

# Teorema del eje intermedio (Actividad)

Juan Andrés González y Cristian Serna

3 de septiembre de 2022

## 1. Introducción

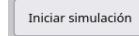
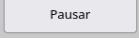
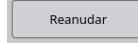
### 1.1. Instrucciones de uso

A continuación se describen los elementos que aparecen en la simulación del teorema del eje intermedio, la cual está disponible en la página web de la universidad.

La interfaz de la simulación consiste de 3 secciones: a) control, b) visualización de la simulación y c) visualización de datos, tal y como se muestra en la figura 1. La sección de control sirve para controlar las variables de inicio del sistema a simular, las cuales incluyen forma del objeto a simular, velocidad angular inicial en cada uno de los ejes y proporciones del objeto. La sección de visualización de la simulación muestra el movimiento del objeto, y la de visualización de datos muestra los datos de la velocidad y aceleración angular como función del tiempo.

#### 1.1.1. Control

En la sección de control, detallada en la figura 2, podemos seleccionar una de las figuras posibles dando clic al menú desplegable *Forma del objeto*. Con los controles deslizantes que están debajo de los títulos de *Factor de escala* y *Velocidad angular* se pueden modificar estos valores para cada eje del cuerpo dando clic y moviéndolo. El control de factor de escala modifica la forma del objeto a lo largo del eje escogido, y consigo los momentos de inercia, los cuales se calculan y se muestran en la parte de *Momentos de inercia* en unidades arbitrarias.

Al dar clic al botón de  , se muestran las gráficas en la parte donde se muestra en la figura 1, y se empieza el movimiento de la simulación. En cualquier instante se puede dar clic al botón  que aparece al iniciar la simulación para poder ver el estado del sistema en un instante dado, y luego continuar la simulación dando clic a  . Adicionalmente, se puede restaurar la simulación dando clic al botón de  para poder modificar la forma o las velocidades angulares iniciales. Al dar clic en el botón de  , se da la opción de guardar la información de las gráficas en un archivo csv, el cual se puede abrir con Excel u otro procesador de hojas de cálculo.

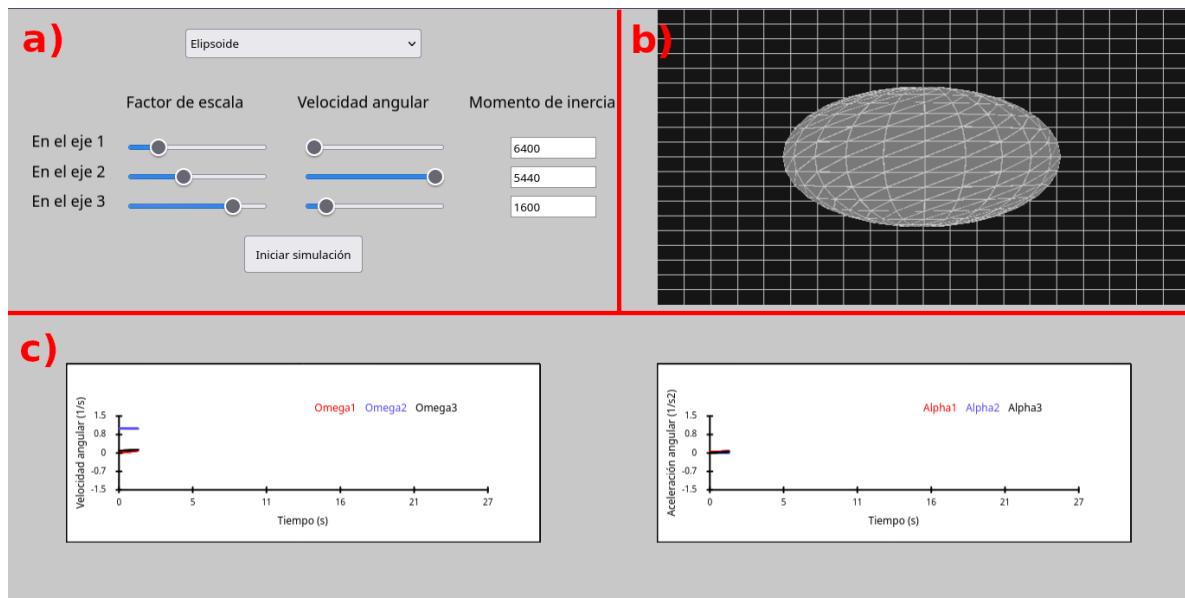


Figura 1: Interfaz de la simulación. Por secciones a) control b) visualización de la simulación y c) visualización de datos.

