

Teoria de Grafos

Árvores de Cobertura (Parte 01)

Prof. Ademar Schmitz, M.Sc.
<http://paginas.unisul.br/ademar>

11/5/2009

1

Problema 01

- Temos um mapa modelado por um grafo: os vértices correspondem a cidades e os arcos representam estradas de terra batida entre as cidades adjacentes, com os rótulos indicando a respectiva distância. O governo do estado planeja asfaltar algumas estradas, tornando possível sair de qualquer cidade para outra em estrada asfaltada.
- Que estradas deveriam ser asfaltadas?
- Seria possível decidir como minimizar o total de asfalto a ser gasto?

Teoria de Grafos
Prof. Ademar Schmitz, M.Sc.

11/5/2009

2

Problema 02

- Em um sistema de abastecimento de água existem vários tanques para armazenamento e tratamento da água.
- Como definir a forma de interligar esses tanques sabendo que, em princípio, qualquer par de tanques pode ser interligado?
- A solução ideal é aquela em que todos os tanques serão abastecidos e que o custo das obras seja mínimo.

11/5/2009

Teoria de Grafos
Prof. Ademar Schmitz, M.Sc.

3

Árvore de Cobertura

- Os dois problemas acima são conhecidos como o problema de *conexão mínima*.
- Este problema, na teoria de grafos é conhecido como o problema de encontrar a *árvore de cobertura (geradora) mínima* do grafo.

11/5/2009

Teoria de Grafos
Prof. Ademar Schmitz, M.Sc.

4

Árvore de Cobertura

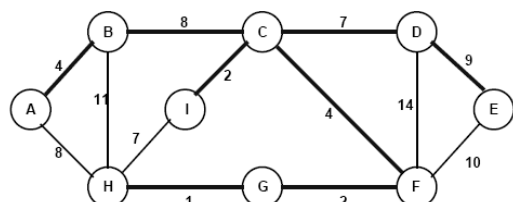
- Uma *árvore de cobertura* ou *árvore geradora* de um grafo conectado G é um subgrafo que forma uma árvore e que inclui cada um dos vértices de G .
- Uma *árvore de cobertura mínima* para um grafo valorado é uma árvore de cobertura em que a soma dos pesos das arestas é mínima.

11/5/2009

Teoria de Grafos
Prof. Ademar Schmitz, M.Sc.

5

Árvore de Cobertura



11/5/2009

Teoria de Grafos
Prof. Ademar Schmitz, M.Sc.

6

Árvore de Cobertura

- O conceito de árvore de cobertura só existe para grafos conectados.
- Se o grafo tem n vértices, a árvore de cobertura tem $n-1$ vértices.

11/5/2009

Teoria de Grafos
Prof. Ademir Schmitz, M.Sc.

7

Árvore de Cobertura

- Para determinar uma árvore de cobertura:
 - Se o grafo G não tem ciclos, G é uma árvore de cobertura.
 - Se G tem ciclo, é necessário remover recursivamente arcos até achar uma árvore, mantendo o grafo conectado.

11/5/2009

Teoria de Grafos
Prof. Ademir Schmitz, M.Sc.

8