

## Problema

Un transformador trifásico de 1000 kVA ha dado en el ensayo de vacío 2130 W de pérdidas y en el ensayo de corto circuito 14000 W. Determinar

- El rendimiento a plena carga y  $\cos \varphi = 1$
- La carga  $P'$  del máximo rendimiento para estos  $\cos \varphi$  y  $P_U = P_I = d \cdot P_N$
- El rendimiento máximo para la carga  $P'$  y  $\cos \varphi = 1$

## Solución

- Plena carga implica que  $d = 1$

$$\cos \begin{cases} d = 1 \\ \cos \varphi = 1 \end{cases} \text{ implica } P_U = P_N \text{ ya que } \boxed{P_U = P_N \cdot d \cdot \cos \varphi}$$

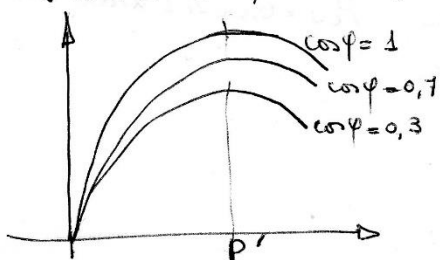
$$P_U = S_N \cdot d \cdot \cos \varphi$$

$$\eta = \frac{P_U}{P_U + P_{Fe} + P_{Cu}} \cdot 100 = \frac{1000}{1000 + 2,13 + 14,0} \times 100 = 98,41\%$$

$$\eta = 100 - 100 \frac{P_{Fe} + P_{Cu}}{\underbrace{P_N \cdot d \cdot \cos \varphi}_{P_U} + P_{Fe} + P_{Cu}} = 100 - 100 \frac{2,13 + 14}{1000 + 2,13 + 14}$$

$$= 100 - 1,58739 = 98,4126\%$$

- Veamos las curvas del  $\eta$  en función de la carga  $P$   
 $P = U_2 I_2$  para diferentes valores del  $\cos \varphi$



$$\frac{P_U}{P_N} = d \cdot \cos \varphi$$

Como se observa  $\eta$  será máximo para  $\cos \varphi = 1$

y cuando  $P_U = d \cdot P_N$

$$P' = P_U = d \cdot P_N$$

$$P' = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{Cu}}} \cdot P_N = \sqrt{\frac{2,13}{14}} \cdot 1000$$

$$P' = 390, \text{ KVA}$$

El máximo rendimiento tiene lugar para una carga del 39 % de la potencia Nominal  $P$  (Plus carga)

c) El máximo rendimiento se

da para  $\cos \varphi = 1$  y cuando las  $P_{Fe} = P_{Cu}$   
con  $d = 0,39$

$$\eta_{\max} = \frac{P_U}{P_U + 2 P_{Fe}} \cdot 100 = \frac{390}{390 + 2 \cdot 2,13} \cdot 100 = 98,91$$

otra forma de obtener  $d$  y  $\eta_{\max}$  es utilizando

$$a = \frac{P_{Fe}}{P_N} = \frac{2,13}{1000} = 0,00213 \quad b = \frac{P_{Cu}}{P_N} = \frac{14}{1000} = 0,014$$

$$d = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{Cu}}} = \sqrt{\frac{2,13}{14}} = 0,39005 \quad d^2 = 0,1521 \quad d^2 b = 0,00213$$

$$d^2 b + a = 0,00426 \quad \eta = 100 - 100 \frac{d^2 b + a}{d \cos \varphi + d^2 b + a} = 100 - 100 \frac{0,00426}{0,39005 + 0,00426}$$

$$\eta_{\max} = 98,91 \%$$

$$P_{Fe} = 2,13 \text{ KW} \quad P_{Cu} = 0,00213 \times 1000 = 2,13 \text{ KW}$$

$$\eta_{\max} = 100 - \frac{100 \cdot 2 \sqrt{ab}}{1 + 2 \sqrt{ab}} = 98,91 \%$$

Ampliando la respuesta del punto a

Calcularemos las  $P_{Fe}$ ,  $P_{Cu}$  y  $\eta$  para otros valores de  $d$

Para  $d = 0,5 \Rightarrow d^2 = 0,25$ ,  $d^2 b = 0,0035$ ,  $d^2 b + a = 0,00563$

