

Physik

Fabio Germann & Jonas Gschwend

07.01.2014

Beispiele

Bahnkurve

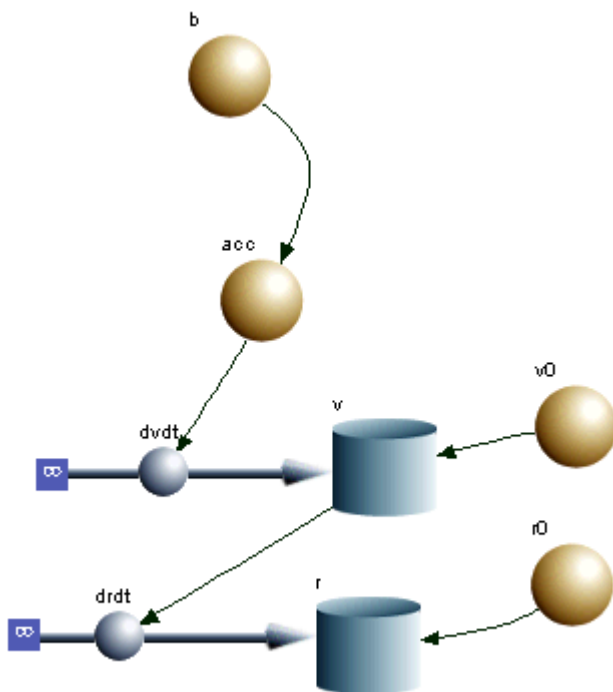
Sie haben einen Ball, der sich auf folgender Bahnkurve bewegt:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} at \\ bt^2 \\ c \end{pmatrix}$$

Wie gross sind die Geschwindigkeit \vec{v} und die Beschleunigung \vec{a} im Zeitpunkt t ?

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} a \\ 2bt \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2b \\ 0 \end{pmatrix}$$



Schiefer Wurf

Sie werden einen Ball in einem Winkel von 60° auf einem flachen Terrain. Die Schnelligkeit des Balls beträgt 20 m/s . Nach welcher Zeit schlägt der Ball auf dem Boden auf. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$)

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0$$

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x_0 + v_{0x} \cdot t \\ y_0 + v_{0y} \cdot t \\ z_0 + v_{0z} \cdot t - g \frac{t^2}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 20 \cdot \cos(\frac{\pi}{3}) \text{ m/s} \\ 0 \\ 20 \cdot \sin(\frac{\pi}{3}) \text{ m/s} \end{pmatrix}$$

Die Ball schlägt auf dem Boden auf, wenn die Z-Komponente gleich null ist.

$$v_{z0}t - g \frac{t^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{2v_{0z}}{g} = 3.5 \text{ s}$$

Berechnung Bremszeit und Bremsweg

Es gilt:

1. $v(t) = v_0 - a \cdot t$
2. $s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Wobei es sich bei $a \cdot t$ (1.) um die Geschwindigkeit handelt die während des Bremsvorgangs verloren gegangen ist. Bei $v_0 \cdot t$ (2.) handelt es sich um die Strecke die zurückgelegt worden wäre wenn nicht gebremst worden wäre, bei $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ um die Strecke die durch den Bremsvorgang weniger zurückgelegt worden ist.

Bremszeit

Der Gegenstand kommt zum stillstand, wenn $v(t) = 0$ ist. Es lässt sich nun die Bremszeit ermitteln:

$$v_0 - a \cdot t = 0 \Rightarrow v_0 = a \cdot t \Rightarrow t_B = \frac{v_0}{a}$$

Allenfalls Reaktionszeit noch dazurechnen!

Bremsweg

Aufgrund der Bremszeit lässt sich nun der Bremsweg ermitteln. Hierfür setzt man die Bremszeit in die Gleichung 2. ein:

$$\begin{aligned} s(t) &= s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ \Rightarrow s_B &= s_0 + v_0 \cdot \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v_0^2}{a^2} = s_0 + \frac{v_0^2}{2a} \\ s_0 &= v_0 \cdot \text{Reaktionszeit} \end{aligned}$$

Zentrifuge

Eine Zentrifuge drehe sich mit einer Winkelgeschwindigkeit von 20 s^{-1} . Die Zentrifugengläser (Proben) befinden sich in einem Abstand von 10 cm von der Drehachse.

