Campus Virtual FCEFyN
Universidad Nacional de Córdoba

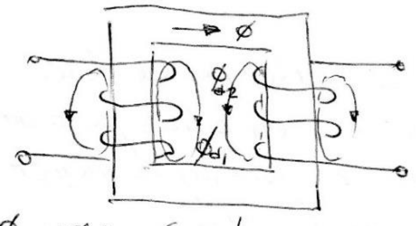
TRANSFORMADOR REAL

ELECTROTECNIA(IE)

Transformador Real

Ningún proceso de conversión de la energía puede tener lugar sin las pérdidas concomitantes, en otras palabras la salida de energía en una forma es siempre menor que la entrada de energía en la otra forma.

Cuando analizamos el comportamiento en el transformad ideal una de las hipótesis que habíamos establecido era que la resistencia ohmica de los conductores era nula, pero en realidad no se tiene ningún conductor perfecto, de manera que en un trafo Real el circuito electrico primario ofrecerá una cierta resistencia que la tendremos en cuenta mediante una resistencia ohmica concentrada que tendrá un valor tal que el efecto Joule producido en la misma represente exactamente la energía que se transforma en calor al circular la corriente a travez del bobinado Primario. Entonces a partir de los bornes de entrada conectamos una resistencia en serie que tendrá en cuenta esa parte de energía entregado por el generador que se transforma en calor, como una reducción del voltaje que va a ser transferido al resto del circuito.
Otra hipótesis que consideramos, era que el Flujo de Dispersion es nulo, es decir que el campo magnetico creado por la FMM cuando circulaba la corriente primaria a travez de las N_1 espiras, se hallaba localizado integramente dentro del núcleo ferromagnético que encausaba a esas líneas de Flujo de manera que concatenaba al arrollamiento secundario.



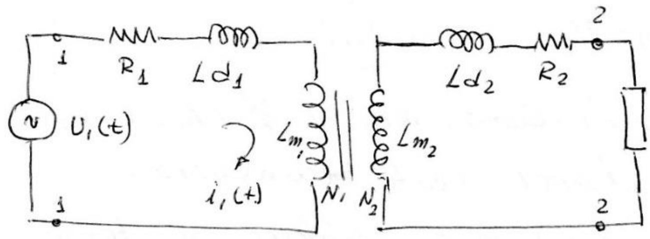
En la práctica eso no sucede así porque las espiras están arrolladas sobre el núcleo y aislados del mismo, así es que siempre entre el conductor común y el núcleo queda un espacio libre, luego existen líneas de campo que se van a cerrar a través del aire y lo denominamos ϕ_d

ϕ: Flujo común
ϕ_1: Flujo Primario ϕ_2: Flujo Sec.

y representa una cierta cantidad de energía por unidad de volumen que proviene del generador y no se va a transferir al otro bobinado.

$\phi_1 = \phi + \phi_{d_1}$ y $\phi_2 = \phi + \phi_{d_2}$

Cuando la corriente crece ese almacenamiento de energía en líneas de flujo que se cierran en el aire va aumentando y cuando la corriente decrece esa energía es devuelta al circuito pero el juego de energía queda entre el campo magnético y el generador conectado en el primario y no contribuye al funcionamiento útil del transformador.
Como el flujo disperso ϕ_d es variable, da lugar a una fem inducida que vendrá determinada por la expresión $\boxed{fem = -N.\frac{d\phi_d}{dt}}$
Dado que el ϕ_d se cierra a través de un circuito de reluctancia prácticamente constante (aire, conductores, aislante) será conveniente materializar este efecto por una bobina ficticia de coeficiente de autoinducción L_d de valor $\boxed{L_d = N.\frac{d\phi_d}{di}}$ expresión que se obtiene de $-L_d\frac{di}{dt} = -N\frac{d\phi_d}{dt}$.
Entonces esa pérdida de energía debido a la existencia de ϕ_d la tenemos en cuenta conectando en serie una inductancia L_{d1}, llamado de dispersión primaria
Después de haber explicado los dos fenómenos anteriores, si representamos el acoplamiento magnético del bobinado primario de N_1 espiras con el bobinado secundario de N_2 espiras a través del material ferromagnético, el arrollamiento del primario quedará parcialmente idealizado porque sería un bobinado sin resistencia y sin dispersión. En el secundario hacemos exactamente lo mismo, representando mediante dos elementos concentrados, la resistencia óhmica y la inductancia de dispersión del Bob. Secundari



