

Contents

1	Geschwindigkeit, Strecke, Beschleunigung	2
2	Der vertikale und der schiefe Wurf	2
2.1	Erdanziehung	2
2.2	Beschleunigung	2
2.3	Geschwindigkeit	2
2.4	Ortsvektor	2
2.5	Kreisbewegung	3
3	Kräfte	3
3.1	Anziehung zwischen zwei Objekten	3
3.2	Umlaufbahnberechnungen	3
3.3	Anziehung zwischen Atomen	3
3.4	Herleitung Zentripetalkraft	4
3.5	Reibungskräfte	4
3.5.1	Objekt auf schiefer Ebene	4
3.5.2	Motorrad fährt in Kurve	4
4	Impuls und Kraft	4
4.0.3	Zentripetalbeschleunigung	4
4.0.4	Impuls	5
4.0.5	Sprung von Wagen	5
4.0.6	Aufgabe mit Wind auf schräge Platte	5
5	Gravitationskraft	5
6	Elektrische Kräfte	6
7	Fall- und Wurfbewegungen mit Luftwiderstand	6
8	Energie	6
8.1	Potentielle Energie	6
8.2	Kinetische Energie	6
8.3	Federenergie	7
9	Leistung	7
10	Elektrisches Feld	7
11	Kapazität	7
12	Ströme	7

Formelsammlung

Christian Brüesch

November 5, 2013

1 Geschwindigkeit, Strecke, Beschleunigung

$$v(t) = at + v_0$$

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$$

2 Der vertikale und der schiefe Wurf

2.1 Erdanziehung

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

2.2 Beschleunigung

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

2.3 Geschwindigkeit

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_{x,0} \\ v_{y,0} \\ v_{z,0} - gt \end{pmatrix}$$

2.4 Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r_{x,0} + v_{x,0}t \\ r_{y,0} + v_{y,0}t \\ r_{z,0} + v_{z,0}t - g\frac{t^2}{2} \end{pmatrix}$$

Üblicherweise setzt man $r_{x,0} = r_{y,0} = 0$.

2.5 Kreisbewegung

$$v = r\omega$$

$$a = r\omega^2$$

3 Kräfte

3.1 Anziehung zwischen zwei Objekten

$$\vec{F}_{mM} = -\gamma * \frac{mM}{|\vec{r}_m - \vec{r}_M|^2} * \frac{\vec{r}_m - \vec{r}_M}{|\vec{r}_m - \vec{r}_M|}$$

$$\vec{F}_{mM} : \text{Anziehungskraft}$$

$$\gamma : \text{Konstante} : 6.67 * 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

$$-\gamma : \text{Minus, da es sich um eine Anziehung handelt.}$$

$$\frac{\vec{r}_m - \vec{r}_M}{|\vec{r}_m - \vec{r}_M|} : \text{Richtung}$$

$$|\vec{r}_m - \vec{r}_M| : \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2 + (r_z)^2}$$

3.2 Umlaufbahnberechnungen

$$r = r_E + h$$

$$m\omega^2 r = \gamma \frac{mM}{r^2} \quad (m \text{ kürzt sich raus})$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24h * 3600 = 86400s \quad (\text{Frequenz einer Umdrehung der Erde})$$

3.3 Anziehung zwischen Atomen

$$\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{qQ}{r^2}$$

$$E_0 : \text{Influenzkonstante} : 8.859 * 10^{-12} \frac{C^2}{Jm}$$

$$q : \text{Gewicht. Wie } m \text{ bei Objekten}$$

$$Q : \text{Gewicht. Wie } M \text{ bei Objekten}$$

$$r : \text{Abstand zwischen den Atomen}$$

3.4 Herleitung Zentripetalkraft

$$\begin{aligned}v &= r\omega \\a &= r\omega^2 \\\vec{F} &= mg = ma \\ma &= mr\omega^2 \\ma &= mr\frac{v^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}\end{aligned}$$

3.5 Reibungskräfte

3.5.1 Objekt auf schiefer Ebene

$$\begin{aligned}F_g &= F_N + F_R \\F_R &= F_g * \sin(\alpha) = mg * \sin(\alpha) \\F_N &= F_g * \cos(\alpha) = mg * \cos(\alpha) \\Haftung &: 0 \leq F_H \leq \mu_H * F_N\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_{R_{max}} &= \mu_H * F_N \\mg * \sin(\alpha_{max}) &= \mu_H * mg * \cos(\alpha_{max})\end{aligned}$$

3.5.2 Motorrad fährt in Kurve

$$\begin{aligned}Ansatz &: Haftreibung > Zentripetalkraft \\\mu_H * mg &> \frac{mv^2}{r}\end{aligned}$$

4 Impuls und Kraft

4.0.3 Zentripetalbeschleunigung

$$\begin{aligned}F_z &= m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot a_z \\a_z &= \frac{v^2}{r} \\F_z &= mr\omega^2 \\\omega &= \text{Winkelgeschwindigkeit}\end{aligned}$$

