



# **UNIVERSIDAD NACIONAL** **DE CÓRDOBA**

## ***MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA***

### **TEMAS**

#### **MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA**

*Autor: Ing. Gabriel Serra.*

*Colaboración: Ing. Enrique Alonso*

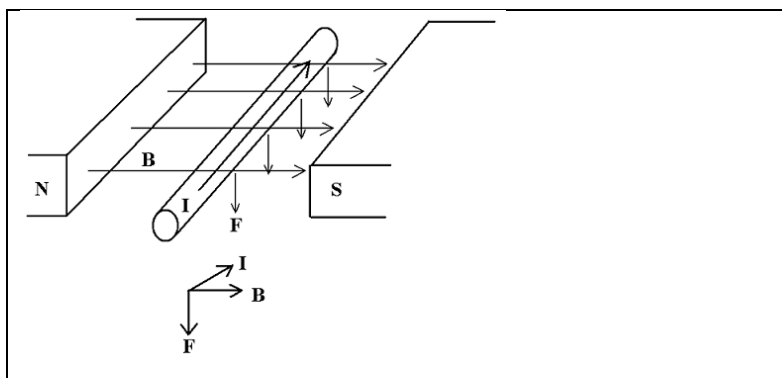
## Motores de Corriente Continua

Principio de funcionamiento: Se basa en el principio, por el cual, si un conductor de longitud  $l$  ubicado bajo la acción de un campo magnético es recorrido por una corriente, dicho conductor resulta sometido a una fuerza normal al plano de esa corriente y del campo cuyo valor es:

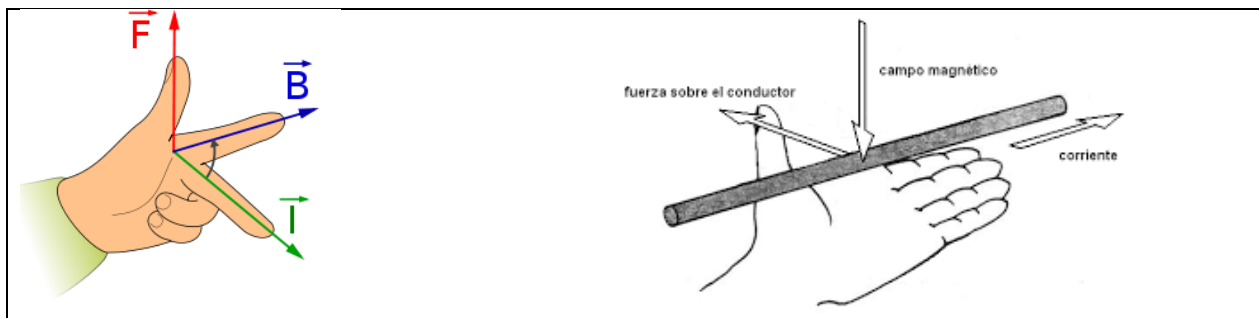
$$\vec{F} = L \cdot (\vec{I} \times \vec{B})$$

$$F = L \cdot (I \cdot B \cdot \sin \alpha)$$

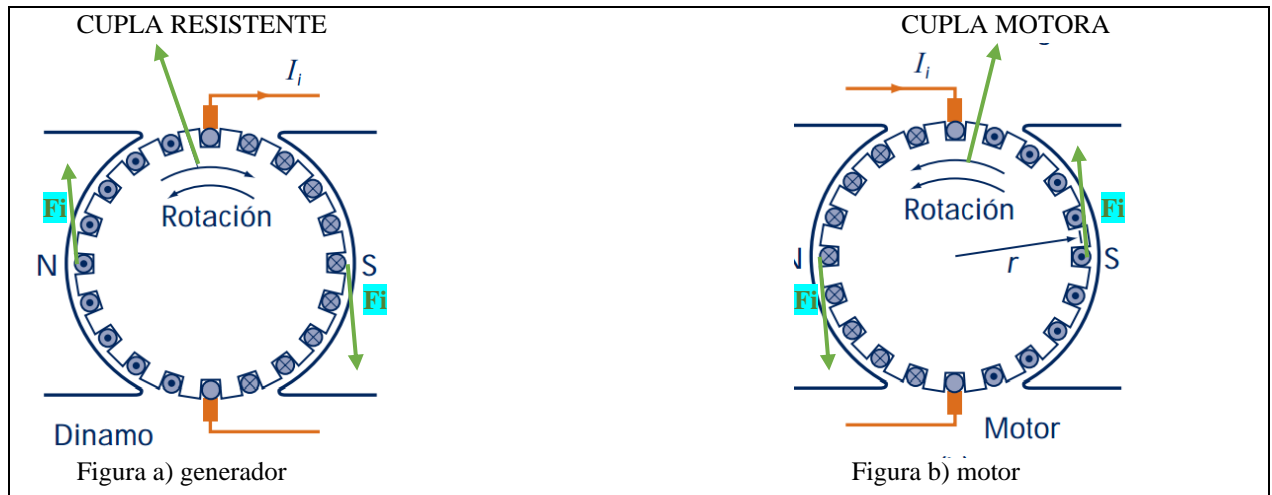
Siendo  $\alpha$  el ángulo que forman  $\vec{I}$  y  $\vec{B}$ .



El sentido de  $F$  se determina por la regla de la mano izquierda (índice = flujo; medio = corriente; pulgar = fuerza).



Constructivamente un motor tiene idénticas características básicas que un generador, tanto que ambas maquinas pueden llegar a ser reversibles, es decir, que la misma puede trabajar cumpliendo ambas funciones. Consideremos entonces un sistema formado por un estator (inductor) y un rotor que contenga un bobinado como los descritos en el generador.



Si aplicamos una cupla motora  $C_m$  que haga girar el rotor, se generará una f.e.m. inducida, con lo que se produce el fenómeno del generador.

Si además cerramos el circuito exterior, a través de una carga, circulará una corriente por el inducido que a su vez de acuerdo al principio recién enumerado generará una fuerza  $F_i$  sobre cada uno de los conductores (fuerza individual).

Estas fuerzas producen una cupla resistente  $C_r$ , la cual es proporcional a la corriente suministrada y opuesta a la cupla motora, siendo esta la que impulsa al generador. La cupla resistente es de menor magnitud que la motora, dado que esta última debe vencer además las cuplas resistentes de rozamiento y ventilación.

Esta energía representada por la cupla resistente tiene su manifestación equivalente en la energía eléctrica generada y entregada al sistema.

Si ahora suponemos varios generadores conectados en paralelo sobre una red de energía eléctrica, alimentando la misma y en un determinado instante se rompe el eje que alimenta uno de los generadores, este dejará de suministrar energía eléctrica y comenzará a comportarse como una carga, ahora no suministra corriente si no que la toma de la red. Si analizamos la grafica a), vemos que en la b), se ha invertido el sentido de la corriente, lo cual invierte el sentido de  $F_i$  y el de la cupla generada por la corriente, si cupla iguala a la ofrecida por el rozamiento y ventilación, mantendrá girando el rotor motor, constituyendo así el funcionamiento de la máquina como motor.

La magnitud de  $I_i$ , corriente del inducido, dependerá de la magnitud de la cupla de rozamiento y ventilación. De esta manera la energía eléctrica es transformada en mecánica, en principio solo para vencer rozamiento y ventilación, si incrementamos la cupla resistente, impulsando algo externo, requeriremos más cupla motora, lográndola con incremento de  $I_i$ .

Por otra parte al moverse los conductores dentro de un campo magnético, generaremos una fem, cuyo sentido será opuesto al de la corriente externa generándose entonces una f.e.m. contraria a tensión externa aplicada, la cual es denominada f.c.e.m. “fuerza contra electromotriz.” Esta será menor a la tensión aplicada ya que la diferencia será la manifestación de las pérdidas en las resistencias del circuito y las caídas en las escobillas.

El fenómeno de generación de la fcm, es exactamente el mismo que el de la generación de fem, el fenómeno es único y viene dado por la variación de flujo en el tiempo de sentido opuesto, y su sentido se determina de la misma manera, con los métodos utilizados en el generador, dependiendo del sentido de B y V. (  $E = k \cdot \Phi \cdot n$  )

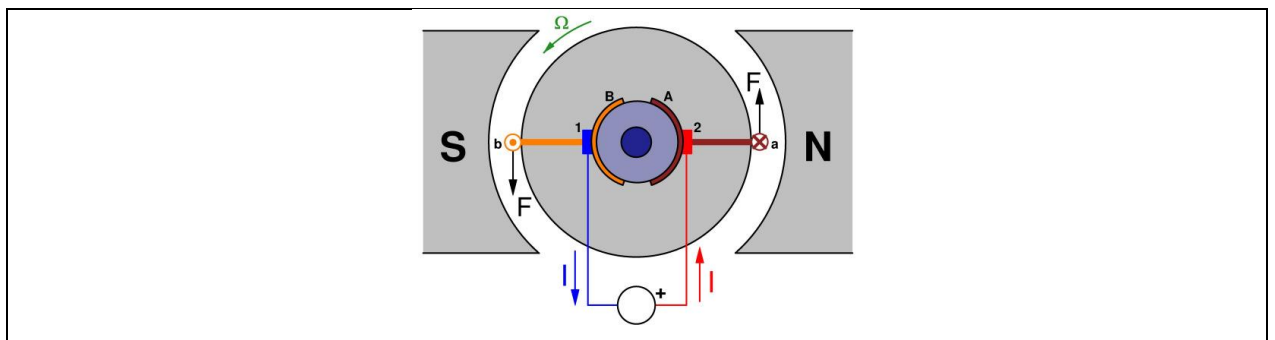
Entonces:

$$V = FCEM + R \cdot I + 2 U_e$$

R= es la resistencia del inducido más las que se encuentren en serie con la misma

## Cupla motora

La cupla motora será la resultante de la suma de las cuplas que produce cada uno de los conductores por el que circula corriente en el inducido:





Las variables que van a intervenir son:

