

# Beispiele

## Bahnkurve

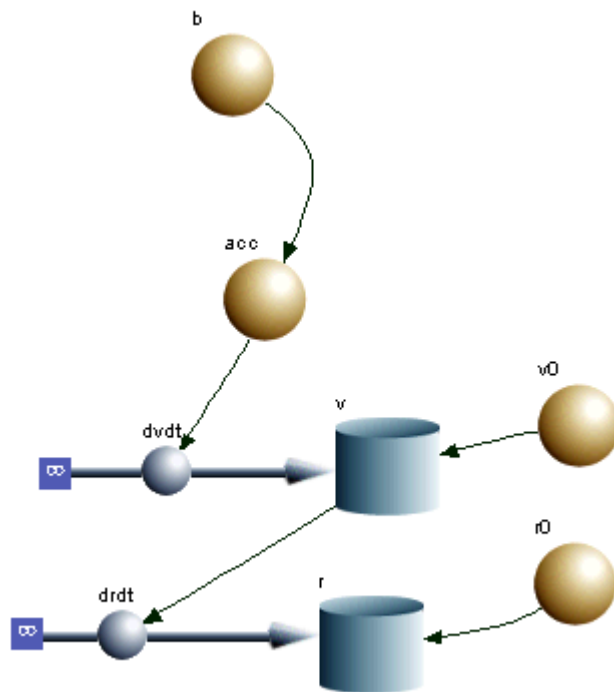
Sie haben einen Ball, der sich auf folgender Bahnkurve bewegt:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} at \\ bt^2 \\ c \end{pmatrix}$$

Wie gross sind die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und die Beschleunigung  $\vec{a}$  im Zeitpunkt  $t$ ?

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} a \\ 2bt \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2b \\ 0 \end{pmatrix}$$



## Schiefer Wurf

Sie werden einen Ball in einem Winkel von  $60^\circ$  auf einem flachen Terrain. Die Schnelligkeit des Balls beträgt 20 m/s.

Nach welcher Zeit schlägt der Ball auf dem Boden auf. ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$ )

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0$$

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x_0 + v_{0x} \cdot t \\ y_0 + v_{0y} \cdot t \\ z_0 + v_{0z} \cdot t - g \frac{t^2}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 20 \cdot \cos(\frac{\pi}{3}) \text{ m/s} \\ 0 \\ 20 \cdot \sin(\frac{\pi}{3}) \text{ m/s} \end{pmatrix}$$

Die Ball schlägt auf dem Boden auf, wenn die Z-Komponente gleich null ist.

$$v_{z0}t - g \frac{t^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{2v_{0z}}{g} = 3.5 \text{ s}$$

## Berechnung Bremszeit und Bremsweg

Es gilt:

$$1. \quad v(t) = v_0 - a \cdot t$$

$$2. \quad s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Wobei es sich bei  $a \cdot t$  (1.) um die Geschwindigkeit handelt die während des Bremsvorgangs verloren gegangen ist.

Bei  $v_0 \cdot t$  (2.) handelt es sich um die Strecke die zurückgelegt worden wäre wenn nicht gebremst worden wäre, bei  $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$  um die Strecke die durch den Bremsvorgang weniger zurückgelegt worden ist.

### Bremszeit

Der Gegenstand kommt zum stillstand, wenn  $v(t) = 0$  ist. Es lässt sich nun die Bremszeit ermitteln:

$$v_0 \cdot s_0 - a \cdot t = 0 \Rightarrow v_0 = a \cdot t \Rightarrow t_B = \frac{v_0}{a}$$

Allenfalls Reaktionszeit noch dazurechnen!

### Bremsweg

Aufgrund der Bremszeit lässt sich nun der Bremsweg ermitteln. Hierfür wird setzt man die Bremszeit in die Gleichung 2. ein:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\Rightarrow s_B = s_0 + v_0 \cdot \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v_0^2}{a^2} = s_0 + \frac{v_0^2}{2a}$$

$$s_0 = v_0 \cdot \text{Reaktionszeit}$$

## Zentrifuge

Eine Zentrifuge drehe sich mit einer Winkelgeschwindigkeit von  $20 \text{ s}^{-1}$ . Die Zentrifugengläser (Proben) befinden sich in einem Abstand von  $10 \text{ cm}$  von der Drehachse.

1. Wie gross ist die Bahngeschwindigkeit in  $\text{m/s}$  und welcher Weg wird in einer Sekunde zurückgelegt?
2. Welche Zentrifugalbeschleunigung wirkt auf die Proben?

Gegeben:  $w = 20 \text{ s}^{-1}$ ,  $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

1.  $v = r \cdot w = 0,1 \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ m/s}$   
 $s = 2 \text{ m}$
2.  $a_z = r \cdot w^2 = 0,1 \cdot 20^2 \text{ s}^{-2} = 40 \text{ m/s}^2$