Al poner fuera los elementos R_1, Ld_1, R_2 y Ld_2 estamos representando un dispositivo parcialmente ideal puesto que cumple con algunas de las hipótesis, pero nos valdremos de este circuito para plantear las ecuaciones básicas de equilibrio del transformador.

Ecuación de la malla Primaria

Aplicando el 2º principio de Kircchoff a la malla primaria

$$U_1(t) - Ld_1 \cdot \frac{d\,i_1(t)}{dt} - N_1 \frac{d\,\phi(t)}{dt} = R_1 \cdot i_1(t)$$

Cuando circula la corriente $i_1(t)$ sinusoidal se produce una $f_{cem} = -Ld_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$ debido a la presencia de la autoinducción Ld_1.
El establecimiento del flujo $\phi(t)$ que es variable en el tiempo da lugar a una tensión inducida en las espiras del arrollamiento primario $N_1 \frac{d\,\phi(t)}{dt}$

Como todas las magnitudes son alternas sinusoidales por serlo la fuente de tensión $U_1(t)$ podemos usar el método simbólico.

$$U_1(t) = \sqrt{2} \cdot U_1 \operatorname{sen} \omega t = \sqrt{2} \cdot U_1 \cdot e^{j\omega t}$$

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot I_1 \operatorname{sen} \omega t = \sqrt{2}\, I_1 \cdot e^{j\omega t}$$

Podemos escribir las ecuaciones de equilibrio usando solo valores eficaces.

$$U_1 - j\omega\, Ld_1 \cdot I_1 - j\omega\, N_1\, \phi = R_1 \cdot I_1$$

o

$$\boxed{U_1 = R_1 I_1 + j\omega\, Ld_1 \cdot I_1 + j\omega N_1\, \phi} \quad (A)$$

Ecuación de la malla Secundaria

En esta malla no hay generadores, pero el ϕ Flujo Variable induce una tensión en el arrollamiento secundario.
La Corriente variable $i_2(t)$ va a establecer una fcem en la bobina Ld_2. Entonces tendremos

$$-N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} - Ld_2 \frac{di_2(t)}{dt} = R_2\, i_2(t) + Z_c\, i_2(t)$$

El signo del primer término del primer miembro depende del sentido en que esta hecho el arrollamiento y puede tomarse como generador.
Utilizando el método Simbólico se tiene.

$$\boxed{-j\omega N_2 \phi = R_2 I_2 + Z_c I_2 + j\omega Ld_2 \cdot I_2} \quad (B)$$

Ecuación de la malla magnética

En el caso del transformador ideal, con $\mu = \infty$ y $\mathcal{R} = 0$ se tenía que el ϕ Flujo Creado por la FMM primaria era exáctamente igual al ϕ Creado por la FMM secundaria, porque el núcleo no ofrecía ninguna oposición al establecimiento del flujo en el material. Pero en realidad en un transformador real la permeabilidad si bien es grande, no es infinita, y la reluctancia es pequeña pero no nula.
Si queremos establecer un ϕ flujo Creado por la FMM primaria para que actúe sobre el Secundario, entonces una parte de esa FMM tendrá que gastarse una parte para vencer la reluctancia del Circuito magnético.
Al Cerrarse el Secundario la FMM tendrá que Crear únicamente el Flujo ϕ de reacción para vencer la acción motora.

