las reactancias de dispersión  $X_1$  y  $X_2$ .

El segmento  $\overline{P_{cc} M}$  multiplicado por  $3 \cdot U_1 \cdot Esc I$ , o por la  $Esc Pot$ , determina las pérdidas por efecto Joule, del primario y del secundario referido al primario en corto circuito, es decir en el arranque.

$$P_{cu cc} = 3 U_1 \cdot \overline{P_{cc} M} \cdot Esc I = \overline{P_{cc} M} \cdot Esc Pot = 3(R_1 + R_2) I_{cc}^2$$

Si en el segmento  $\overline{P_{cc} M}$  se sitúa un punto  $N$  tal que se cumpla  $\frac{P_{cc N}}{NM} = \frac{R_2}{R_1}$

Las pérdidas respectivas en el estator y rotor serán:

$$P_{cu est cc} = 3 R_1 I_{cc}^2 = 3 U_1 \cdot \overline{P_{cc N}} \cdot Esc I = \overline{P_{cc N}} \cdot Esc Pot$$

$$P_{cu rot cc} = 3 R_2 I_{cc}^2 = 3 U_1 \cdot \overline{NM} \cdot Esc I = \overline{NM} \cdot Esc Pot$$

La Potencia de Entrehierro  $P_{AG}$  es la suma de la Potencia de Conversión  $P_{conv}$  más las pérdidas en el cobre del rotor

$$P_{AG} = P_{conv} + P_{cu rot}$$

La  $P_{conv}$  es la potencia útil que se convierte en mecánica. El punto  $P_{cc}$ , determinado a rotor bloqueado, define el segmento  $\overline{P_{cc} K}$  donde toda la potencia absorbida se consume en pérdidas, es decir es un punto de potencia útil nula. Otro punto de Potencia útil nula es el punto  $P_0$  que corresponde al punto de funcionamiento en vacío, representado por el segmento  $\overline{P_0 O'}$ .

El segmento de recta  $\overline{P_o P_{cc}}$  que se obtiene uniendo los puntos  $P_o$  y  $P_{cc}$  es el eje de potencia útil que se toma como referencia para la medida de las mismas.

Así Para el estado de funcionamiento  $I_1$ , el segmento representativo de la potencia útil es el  $\overline{P_R}$

$$P_U = \overline{P_R} \cdot U_1 \cdot 3 \cdot \text{Esc I} = \overline{P_R} \cdot \text{Esc P}$$

La Potencia de enfriamiento  $P_{AG} = P_{conv} + P_{curor}$

$$P_{AG} = (\overline{P_R} + \overline{P_S}) \cdot \text{Esc Pot} = \overline{P_S} \cdot \text{Esc Pot}$$

El rendimiento

$\eta = \frac{P_U}{P_A}$  del gráfico se obtiene como cociente entre los segmentos  $\overline{P_R}$  y  $\overline{P_T}$ .

$$\eta = \frac{\overline{P_R}}{\overline{P_T}}$$

Para hallar la recta del Par, Como el valor de la cupla se expresa como función de la potencia Sincrónica AG.

$$T_{ind} [\text{Nm}] = \frac{P_{AG}}{\omega_s} \quad \text{o} \quad T_{ind} [\text{kgm}] = \frac{P_{AG} (W)}{1,0238 \omega_s [\text{RPM}]}$$

$\overline{P_{AG}}$  en el diagrama, está interpretado por el segmento  $\overline{P_S}$ , en consecuencia.

$$T_{ind} = \frac{3 \cdot U_1 \cdot \text{Esc I} \cdot \overline{P_S}}{\omega_s} = \frac{\overline{P_S} \cdot \text{Esc de Pot}}{\omega_s}$$

$$T_{ind} = \overline{P_S} \cdot \text{Esc de Par}$$

41

También con el diagrama se puede determinar el Factor de Potencia, para lo cual se traza un arco de Circunferencia con Centro en D (Centro de ejes Cartesianos) y un radio cualquiera, que se toma como valor unitario. Se prolonga el vector intensidad de Corriente  $I_1$  hasta interceptar el arco en punto Z. Proyectamos este punto sobre el eje de ordenadas, determinando el punto Y. El segmento DY es precisamente el factor de Potencia ( $\cos \varphi$ ). Sobre el eje de ordenadas el radio unitario se divide convenientemente para facilitar la lectura del  $\cos \varphi$ .

Cualquier estado de carga entre  $P_0$  y  $P_{cc}$  permitirá encontrar un punto Z sobre el círculo, que proyectado sobre el eje de ordenadas permitirá conocer el  $\cos \varphi$  del motor en estudio para ese estado de carga.

Para la determinación del Resbalamiento, se traza el segmento LF, normal al eje de Cuplas. El punto de resbalamiento nulo está muy próximo al de funcionamiento en vacío, luego el punto F está en el cero del Eje de resbalamiento y se lepra en la intersección del segmento POB con la Normal al eje de Cuplas.

Para el cortocircuito se hace nula y el resbalamiento se hace unitario y el punto correspondiente sobre el eje de resbalamiento se indica con L; y se obtiene entre la intersección de la semirrecta que pasa por  $P_{cc}$  y el eje de resbalamiento.

Para determinar el resbalamiento de un punto genérico como  $P_1$  se une  $P_1$  con B determinando  $P_1B'$ , donde esta semirrecta intercepta al eje de Resbalamiento (LF) se determina el punto  $F_1$  que es el resbalamiento para ese punto de Trabajo.

Eje de Potencias  
Activas

DIAGRAMA DE HEYLAND COMPLETO.-

