



**Campus Virtual FCEFyN**  
Universidad Nacional de Córdoba

---

# MOTOR DE INDUCIÓN TRIFÁSICO DETERMINACIÓN DE PARAMETRSOS DEL CE

---

ELECTROTECNIA(IE)



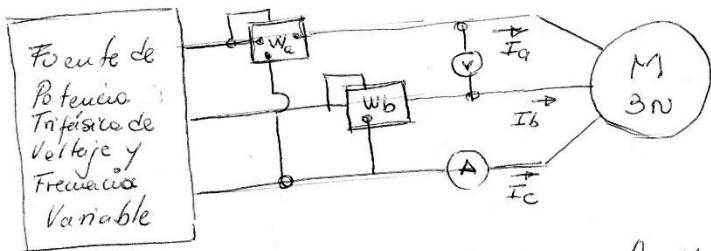
## Determinación de los Parámetros del Circuito Equivalente

El Circuito Equivalente es muy útil para determinar la respuesta del motor ante cambios en la Carga. La determinación de los elementos que entran en el modelo se puede encontrar por medio de una serie de pruebas que se deben realizar en condiciones controladas con mucha precisión, porque las resistencias varían con la temperatura y las resistencias del rotor varían también con la frecuencia. La norma IEEE 112 describe los procedimientos que se deben llevar a cabo, pero los conceptos que los soportan son sencillos y se explican a continuación.

### Prueba en Vacío

Se prueba en vacío para medir las pérdidas en el hierro, la prueba en vacío permite medir las pérdidas en el cobre del estator, las pérdidas mecánicas, y las pérdidas en el rotor.

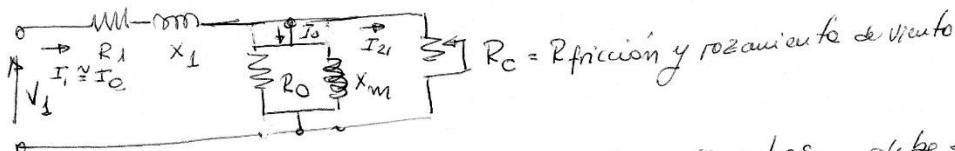
El circuito de prueba se muestra en la figura



Se alimenta al motor con tensión nominal y sin carga hasta que la potencia absorbida de la red sea constante. Se conectan los voltímetros, el volímetro y el amperímetro y se miden  $V_1$ ,  $I_0$ , y  $P_0$ .

Se debe tener en cuenta si el motor está conectado en Y o en Δ. Se deben tener en cuenta los valores de línea, ya que los valores medidos de tensión y corriente son valores de línea. En este ensayo el motor gira libre a una velocidad cercana ala del campo rotante, por lo que la única carga son las pérdidas por fricción y por rozamiento con el aire y las pérdidas en el hierro. El rebalseamiento es muy pequeño  $S = 0,001$  o menos.

Con este deslizamiento tan pequeño,  $R_C = R_{21} \frac{(1-s)}{s}$  es mayor que la que corresponde a las pérdidas en el Cobre del Rotor  $R_{21}$  y mucho mayor que la reactancia de rotor  $X_{21}$  por lo tanto estas f. Se desprecian frente a  $R_C$ . En este caso el circuito equivalente se reduce al mostrado, en donde el resistor de Salida queda en paralelo con la reactancia de magnetización  $X_m$  y las pérdidas en el núcleo  $R_0$ .



La potencia de fondo  $P_0$  medida por los vatímetros, debe ser igual a las pérdidas en el motor