$Z$  = Cantidad de conductores

$I$  = Corriente total

$d$  = Cantidad de circuitos en derivación

$I_i$  = corriente por cada conductor

$l$  = Longitud de cada conductor

$B$  = Valor de la inducción

$r$  = Radio del inducido

Entonces la fuerza en cada conductor será: (no confundir esta  $I_i$ , con la  $I$  que es corriente del inducido, en este caso igual a  $I$ )

$$F = l \cdot I_i \cdot B \cdot \sin 90 = l \cdot I_i \cdot B$$

Tomando en cuenta el conductor, la cupla individual que genera cada conductor es:

$$C_{mi} = l \cdot I_i \cdot B \cdot r$$

y la cupla generada por la totalidad de los conductores es  $C_m = C_{mi} \cdot Z$

$$C_m = l \cdot I_i \cdot B \cdot r \cdot Z$$

En general, el campo  $B$  no es dado, pero si es conocido el flujo polar por lo que si calculamos la superficie sobre la que este actúa:

$$S = \frac{l \cdot 2\pi \cdot r}{P} \quad (\text{½ superficie del inductor, si es un par de polos})$$

luego

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{P \cdot \Phi}{l \cdot 2\pi \cdot r}$$

Resultando entonces:

$$C_m = l \cdot I_i \cdot \frac{P \cdot \Phi}{l \cdot 2\pi \cdot r} \cdot r \cdot Z = I_i \cdot \frac{P \cdot \Phi}{2\pi} \cdot Z$$

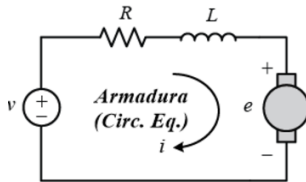
Si  $I_i = I/d$  entonces

$$C_m = \frac{I}{d} \cdot \frac{P \cdot \Phi}{2\pi} \cdot Z$$

$$C_m = K_2 \cdot \Phi \cdot I = K_2 \cdot \Phi \cdot I_i \quad \text{donde } I_i \text{ es la corriente del inducido}$$

Lo que nos expresa cuales son las variables, que se pueden manejar para actuar sobre la cupla motora, siendo estas el flujo y la corriente.

Vamos ahora a relacionar las variables, que resultan de plantear el equilibrio de la malla eléctrica, formada por la fuente de alimentación y el motor considerado como una carga eléctrica, donde  $R$  es la resistencia del inducido y  $L$  la inductancia del mismo (sin efecto para análisis en régimen):



$$V = E_{CEM} + I_i \cdot R_i + 2 \cdot U_e$$

donde  $E_{CEM}$  es lo mismo que  $f_{cem}$

$$E_{CEM} = V - I_i \cdot R_i - 2 \cdot U_e$$

Por otra parte:

$$E_{CEM} = K_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$$n = \frac{V - I_i \cdot R_i - 2 \cdot U_e}{K_1 \cdot \Phi}$$

Expresión que nos relaciona la velocidad de rotación con las variables que pueden ser tomadas como tales para realizar el control de la misma. Si consideramos a “ $V$ ” como constante, vemos que podemos actuar sobre “ $n$ ” variando  $I_i \cdot R_i$  y el flujo  $\Phi$ .

No hay que olvidar que el flujo está generado en la excitación, de donde las características de los motores están influenciadas fuertemente por la forma en que se produce dicha excitación, y la corriente  $I_i$ , esta directamente relacionada con la magnitud de la cupla motora.

Vemos ahora como se produce el funcionamiento del motor.

### Funcionamiento

Cuando el motor está detenido, sin rotación, y aplicamos una tensión “ $V$ ” esta se equilibrará con la caída  $I_i \cdot R_i$  ya que al no haber movimiento de rotación, la  $E_{CEM}$  no existirá, bajo esta condición  $I_i$  será de magnitud considerable y producirá una  $C_m$  también de magnitud considerable, lo cual generará una gran cupla motora, que impulsará en rotación al inducido, solo equilibrado por las cuplas resistentes y las propias de aceleración del rotor, llevando este hasta una condición de equilibrio de cupla motora y resistentes (rozamiento+ventilación+resistente), donde se establecerá una  $I_i$  conforme a su magnitud y un valor de  $n$  estable y de régimen, mientras no varíe la magnitud de la cupla resistente, permanecerá en esa condición de funcionamiento.

$$C_m = K_2 \cdot \Phi \cdot I_i \quad \text{y} \quad n = \frac{V - I_i \cdot R_i - 2 \cdot U_e}{K_1 \cdot \Phi}$$

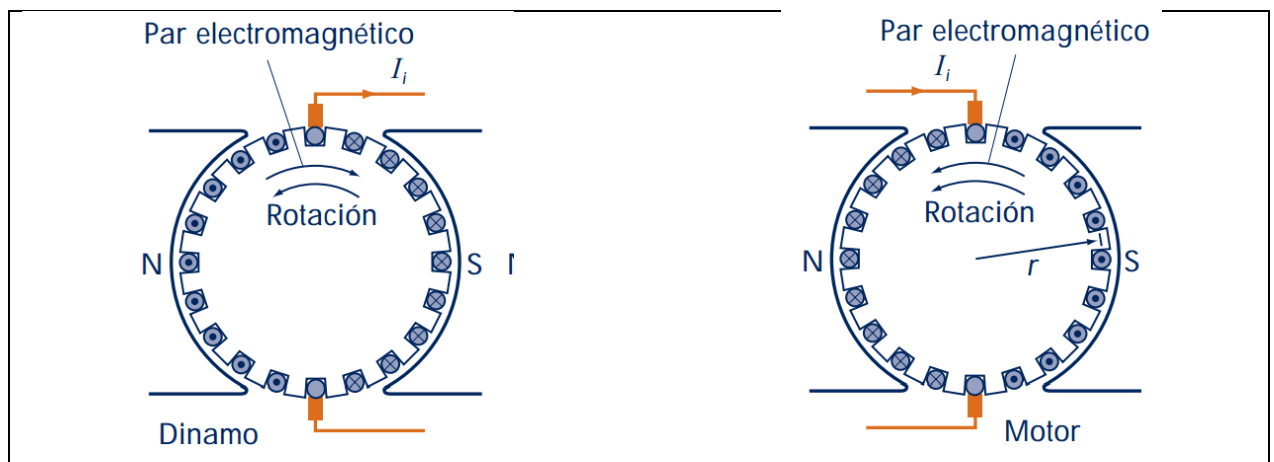
El equilibrio dinámico, número de revoluciones constante, se logra cuando  $C_m = C_r$

Si por alguna condición aumentara la cupla resistente, cualquier maquina automáticamente tiende a disminuir  $n$  (por desequilibrio de cuplas), lo cual lleva a disminución de  $f_{cem}$ , y esto solo se logra aumentando  $I_i$ , la cual lleva a aumentar la cupla motora hasta que iguale a la resistente, fijando un nuevo punto de equilibrio a mayor  $I_i$  y menor  $n$ , si en caso opuesto disminuyera la cupla resistente, cualquier maquina automáticamente tiende a aumentar  $n$  (por desequilibrio de cuplas), lo cual lleva a aumento de  $f_{cem}$ , y esto solo se logra disminuyendo  $I_i$ , la cual lleva a disminuir la cupla motora hasta que iguale a la resistente, fijando un nuevo punto de equilibrio a menor  $I_i$  y mayor  $n$ .

Con esto observamos la flexibilidad del comportamiento del motor y la adaptabilidad a las variaciones de la carga.

### Conmutación

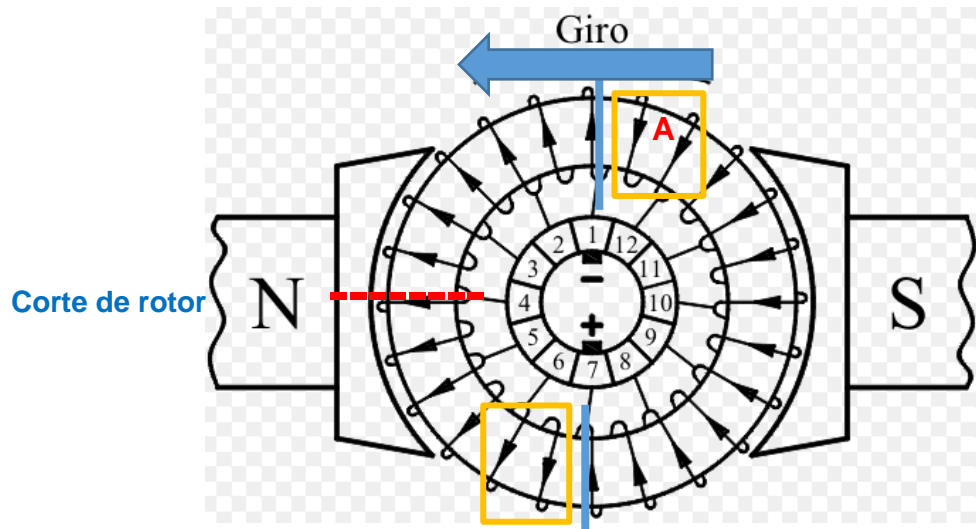
Como ya lo habíamos planteado en el caso del generador, que al igual que en el motor, la conmutación es el pasaje de una bobina de una rama a la otra, lo cual trae aparejado su inversión de la corriente, este fenómeno ocurre en forma simultánea sobre dos bobinas, si el sentido de giro es igual sentido al del generador, el sentido de la corriente es inverso al de este.



Analizaremos detenidamente los fenómenos que ocurren en el fenómeno de la conmutación. Haremos el análisis para el anillo de Gramme pero las conclusiones que se saquen son válidas para cualquier tipo de bobinado.

