Potenzen

Gesetze

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$	$-a^n = -(a^n)$	$(-a)^n = (-1)^n \cdot a^n$

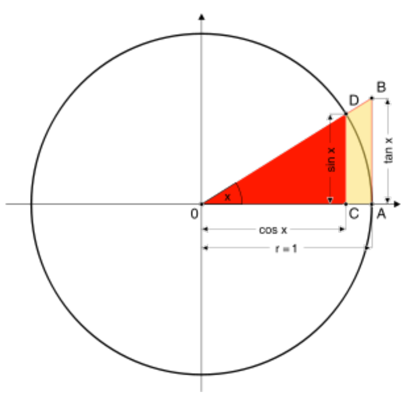
Additionstheoreme

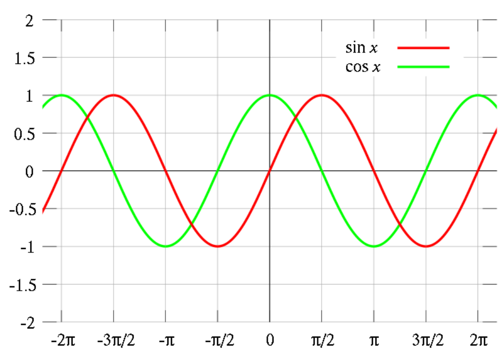
Sätze

- $sin(\alpha + \beta) = sin(\alpha) \cdot cos(\beta) + cos(\alpha) \cdot sin(\beta)$
- $sin(\alpha - \beta) = sin(\alpha) \cdot cos(\beta) - cos(\alpha) \cdot sin(\beta)$
- $cos(\alpha + \beta) = cos(\alpha) \cdot cos(\beta) + sin(\alpha) \cdot sin(\beta)$
- $sin(\alpha - \beta) = cos(\alpha) \cdot cos(\beta) - sin(\alpha) \cdot sin(\beta)$

Trigonometrische Funktionen

Definition



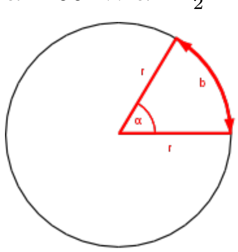


$sin(x) = cos(x) \cdot tan(x)$	$cos(x) = \frac{sin(x)}{tan(x)}$	$tan(x) = \frac{sin(x)}{cos(x)}$

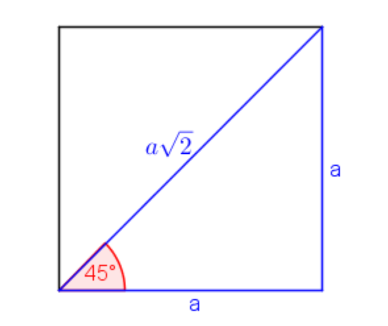
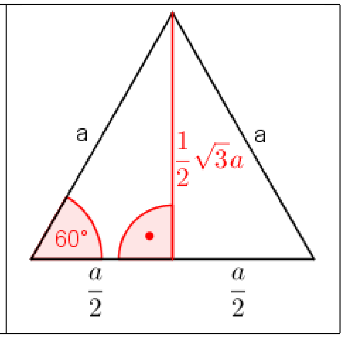
Bogenmass eines Winkels

Länge des zugehörigen Bogens im Einheitskreis.

$\alpha = 90° \leftrightarrow \alpha = \frac{\Pi}{2}$



Dreiecke

Gleichschenklig & Rechtwicklig	Gleichseitig
	

Anwendung in der Schwingungslehre

A = Amplitude w = Kreisfrequenz φ = Phase der Schwingung
Periode p = $\frac{alte\,Periode}{w}$, also bei sin/cos z.B.: $\frac{2\Pi}{w}$

$$\boxed{y = A \cdot sin[w \cdot t + \varphi] = A \cdot sin[\,w \cdot (t + \frac{\varphi}{w})\,]}$$

Allgemein:

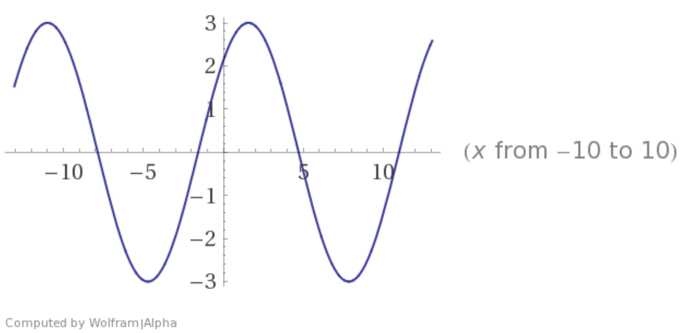
1. Streckung in y-Richtung mit Faktor a $\Rightarrow$ Wertebereich [-a,a]
2. Streckung in x-Richtung mit Faktor $\frac{1}{b}$ $\Rightarrow$neue Periode $\frac{alte\,Periode}{b}$, also bei sin/cos z.B.: $\frac{2\Pi}{b}$
3. Verschiebung in x-Richtung um $-\frac{\varphi}{b}$

$$\boxed{y = a \cdot f[\,b \cdot (x - c)\,] + d}$$

Beispiel:

$$\boxed{y = 3 \cdot sin[\tfrac{1}{2} \cdot x + \tfrac{\Pi}{4}] = 3 \cdot sin[\,\tfrac{1}{2} \cdot (x + \tfrac{\Pi}{2})\,]}$$

Amplitude = 3 Kreisfrequenz = $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$Neue Periode = $\frac{2\Pi}{w} = \frac{2\Pi}{\frac{1}{2}} = 4\Pi$ Verschiebung in x-Richtung = $-\frac{\Pi}{2}$



Exponetial- und Logarithmusfunktion

Jede Exponentielle Funktion lässt sich mit der Basis e schreiben:

$$\boxed{y = b^x = (e^{ln(b)})^x}$$

Wachstums- und Zerfallfunktion

Allgemein:

$a =$Wert für t^0, “Startwert”	$b =$Wachstumsfaktor pro Zeiteinheit
$t =$Zeiteinheit	$\Delta t =$Zeitdifferenz z.B. $t^2 - t^1$

$$\boxed{y = a \cdot b^t}$$

Wachstumsfunktion: $\mathbf{b > 1}$, Zerfallsfunktion: $\mathbf{0 < b < 1}$

Umformungen:

$$\boxed{b^{\Delta t} = \frac{f(t_2)}{f(t_1)} \Rightarrow b = \sqrt[\Delta t]{\frac{f(t_2)}{f(t_1)}}}$$

Halbwertszeit:

$$\boxed{b^{\Delta t} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta t \cdot ln(b) = ln(\frac{1}{2}) \Rightarrow \Delta t = \frac{ln(\frac{1}{2})}{ln(b)}}$$

Verdoppelungszeit:

$$\boxed{b^{\Delta t} = 2 \Rightarrow \Delta t \cdot ln(b) = ln(2) \Rightarrow \Delta t = \frac{ln(2)}{ln(b)}}$$

Logarithmusfunktion

Rechenregeln:

$log_a(u \cdot v) = log_a(u) + log_a(v)$
$log_a(\frac{u}{v}) = log_a(u) - log_a(v)$
$log_a(u^k) = k \cdot log_a(u)$
$log_a(\sqrt[n]{u}) = \frac{1}{n} \cdot log_a(u)$

Allgemein:

$$\boxed{y = a^x \Rightarrow ln(y) = x \cdot ln(a) \Rightarrow x = \frac{ln(y)}{ln(a)}}$$

$$\boxed{y = a^x \Rightarrow log_a(y) = x \cdot log_a(a) \Rightarrow x = log_a(y)}$$

Umkehrfunktion:

$$\boxed{y = log_a(x)}$$

Basiswechsel:

$$\boxed{log_a(x) = \frac{log_{10}(x)}{log_{10}(a)} = \frac{ln(x)}{ln(a)}}$$

Umformungsbeispiele:

$log_{10}(x) = -4.0404$	$\Rightarrow$	$x = 10^{-4.0404} = \frac{1}{10^{4.0404}}$
$ln(x) = -9.0907$	$\Rightarrow$	$x = e^{-9.0907} = \frac{1}{e^{9.0907}}$
$log_3(x) = 5$	$\Rightarrow$	$x = 3^5 = 243$