$P_{Fe} = 2,13 \text{ kW}$   $P_{Cu} = d^2 b \cdot P_N = 3,5 \text{ kW}$

$\eta \% = 100 - 100 \frac{0,00563}{0,5 + 0,00563} = 98,88 \%$

Para  $d = 1 \Rightarrow d^2 = 1$ ,  $d^2 b = 0,014$ ,  $d^2 b + a = 0,01613$

$P_{Fe} = 2,13 \text{ kW}$   $P_{Cu} = d^2 b \cdot P_N = 0,014 \times 1000 = 14 \text{ kW}$

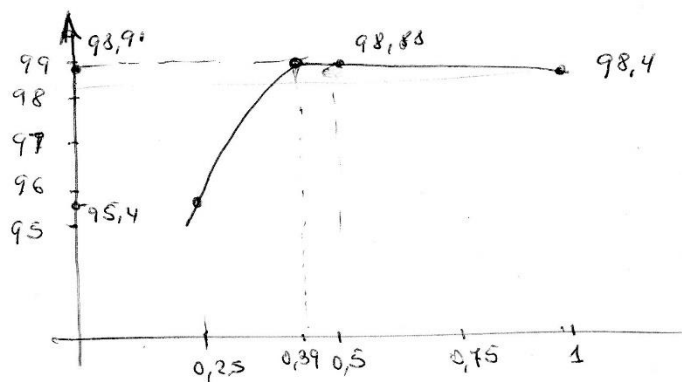
$\eta \% = 100 - 100 \frac{0,01613}{1 + 0,01613} = 98,41 \%$

Para  $d = 0,25 \Rightarrow d^2 = 0,0625$ ,  $d^2 b = 0,000875$

$d^2 b + a = 0,003005$

$P_{Fe} = 2,13 \text{ kW}$   $P_{Cu} = 0,000875 \times 1000 = 0,875 \text{ kW}$

$\eta \% = 100 - 100 \frac{0,003005}{0,0625 + 0,003005} = 95,41 \%$



Como se observa el  $\eta_{max}$  se obtiene cuando  $P_{Cu}$  se iguala a las  $P_{Fe}$

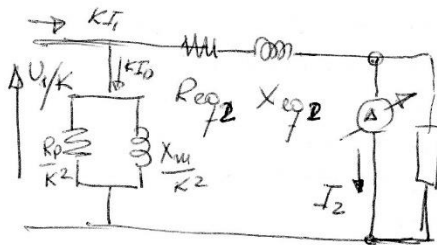
$P_{Cu} = P_{Fe} = 2,13 \text{ kW}$   
y para un factor de demanda  $d = 0,39$

Lo que da una  $P_D = P_N \cdot d \cdot \cos \varphi = 1000 \times 0,39 = 390 \text{ kW}$

## Problema

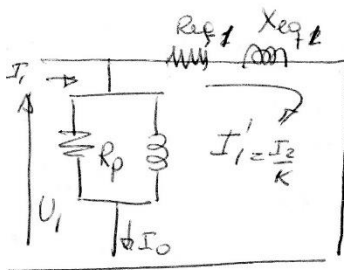
Las Pérdidas Nominales en el cobre de un transformador monofásico de 600 VA, 220/125V, son de  $P_{CuN} = 10,46 \text{ W}$ .

Las pérdidas en el hierro cuando se alimenta con su tensión nominal  $P_{FeN} = 121 \text{ W}$ . Si se mantiene el transformador a su tensión nominal, ¿qué potencia absorberá de la red si se conecta accidentalmente un amperímetro en paralelo con la carga y este marca 132,6 A?



Por el circuito referido al secundario  
circuito  $I_2 = 132,6 \text{ A}$

Si utilizamos el circuito referido al Primario



$$I_1' = \frac{I_2}{K} = \frac{132,6}{K}$$

La potencia absorbida será la suma de las pérdidas

Por que no se entrega potencia a la carga

$$P_{ab} = P_{Fe} + P_{Cu} = \frac{U_1^2}{R_p} + I_1'^2 R_{eq} = \frac{U_1^2}{R_p} + I_2^2 R_{eq}$$

Las  $P_{Fe} = 121 \text{ W}$  No varían con la carga, solo dependen de la tensión de alimentación la cual no ha variado