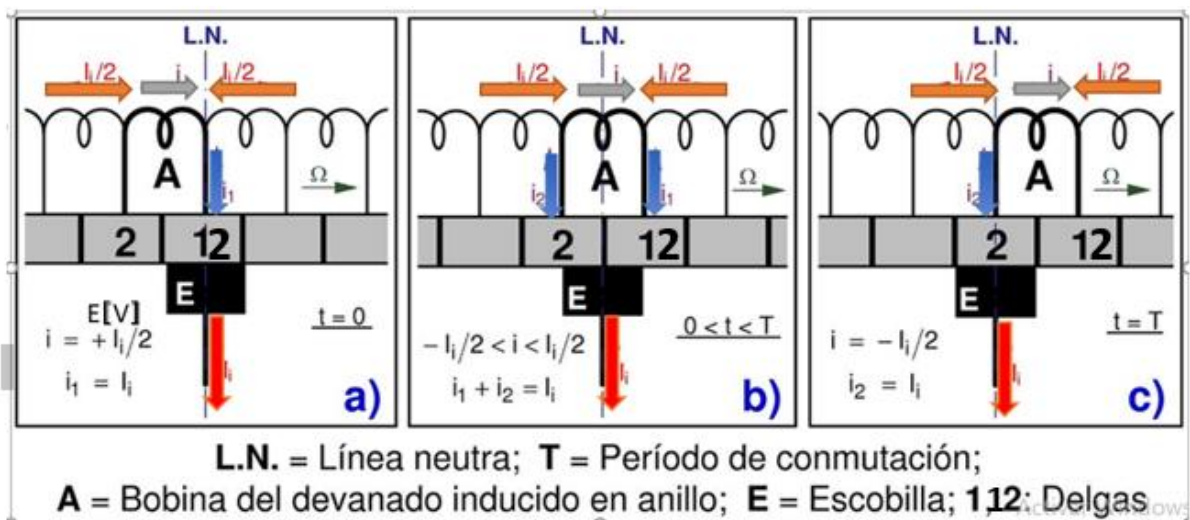


Para el posterior análisis, consideraremos al sistema inducido como desplegado horizontalmente, para ello realizaremos un corte sobre el rotor tal como lo indicado en línea roja.



Las bobinas en recuadro naranja son las que van a conmutar. Realizaremos el análisis para la bobina superior, identificada como A. Las líneas celestes equidistantes entre las zapatas polares son líneas neutras o zonas neutras geométricas (luego veremos que están en diferente posición que las zonas neutras magnéticas)

Al estar el rotor en movimiento, habrá un periodo de tiempo desde el momento en que la delga 1 esta en completo contacto con la escobilla, llamando a este tiempo 0 (grafica a)), hasta que la delga 12 este en pleno contacto con la misma escobilla, a este tiempo llamaremos T (siendo este el tiempo necesario para realizar la conmutación) (grafica c)). Adicionalmente en el periodo medio de tiempo entre 0 y T, la mitad de la delga 1, estará en contacto con media escobilla y la mitad de la delga 12, estará en contacto con la otra mitad de escobilla. (grafica b))

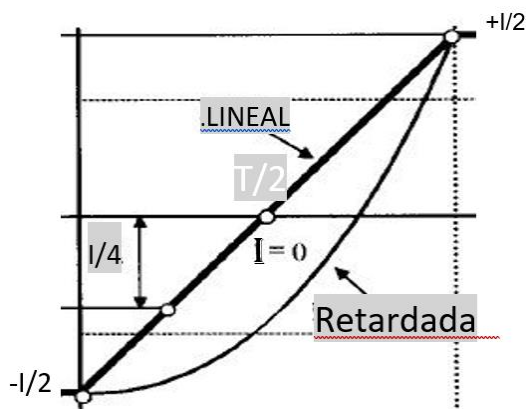




Conmutación de una bobina (A) de un devanado en anillo. La bobina A está conectada a las delgas 1 y 12. La escobilla (E) está situada sobre la línea neutra y tiene igual ancho que las escobillas (en la realidad una escobilla suele ser más ancha y contacta con varias delgas simultáneamente). Se supone que sólo hay dos escobillas por lo que la corriente que circula por una escobilla es la corriente total del inducido  $I_i$ . En la Fig. (a) comienza la conmutación de la bobina A y en (c) termina. En la Fig. (b) se muestra un instante intermedio durante la conmutación.

¿Cuál sería la condición ideal de variación de corriente en la bobina A, en el tiempo T?

La condición ideal es de una variación lineal de esta corriente, desde una  $I/2$  (considerada como positiva en grafica), hasta una  $I/2$  de sentido opuesto (considerada negativa en la gráfica. Representada por línea gruesa en grafica.



Si consideramos una condición como la graficada de retardada, donde suponemos que en  $T/2$ , tenemos una corriente de  $-I/4$ , del sentido previo a la conmutación (línea naranja de grafica), tendremos que para  $t = T/2$

Delga 1:

$$I = \frac{I}{2} + \frac{I}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot I \text{ (Para } \frac{1}{2} \text{ delga 1 con media escobilla)}$$

Delga 2:

$$I = \frac{I}{2} - \frac{I}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot I \text{ (Para } \frac{1}{2} \text{ delga 2 con media escobilla)}$$

Esto nos expresa que, si tenemos la misma superficie de contacto delga escobilla, tendremos el triple de corriente sobre media delga 1, lo cual significa nueve veces más disipación de potencia, lo que genera mayores pérdidas y mayor calor, uno de los principales enemigos de las maquinas eléctricas dado que dañan principalmente a los aislantes.



Si la conmutación se efectuara por la característica lineal, tendríamos que para  $t = T/2$

Delga 1:

$$I = \frac{I}{2} \Rightarrow \text{( Para } \frac{1}{2} \text{ delga 1 con media escobilla)}$$

Delga 2:

$$I = \frac{I}{2} \Rightarrow \text{( Para } \frac{1}{2} \text{ delga 2 con media escobilla)}$$

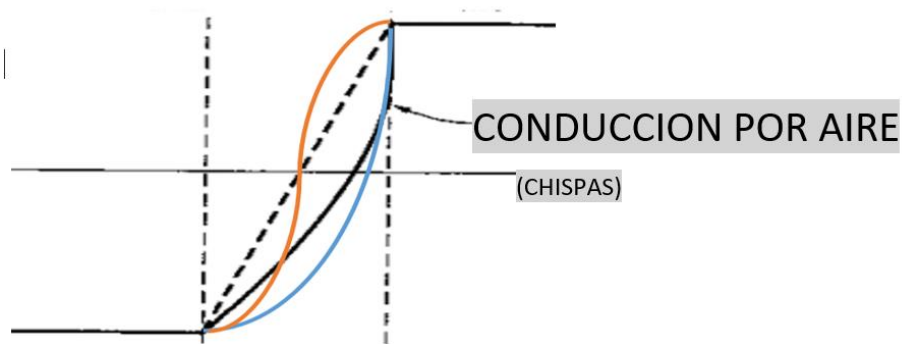
En este caso vemos que las corrientes son equivalentes a las superficies de contacto, lo cual nos asegura una densidad de corriente uniforme en todo contacto delga colector, disminuyendo la potencia disipada, con menor disipación térmica. Esto nos deja claro que la mejor característica de variación de corriente en la bobina que está conmutando es la lineal, respecto al tiempo u ángulo.

¿Cuáles son los fenómenos que nos llevan a apartarnos de la característica lineal y llevarnos a una característica tal como la retardada?

Son dos efectos, el primero de ellos es la propia característica de la bobina, es un circuito R/L, lo cual tratará de oponerse y demorar cualquier cambio de corriente (línea negra en la gráfica) y el segundo es un efecto de fem de movimiento, nosotros suponíamos que estábamos conmutando una bobina en zona neutra, sin presencia de campo magnético, pero en la realidad tenemos un campo magnético generado por lo que veremos es la reacción del inducido, lo cual genera un campo entrante sobre la bobina A, generando una tensión que impulsa una corriente del mismo sentido que consideramos positivo, lo cual hace que se sume al efecto inductivo y en conjunto nos llevan a una característica aún más atrasada (línea celeste en la gráfica). Esto puede llegar a ser una condición tan crítica que no logre invertirse la corriente el tiempo T.

Y al cumplirse el tiempo T existirá todavía un  $\Delta I$  a realizarse, y un lapso de tiempo muy breve para el mismo con lo que debido al elevado  $di/dt$  al separarse la delga de la escobilla producirá un arco mediante el cual se cumplirá el transitorio. Esto es el origen de la existencia de un contante chisporroteo que no es deseable por varias razones:

1. Significa pérdida de energía.
2. Deteriora las delgas (las quema) y al colector.
3. Produce calentamiento excesivo.



Este fenómeno debe ser corregido (aproximarlo a la característica lineal) para lo cual existen dos recursos:

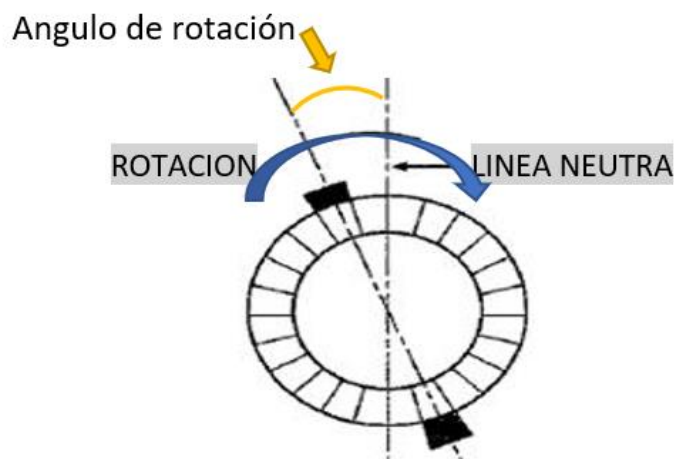
- a) Corrimiento de escobillas.
- b) Incorporación de polos de conmutación.

