Energie, Leistung und Potentiale

Energie

Mechanische Energie

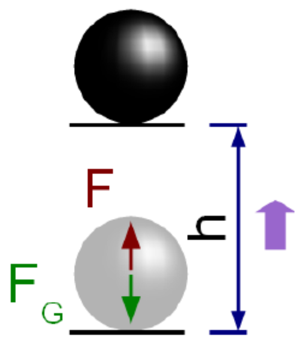
Wir definieren jetzt eine physikalische Grösse, die mechanische Energie:

$$E_{mech} = \vec{F} \cdot \vec{s} = [Kraft \cdot Weg] = [J] = \left[\frac{kgm^2}{s^2}\right]$$

Potentielle Energie

$$E_{mech} = \vec{F} \cdot \vec{s} = [Kraft \cdot Weg] = \int_0^h F \cdot dh = \int_0^h mg \cdot dh = mgh$$

Um die Kugel zu heben, müssen Sie die mechanische Energie mgh investieren. Die potentielle oder Lageenergie der Kugel wird dadurch um mgh erhöht.
Potentielle Energie im Gravitationsfeld = mgh



Kinetische Energie

$E_{mech} = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs$

$F = ma$ (a = Beschleunigung)

$s = \frac{a}{2}t^2$ (Zusammenhang Strecke-Beschleunigung)

$v = at$

$\Rightarrow Fs = ma \cdot s = ma \cdot \frac{a}{2}t^2 = m \cdot \frac{v^2}{2}$

$\Rightarrow E_{kin} = m \cdot \frac{v^2}{2}$

Gilt allgemein, die gegebene Herleitung funktioniert allerdings nur für konstante Kräfte.

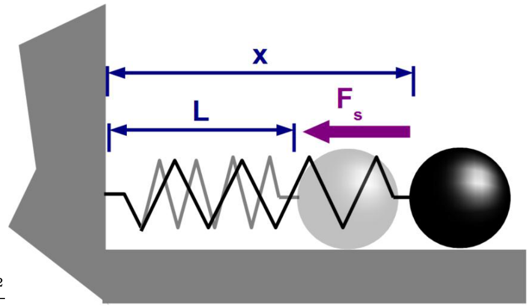
Federenergie

$\vec{F}_s = -k(x-L)\vec{e}_x$

$\vec{e}_x$ =Einheitsvektor in x-Richtung

L = Ruhelänge

$E_{Feder} = \int_L^x F dx = \int_L^x k(x-L)dx = \frac{k(x-L)^2}{2}$



$\Rightarrow E_{kin} = m \cdot \frac{v^2}{2}$

Arbeit

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

Dabei ist $\vec{F}$ eine Kraft und $\Delta\vec{r}$ ein Stück Weg. Der Punkt bezeichnet das Skalarprodukt.

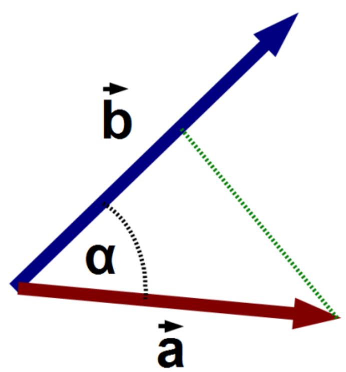
Skalarprodukt

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Geometrische Interpretation:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos(\alpha)$$

$$\alpha = arccos(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}) = arccos(\frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}})$$



$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Für das Produkt eines Verktors mit sich selber gilt:
(Zwischenwinkel ist null)

$$\vec{a} \bullet \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot cos(0) = |\vec{a}|^2$$

$$\Rightarrow E_{kin} = m \cdot \frac{\vec{v}^2}{2} = m \cdot \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{2} = m \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{2}$$

Energieerhaltung

Energieerhaltungssatz

Die Gesamtmenge der Energie in einem Prozess bleibt immer exakt erhalten.