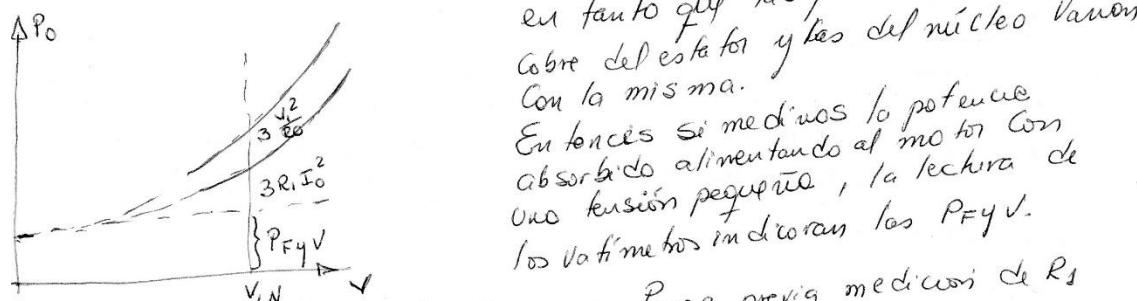
$$P_0 = w_a + w_b = P_{FyV} + P_{Cuoe} + P_{Fe}$$

Las pérdidas en el cobre del rotor son despreciables porque al ser  $R_C$  elevado,  $I_{21}$  resulta muy pequeña.

Las pérdidas en el Cobre del estator están dadas por

$$P_{Cuoe} = 3 \cdot R_1 I_1^2 \quad \text{con } I_1 \approx I_0$$

Si analizamos la variación de la potencia absorbida  $P_0$  en función de la tensión de alimentación, se ve que las pérdidas por Fricción y Vuelco son independientes en tanto que las pérdidas en el Cobre del estator y las del núcleo varían con la misma.



Entonces si medimos la potencia absorbida alimentando al motor con una tensión pequeña, la lectura de los vatímetros indicarán las  $P_{FyV}$ .

Entonces conociendo las  $P_{FyV}$  y  $P_{Cuoe}$  previa medición de  $R_1$  podemos determinar las pérdidas en el hierro.

$$P_{Fe} = P_0 - P_{FyV} - 3 R_1 I_0^2 \quad \text{Como } P_{Fe} = \frac{3 \cdot V_1^2}{R_0} \quad \text{podemos}$$

$$\text{determinar } R_0 = \frac{3 \cdot V_1^2}{P_{Fe}}$$

$$\text{Y como } |Y_0| = \sqrt{G_0^2 + B_0^2} = \frac{I_0}{V_1} \quad \text{se puede despejar}$$

$$B_0 = \frac{1}{X_m} = \sqrt{|Y_0|^2 - G_0^2}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_1 I_0} \quad \text{y con} \quad |Y_0| = \frac{I_0}{V_1} \quad \text{se}$$

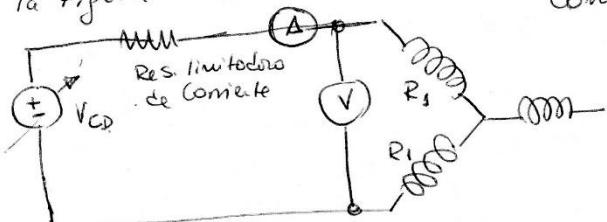
## Determina

$$Y_0 = |Y_0| \angle \varphi_0 = |Y_0| \cos \varphi_0 + j |Y_0| \sin \varphi_0 = G_0 + j B_0$$

don de  $R_0 = \frac{1}{G_0}$  y  $X_m = \frac{1}{B_0}$

Medida de la resistencia interna del estator  $R_s$

La prueba básica comienza consiste en aplicar 10乏aje de CC a los devanados del estator y medir el flujo de comienzo. Como en CC no se induce Voltajes al circuito del rotor y la reactancia del devanado es nula, la única cantidad que limita la corriente es la resistencia del estator  $R_s$ . En la figura se muestra el circuito básico de prueba para una conexión estrella.