Para determinar las  $P_{Cu}$  debemos determinar  $R_{eq2}$

Tenemos como dato  $P_{CuN} = I_{2N}^2 R_{eq2}$  pero no conocemos ni  $I_{2N}$  ni  $R_{eq2}$   
pero sabemos  $P_{Cu} = R_{eq2} I_2^2$  para un estado de carga cualquiera de donde

$$\frac{P_{CuN}}{P_{Cu}} = \frac{I_{2N}^2}{I_2^2} \Rightarrow \boxed{P_{Cu} = \left( \frac{I_2}{I_{2N}} \right)^2 P_{CuN}}$$

$$S_N = U_{2N} \cdot I_{2N} \Rightarrow I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{600 \text{ VA}}{125 \text{ V}} = 4,80 \text{ A}$$

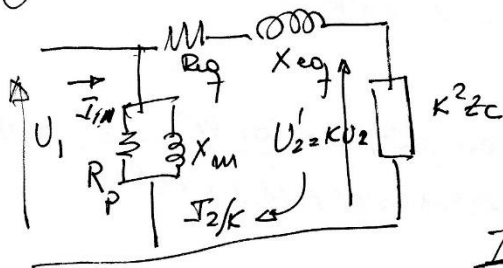
$$P_{Cu} = 10,46 \left( \frac{132,6}{4,80} \right)^2 = 7982,2 \text{ W} \Rightarrow P_{ab} = 121 + 7982,2 = 8103,2 \text{ W}$$

Las Pruebas de Vacío y Corto Circuito de un trafo monofásico 200/400V, 50Hz, 6KVA han dado los siguientes resultados

Ensayo de Vacío  $U_1 = 200V$ ,  $I_0 = 0,85A$ ,  $P_0 = 75W$

Ensayo de C.C.  $U_{cc} = 2,5\% U_N$   $P_{cc} = 45W$

El trafo debe alimentar una carga  $Z_2 = 26,7 \angle 41^\circ$  a una tensión de 400V. Calcule la regulación y el rendimiento en dichas condiciones.



$U_2 = 400V$  entonces

$$U'_2 = K U_2 = 0,5 \times 400V = 200V$$

$$Z'_2 = K^2 Z_2 = 0,5^2 \cdot 26,7 \angle 41^\circ = 6,675 \angle 41^\circ$$

$$I'_1 = \frac{U'_2}{Z'_2} = \frac{200 \angle 0^\circ}{6,675 \angle 41^\circ} = 29,96 \angle -41^\circ$$

$$I_{IN} = \frac{S_N}{U_{IN}} = \frac{6000}{200} = 30A$$

$$P_{cc} = I_{cc}^2 \cdot R_{eq} \Rightarrow R_{eq} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} = \frac{45}{30^2} = 0,05\Omega$$

$$U_{cc} = \frac{2,5}{100} \cdot 200V = 5V$$

$$\cos \theta_{Pcc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{IN}} = \frac{45}{5V \times 30A} = 0,3 \Rightarrow \theta_{Pcc} = 3,18$$

$$X_{eq} = R_{eq} \cdot \theta_{Pcc} = 0,05 \times 3,18 = 0,16\Omega$$

Del ensayo en vacío

$$R_p = \frac{U_1^2}{P_0} = \frac{200^2}{75} = 533,33\Omega$$

Tanto para calcular el rendimiento como la regulación nos hace falta conocer  $U_1$  para ese estado de carga utilizamos la ec de Kirchhoff

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2' + \bar{I}_1' (R_{eq} + jX_{eq})$$

$$\bar{U}_1 = 200 \angle 0^\circ + 29,96 \angle -41^\circ (0,05 + j0,16) = 204,35 \angle 0,75^\circ$$

Ahora podemos calcular las

$$P_{re} = \frac{U_1^2}{R_p} = \frac{204,35^2}{533,33} = 78,3 \text{ W}$$

$$P_{cu} = I_1'^2 R_{eq} = 29,96^2 \times 0,05 = 44,88 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{U_2' I_1' \cos \varphi}{U_2' I_1' \cos \varphi + P_{re} + P_{cu}} = \frac{200 \times 29,96 \times \cos 41^\circ}{200 \times 29,96 \times \cos 41^\circ + 78,3 + 44,88} = 0,973$$

$$r = \frac{U_{carga} - U_{vr}}{U_{vr}} = \frac{204,35 - 200}{200} = 0,02175$$

$$\boxed{r\% = 2,175\%}$$

Un tráfó monofásico 6000/380V, 200 kVA mantiene la tensión nominal en el Secundario para todas las condiciones de Trabajo. Tiene un  $\eta\% = 98\%$  cuando trabaja a plena carga con factor de potencia unidad. Si funciona a media carga con  $\cos\phi = 1$ , presenta un  $\eta\% = 98,5\%$ . La Caída de tensión a plena carga es del 4%, si el receptor al que alimenta tiene un  $\cos\phi = 0,8$  inductivo.