Anwendung der Energieerhaltung

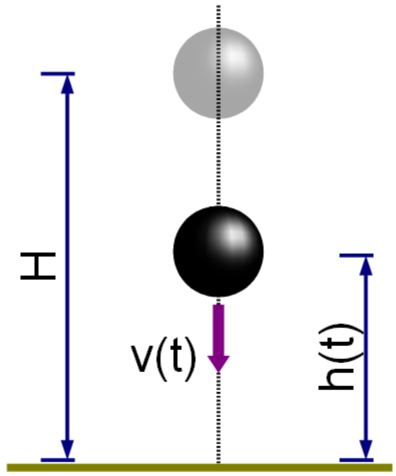
Ansatz: Wenn die Kugel fällt, sinkt ihre potentielle Energie. Wegen der Energieerhaltung steigt die kinetische Energie um einen entsprechenden Betrag.

$$E_{pot}(t) = mgh(t)$$

$$E_{kin}(t) = m\frac{v^2(t)}{2}$$

$$E_{pot}(t) + E_{kin}(t) = const.$$

$$E_{pot}(0) + E_{kin}(0) = mgH + 0 = mgH$$



$mgH = mgh(t) + m\frac{v^2(t)}{2}$

$\Rightarrow v(t) = \sqrt{2g(H - h(t))}$

Energie- und Impulserhaltung

Impulserhaltung

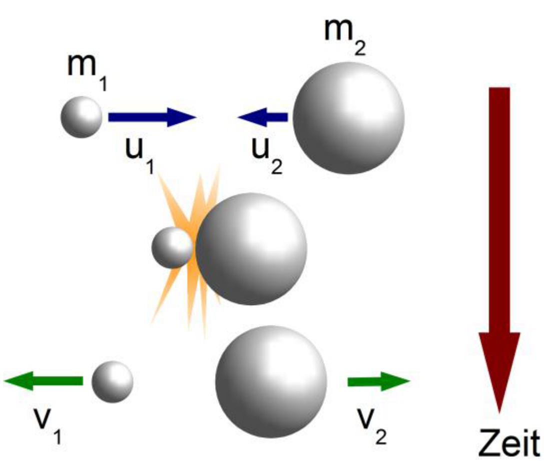
$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 = P$$

Energierhaltung

$m_1\frac{u_1^2}{2} + m_2\frac{u_2^2}{2} = m_1\frac{v_1^2}{2} + m_2\frac{v_2^2}{2} = E$

$v_1 = \frac{(m_1-m_2)\cdot u_1 + 2m_2u_2}{m_1+m_2}$

$v_2 = \frac{(m_2-m_1)\cdot u_2 + 2m_1u_1}{m_1+m_2}$



Potentiale

Dissipative und Konservative Systeme

- Ein System heisst konservativ, wenn die Summe der Energien seiner Komponenten erhalten bleibt.
- Ein System heisst dissipativ, wenn es Energie in die Umwelt abgibt (z.B. durch Wärmestrahlung oder Reibung)

Potentielle Energie

Definition: Differenz der potentiellen Energien zwischen zwei Punkten = Arbeit, die es braucht, eine Masse vom ersten zum zweiten Punkt zu bringen.
Falls wir die potentielle Energie eines Objekts als Funktion der Lage angeben können (und nicht weiter sagen müssen, wie wir vom Anfangs- zum Endpunkt eines Pfads gelangen), haben wir es mit einem Potential zu tun.

Leistung

- Leistung ist Energie pro Zeit = $[W] = \left[\frac{J}{s}\right]$
- $1kwH = 3.6 \cdot 10^6 Ws = 3.6 \cdot 10^6 J$

Bilanzmodelle

Ausgleich zwischen Energiespeichern findet über Ströme von „Energieträgern“ statt:

$$Strom = \frac{Energieträger}{Zeit}$$

Damit Sie mit einem Energieträgerstrom eine Leistung berechnen können, müssen Sie wissen, wieviel Energie in einem Energieträger steckt:

$$\frac{Energie}{Zeit} = \frac{Energie}{Energieträger} \cdot \frac{Energieträger}{Zeit} = Potentialdifferenz \cdot Strom$$

Stoffe, Potential, Energie

Gebiet	Stoffmenge	Potential	Energie	Leistung
Elektrizität	Ladung Q	Spannung U	$E = U \cdot Q$	$P = U \cdot I_q$
Hydraulik	Volumen V	Druck p	$E = p \cdot V$	$P = \Delta p \cdot I_v$
Gravitation	Masse m	$E = g \cdot h$	$E = m \cdot g \cdot h$	$P = g \cdot \Delta h \cdot I_m$