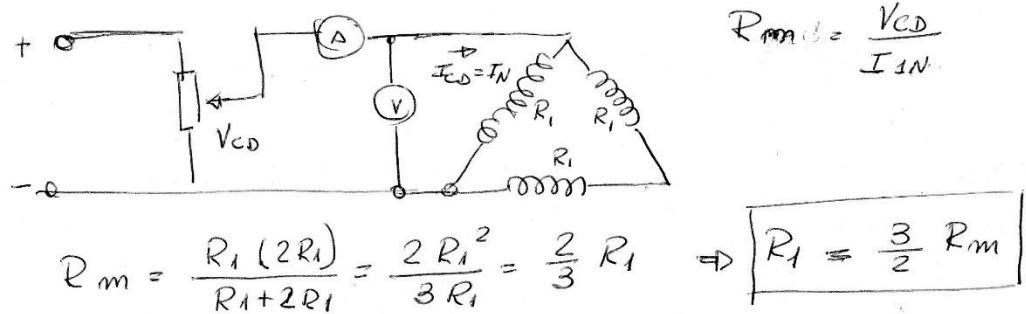


$$R_m = \frac{V_{CD}}{I_{CO}} = 2 R_s \Rightarrow R_s = \frac{R_m}{2}$$

Para realizar la prueba se ajusta la corriente a su valor nominal y se mide el voltaje entre ambos

Si el motor se conecta en triángulo

34

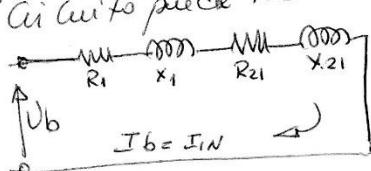


Con el valor de  $R_1$  se pueden determinar las pérdidas en el cobre del estator en vacío y se pueden encontrar las pérdidas rotacionales, restando éstas de la potencia absorbida en vacío  $P_0$

$$\boxed{P_{ROT} = P_0 - P_{Cu\text{est.}}} \quad \boxed{P_{ROT} = P_{Fe} + P_{FyV}}$$

### Ensayo a Rotor Bloqueado

En este prueba se impide al rotor que gire, bloqueando al rotor para que no se mueva y se alimenta al motor con una tensión creciente hasta que la corriente alcance su valor de plena carga  $I_1 = I_{IN}$ . Su valor de plena carga es  $I_1 = I_{IN}$ . La tensión  $U_b$  suele valer entre el 5 y 20% de la tensión nominal  $U_N$ . Cuanto se alcanza la corriente nominal como el rotor no se mueve  $s = 1$  y por lo tanto  $\frac{R_{21}}{s} = R_{21}$ . Como el rotor no se mueve  $X_{21}$  son muy pequeñas (un valor bastante pequeño). Como  $R_{21}$  y  $X_{21}$  son muy pequeñas casi todo la corriente de entraña fluye a través de ellos, en lugar de la rama en derivación ya que  $X_m$  y  $R_0$  son mucho mayor por lo tanto las corrientes  $I_p$  y  $I_m$  pueden despreciarse. Y el circuito puede reducirse a



$$|Z_b| = \sqrt{R_b^2 + X_b^2} = \frac{U_b}{I_b}$$

$$\text{con } R_b = R_1 + R_{21} \quad \text{y } \boxed{X_b = X_1 + X_{21}}$$

$$P_b = W_a + W_b = 3 R_b I_b^2 = 3 (R_1 + R_{21}) I_{IN} \quad \text{o sea}$$

determina las pérdidas Nominales en el Cobre ya que las pérdidas en el Hierro son despreciables porque el ensayo es a tensión reducida  $U_b$ , y no hay  $P_F$  y  $V$ , porque el Rotor este bloques do.

$$R_b = \frac{P_b}{3 I_b^2} = \frac{P_b}{3 I_{IN}^2} = R_1 + R_{21}$$

$$R_{21} = R_b - R_1 \quad \begin{array}{l} \text{La resistencia } R_2 \text{ y por lo} \\ \text{tanto } R_{21} \text{ juega un papel} \end{array}$$

extremo de menor importancia en la operación del motor porque determina la forma de la curva par-velocidad especificando la velocidad a la que se presenta el punto

$$X_b = \sqrt{Z_b^2 - R_b^2} = \sqrt{\left(\frac{U_b}{I_b}\right)^2 - \left(\frac{P_b}{3 I_b^2}\right)^2} = X_1 + X_{21}$$

