WORK IT

1.Otimização paramétrica

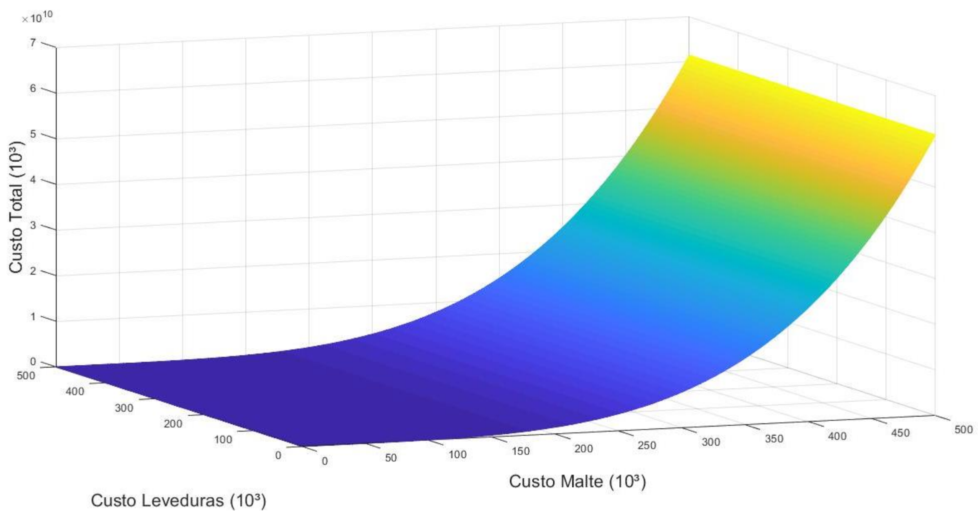
Diversos problemas do cotidiano de empresas podem ser modelados matematicamente como problemas de otimização, sejam eles problemas de distribuição de recursos entre filiais, quantidade de matéria prima, logística para entrega de mercadorias, prazos otimizados para concessão de promoções, entre outras coisas. Nesse sentido, métodos computacionais para otimização de processos são uma alternativa viável pois:

- Aumentam da competitividade com a busca de projetos mais econômicos e considerando riscos adequados;
- Permitem o uso mais eficiente de recursos, procurando fazer de uma forma melhor;
- Aumentam o porte e da complexidade dos problemas, requerendo abordagens mais adequadas;
- O desenvolvimento dos computadores assegura a viabilidade de processos repetitivos e iterativos;

2. Redução de custos com restrições

Vamos imaginar uma indústria que para sua produção mensal deve adquirir de seus fornecedores dois tipos de matéria prima, principalmente. O custo mensal para a aquisição desses insumos é dado pela Equação 1:

$$(X_1 - 2)^4 + (X_1 - 2X_2)^2 = Custo \qquad (1)$$



Em que X_1 e X_2 são a quantidade de dois insumos. A relação entre a quantidade entre esses dois insumos é restrita pela Equação 2:

$$X_1^2 + X_2 \le 0 \tag{2}$$

3. Como minimizar os custos sendo que temos uma restrição?

O método da barreira se mostra uma ótima opção nesse caso. Ele é utilizado para resolução de problemas com restrições de desigualdade, cujo interior é não vazio. Pode ser visto como um caso particular do método das penalidades, mas diferencia-se deste por exigir uma penalização interna, ou seja, por trabalhar no interior da região factível. Ao trabalhar no interior dessa região, os fatores de barreira impedem que os pontos saiam da região factível.

Implementação

Implementar computacionalmente o método da barreira, e testar com o seguinte problema:

$$\begin{array}{ll} minimizar & (x_1-2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 \\ sujeito\ \ a & x_1^2 - x_2 \le 0 \end{array}$$

Usar $c_0 = 10$ e $c_{i+1} = \frac{c_i}{10}$.

Para isso partiremos de pontos factíveis, nesse problema foi escolhido x0=[0 1], e serão construídas barreiras na fronteira de S evitando que as sequencias geradas saiam de S.

Foram utilizados os códigos Quase-Newton BFGS e busca dicotômica para auxiliar o método da barreira. O método BFGS foi escolhido devido a sua robustez e precisão, já o método de busca dicotômica foi escolhido devido a sua simplicidade na implementação. Os parâmetros de convergência para os dois métodos são apresentados na Tabela 1.

O método quase-Newton consiste em fazer uma aproximação iterativa da inversa da matriz hessiana. São considerados os métodos teoricamente mais sofisticados na solução de problemas de otimização não-linear irrestrita e representam o ápice do desenvolvimento de algoritmos através de uma análise detalhada de problemas quadráticos.

Tabela 1. Parâmetros de convergência para os métodos busca dicotômica e quase-Newton BFGS.

ε	10^{-5}
Número máximo de iterações	100

Já para o método das barreiras foi usado um número máximo de iterações de 30 e $\varepsilon = 10^{-5}$. A função objetivo e suas derivadas, juntamente com a restrição e suas derivadas foram adicionadas manualmente no código utilizando a função anônima do matlab, foram necessárias 11 iterações para que o código convergisse. Os valores de mínimo encontrados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Valores de mínimo encontrados pelo método das barreiras.

x_1	0.9456
x_2	0.8941

Uma vez já implementado o método quase-Newton BFGS o método das barreiras é uma opção de simples implementação e rápida convergência, ao menos para o exemplo empregado. Para uma melhor análise da robustez do método é necessário implementá-lo com funções objetivos e/ou restrições mais complexas.