Calcular:

- La resistencia equivalente de los devanados y la reactancia de dispersión.
- El valor de la resistencia que modela las pérdidas en el núcleo referida al lado de baja tensión.

Solución

a) Conocemos  $S_N = 200 \text{ kVA}$  y si funciona a media carga con  $\cos\phi = 1$   $P_{cu} = \frac{S_N}{2} = S \Rightarrow d = \frac{S}{S_N} = 0,5$

Para la primera condición  $P_2 = S_N \cdot \cos\phi = 200 \cdot 10^3 \times 1 = 200 \times 10^3 \text{ W}$

Para la segunda condición de Trabajo  $P_2 = d \cdot S_N \cdot \cos\phi = \frac{1}{2} 200 \cdot 10^3 = 100 \times 10^3 \text{ W}$

Las ecuaciones de rendimiento para ambas condiciones de trabajo son

$$\textcircled{1} 0,98 = \frac{200 \times 10^3 \text{ W}}{200 \times 10^3 + P_{Fe} + P_{CuN}} \quad \text{y} \quad \textcircled{2} 0,985 = \frac{100 \times 10^3 \text{ W}}{100 \times 10^3 \text{ W} + P_{Fe} + P_{CuN}}$$

Sabemos  $P_{Cu} = d^2 \cdot P_{CuN} = \frac{1}{4} P_{CuN}$

De  $\textcircled{1}$   $P_{Fe} + P_{CuN} = 4081,63$  de  $\textcircled{2}$   $P_{Fe} + \frac{1}{4} P_{CuN} = 1522,84$

Considerando  $P_{Fe} = \text{cte}$  Despejamos y obtenemos

$P_{CuN} = 3411,72$  y  $P_{Fe} = 669,91 \text{ W}$

Como para  $\cos \phi = 1$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_2} = \frac{200 \times 10^3 \text{ W}}{380 \text{ V}} = 526,32 \text{ A}$$

$$R_{eq2} = \frac{P_{cuN}}{I_{2N}^2} = \frac{3411,72}{526,32^2} = 0,0123 \Omega \quad \boxed{R_{eq2} = 0,0123}$$

Para obtener la  $X_{eq}$  partimos de la regulación y utilizando la aproximación de Kapp. Se tiene

$$r = \frac{U_1' - U_{2N}}{U_{2N}} = \frac{I_{2N} (R_{eq2} \cos \phi_2 + X_{eq2} \sin \phi_2)}{U_{2N}} \text{ entonces}$$

$$0,04 = \frac{526,32 (0,0123 \times 0,8 + X_{eq2} \times 0,6)}{380} \text{ de donde}$$

$$\boxed{X_{eq2} = 16,7 \Omega}$$

b) 
$$R_p = \frac{U_2^2}{P_{Fe}} = \frac{380^2}{669,91} = 215,55 \Omega$$

$$\boxed{R_p = 215,55 \Omega}$$



Un transformador mono fásico con relación de tensiones 3000v/230v que opera a 50 Hz dispone de un núcleo magnético con las siguientes características.

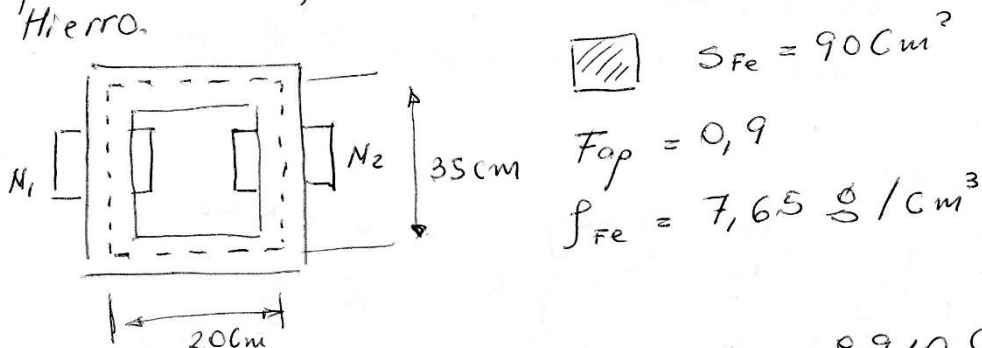
Sección media uniforme  $90 \text{ cm}^2$