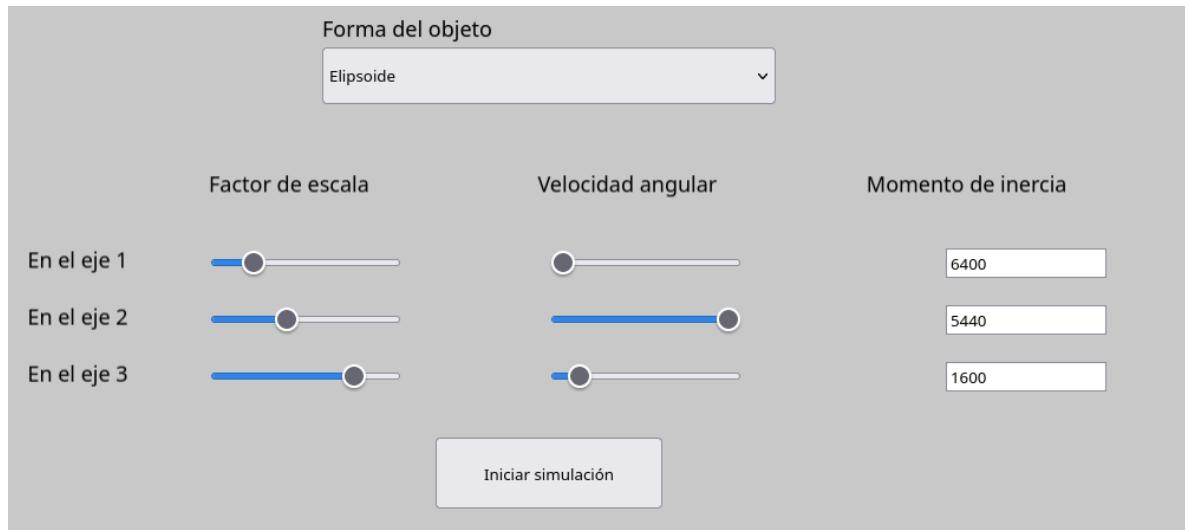


Figura 2: Sección de control de las condiciones de la simulación. El menú desplegable *Forma del objeto* permite seleccionar una de las formas, y los controles deslizables permiten controlar el tamaño de la figura y la velocidad angular inicial. También se muestran los momentos de inercia calculados para cada eje.

### **1.1.2. Simulación**

En la sección de visualización de la simulación se observa el movimiento del cuerpo en tiempo real. En la región correspondiente se puede dar clic izquierdo y arrastrar el mouse para cambiar el ángulo desde el cual se ve la simulación, y con clic derecho se puede cambiar la posición de visualización.

### **1.1.3. Datos**

En la sección de visualización de datos se generan dos gráficas correspondientes a la simulación: una para las velocidades angulares (Omega) y otra para las aceleraciones angulares (Alpha), cada una respecto a los 3 ejes principales del cuerpo. Cada gráfica es respecto al tiempo, y el color de la línea se usa para representar cuál de los ejes es el graficado. En estas gráficas se puede detallar la evolución temporal del movimiento.

## **2. Actividad propuesta**

### **2.1. Análisis conceptual**

1. Ejecuta la simulación con las condiciones por defecto que tiene al cargar la página. ¿Cuál es el sentido físico de estas condiciones? ¿Alrededor de qué ejes está girando el cuerpo?
2. Ahora prueba a disminuir la velocidad angular en el eje 3. ¿Qué cambió en el movimiento? ¿Qué diferencias principales logras notar en los gráficos de datos?
3. Ahora establece una velocidad angular alta en el eje 1 o 3, y una velocidad angular baja en cualquiera de los otros ejes. ¿Qué diferencias logras notar en la velocidad angular del eje seleccionado en comparación al caso del ítem 1?
4. ¿Qué sucede si se usan estas condiciones de velocidad angular inicial pero se cambian las proporciones del objeto? ¿Cambia algo si se usa un objeto cuyos 3 factores de escala sean iguales?
5. A partir de las preguntas anteriores, podrás haber notado que hay un giro inesperado bajo ciertas condiciones. ¿Eres capaz de indicar cuáles son esas condiciones? ¡Intenta replicar el efecto con otras figuras y otros factores de escala!

### **2.2. Recreación experimental**

A continuación te presentamos una manera de replicar y observar este fenómeno con cosas que puedes encontrar o elaborar fácilmente. El fenómeno consiste en que al hacer rotar objetos asimétricos alrededor de uno de sus ejes, este movimiento es inestable, de tal manera que se da un giro (o medio giro) adicional que uno normalmente no esperaría. Este eje es el eje intermedio, y se llama así debido a que el momento de inercia asociado a este no es ni el mayor ni el menor del cuerpo.



Figura 3: Objeto asimétrico con etiquetas para distinguir posiciones. Se indica la posición del eje intermedio y la zona de agarre para lanzarlo.

Para replicar experimentalmente el efecto necesitarás un objeto con 3 dimensiones espaciales distintas (ancho, largo y profundidad distintos), por ejemplo parece al iniciar la simulación para poder ver el estado del sistema en un instante dado, y luego continuar, un cuaderno, un borrador, un control de televisor, una tapa de un recipiente rectangular, etc. Los celulares son buenos para visualizar el efecto, sin embargo asegúrate de que hagas la actividad sobre una superficie blanda, ya que vas a lanzar el objeto y puede que se te caiga y sufra daños.

Etiqueta (puede ser con cinta de enmascarar) la parte frontal superior y trasera superior del objeto, tal como se muestra en la figura 3. Para objetos alargados como el que se muestra en la imagen, el eje intermedio corresponde con el eje paralelo al ancho del cuerpo como se muestra en la figura 3.

Una vez etiquetado el objeto, lo tomamos a lo ancho y lo lanzamos hacia arriba haciendo fuerza de tal manera que gire mientras que está en el aire, luego lo agarramos y observaremos en qué posición quedó. El comportamiento normal que se esperaría sería que al agarrar el objeto lo viéramos en una de las posiciones mostradas en la figura 4, correspondientes a giros solo alrededor del eje sobre el que estamos intentando que el cuerpo gire, sin embargo, al lanzar el objeto varias veces desde la misma posición inicial vamos a ver que hay ocasiones en las que el cuerpo cae en las posiciones de la figura 5. Esto es una consecuencia del teorema del eje intermedio, ya que existe una alta probabilidad de que haya un medio giro que dé como resultado este estado final.



Figura 4: Posiciones esperadas del objeto luego de lanzarlo.



Figura 5: Posiciones “especiales” consecuencia del teorema del eje intermedio.