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 \neq 0$$

$$\frac{FMM\,(Total)}{\mathcal{R}} = \frac{\pi N_1 I_1}{\mathcal{R}} + \frac{\pi N_2 I_2}{\mathcal{R}}$$

Para el Caso ideal $\mathcal{R} = 0 \Rightarrow \phi_T = 0 \Rightarrow \phi_1 = -\phi_2$

Para el Caso real $\phi_T = \phi_1 + \phi_2$ es finito porque Se necesita Vencer la reluctancia del núcleo, es decir se necesita gastar parte de la FMM para Vencer la reluctancia del núcleo y recién entonces establecer la Vinculación entre el primario y Secundario. Entonces

$$\boxed{\phi_T \cdot \mathcal{R} = N_1 I_1 + N_2 I_2 = N_1 \cdot I_0} \quad (C)$$

Tiene la dimensión de una FMM y Se la llama FMM de magnetización del núcleo.

I_0 es la Corriente de exitación del núcleo.

Esta expresión nos indica que el transformador es una máquina que opera a Flujo Constante, Cualquiera sea su estado de Carga

Las ecuaciones A, B y C Son las ecuaciones básicas de equilibrio del transformador y para interpretar lo que encierran las mismas, Se Construye el diagrama vectorial ya que todas las magnitudes que intervienen Son alternas y de la misma frecuencia.

$$I_1 + \frac{N_2}{N_1} I_2 = I_0 \Rightarrow \boxed{I_1 = I_0 - \frac{I_2}{K}} \quad \text{con } K = \frac{N_1}{N_2}$$

Diagrama Vectorial

Todas las magnitudes a las que hasta ahora nos hemos
referido son periódicas y se pueden representar por fasores.
El hecho de que las Variables están vinculadas linealmente
nos dice: que una vez construido el diagrama, si se
varía la tensión del generador, todas las cantidades
en el interior variarán proporcionalmente.
El diagrama aumentará o disminuirá de tamaño
pero siempre será semejante. Si se varía el instante
en que se observa, podrá estar mas rotado para
uno u otro lado pero sera semejante en su forma.
Observando las ecuaciones vemos que la variable
con la cual nos conviene comenzar la construcción del
diagrama es el flujo $\emptyset$, pues es la magnitud
fasorial que aparece como nexo entre las tres
ecuaciones de equilibrio.
Comenzaremos por la ecuación de la malla del circuito
porque es en ella que tenemos solamente dos
fasores de magnitudes eléctricas y magnéticas que
son la corriente secundaria y del flujo.
Elegimos un punto O de origen y en una dirección
cualquiera representamos el flujo $\emptyset$ a escala y en
fase con el, la corriente magnetizante que lo provoca.
Luego determinamos la tensión E_2 que es la fem
medida a los bornes del secundario $E_2 = -j\omega N_2 \emptyset$
que será un fasor que esta atrasado 90° con
respecto a $\emptyset$ y su magnitud estará en la escala
de tensiones.

A partir de $\emptyset$ [Maxwell] = 8.000 Gauss x Superficie Núcleo
obtenemos $\emptyset N_2 \omega$ que expresa una tensión en unidades
electromagnéticas. Y si multiplicamos esta expresión
por 10^{-8} lo tendremos en Voltios.
se elige una escala de Tensiones, y luego el resultado
obtenido llevado a la escala elegida nos dará la
magnitud E_2. Para representar cualquier otra tensión
tendremos que utilizar la misma escala de tensión
elegida.

La impedancia de Carga es $Z_C = R_C + j X_C$

La impedancia Total del Secundario

$$Z_2 = R_2 + j\omega L d_2 + R_C + j X_C$$

Si queremos ubicar la Corriente I_2 en el diagrama vemos que el elemento que vincula E_2 con I_2 es $Z_2 = |Z_2| \angle \varphi_2$ donde $|Z_2| = \sqrt{(R_2+R_C)^2 + (\omega L_{d_2} + X_C)^2}$

y $\angle \varphi_2 = tg^{-1} \dfrac{\omega L d_2 + X_C}{R_2 + R_C}$

teniendo estos dos elementos podemos determinar $I_2 = \dfrac{E_2}{Z_2}$. El signo del argumento de la impedancia nos determinará si la Corriente esta en adelanto en fase o atraso respecto a la tensión. El Valor absoluto nos dará la magnitud del atraso o adelanto, entonces obtendremos la dirección de I_2.