En ambos casos se trata de favorecer el cambio de la corriente para que la misma alcance el valor deseado en el tiempo  $T$

Analizaremos ambos casos en forma más detenida:

- a) El corrimiento de escobillas: (se deben modificar del generador al motor)

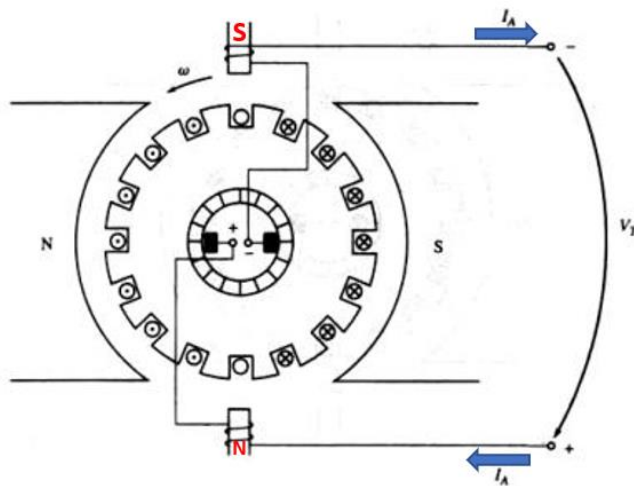
La desviación de las escobillas debe hacerse en el sentido opuesto de giro del generador hasta que el eje de las mismas coincida con la perpendicular al campo resultante o un poco más a los fines de colocarlo bajo efecto de polo opuesto y generar una fem opuesta al efecto  $L/R$ , que compense ambos efectos y los anule entre sí. (Figura anexa). El inconveniente que conlleva este sistema es que, al ser el valor del campo transversal de reacción del inducido dependiente de la corriente que absorba el inducido, la desviación de la escobillas será la adecuada para una corriente determinada. Para una corriente mayor o menor, la desviación de las escobillas también tendría que ser diferente



b) Polos de conmutación: (no se deben modificar del generador al motor)

Los polos de conmutación se disponen entre las zapatas polares del generador, tal que el sentido del campo fijen su polaridad correspondiente al polo anterior, conforme al sentido de giro (de sentido contrario al flujo transversal de reacción del inducido), de tal forma que produzcan un campo magnético transversal del mismo valor, a algo superior, a los fines de compensar el efecto  $L/R$ . Para que esto sea así, los polos de conmutación se conectan en serie con el inducido (rotor), para que la corriente que pasa por ellos sea igual que la del inducido, de esta forma, cuando crece el campo transversal de reacción del inducido por un aumento de corriente, también lo hace el flujo de compensación producido por los polos de conmutación. Con ambas correcciones lo que se logra es similar a la curva de color naranja, representada en la gráfica de la página anterior.

Adicionar polos de conmutación, aumenta el flujo disperso generado por el bobinado inductor, debido a que disminuye la reluctancia entre las zapatas polares

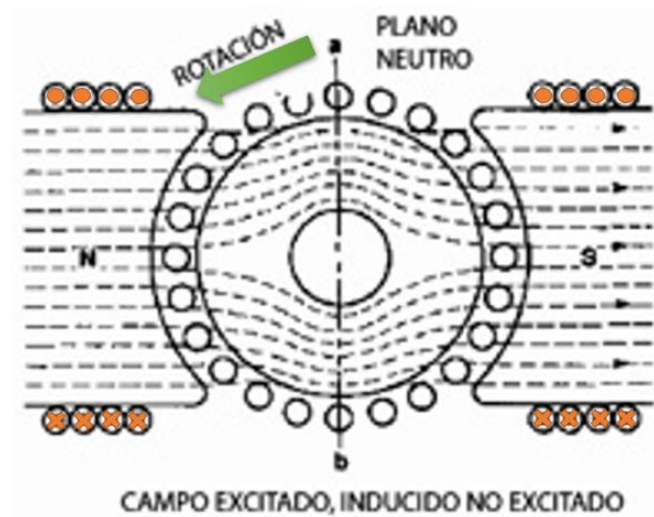


### Reacción del inducido

Se entiende por este tema, el fenómeno que se produce al originarse un campo magnético adicional, al circular una corriente por los bobinados inducidos (rotor), donde genera su propio campo e interfiere al campo principal generando un nuevo campo distorsionado.

Veamos esto en detalle:

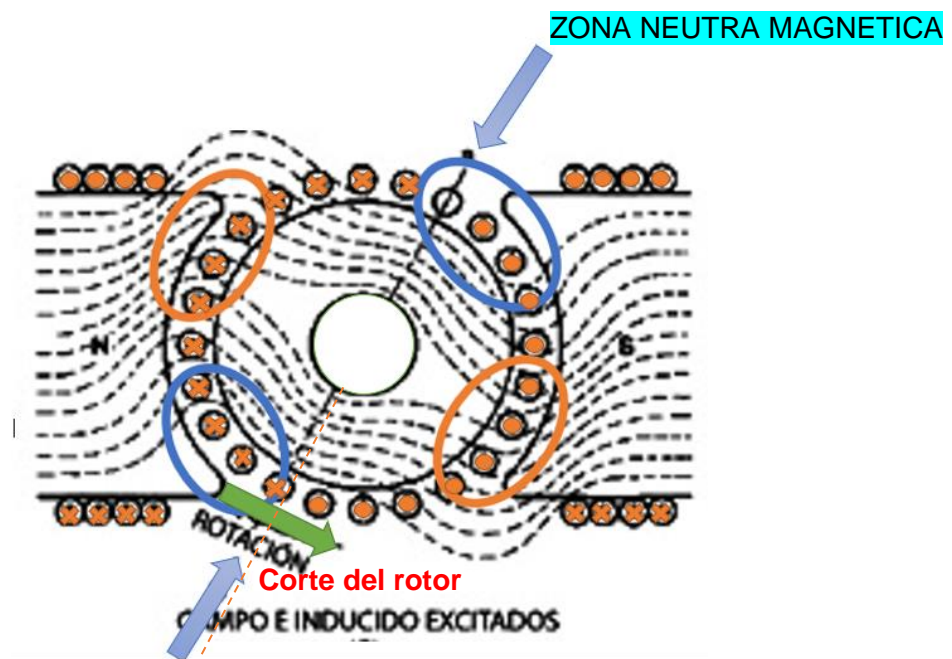
Al trabajar el generador existe el campo magnético del inductor (estator), al que podemos considerar simétrico



Al circular una corriente por el bobinado generara a su vez un campo magnético cuya línea de campo se ven en la figura b.

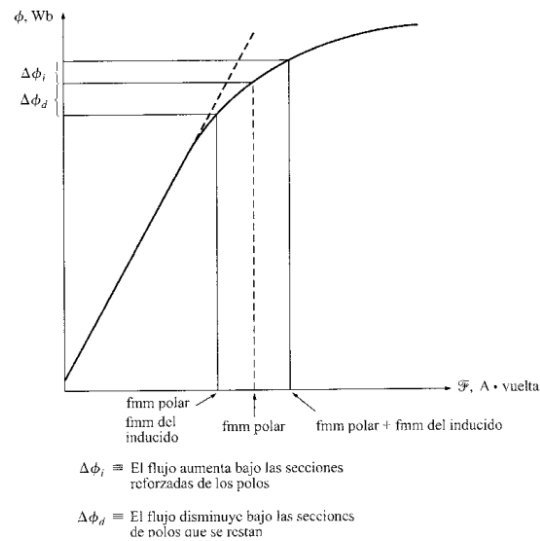


La superposición de ambos campos produce un efecto distorsionante del campo magnético principal siendo el efecto de tal sentido que se produce un refuerzo en los bordes salientes de los polos, zonas de elipses naranjas ( de acuerdo al sentido del movimiento) y un debilitamiento en los bordes entrantes, zonas de elipses celestes. No solo provoca una distorsión del campo, si no que además genera un corrimiento de la zona neutra, desde la geométrica a la zona neutra magnética

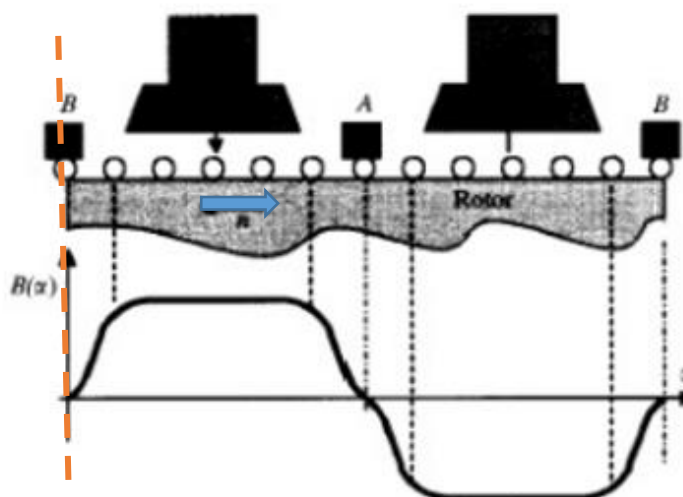


#### ZONA NEUTRA MAGNETICA

Aparentemente no habría alteración en cuanto a la fcm y cupla generada, ya que habría una compensación entre las zonas reforzadas y debilitadas, pero habitualmente no ocurre así, en razón que el materia ferromagnético, se dimensiona para trabajar cerca de la zona de saturación, a fin de lograr un mejor aprovechamiento del mismo, tal como el punto a de la curva y en consecuencia el efecto debilitante resulta ser mayor que el de refuerzo.

