



Universidade de Aveiro DEGEI

Gestão da Qualidade
Ano Lectivo 2006/2007

Aula 2
Pensamento Estatístico e Aplicações
Introdução ao Controlo Estatístico de Processos

Helena Alvelos



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Sumário

- O Controlo e a Melhoria da Qualidade no contexto da Gestão da Qualidade
- Métodos Estatísticos em Gestão da Qualidade
 - Metodologia Base da Estatística
 - Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidade
 - Amostragem Aleatória e Distribuições Amostrais
 - Estimação por Intervalo e Dimensionamento de Amostras
- Análise Estatística da Variação do Processo: Capacidade do Processo
- Introdução ao Controlo Estatístico de Processos

Referências Bibliográficas

- Quality Planning and Analysis: From Product Development Through Use, J.M. Juran e Frank M. Gryna, McGraw Hill, UK, 2001.
- Guimarães, R. C. e Cabral, J. S. (1998), Estatística, McGraw Hill, Lisboa
- The Management and Control of Quality, James R. Evans e William M. Lindsay, Thompson Learning, 2002.
- J. A. Sarsfield Cabral (2001), Notas de Apoio à Disciplina da Gestão da Qualidade.
- Montgomery, D. (2000). *Introduction to Statistical Quality Control* (4ª ed.). New York: John Wiley & Sons.



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Gestão da Qualidade - "actividades coordenadas para dirigir e controlar uma organização no que respeita à qualidade" (ISO, 2001)

Gestão da Qualidade

- Planeamento da Qualidade
- Controlo da Qualidade
- Garantia da Qualidade
- Melhoria da Qualidade

(NP EN ISO 9000:2005)



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



No contexto da Qualidade o **Controlo** envolve as seguintes actividades:

- Definição de objectivos específicos (mensuráveis e datados).
- Medição dos desvios entre o que está a ser realizado e o que foi estabelecido nos objectivos.
- Instituição de alguma metodologia que leve à redução daqueles desvios.



A Definição dos Objectivos

- Seleccionar a **actividade** a controlar através de um critério de prioridades (utilizar a regra de pareto).
- **Equilibrar** devidamente as prioridades com os recursos disponíveis (um objectivo inatingível é um mau objectivo).
- **Quantificar** o objectivo.



A Medição dos Desvios

- Seleccionar uma **unidade de medida** apropriada:
 - Custos da não qualidade:
 - Custo das falhas (internas e externas)
 - Custo da avaliação
 - Custo da prevenção
 - **Percentagem** de defeituosas
 - **Tempo médio** de paragens da produção
 - **Número de pedidos** de assistência por semana
 - Etc...



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Quando a melhoria se aplica a todas as funções na empresa:

Controlo de Qualidade Total (TQC)

O seu objectivo consiste na melhoria contínua da Qualidade,

Projecto a Projecto



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



A Melhoria da Qualidade

“Aumento da capacidade para satisfazer os requisitos da Qualidade”



***No contexto da Melhoria da Qualidade,
há que distinguir entre dois tipos de problemas:***

- **Problemas Esporádicos:** Quando surgem, basta eliminar a causa que lhes deu origem para tudo voltar à normalidade. Este tipo de problemas, cujas causas são fáceis de identificar, merecem habitualmente uma grande atenção por parte dos responsáveis.
- **Problemas Crónicos:** Não revelam aspectos dramáticos ou urgentes pois já ocorrem há bastante tempo. Por isso, na prática, não lhes é atribuída tanta prioridade como no caso dos anteriores. Uma vez que as suas causas ou não são totalmente conhecidas ou a sua eliminação é complexa, em geral é difícil eliminá-los. No entanto a remoção sistemática deste tipo de problemas representa uma mudança no "statu quo", uma mudança no nível da qualidade.