Desafortunadamente no hay una forma sencilla de separar las contribuciones de las reacciones del rotor y del estator. En la práctica no importa separar las reacciones porque en los cálculos siempre aparece la suma  $X_1 + X_{21}$ . La forma de calcular los parámetros serie del circuito es partir  $\cos \varphi_{cc} = \frac{P_b}{\sqrt{3} V_b I_b}$  obtener  $\varphi_{cc}$  entonces

$$Z_b = |Z_b| \quad [ \varphi_{cc} = |Z_b| \cos \varphi_{cc} \quad j |Z_b| \sin \varphi_{cc} = R_b + j X_b ]$$

si a este ensayo se lo atiende con la tensión nominal  $V_b$  el corriente que tomaría el motor a rotor detenido sería

$$I_{cc} = \frac{V_b}{Z_b} \cdot I_{IN}$$

## Diagrama Circular o Diagrama de Heyland. 36

Este Diagrama Constituye el medio de estudio gráfico más importante para los motores de Inducción Polifásico. Este representa un Diagrama de los Corrientes en función del Resbalamiento. Suponiendo que la tensión y la frecuencia de alimentación permanecen constantes. Con este Diagrama se puede determinar con un error de aproximadamente 10% y 15% en todos los posibles puntos de funcionamiento los siguientes parámetros del motor:

Potencia Util  
Potencia Absorbida  
Pérdidas de Vacío  
Rendimiento  
Velocidad  
Par  
Potencia Máxima

Factor de Potencia  
Corriente de arranque  
Pérdidas en el Cobre del Estator  
Pérdidas en el Cobre del Rotor  
Velocidades para Potencia y Rendimiento  
Corriente en estator y Rotor  
Resbalamiento

Para la Construcción del Diagrama, son necesarios solo 3 puntos, el Centro y 2 puntos del Círculo. Estos dos últimos corresponden al funcionamiento en Vacío del motor  $s=0$  y al funcionamiento con rotor bloqueado  $s=1$ ; entonces solo se necesitan 2 pruebas de laboratorio; el ensayo de Vacío y el ensayo de Cortocircuito. Como la potencia necesaria para la realización de estos ensayos es sólo la de pérdida, no hace falta disponer de la potencia total de la máquina.

Para iniciar la Construcción del Diagrama es necesario adoptar una escala de Corrientes conveniente

$$E_{SC1} = \alpha \cdot A_{mp} / cm.$$

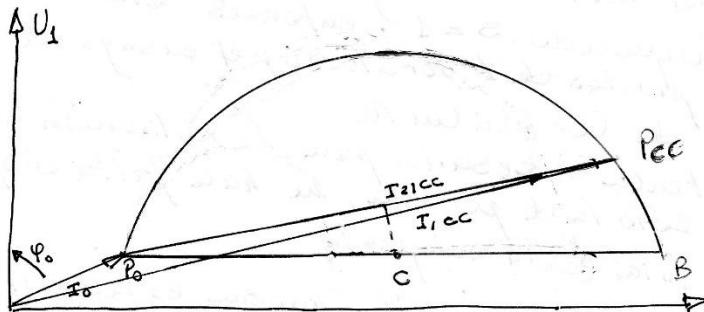
Hay que destacar que este diagrama se realiza con valores de fase, por lo tanto si el motor está conectado en estrella, la corriente de fase será la de linea, pero en el caso de que esté conectado en triángulo  $I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$ .

Para el trazado del diagrama, se comienza trazando como eje de referencia la tensión de fase  $U_1$  que la tenemos coincidiendo con el eje de ordenadas, y  $\varphi_0 = \cos^{-1} \frac{P_0}{\sqrt{3} U_b I_a}$  (que forma un ángulo  $\varphi_0$  con  $U_1$ )

y determinándose así el punto  $P_0$ . A partir de este punto se traza la horizontal  $P_0 B$ .

Del ensayo a rotor bloquedo se determinan la corriente  $I_{1,cc} = \frac{U_1}{R_b} I_{IN}$  y  $\varphi_{cc} = \cos^{-1} \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} U_b I_{IN}}$  obteniéndose el punto  $P_{cc}$ .

Uniendo  $P_0$  con  $P_{cc}$  se obtiene el segmento  $P_0 P_{cc}$ . Por su punto medio trazamos la perpendicular, que intercepta en el punto  $C$  a la horizontal que pasa por  $P_0$ . El punto  $C$  es el centro de la circunferencia del diagrama de Heyuan. El punto  $C$  es el centro de la circunferencia del diagrama de Heyuan donde el segmento  $P_0 P_{cc}$  representa la corriente  $I_{21,cc}$  secundaria referida al primario en el arranque.