Para hallar el módulo de I_2 $\quad |I_2| = \dfrac{|E_2|}{|Z_2|}$

Con este valor, previo fijar una escala para las Corrientes llevamos a escala el valor obtenido.

Teniendo los valores de los fasores $\emptyset$, E_2, e I_2 para completar la representación fasorial de la 2º ecuación, debemos encontrar las Caídas de potencial a travez de la Carga, en la parte resistiva del Secundario y a travez de la inductancia de dispersión del Secundario.

Con estas caidos de tensión nos permiten determinar el Voltaje U_2 que se suministra en los bornes finales del dispositivo.

$$U_2 = Z_C I_2 = I_2 R_C + j X_C I_2$$

Como se observa en la expresión precedente, esta esta Compuesta por una Caida de tensión en la parte resestiva de la Carga $I_2 R_2$ que esta en fase con I_2 y otra Caida de Tensión que esta en Cuadratura con la Corriente I_2 y estara $90°$ en adelanto si X_C es positivo o $90°$ en atraso si X_C es negativo.

Representando esas caidas, la suma nos dara U_2.

El argumento de la impedancia de Carga $\varphi_C = tg^{-1} \frac{X_C}{R_C}$

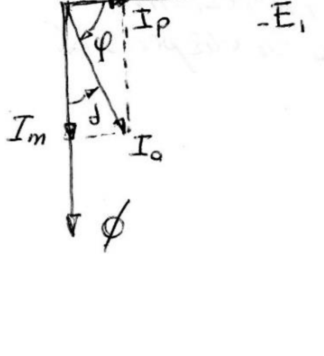
Aparte de la Caida de tension U_2, tenemos las Caídas de Tensión $R_2 . I_2$ debida a la resistencia del bobinado Secundario que estará en fase con la corriente y $j\omega L_{d2} . I_2$ la Caída debida a la dispersión del bobinado Secundario que estara en Cuadratura adelantada Con respecto a la Corriente.

La Suma de las tres Caídas nos determina E_2.

Ahora representamos fasorialmente la tercera ecuación.

Conocido el flujo de exitación ϕ y las Características del Circuito magnético podemos determinar la Corriente I_0.

En el diagrama fasorial vemos que la corriente de Vacío I_0 es la suma fasorial de la Componente de pérdidas que esta en fase con la tensión y la componente de magnetización que esta en Cuadratura con la con el flujo y en fase de pérdidas.



Entonces conociendo el modulo de I_0 y ángulo δ a partir del flujo ϕ y en Sentido positivo llevamos un ángulo δ y tendremos la dirección de la Corriente I_0 de exitación.

Hallado su módulo, a escala lo llevamos sobre dirección. 16

A partir de $N_1 I_0 = N_1 I_1 + N_2 I_2$ despejamos

$$\boxed{I_1 = I_0 - \frac{I_2}{K}}$$

El fasor $-\frac{I_2}{K}$ está en la misma dirección que I_2 pero está en sentido opuesto y además dividido por K.