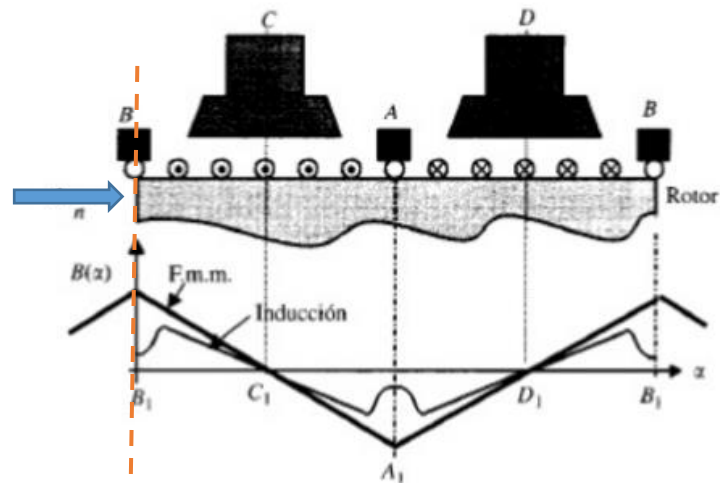


Lo que podemos observar en la gráfica superior, sobre el eje X, correspondiente a la magnitud de la fmm, vemos hacia la derecha un incremento de la fmm, dada en las zonas naranjas, de la gráfica en página anterior, y hacia la izquierda una disminución de la fmm, dada en las zona celestes, de la misma gráfica, ambas provocadas por efecto de la reacción del inducido (la corriente circulando por el bobinado del rotor). Si bien estas magnitudes del incremento y decrementos son iguales, si nos remitimos al eje y, donde tenemos representado el flujo, vemos que el incremento se da hacia la zona de saturación del material ferromagnético, no así el decremento, el cual se da hacia la zona lineal de este material, dando como resultado que la disminución de flujo es de mayor magnitud que el incremento del mismo, lo cual provoca que el flujo total por polo disminuya, siendo esto más significativo, con el incremento la corriente en el inducido.



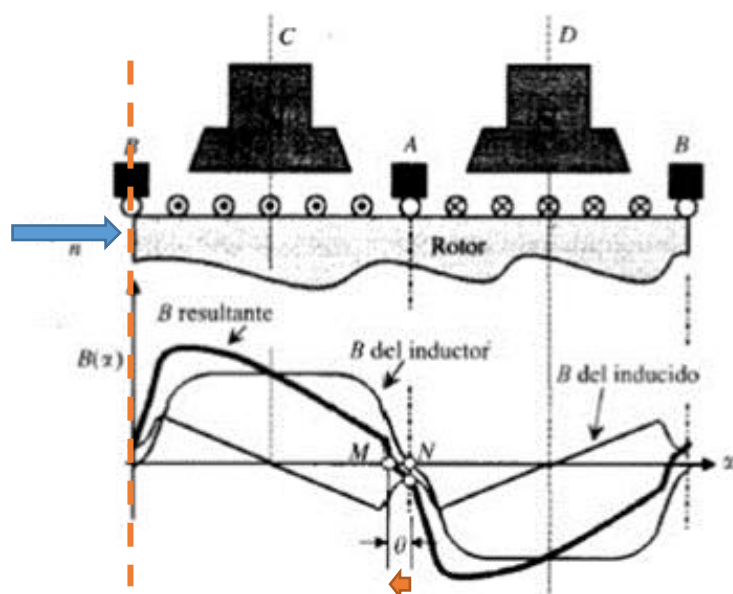
Si analizamos la grafica superior, podemos ver como se distribuye la densidad de flujo a lo largo de los 360°, sobre la superficie del rotor, considerando este estático. El area representa el flujo total suministrado por el inductor.





En esta gráfica, hemos simbolizado, los sentidos de las corriente sobre el bobinado del inducido, salientes con punto y entrantes con cruz, lo cual nos va a generar una curva de fmm, conforme a la linea gruesa de la gráfica superior. Este valor de fmm, es directamente proporcional a la magnitud de la corriente.

En linea de trazo continuo mas debil, podemos ver la distribucion de la densidad de flujo, como vemos esta curva copia en su forma, en la zona de enfrentamiento de zapata polar y rotor, donde el entrehierro es minimo y constante, el mismo se debilita en las zonas entre zapatas polares, motivado por el incremento del entre hierro, si bien los valores de fmm en esta zona son mayores, la magnitud del entre hierro hace que la densidad de flujo disminuya notablemente, en este sentido tengamos presente que se requiere el mismo valor de fmm, para establecer una densidad de flujo en 1 milimetro de aire, que en un circuito de 10000milímetros (10 metros) de material ferromagnetico (considerando un valor de  $\mu_r = 10000$ ).



Angulo de corrimiento de zona neutra

En la grafica superior, hemos incluido todas las curvas, adicionalmente y en trazo mas grueso tenemos la curva de la densidad de flujo resultante, y su area el flujo total, esta es la curva que resultante de la interaccion del flujo principal y el de reaccion del inducido, esta curva representa la suma angulo a angulo, de la curva del flujo inductor y del flujo de reaccion, obteniendo el flujo resultante, pero como vemos si sumamos dos valores del mismo signo se produce la saturacion y no es suma lineal, es menor dado por la saturacion, y los de diferentes signos, la resultante es la diferencia, dado que estamos sobre l zona lineal de la caracteristica magnética. Como resultado final, tenemos los siguientes efectos:

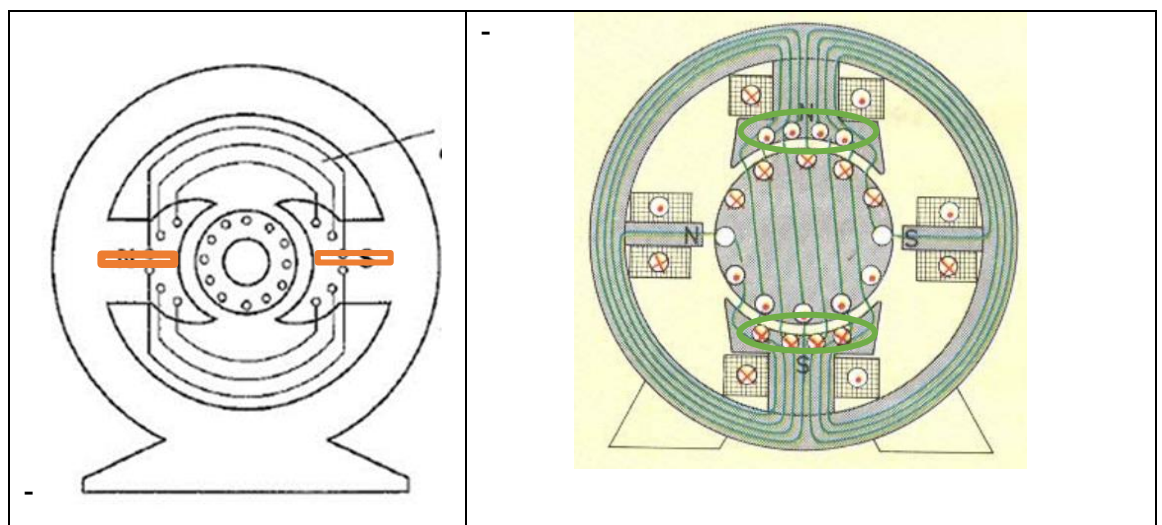
- El nuevo valor de flujo, es inferior al generado por el flujo principal, incidira en valor de cupla y de  $f_{cm}$ , afectando  $n$ , si adicionalmente rotamos las escobillas este efecto se magnifica.
- Se produce el corrimiento de la zona neutra, desde la posicion equidistante de las zapatas polares, a la nueva posicion en sentido opuesto al de giro de la maquina, representado en la grafica por  $\theta$ .

Estos dos efectos son proporcionales a la magnitud de la corriente.

Cuales son las correcciones que se pueden realizar a fin de minimizar los efectos de reaccion del inducido, estos son los siguientes:

- Ranurado en la zapata polar, en sentido longitudinal de la misma a los fines de crear un camino de mayor reluctancia al flujo de reaccion del inducido, provocando una disminucion del mismo. Este ranura practicamente no afecta al flujo principal.
- Arrollamientos compensadores, los mismos se instalan en ranuras efectuadas sobre las zapatas polares, donde se alojan los conductores, los cuales se conectan en serie con el inducido, siendo las corrientes enfrentadas de sentido contrario, lo cual provoca la cancelacion del flujo de reaccion, con el generado por los arrollamientos compensadores.

Al ser un bobinado en serie, provocan perdidas ( $R_{com} \cdot I^2$ )



a) Ranuras en zapatas polares

b) arrollamientos compensadores.



## CARACTERISTICA DE FUNCIONAMIENTO DE LOS MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA

Recordemos las fórmulas que establecen las relaciones entre las variables:

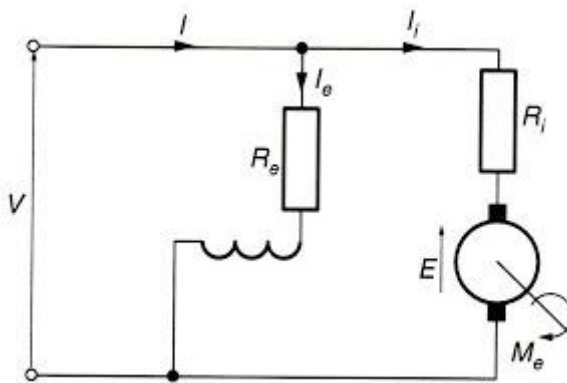
$$E_{CEM} = K_1 \cdot \Phi \cdot n$$

$$C_m = K_2 \cdot \Phi \cdot I$$

$$V = I_i \cdot R_i + E_{CEM} + 2 \cdot U_e$$

$$n = \frac{V - I_i \cdot R_i - 2 \cdot U_e}{K_1 \cdot \Phi}$$

### 1. Motor con excitación en derivación:



En este caso la tensión de aplica en forma conjunta a los dos circuitos: el de excitación y el de rotor.

En ambos casos las características eléctricas de los mismos responden al caso de circuito R- L alimentado por una corriente continua.