Melhoria da Qualidade

- **PROBLEMAS ESPORÁDICOS**

Solução:



repor o statu quo

- **PROBLEMAS CRÓNICOS**

Solução:



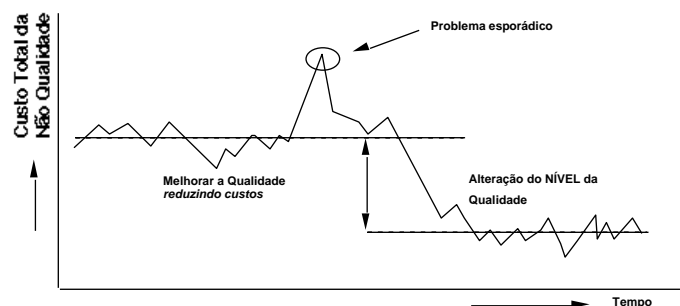
modificar o statu quo



Melhorar a Qualidade

⇒ **prevenir a recorrência dos problemas esporádicos**

⇒ **eliminar as causas dos problemas crónicos**





Melhorar a Qualidade

- A **Melhoria da Qualidade** está portanto associada à redução da variabilidade nos processos e nos produtos.
- A **Melhoria da Qualidade** pode também ser entendida como a redução de todo o tipo de “desperdício”.



Nesta medida, pode afirmar-se que a Qualidade é inversamente proporcional à variabilidade.



Técnicas
Estatísticas

vs

Técnicas
Gestão

Para gerir e melhorar a qualidade nas organizações:

- O conhecimento das técnicas estatísticas é necessário mas não suficiente!
- O conhecimento das técnicas de gestão é necessário mas não suficiente!
- O conhecimento dos processos e produtos é necessário mas não suficiente!

} Integração

As técnicas estatísticas são uma ferramenta essencial para uma abordagem moderna à qualidade. Sem a estatística retirar conclusões sobre os dados recolhidos torna-se, na melhor das hipóteses, uma sorte, podendo conduzir, em alguns casos, a verdadeiros desastres.



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Estatística: Disciplina cujo objecto fundamental é a recolha, a compilação, a análise e a interpretação de dados.

Estatística Descritiva: permite sintetizar e representar de uma forma compreensível a informação contida num conjunto de dados.

Inferência Estatística: com base na análise de um conjunto limitado de dados (amostra) permite caracterizar o todo a partir do qual os dados foram obtidos (população).

População e Amostra

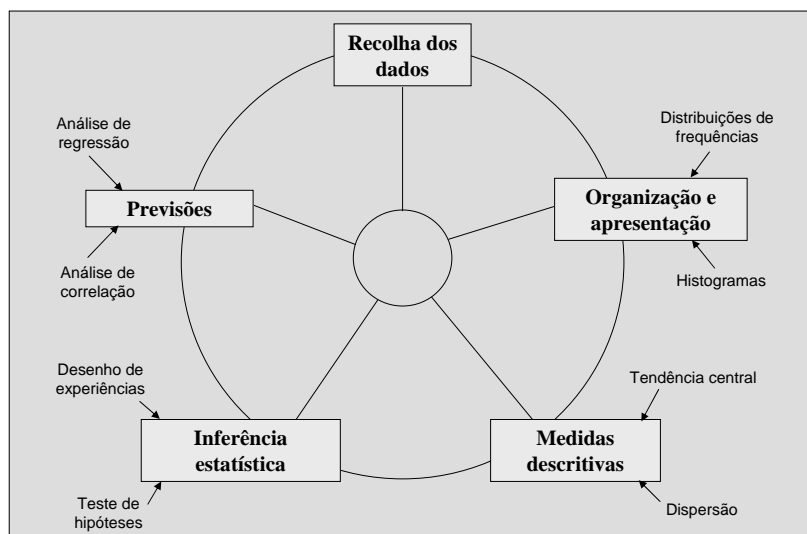
População: conjunto dos dados que expressam a característica que queremos medir para todos os objectos sobre os quais a análise estatística incide.

Amostra: subconjunto de dados pertencentes à população.



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



(E&L, p.519)



Gestão da Qualidade

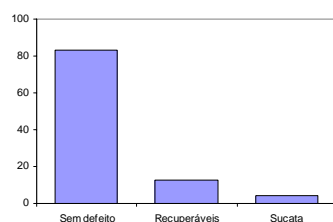
Pensamento Estatístico e Aplicações



Dados qualitativos (escala nominal ou ordinal):

- Tabelas de frequências
- Diagramas de barras
- Diagramas circulares

Categoria das peças	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Sem defeito	100	83.3
Recuperáveis	15	12.5
Sucata	5	4.2
TOTAL	120	100



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Dados quantitativos:

- Formas de representação tabular ou gráfica:
 - Tabelas de frequências
 - Histogramas de frequências
 - Polígonos de frequências
 - Polígonos de frequências acumuladas
- Estatísticas:
 - de localização (média, moda, mediana)
 - de dispersão (amplitude, intervalo interquartis, amplitude interquartis, desvio quadrático médio, variância amostral, desvio padrão amostral)
 - de assimetria (coeficiente de assimetria)



Estatística Descritiva

Média Amostral

- Dados não agrupados

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N x_n$$

- Dados discretos agrupados

$$\bar{x} = \sum_{k=1}^K f_k \cdot x_k = \frac{1}{100} \cdot \sum_{k=1}^K f_k' \cdot x_k$$

- Dados contínuos agrupados

$$\bar{x} \approx \sum_{k=1}^K f_k \cdot M_k = \frac{1}{100} \cdot \sum_{k=1}^K f_k' \cdot M_k$$

Variância Amostral

- Dados não agrupados

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2$$

- Dados discretos agrupados

$$s^2 = \frac{N}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^K f_k \cdot (x_k - \bar{x})^2 = \frac{N}{N-1} \cdot \frac{1}{100} \cdot \sum_{k=1}^K f_k' \cdot (x_k - \bar{x})^2$$

- Dados contínuos agrupados

$$s^2 \approx \frac{N}{N-1} \cdot \left[\sum_{k=1}^K f_k \cdot (M_k - \bar{x})^2 - \frac{\Delta^2}{12} \right] = \frac{N}{N-1} \cdot \left[\frac{1}{100} \cdot \sum_{k=1}^K f_k' \cdot (M_k - \bar{x})^2 - \frac{\Delta^2}{12} \right]$$



Variáveis Aleatórias

Experiência aleatória: **medição do diâmetro de uma peça.**

Espaço amostral: **conjunto de todos os diâmetros atribuíveis a uma peça.**

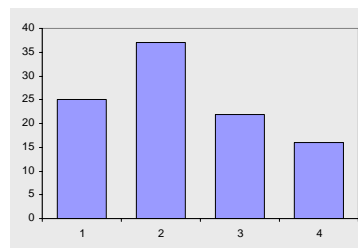
Variável aleatória: **diâmetro (pode tomar qualquer um dos valores que constituem o espaço amostral).**

De um modo geral as variáveis aleatórias podem ser contínuas ou discretas, consoante o tipo de fenómeno que está em causa.



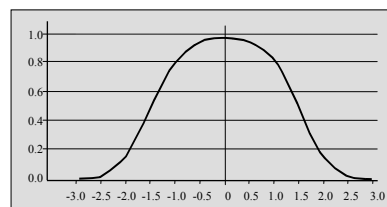
Variáveis aleatórias discretas:

- Função de probabilidade
- Função de distribuição



Variáveis aleatórias contínuas:

- Função densidade de probabilidade
- Função de distribuição



Parâmetros das Distribuições

- Parâmetros de **localização**:
 - Média
 - Mediana
 - Moda
- Parâmetros de **dispersão**:
 - Desvio absoluto médio
 - Variância
 - Desvio padrão
- Outros **parâmetros**:
 - Coeficiente de assimetria
 - Coeficiente de Kurtose



Algumas distribuições de probabilidade

Binomial (discreta):

- Número de sucessos em N Experiências de Bernoulli.
- Parâmetros (N, p) .

De uma linha de produção em série retiram-se 5 peças (uma em cada hora). Admitindo que a percentagem de peças defeituosas se mantém inalterada ao longo do tempo com o valor de 10%, calcular a probabilidade de, entre as 5 peças recolhidas existirem 0 ou 1 peças defeituosas.

Poisson (discreta):

- Número de ocorrências por unidade de tempo / espaço.
- Parâmetro – número médio de ocorrências (λ) .

Das 12h às 14h, o número médio de automóveis que chegam a um parque de estacionamento do centro de uma cidade é de 360. Qual a probabilidade de, durante 1 minuto, chegarem 4 automóveis?



Algumas distribuições de probabilidade

Exponencial Negativa (contínua):

- Tempo (ou distância) entre ocorrências sucessivas.
- Parâmetro – número médio de ocorrências (λ) .

