Arbeit, Energie, Potential

Beispiele

Freier Fall

Auf der Erde

Gegeben: $m = 10kg$, $h = 20m$, EE: $E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$

- $E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2} \Longrightarrow 0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 2$
- $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81m/s^2 \cdot 20m} = 19.8m/s$

Auf dem Mond

Gegeben: $\gamma = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$, $M = 7.349 \cdot 10^{22} kg$, $r_m = 1.738 \cdot 10^{16} m$,
$F_{G,M} = m \cdot g_M = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2}$

- $F_{G,M} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2} = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \cdot \frac{1.738 \cdot 10^{16} \cdot 10kg}{1.738^2 \cdot 10^{12} \cdot m^2} = 1.62m/s^2$
- $v_M = \sqrt{2g_M h} = \sqrt{2 \cdot 1.62m/s^2 \cdot 20m} = 8.05m/s \simeq 8.1m/s$

Energieerhaltung

$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = const.$
$E_{kin\ Anfang} + E_{pot\ a} = E_{kin\ Ende} + E_{pot\ E}$
$\Delta W = E_{pot\ A} - E_{pot\ E}$
$E_{kin\ A} + \Delta W = E_{kin\ E}$
$\frac{m}{2} \cdot v_0^2 + \Delta W = \frac{m}{2} \cdot v_2^2 \ | \cdot \frac{2}{m}$
$v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m} = v_2^2$
$v_2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m}} = \sqrt{\frac{mv_0^2 2\Delta W}{m}}$

Elementarladung

$1e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$
$1C = 1As \Longrightarrow I = \frac{dQ}{dt} = \frac{C}{s} = A$
$E_0 = 8.88542 \cdot 10^{-12} As/Vm$

Elektrisches Feld

$E(r) = \frac{\varrho}{2\Pi E_0} \cdot \frac{1}{r}$
$\gamma(r) = -\int E dr = -\frac{\varrho}{2\Pi E_0} \cdot \int \frac{1}{r} dr = -\frac{\varrho}{2\Pi E_0} \cdot ln(r) + C$

Kraft auf eine Punktladung

$\vec{F}_c = q_0 \cdot \vec{E} \Longrightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q_0}$
$dE_{pot} = -\vec{F}d\vec{l}$
$dE_{pot} = -q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$
$\int d\gamma = \frac{dE_{pot}}{q_0} = -\int \vec{E}d\vec{l}$
$\Delta\gamma = -\int_a^b \vec{E}d\vec{l} = \gamma(a) - \gamma(b)$
$\gamma(r) = \frac{1}{4\Pi E_0} \cdot (-\frac{q}{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|})$

Potential eines Punktuellen-Ladungssystem

$\gamma(r) = \frac{1}{4\Pi E_0} \cdot \sum_i \cdot \frac{q_i}{r_i}$
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\Pi E_0} \cdot (-\frac{q}{r^3} \cdot \vec{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|^3} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{l}))$

Arbeit

Gegeben sind 2 positiv geladene Teilchen q,Q und Abstand r_1, r_2.

$$\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_c d\vec{r} = \frac{q \cdot Q}{4\Pi E_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q \cdot Q}{4\Pi E_0} \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$$

Kollision - elastischer Stoss

Zwei Kugeln kollidieren frontal in einem elastischen Stoss. Die erste Kugel hat eine Masse von $m_1 = 2kg$, die zweite $m_2 = 3kg$. Wir nehmen an, die Kollision geschehe auf der x - Achse und behandeln sie als eindimensionale Bewegung. Die erste Kugel hat eine Anfangsgeschwindigkeit von $u_1 = 3m/s$, die zweite $u_2 = -4ms$. Wie gross werden die Endgeschwindigkeiten v_1, v_2sein?

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2}$$
$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot u_2 + 2m_1u_1}{m_1 + m_2}$$

Einsetzen ergibt:

$$v_1 = -5.4m/s$$
$$v_2 = 1.6m/s$$