Existirá un transitorio en donde la corriente seguirá la Ley:

$$I_{(t)} = \frac{V}{R} \cdot \left( 1 - e^{-t/\frac{L}{R}} \right)$$

La que variara influenciada por el parámetro:

$$\tau = \frac{R}{L}$$

“Contante de tiempo”

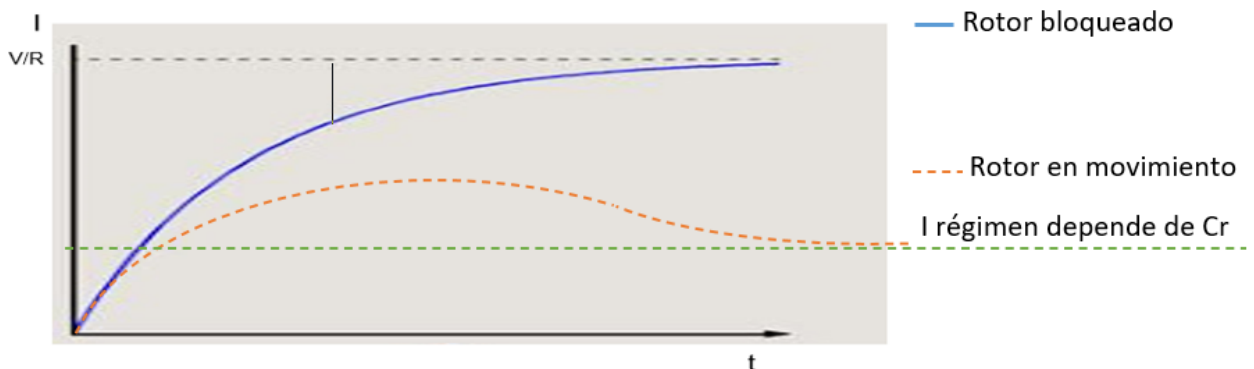
En nuestro caso en ambos circuitos tenemos por su propia naturaleza la componente inductiva (L), será preponderante y por lo tanto la constante de tiempo será grande y la pendiente en el origen no será demasiado empinada.



En el caso del circuito de excitación tendremos una corriente que será:

$$I(t) = \frac{V}{R_e} \cdot \left( 1 - e^{-t/\frac{L_e}{R_e}} \right)$$

En el circuito inducido haremos inicialmente el análisis suponiendo que el rotor está frenado y en este caso tendremos una curva similar con la corriente tendiendo a un valor elevado ya que la resistencia del inducido será naturalmente baja al tratar de diseñar el bobinado para que tenga el menor valor de pérdidas.

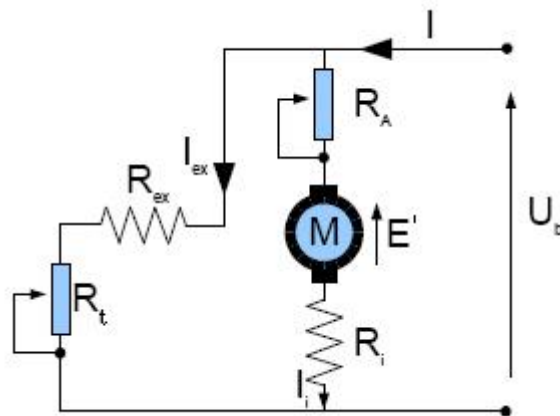


La curva azul, ocurriría si el motor estuviera frenado, pero en condiciones normales el mismo se pondrá en movimiento lo que altera las variables que establecen el equilibrio de tensiones ya que comienza a aparecer la fuerza contra electromotriz, que hará que la corriente disminuya su valor hasta alcanzar lo que corresponde a la condición de equilibrio, dependiendo de la  $C_r$  y se logra equilibrio cuando es igual a  $C_m$ , y entonces tendremos la línea de puntos roja, representativa de

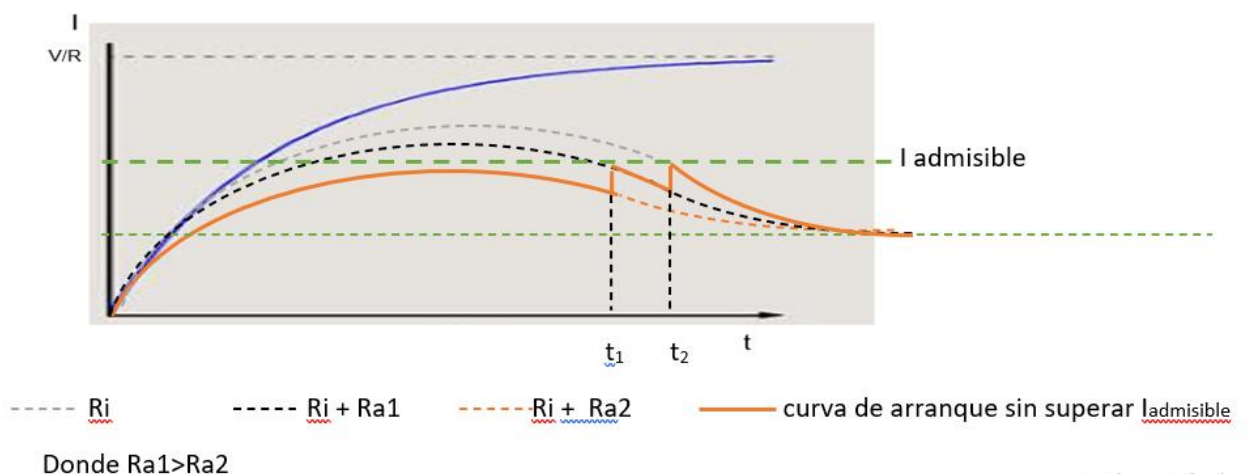
esta variación, aquí surge una característica importante en este tipo de motores y es el pico de corriente que se puede producir en el arranque y que puede llegar a superar los valores admisibles para los que ha sido diseñado el motor.

En máquinas pequeñas (hasta 2 Hp) generalmente pueden soportar este pico de arranque, pero no así en otras de mayor potencia, en donde es necesario tomar las precauciones del caso para atender este transitorio.

Esto se hace conectando lo que se denomina una resistencia de arranque ( $R_a$ ), la cual tiene característica de poder ir variando su valor (de mayores valores a menores), a los fines de limitar esta corriente de arranque, a un valor admisible por límites térmicos o límites de esfuerzo electro dinámico.



Con el objeto de disminuir inicialmente la corriente máxima, se inicia el arranque con  $R_{a1}$ , luego del tiempo  $t_1$ , pasamos a  $R_{a2}$ , luego del tiempo  $t_2$ , eliminamos  $R_a$  haciendo que progresivamente el motor pasando de un régimen a otro sin sobrepasar en ningún caso el máximo admisible.



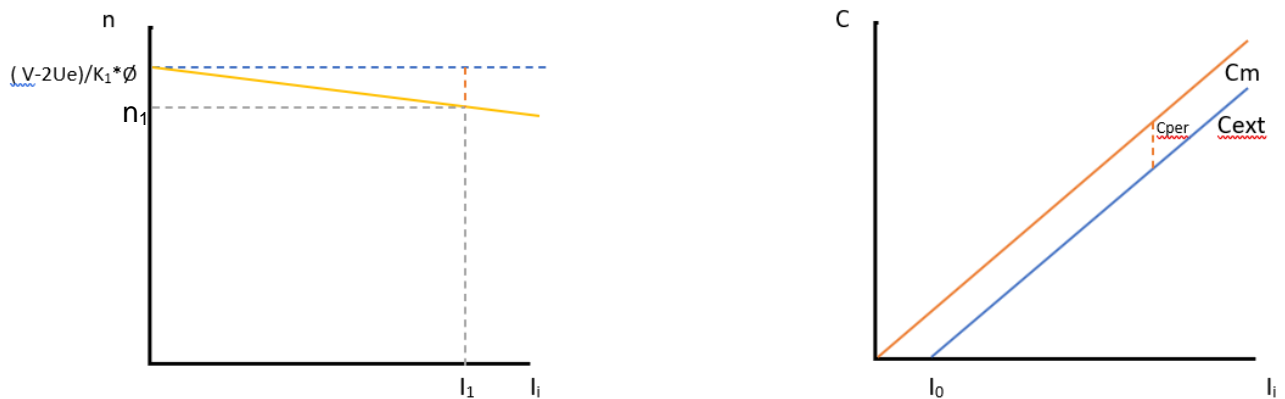
La curva naranja de líneas llenas representa la corriente, en los puntos de discontinuidad es donde se realiza el cambio en los valores de  $R_a$ .

### Característica externa:

Interesa conocer la respuesta de las variables de la energía mecánica, cupla motora y velocidad, ya que su producto es la potencia mecánica de salida, en función de los factores de la energía eléctrica, siendo estos básicamente tensión y corriente, si consideramos que la tensión de alimentación es constante, el único parámetro variable de entrada será la corriente, siendo la potencia de entrada el producto de estos dos parámetros.

$$C_m = f(I); \quad n = f(I)$$

La cupla motora  $C_m = K_2 \cdot \Phi \cdot I$  es función del flujo y de la corriente. Si consideramos que el flujo es constante, lo cual es verdadero mientras no alteremos el circuito de excitación, vemos que la cupla es directamente proporcional a la corriente y su representación será una recta. Si consideramos como cupla motora, la que realmente se transfiere al eje motor, recta naranja, deseamos restar la componente de pérdidas por rozamientos y ventilación, si a estas la consideramos una constante (independiente de la velocidad) su representación será una línea paralela a la cupla total, será la cupla externa, recta azul.



La velocidad de giro también tiene una representación lineal y decrece al aumentar  $I_i$  ya que aparece el término  $I_i \cdot R_i$ .

$$n = \frac{V - 2U_e - I_i \cdot R_i}{K_1 \cdot \Phi} = \frac{V - 2U_e}{K_1 \cdot \Phi} - \frac{I_i \cdot R_i}{K_1 \cdot \Phi}$$

Ahora bien, dicho término  $I_i \cdot R_i$  es relativamente pequeño respecto a  $V$ , del orden del 2 al 3% por lo que la recta representativa de  $n$  es casi horizontal considerándose por lo tanto a este motor como de velocidad constante.

Hay que aclarar que estos análisis los realizamos en estado de régimen habiendo superado las condiciones particulares del arranque.