X – distância entre defeitos sucessivos no isolamento de um cabo eléctrico. Se $\lambda = 2$ defeitos por Km, e se iniciou a inspecção do cabo aos 0m, qual é a probabilidade de não encontrar nenhum defeito até aos 500m?

Normal (contínua):

- É a mais utilizada para descrever fenómenos que se traduzem através de variáveis aleatórias contínuas.
- Parâmetros – média (μ) e variância (σ^2) .
- Para resolver os problemas padronizam-se as variáveis e utilizam-se tabelas.



Normal (continuação):

A variação relativa diária da cotação de fecho de um determinado fundo transaccionado numa bolsa de valores pode ser razoavelmente aproximada por uma distribuição Normal com valor esperado 0.2% e desvio padrão 1.6%.

Determine:

- a) a probabilidade de a próxima variação do preço de fecho ultrapassar 1%.
- b) a probabilidade de a próxima variação do preço de fecho se situar entre 1% e 1.16%.

Aproximação da Binomial à Normal

Quando $N > 20$ e $N.p > 7$, a distribuição Binomial pode ser aproximada à Normal com parâmetros $\mu = N.p$ e $\sigma^2 = N.p.(1-p)$.



Amostragem Aleatória. Distribuições Amostrais

Técnicas de Amostragem

- Aleatória simples
- Estratificada
- Sistemática
- Por grupos

Nesta fase considera-se apenas a amostragem aleatória simples. No entanto, algumas das técnicas que serão abordadas poderão ser utilizadas também para outro tipo de amostragem.



Distribuições por amostragem

- São distribuições das estatísticas amostrais
- Nesta fase apenas se abordará a distribuição do **valor esperado**
- O valor esperado da média amostral é igual ao valor esperado da variável original.
- A variância da média amostral é igual à variância da variável original dividida pela dimensão da amostra (N), no caso de amostragem aleatória simples. No caso de amostragem sem reposição, esse valor é ainda multiplicado pelo valor da expressão $(M-N)/(M-1)$.



Teorema do Limite Central

Se se retirarem amostras de dimensão N de uma população qualquer, com média μ e variância σ^2 , por um processo de amostragem simples, a distribuição de probabilidade da média amostral, aproxima-se de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2/N , à medida que N aumenta.



Intervalos de confiança

São intervalos que, com um grau de confiança de $(1-\alpha).100\%$, incluem o parâmetro a estimar.

Para especificar um **intervalo de confiança** é necessário conhecer:

- um estimador do parâmetro em causa
- a sua distribuição
- uma estimativa pontual do parâmetro em causa (a média amostral é o estimador para a média da população e a variância amostral, o estimador para a variância da população).



Intervalos de confiança

No âmbito desta disciplina apenas se vão considerar intervalos de confiança para:

- o valor esperado (amostra de **grande dimensão**, população qualquer)
- o valor esperado (amostra de **pequena dimensão**, população normal)
- a proporção binomial (amostras de **grande dimensão**)
- variância de uma população normal.



Dimensionamento de amostras

- Recolher e tratar uma amostra grande demais para os resultados que se pretendem obter é um desperdício de recursos.
- Recolher uma amostra cuja dimensão não é suficiente para se poderem tirar conclusões é um erro.

A dimensão da amostra aumenta à medida que aumentam:

- A precisão do intervalo de confiança (que varia na razão inversa da sua amplitude).
- O grau de confiança do intervalo ($1-\alpha$).

Exemplo: A proporção de peças defeituosas à saída de uma linha de fabrico será estimada a partir de um lote de peças constituído para esse efeito. Qual deverá ser a dimensão do lote para que a amplitude do intervalo de confiança a 95% não ultrapasse 0.02?