Longitud media del trayecto del flujo  $110 \text{ cm}$

Chapa RG-10 de  $0,3 \text{ mm}$  de espesor

Factor de apilado  $0,9$

Sabiendo que se dispone de 1000 espiras en el primario, se pide determinar las pérdidas en el hierro.



$$V_{Fe} = S \cdot l \cdot F_{ap} = 90 \text{ cm}^2 \times 110 \text{ cm} \times 0,9 = 8910 \text{ cm}^3$$

$$P_{Fe} = \rho \cdot V = 7,65 \text{ g/cm}^3 \times 8910 \text{ cm}^3 = 68,161 \text{ Kg}$$

$$U_1 = 4,44 \cdot B_{max} \cdot S \cdot f \cdot N_1$$

$$B_{max} = \frac{U_1}{4,44 \cdot S \cdot f \cdot N_1} = \frac{3000}{4,44 \times 90 \times 10^{-4} \times 50 \times 1000} = 1,5 \text{ Tesla}$$

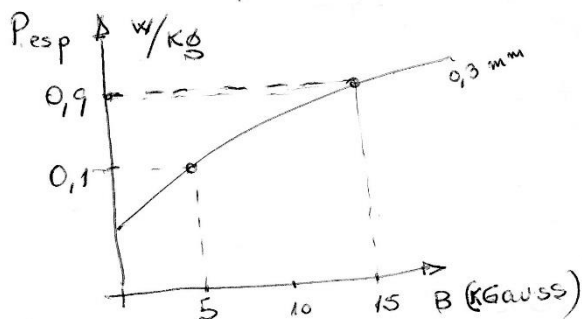
$$1 \text{ Tesla} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = 10000 \text{ Gauss}$$

Del gráfico con

$$B_{max} \rightarrow P_{esp} = 0,9 \text{ W/Kg}$$

$$P_{Fe} = P_{esp} \cdot P_{Fe} = 0,9 \frac{\text{W}}{\text{Kg}} \times 68,161 \text{ Kg}$$

$$P_{Fe} = 61,34 \text{ W}$$



Un Transformador de 50 KVA de 2400V a 240V dio durante el ensayo las siguientes indicaciones

Ensayo en Corto Circuito

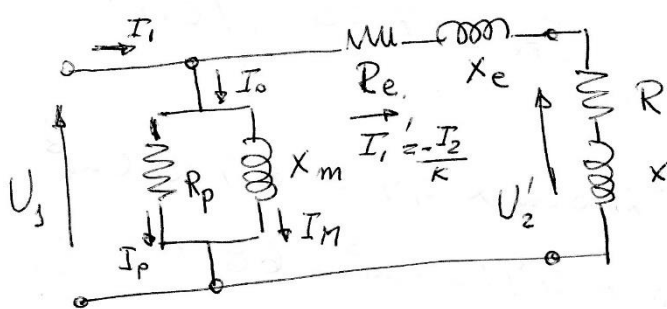
$$U_{1\text{red}} = 78\text{V}, I_1 = 20,8\text{A}, W_B = 433\text{W}$$

Ensayo en Circuito Abierto

$$U_{1N} = 2400\text{V}, I_0 = 0,8\text{A}, W_A = 300\text{W}$$

Determinar el Circuito Equivalente aproximado.

Solución



$$U_2' = K U_2$$

$$K = \frac{N_1}{N_2}$$

$$I_1' = -I_2 / K$$

$$P_{FE} = W_A = U_1 \cdot I_P \Rightarrow I_P = \frac{P_{FE}}{U_1} = \frac{300\text{W}}{2400\text{V}} = 0,125\text{A}$$

$$R_P = \frac{U_1}{I_P} = \frac{2400\text{V}}{0,125\text{A}} = 19200\Omega$$

$$I_m = \sqrt{I_0^2 - I_P^2} = \sqrt{0,8^2 - (0,125)^2} = 0,79\text{A}$$

$$X_m = \frac{U_1}{I_m} = \frac{2400\text{V}}{0,79\text{A}} = 3037\Omega$$

$$R_e = \frac{W_B}{I_1^2} = \frac{433\text{W}}{(20,8)^2} = 1\Omega$$

$$Z_e = \frac{U_{1\text{red}}}{I_1} = \frac{78\text{V}}{20,8\text{A}} = 3,75\Omega$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2} = \sqrt{3,75^2 - 1} = 3,61\Omega$$