Podemos observar que un cambio en la carga que soporta el motor producirá un inmediato acomodamiento de la cupla motora  $C_M$  subiendo o bajando la corriente, pero por lo dicho la alteración en la velocidad será mínima.

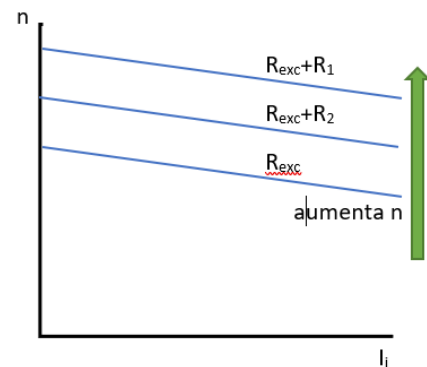
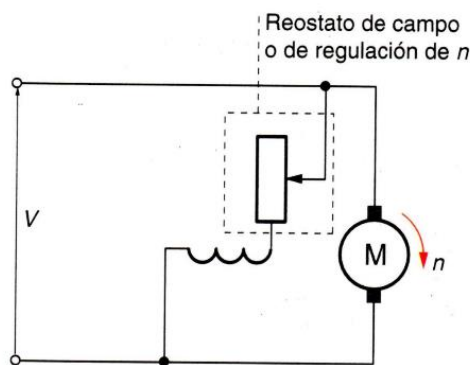
### Control de la velocidad:

Todo lo dicho anteriormente no quita la posibilidad de querer actuar sobre la velocidad para modificarla y adaptarla a condiciones de funcionamiento.

Una forma de hacerlo es variar la excitación modificando el valor del flujo  $\Phi$ . Para ello se conecta una resistencia en serie con el circuito de excitación. Aumentando la resistencia de este circuito disminuirá la corriente  $I_{exc}$

$$I_{exc} = \frac{V}{R_e + R_c} \quad n = \frac{V - 2U_e - I_i \cdot R_i}{K_1 \cdot \Phi}$$

con la consiguiente disminución del flujo que produce un aumento de la velocidad (el flujo está en el denominador).



En esta forma la recta representativa de la velocidad se desplaza en forma paralela a la línea normal desplazándose hacia arriba con el aumento de  $R$ . ( $R_1 > R_2$ )

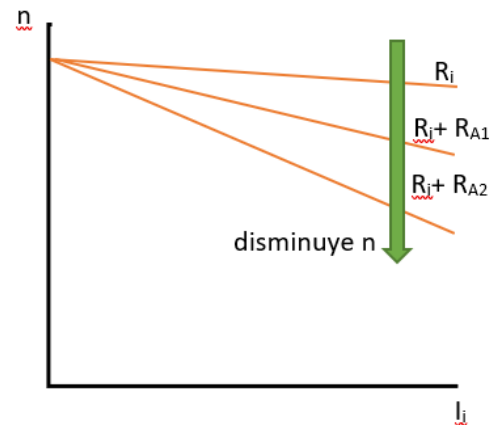
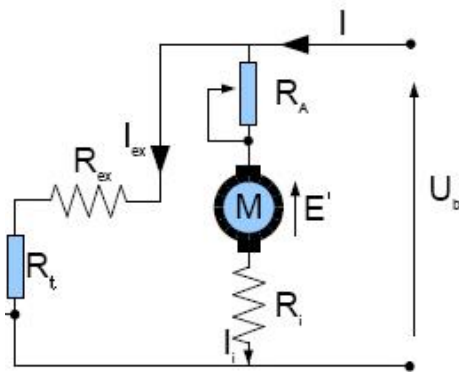
Esta sería una forma de lograr un aumento de la velocidad con relación a la normal o natural, sin variar la tensión de alimentación.

Tenemos que tener presente si mantenemos la cupla resistente, y disminuimos el flujo, deberá indefectiblemente crecer la corriente del inducido. (manteniendo cupla y aumentando  $n$ , aumentamos potencia de salida, la cual debe verse reflejada en la potencia de entrada)

Si se quisiera actuar en el otro sentido, es decir disminuir la velocidad, podrá actuarse sobre el término  $I_i \cdot R_i$  aumentando su valor lo que puede lograrse con el agregado de otra resistencia en serie con el circuito del inducido lo que hace que ahora

$$n = \frac{V - I_i \cdot (R_i + R_A) \cdot I_i}{K_1 \cdot \Phi}$$





Obsérvese que el agregado de esta  $R_A$  no alterará  $I_i$ , ya que esta está ligada a la  $C_m$  que se está produciendo, pero disminuye la tensión sobre el motor, lo cual disminuye potencia de entrada al mismo, estando reflejada en la disminución de la potencia de salida, por la disminución de  $n$ . ( $R_{A1} < R_{A2}$ )

De esta manera la alteración de la recta es diferente a la regulación anterior. Ahora lo que se altera es la inclinación de la línea al aumentar el decremento en función de la corriente ( el producto  $(R_i + R_A) \cdot I_i$ .)

Una observación importante respecto a esta forma de regulación es que se está introduciendo al sistema un aumento en las pérdidas  $R_A \cdot (I_i)^2$ . lo que hace que la misma se logre a costa de la disminución del rendimiento energético del sistema.

También se debe observar que la regulación por  $R_A$ , hace perder la condición de motor de velocidad relativamente constante, que caracteriza a este tipo de máquina.

En resumen, esta segunda forma si bien es un recurso al que puede echarse mano, no es recomendable dados los inconvenientes señalados, pérdida de rendimiento y calidad en la constancia de velocidad.

El factor de regulación de velocidad se define:

$$R_v = \frac{n_0 - n_t}{n_t} \cdot 100$$

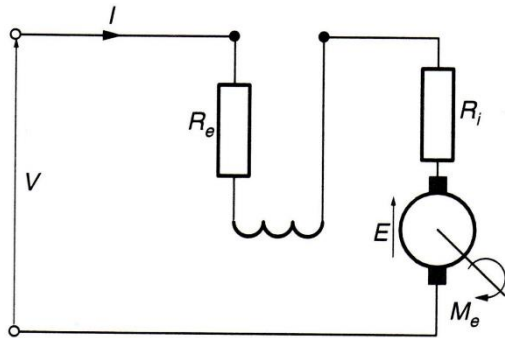
Siendo  $n_0$ , la velocidad a  $Cr = 0$ . (lo cual implica  $C_m = C_{perd}$ ), corriente de vacío  $I_0$ )

Cuanto menor es el valor de  $R_v$ , más constante es la velocidad en función del incremento e cupla.

## 2. Motor con excitación en serie:

En este caso al corriente del inducido como la de excitaciones la misma

$$I_i = I_e = I$$



Por otro lado, el flujo inductor  $\Phi$  será proporcional a la corriente, dentro de la zona relativamente lineal, por lo que la podemos expresar como  $\Phi = K_3 \cdot I$  por lo que la cupla motora resulta una ley de variación parabólica:

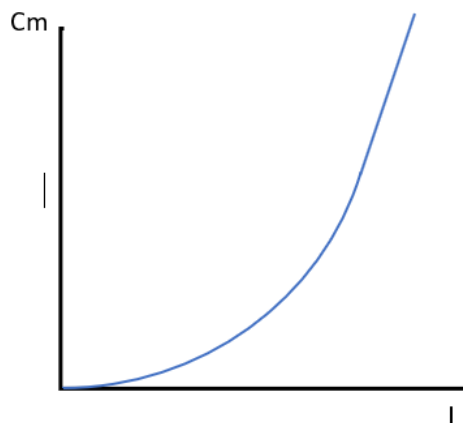
$$C_m = K_2 \cdot \Phi \cdot I = K_2 \cdot K_3 \cdot I^2 = K_4 I^2$$

Con respecto al número de revoluciones:

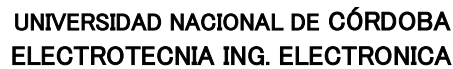
$$n = \frac{V - 2U_e - I \cdot R_i}{K_1 \cdot K_3 \cdot I} = \frac{V - 2U_e - I \cdot R_i}{K_5 \cdot I}$$

Si despreciamos el termino  $I_i \cdot R_i$  ( 2 al 3% de  $V$  ) nos queda:

$$n = \frac{V - 2U_e}{(K_5)^2 \cdot I}$$

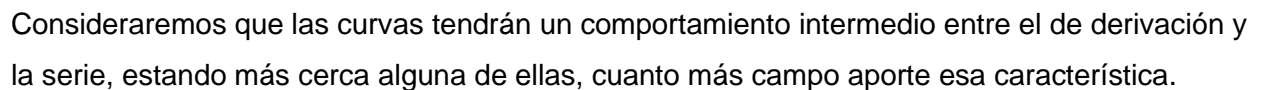


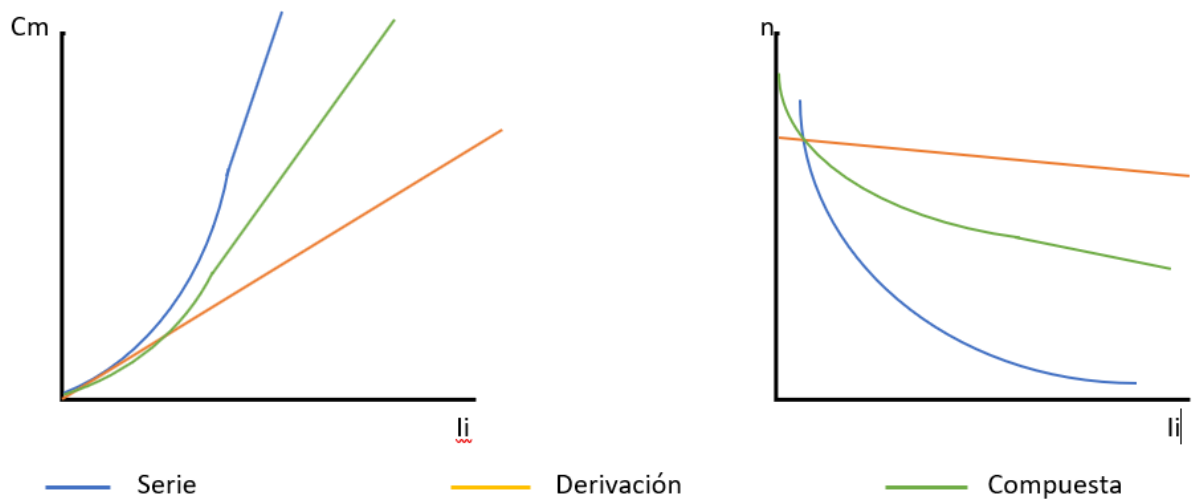
Con lo que  $n$  responde a una hipérbola equilátera. Analizando estas curvas podemos sacar algunas conclusiones respecto a este tipo de motor, la velocidad es ampliamente variable con una



La variación cuadrática de la cupla respecto a la corriente hace de este motor, un elemento ideal como máquina de tracción, donde se presentan situaciones de carga muy variables (grúas, vehículos de transporte, trituradoras, etc.).