4.0.4 Impuls

$$\begin{aligned}
 \vec{p} &= m \vec{v} \\
 \text{Einheit} &: [kg \cdot m/s] \\
 F &= \frac{d\vec{p}}{dt} \\
 \vec{F} &= m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} \\
 \vec{F} &= \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} \\
 \vec{p} &= \vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{const.} \\
 \vec{v} &= \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B} \\
 m_1 \frac{u_1^2}{2} + m_2 \frac{u_2^2}{2} &= m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} = E \\
 E_{Kin} &= \frac{m \vec{v}^2}{2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{v}}{2} = \frac{\vec{p}^2}{2m}
 \end{aligned}$$

4.0.5 Sprung von Wagen

Sie stehen auf einem Wagen. Sie und der Wagen wiegen zusammen $M = 300\text{kg}$ und stehen still. Sie springen vom Wagen in Richtung gegeben durch einen normierten Richtungsvektor \vec{n} . Bei Ihrem Sprung erreichen Sie eine Schnelligkeit von 20m/s . Mit welcher Geschwindigkeit (als Vektor!) bewegt sich der Wagen?

$$\begin{aligned}
 \text{Vor dem Sprung ist der Impuls } 0: \vec{p}_{in} &= 0 \\
 \text{Ihr Impuls wird sein: } \vec{p}_{Sie} &= m_{Sie} v \vec{n} \\
 \text{Nun ist der Impuls erhalten: } \vec{p}_{Sie} + \vec{p}_{Wagen} &= \vec{p}_{in} = 0 \\
 \text{Mit } \vec{p}_{Wagen} &= m_{Wagen} v_{Wagen} \text{ ergibt sich:} \\
 \vec{v} &= -\frac{m_{Sie}}{M - m_{Sie}} v \vec{n}
 \end{aligned}$$

4.0.6 Aufgabe mit Wind auf schräge Platte

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} (1 - \sin(\alpha)) \sin(\alpha) \rho_{air} A v^2 \\ 0 \\ -\cos(\alpha) \sin(\alpha) \rho_{air} A v^2 \end{pmatrix}$$

5 Gravitationskraft

$$\begin{aligned}
 F_G &= \gamma \frac{mM}{r^2} \\
 \gamma &= 6.6731 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2 \\
 \vec{F}_{Mm} &= -\vec{F}_{mM}
 \end{aligned}$$

6 Elektrische Kräfte

$$\begin{aligned}F_E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2} \\ \epsilon_0 &= 8.8542 \cdot 10^{-12} C^2/(Nm^2) \text{ (Elektrische Feldkonstante)}\end{aligned}$$

7 Fall- und Wurfbewegungen mit Luftwiderstand

$$\begin{aligned}F_w &= c_w \cdot \frac{\rho A}{2} \cdot v^2 \\ \rho &= 1.293 kg/m^3 \text{ (Standardatmosphäre)} \\ A &= \text{Querschnittsfläche senkrecht zur Anströmung stehend} \\ v &= v(t) = [(c_w \cdot \frac{\rho A}{2m}) \cdot t - c]^{-1} \\ v_{n+1} &= v_n + \delta v_n = v_n + (g - c_w \cdot \frac{\rho A}{2m} \cdot v_n^2) \cdot \delta t\end{aligned}$$

8 Energie

Einheit von Energie: Newtonmeter [Nm] oder Joule [J] (1J = 1Nm)

8.1 Potentielle Energie

$$\begin{aligned}E_{pot} &= W = F \cdot s = mgh \text{ Gilt nur auf der Erde} \\ E_{pot} &= -\frac{\gamma Mm}{r} \\ \gamma &: 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2 \\ M &: \text{Masse der Erde (oder Sonne)} \\ m &: \text{Masse des Objektes} \\ r &: \text{Abstand zwischen Erdmittelpunkt zu Objekt}\end{aligned}$$

8.2 Kinetische Energie

$$\begin{aligned}E_{Kin} &= \frac{1}{2}mv^2 \\ m &: \text{Masse} \\ v &: \text{Geschwindigkeit}\end{aligned}$$

8.3 Federenergie

$$E_{Feder} = \frac{k(x - x_0)^2}{2}$$

k : Federkonstante
 x_0 : Anfangsposition
 x : Endposition

9 Leistung

Einheit von Leistung P: Watt [W] oder Joule pro Sekunde [J/s] (1W = 1J/s)

$$P = F \cdot v$$
$$P = \frac{W}{t}$$

10 Elektrisches Feld

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{Q}$$

Q : Gespeicherte Ladung im Kondensator
 \vec{F}_E : Elektrische Kraft
 \vec{E} = Elektrisches Feld

11 Kapazität

$$CU = Q$$
$$E_{elek} = \frac{CU^2}{2}$$

U : Spannung
 C : Kapazität
 Q : Ladung

12 Ströme

$$P = U \cdot I$$
$$E_{pot} = \frac{Q^2}{2C} = C \frac{U^2}{2}$$

U : Spannung
 I : Strom
 C : Kapazität
 Q : Ladung