Capacidade do processo

- A capacidade do processo está relacionada com a gama de valores entre os quais varia o seu output, quando o processo em causa se encontra apenas sob influência de causas comuns.
- Normalmente é medida através do índice de capacidade do processo (C_p) que é dado por:

$$C_p = (LSE - LIE) / 6\sigma$$

onde

LSE – limite superior da especificação

LIE – limite inferior da especificação

σ – desvio padrão associado ao processo

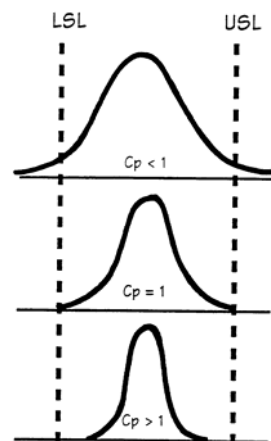


Capacidade: Índice Cp

Compara a variação actual do processo com a máxima variação permitida

$$C_p = \frac{\text{Variação permitida}}{\text{Variação real}}$$

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$$



Capacidade: Índice Cpk

- ▶ Cp não levam em consideração a eventual descentragem do processo.
- ▶ Podemos ter índices de elevado valor e, ainda assim, nos encontrarmos a produzir uma grande quantidade de defeituosos
 - ▶ O Cpk leva em conta a descentragem
 - ▶ O Cpk mede a distância entre a média do processo e o limite de especificação mais próximo.

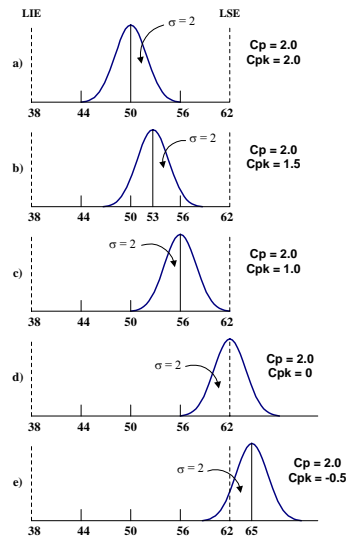
$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{\mu - LIE}{3\sigma}, \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \right\}$$

NOTA: Caso o processo se encontre centrado fora dos limites de especificação, continua a poder calcular-se Cpk, assumindo este, nessa altura, um valor negativo.



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Process Capability Analysis																
2																	
3	This spreadsheet is designed to handle up to 150 observations. Enter data ONLY in yellow-shaded cells.																
4																	
5	Nominal specification	10.75				Average		10.7171				Cp		0.96			
6	Upper tolerance limit	11				Standard deviation		0.0868				Cpl		0.833			
7	Lower tolerance limit	10.5										Cpu		1.086			
8												Cpk		0.833			
9																	
10	DATA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
11	1	10.650	10.800	10.500	10.800	10.700	10.800	10.750	10.650	10.850	10.650	10.800	10.650				
12	2	10.750	10.850	10.800	10.800	10.700	10.700	10.850	10.700	10.800	10.550	10.700	10.850				
13	3	10.750	10.700	10.650	10.800	10.650	10.650	10.750	10.650	10.500	10.800	10.750	10.800				
14	4	10.600	10.650	10.650	10.700	10.600	10.750	10.800	10.850	10.650	10.650	10.700	10.600				
15	5	10.700	10.750	10.700	10.750	10.550	10.700	10.850	10.700	10.750	10.600	10.750	10.700				
16	6	10.600	10.900	10.850	10.750	10.650	10.650	10.600	10.750	10.750	10.600	10.650	10.650				
17	7	10.600	10.750	10.800	10.700	10.600	10.850	10.850	10.850	10.800	10.850	10.850	10.800				
18	8	10.750	10.750	10.700	10.700	10.700	10.600	10.650	10.850	10.750	10.650	10.700	10.650				
19	9	10.650	10.650	10.750	10.800	10.650	10.900	10.650	10.750	10.700	10.750	10.700	10.700				
20	10	10.600	10.600	10.750	10.800	10.750	10.850	10.750	10.750	10.700	10.650	10.600	10.650				
21																	



Gestão da Qualidade

Pensamento Estatístico e Aplicações



Uma empresa produtora de giz sem pó está preocupada com a densidade do produto. Análises anteriores mostraram que o giz só tem as características pretendidas se a sua densidade se situar entre os 4,40 g/cm² e os 5,04 g/cm². Se numa amostra de 100 paus de giz se obtiver um valor para a densidade média deste produto de 4,80g/cm² (com um desvio padrão de 0,2 g/cm²), que percentagem de paus de giz não cumpre as especificações desejadas para a densidade? Admita que a variável densidade segue uma distribuição normal.

Calcule os valores de Cp e Cpk e discuta se deveriam ou não ser feitas alterações ao processo de fabrico.