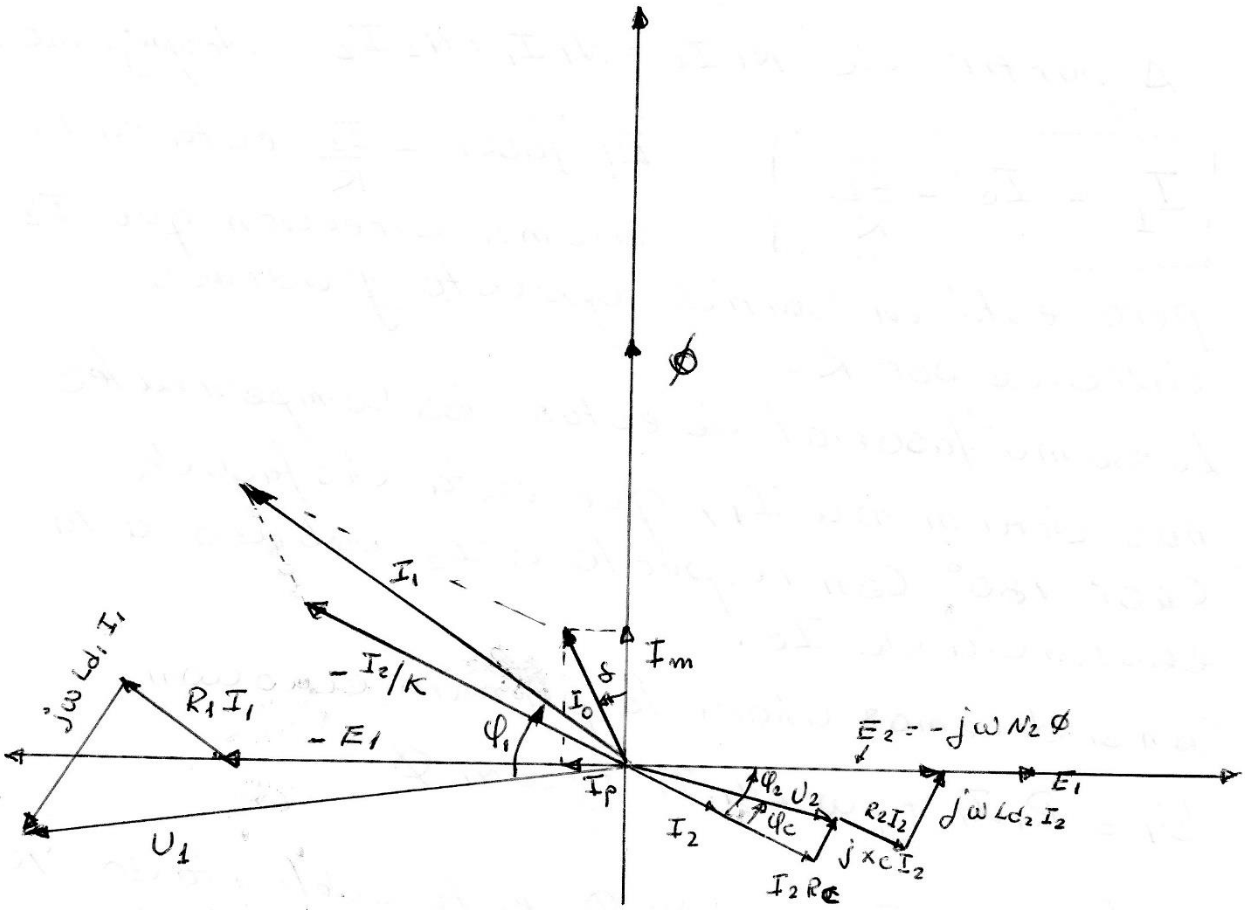
La suma fasorial de estas dos componentes nos determina I_1, que está desfasada casi 180° con respecto a I_2 debido a la existencia de I_0.

Consideremos ahora la primera ecuación

$$U_1 = R_1 I_1 + j\omega L_{d1} \cdot I_1 + j\omega N_1 \varnothing$$

El fasor $-E_1 = j\omega N_1 \varnothing$ está adelantado 90° respecto al flujo y su módulo se calcula multiplicando el flujo $\varnothing$ expresado en Maxwell por N_1, por ω y por 10^{-8} para obtener la tensión expresada en Volt.
Afectando el valor obtenido por el factor de escala de tensión y se lo lleva al diagrama fasorial.

Al voltaje $-E_1$ le sumamos la caída $I_1 R_1$ que estará en fase con I_1 y luego la caída en la inductancia de dispersión primaria $j\omega L_{d1} I_1$ que estará 90° en adelanto con I_1 y obtenemos así U_1.
Con lo cual podemos disponer de U_1, I_1, $\cos\varphi_1$ que son las condiciones a las que debe funcionar el trafo.


Ø
I₁
- I₂/K
jωLd₁ I₁
R₁ I₁
- E₁
φ₁
I₀
δ
Im
Ip
E₂ = - jωN₂ Ø
E₁
U₁
I₂
φ₂ U₂
φc
R₂I₂
jωLd₂ I₂
j xc I₂
I₂ Rc