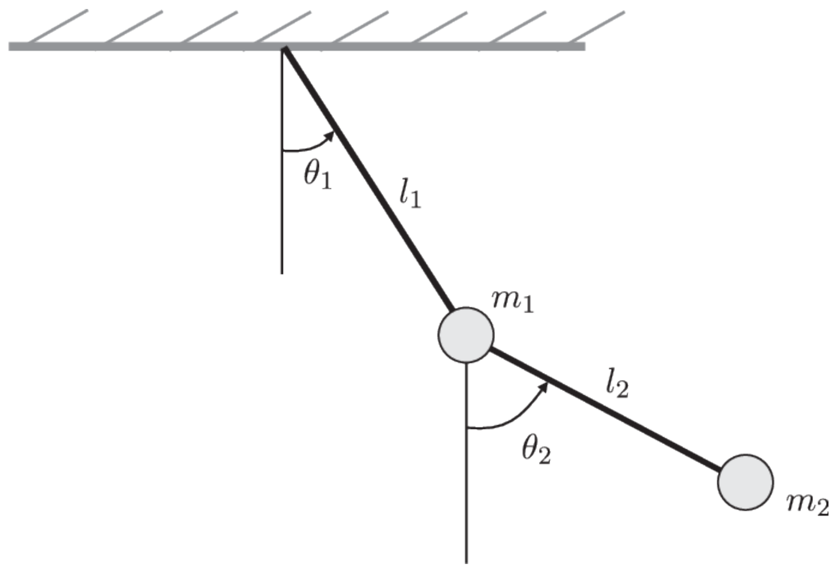
El péndulo doble



El péndulo doble es un sistema dinámico compuesto por dos péndulos simples interconectados, donde el péndulo superior está suspendido en un punto fijo y el inferior está suspendido del extremo del péndulo superior. Cada péndulo tiene su propia longitud y masa, y ambos están sujetos a la gravedad. Este sistema es conocido por su comportamiento caótico y su rica dinámica, lo que significa que su comportamiento puede ser extremadamente sensible a las condiciones iniciales y difícil de predecir a largo plazo.

Las ecuaciones de movimiento del péndulo doble se pueden describir mediante dos ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas. Si denotamos las coordenadas angulares del péndulo superior e inferior como θ_1 y θ_2 respectivamente, sus velocidades angulares como ω_1 y ω_2, y las aceleraciones como α_1 y α_2, las ecuaciones de movimiento son[**?**]

$$m_1\ell_1^2\alpha_1 = -m_1\ell_1\ell_2\sin(\theta_1-\theta_2)\omega_2^2 - (m_1+m_2)g\ell_1\sin(\theta_1),$$
$$m_2\ell_2^2\alpha_2 = m_2\ell_1\ell_2\sin(\theta_1-\theta_2)\omega_1^2 - m_2g\ell_2\sin(\theta_2).$$

Donde g es la aceleración debido a la gravedad, m_1 y m_2 son las masas del péndulo superior e inferior respectivamente, l_1 y l_2 son las longitudes de los péndulos superior e inferior respectivamente, y t representa el tiempo. Estas ecuaciones son no lineales y pueden ser difíciles de resolver analíticamente, sin embargo, se pueden resolver numéricamente.

Por otro lado, el espacio de fase es una representación geométrica que muestra el comportamiento dinámico de un sistema físico en función de sus variables de estado y sus derivadas. En el caso del péndulo doble, el espacio de fase es un espacio bidimensional que describe las relaciones entre las coordenadas angulares y las velocidades angulares del sistema. En el espacio de fase, cada punto representa un estado del sistema. La forma y la evolución de las trayectorias en el espacio de fase revelan la dinámica del sistema, incluyendo la presencia de órbitas periódicas, puntos fijos, y regiones de caos.

Referencia:

Stachowiak, T., & Okada, T. (2006). A numerical analysis of chaos in the double pendulum. Chaos, Solitons & Fractals, 29(2), 417-422.