Para comprender las características de este motor, que como su nombre lo indica tiene los circuitos de excitación parte en paralelo y parte en serie, haremos una superposición de las de los motores antes vistos.



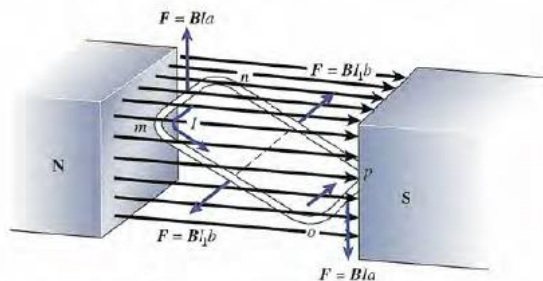


Entonces el motor compuesto tendrá características intermedias entre ambas curvas.

Con este motor se salva el inconveniente del motor en serie en el punto de funcionamiento en vacío.

#### CUPLA MOTORA – FORMULA GENERAL

La expresión con la que hemos venido asignando a la cupla  $C_m = K_2 \cdot \Phi \cdot I$  la generalizaremos haciendo intervenir algunas variables que no fueron tenidas en cuenta cuando fue determinada. Recordemos:



$$F = l \cdot I_i \cdot B \cdot 10^{-8}$$

$$C_{mi} = l \cdot I_i \cdot B \cdot 10^{-8} \cdot r$$

Si  $Z$  es la cantidad del conductor

$$C_m = z \cdot C_{mi} = Z \cdot l \cdot I_i \cdot B \cdot 10^{-8} \cdot r$$

Si  $d$  es la cantidad de circuitos en derivación:

$$I_i = \frac{I}{d}$$



$$C_m = \frac{Z}{d} \cdot l \cdot I \cdot B \cdot 10^{-8} \cdot r$$

El valor de  $B$  no es habitualmente dato sumo  $\Phi$ , es decir el flujo.

En el caso anterior habíamos determinado la relación entre  $B$  y  $\Phi$  para una maquina bipolar y ahora la generalizaremos para otra cantidad de polos  $P$ .

La superficie total de un giro completo es  $(2 \cdot \pi \cdot r \cdot l)$ . Está dividida por la cantidad de polos:

$$\frac{(2 \cdot \pi \cdot r \cdot l)}{P}$$

Nos da la superficie sobre la que actúa la inducción  $B$  de manera que el flujo:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \frac{(2 \cdot \pi \cdot r \cdot l)}{P}$$

Luego:

$$C_m = \frac{Z}{d} \cdot \frac{I \cdot \Phi \cdot P \cdot 10^{-8}}{2 \cdot \pi} = K_2 \cdot I \cdot \Phi$$

Veamos ahora la expresión de la potencia mecánica

$$P_m = C_m \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{n \cdot 2\pi}{60}$$

$$P_m = \frac{Z}{d} \cdot \frac{I \cdot \Phi \cdot P \cdot 10^{-8}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{n \cdot 2\pi}{60}$$

*Si recordamos*

$$E = \frac{Z}{d} \cdot \Phi \cdot P \cdot 10^{-8} \cdot \frac{n}{60} = \text{fuerza contra electromotriz}$$

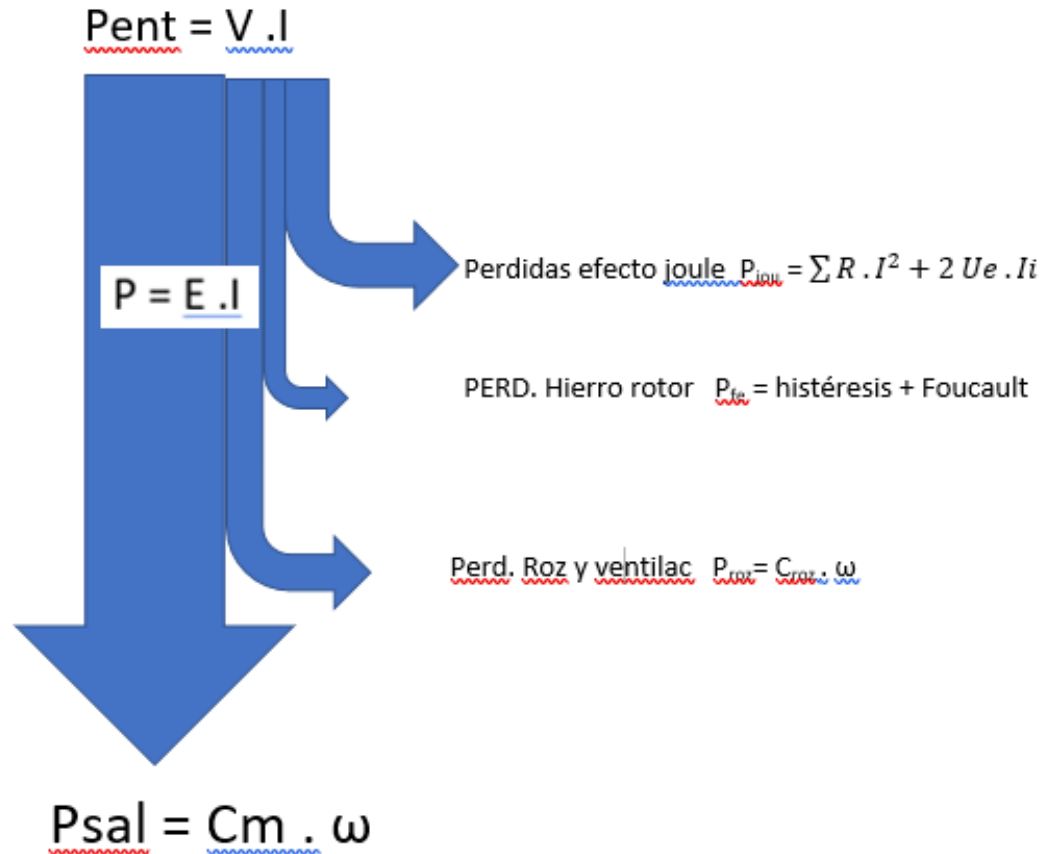
Entonces:

$$P_m = E \cdot I$$

Siendo esta la potencia mecánica transmitida al rotor, parte se esta la utilizará para mantener rotando al mismo, y parte se entregará a la carga.

### Balance energético del motor.

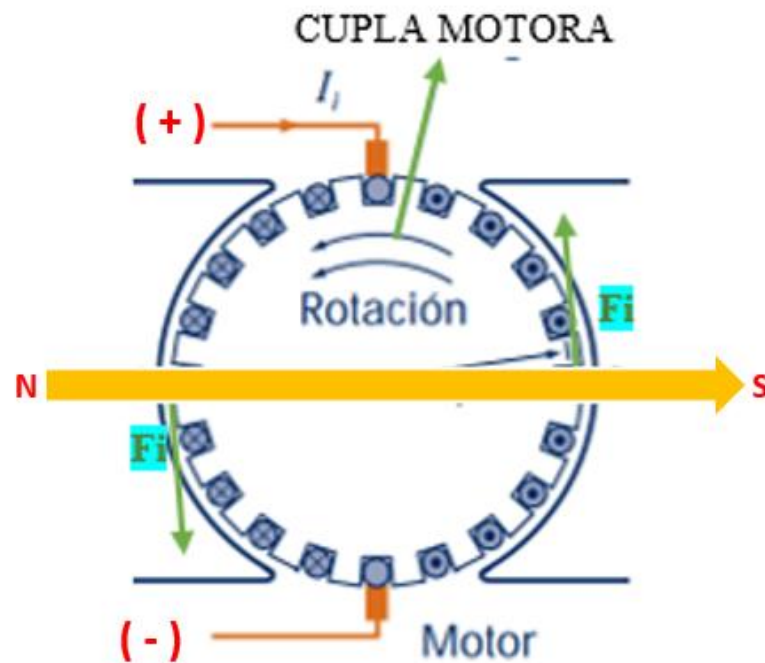
A fin de realizar un análisis del balance energético de cada máquina, debemos comenzar con la potencia de entrada, seguir el trayecto de la misma, visualizando cada una de las pérdidas y finalmente ver cual es la potencia de salida.



### Motor de ambas corrientes.

En el uso cotidiano, utilizamos a diario motores con escobillas en corriente alterna, la mayoría de ellos obtiene su potencia de salida, en general no mayor a 1000 W, por medio de un elevado número de revoluciones, la mayoría de ellos superior a las 10.000 rpm, este tipo de motores son conocidos como motores de ambas corrientes, y su configuración, corresponde a la de los motores de corriente continua serie, al ser alimentados en corriente alterna, se invierten simultáneamente los campos y corriente por el inducido, al invertirse ambas, no cambia el sentido de la fuerza, manteniendo la cupla motora, siempre en el mismo sentido.

### SEMICICLO POSITIVO



### SEMICICLO NEGATIVO