En el diagrama circular las ordenadas de los ejes de los fases de los corrientes, representan la Componente activa  $I_{ac} = I_1 \cos \varphi$  de la corriente, en tanto que las abscisas miden la Componente reactiva  $I_{re} = I_1 \sin \varphi$ . Si a todo los segmentos verticales, que miden corrientes en las multiplicaciones por la tensión de fase  $U_1$ , por el número de fases y por la escala de corrientes nos permiten medir potencias; de manera que  $1A$  como  $I_{ac} = I_1 \cos \varphi = P_{iT} \cdot \text{Esc I}$  escala de potencia serán:  $3U_1 I_1 \cos \varphi = P = 3U_1 P_{iT} \text{Esc I}$   $\text{Esc Pot} = 3 \cdot U_1 \cdot \text{Esc I}$

Como  $P = 3U_1 I_1 \cos \varphi$   $Q_1 = 3U_1 I_1 \sin \varphi$  VAR

Se deduce que el eje de las  $X$  es un eje de potencias activas nulas y el de las  $Y$  de potencias reactivas nulas. Así la ordenada del punto  $P_0$  ( $s=0$ ) corresponde a la componente  $I_{Pfe}$  de la corriente de excitación, la que multiplicada por  $3U_1$  nos determina las pérdidas en el hierro.

Si  $P_{00'}$  se valora en la escala de corrientes, las pérdidas en el hierro vienen dadas por:

$$P_{fe} = 3U_1 I_{Pfe} = 3U_1 I_0 \cos \varphi_0 = 3U_1 P_{00'} \cdot \text{Esc I.}$$

$$\text{porque } P_{00'} \text{ Esc I} = I_0 \cos \varphi_0 = I_{Pfe} \text{ por lo que}$$

$$P_{fe} = P_{00'} \cdot \text{Esc Potencia.}$$

Aceptando que estas pérdidas son sensiblemente constantes una paralela al eje  $X$  por el punto  $P_0$ , separara las pérdidas de la potencia absorbida de la red.

El hierro de la potencia absorbida de la red se disipa en  $P_{fe}$  y las pérdidas por efecto Joule en los devanados.

Las pérdidas en el Fe con rotor detenido se admite que son del mismo orden de magnitud que las que tiene como estator en sincronismo, por cuanto la tensión de excitación es prácticamente la mitad de la tensión de bornes, al ser sensiblemente iguales las resistencias  $R_1$  y  $R_{21}$  y las reactancias de dispersión  $X_1$  y  $X_{21}$ .

El segmento  $\overline{P_{cc}M}$  multiplicado por  $3.U_1 \cdot \text{Esc I}$ , o por la Esc Pot, determina las pérdidas por efecto Joule, del primario y del secundario referido al primario en corto circuito, es decir en el arranque.

$$P_{Cu cc} = 3U_1 \cdot \overline{P_{cc}M} \cdot \text{Esc I} = \overline{P_{cc}M} \cdot \text{Esc Pot} = 3(R_1 + R_{21})I_{21 cc}^2$$

Si en el segmento  $\overline{P_{cc}M}$  se sitúa un punto  $N$  tal que se cumpla  $\frac{\overline{P_{cc}N}}{\overline{NM}} = \frac{R_{21}}{R_1}$

Las Pérdidas respectivas en el estator y rotor serán:

$$P_{Cu est cc} = 3R_1 I_{21}^2 = 3U_1 \overline{P_{cc}N} \cdot \text{Esc I} = \overline{P_{cc}N} \cdot \text{Esc Pot}$$

$$P_{Cu rot cc} = 3R_{21} I_{21}^2 = 3U_1 \overline{NM} \cdot \text{Esc I} = \overline{NM} \cdot \text{Esc Pot}$$

La Potencia de Entrada PAG es la Suma de la Potencia de Conversión  $P_{Conv}$  mas las pérdidas en el cobre del rotor

$$PAG = P_{Conv} + P_{Cu rot}$$

La  $P_{Conv}$  es la potencia útil que se convierte en mecánica. El punto  $P_{cc}$ , determinando a rotor bloqueado, define el segmento  $\overline{P_{cc}K}$  donde todo la potencia absorbida se convierte en Pérdidas, es decir es un punto de potencia útil Nula. Otro punto de potencia útil nula es el punto  $P_0$  que corresponde al punto de funcionamiento en vacío representado por el segmento  $P_0 O'$ .

El segmento de recta  $\overline{P_0 P_{CC}}$  que se obtiene uniendo los puntos  $P_0$  y  $P_{CC}$  es el eje de potencia útil que se toma como referencia para la medida de las mismas.

Así para el estado de funcionamiento  $I_1$ , el segmento representativo de la potencia útil es el  $\overline{P_1 R}$

$$P_U = \overline{P_1 R} \cdot U_1 \cdot 3 \cdot \text{Esc I} = \overline{P_1 S} \cdot \text{Esc Pot}$$

La potencia de enfoque  $P_{AG} = P_{CONV} + P_{CUROR}$

$$P_{AG} = (\overline{P_1 R} + \overline{R S}) \cdot \text{Esc Pot} = \overline{P_1 S} \cdot \text{Esc Pot}$$

El rendimiento

$\eta = \frac{P_U}{P_A}$  del gráfico se obtiene como cociente entre los segmentos  $\overline{P_1 R}$  y  $\overline{P_1 T}$ .

$$\eta = \frac{\overline{P_1 R}}{\overline{P_1 T}}$$

Para hallar la recta del par, como el valor de la tupla se expresa como función de la potencia sincrónica AG.

$$T_{IND} [Nm] = \frac{P_{AG}}{\omega_S} \quad o \quad T_{IND} [kgm] = \frac{P_{AG} (w)}{1,0238 N_S [RPM]}$$

$\overline{P_1 S}$  en el diagrama, está interpretado por el segmento  $\overline{PS}$ , en consecuencia.

$$T_{IND} = \frac{3 \cdot U_1 \text{ Esc I}}{\omega_S} \cdot \overline{P_1 S} = \overline{P_1 S} \frac{\text{Esc de Pot.}}{\omega_S}$$

$$T_{IND} = \overline{P_1 S} \text{ Esc de Par}$$

Tambien con el diafragma se puede determinar el Factor de Potencia, para lo cual se hace un arco de Circunferencia con centro en D (centro de ejes Cartesianos) y un radio cualquiera, que se toma como valor unitario. Se proyecta el vector intensidad de Corriente, unitario. Se intercepta el arco en punto Z. Proyectamos este punto sobre el eje de ordenadas, determinando el punto Y. El segmento  $\overline{DY}$  es precisamente el factor de Potencia ( $\cos\varphi$ ). Sobre el eje de ordenadas el radio unitario se divide convenientemente para facilitar la lectura del  $\cos\varphi$ .

Cualquier estado de Carga entre  $P_o$  y  $P_c$  permitirá encontrar un punto Z sobre el Circulo, que proyectado sobre el eje de ordenadas permitirá conocer el  $\cos\varphi$  del motor en estudio para ese estado de Carga.

Para la determinación del Resbalamiento, se hace el segmento  $LF$ , normal al eje de Cuplas. El punto de resbalamiento nulo está muy próximo al de funcionamiento en vacío, luego el punto  $F$  está en el cero del Eje de resbalamiento y se toma en la intersección del Segmento  $P_o B$  con la Normal al eje de Cuplas.

Para el Cortocircuito se hace nula y el resbalamiento se hace Unitario y el punto correspondiente sobre el eje de rebobinado Unitario y se obtiene entre la intersección de

Se indica con L; y se obtiene entre la intersección de la Semirrecta que pasa por  $P_{ccB}$  y el eje de resbalamiento.

Para determinar el resbalamiento de un punto genérico como  $P_g$  se une  $P_g$  con  $B$  determinando  $P_g B$ , donde este Semirrecta

se intercepta al eje de Resbalamiento ( $LF$ ) se determina el Punto  $F_1$  que da el resbalamiento para ese punto de Trabajo.