1. Wie gross ist die Bahngeschwindigkeit in m/s und welcher Weg wird in einer Sekunde zurückgelegt?
2. Welche Zentrifugalbeschleunigung wirkt auf die Proben?

Gegeben: $w = 20 \text{ s}^{-1}$, $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

1. $v = r \cdot w = 0,1 \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ m/s}$
 $s = 2 \text{ m}$
2. $a_z = r \cdot w^2 = 0,1 \cdot 20^2 \text{ s}^{-2} = 40 \text{ m/s}^2$

Beispiele

Schaufelrad

Das Schaufelrad einer Turbine (Flugzeugtriebwerk) drehe sich mit 30000 U/min. Die einzelnen Schaufeln haben eine Masse von 50 g und befinden sich im Abstand von 15 cm von der Drehachse entfernt.

- Welche Kraft muss mindestens aufgebracht werden, damit die Schaufeln nicht aus der Turbine fliegen?

Gegeben: $m = 0.05kg, r = 0.15m$

- $w = 2\pi \cdot \frac{u/min}{60s} = 2\pi\nu = 2\pi \cdot \frac{3 \cdot 10^3}{60} = 3.41 \cdot 10^3$
 $F_z = m \cdot w^2 \cdot r = 7.4 \cdot 10^4 N$

Waage im Lift

Eine Person mit einer Masse von 70 kg stehe auf einer Waage, welche sich in einem Lift befinde. Der Lift beschleunige mit $a_L = 1.7m/s^2$.

1. Was zeigt die Waage an beim aufwärts fahren?
2. Was zeigt die Waage an beim abwärts fahren?

Gegeben: $m = 70kg$

Formel: $\tilde{m} = \frac{\tilde{F}}{g} = \frac{m\tilde{g}}{g} = \frac{m(g \pm a)}{g}$

1. $m_1 = \frac{m(g+a)}{g} = \frac{70kg \cdot (9.81+1.7)m/s^2}{9.81m/s^2} = 82.1kg$
2. $m_2 = \frac{m(g-a)}{g} = \frac{70kg \cdot (9.81-1.7)m/s^2}{9.81m/s^2} = 57.9kg$

Fahrzeugkollision

Ein Fahrzeugenker mit einer Masse von 80 kg kollidiere mit seinem Fahrzeug mit einer Mauer. Die Geschwindigkeiten vor der Kollision betrage 56 km/h. Das Fahrzeug komme innerhalb von 0.2 s zum Stehen.

- Welcher maximalen Belastung müsste ein Sicherheitsgurt standhalten?

Gegeben: $m = 80kg, v_{max} = 56km/h = 15.5m/s$ (km/h : 3.6 = m/s), $\Delta t = 0.2s$

- $a_{max} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15.5m/s}{0.2s} = 77.5m/s^2$
 $F = m \cdot a = 77.5m/s^2 \cdot 80kg = 6200N = 6.2kN$

Computertomographie

Bei CT (Computertomographie)-Scannern rotieren Detektor und Strahlerteil in einem typischen Abstand von 60 cm von der Drehachse um den Patienten.

- Welche Masse darf der Strahlerteil haben, wenn eine Fleihkraft von 4737 N nicht überschritten werden kann und pro Sekunde eine Umdrehung "gescannt" wird.

Gegeben: $r = 0.6m, F_z = 4737N = 4737kg \cdot ms^{-2}$

Formel: $F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r$

- $m = \frac{F_z}{\omega^2 \cdot r} = \frac{4737kg \cdot ms^{-2}}{4\pi^2 s^{-2} \cdot 0.6m} \simeq 200kg$

Arbeit, Energie, Potential

Beispiele

Freier Fall

Auf der Erde

Gegeben: $m = 10\text{kg}$, $h = 20\text{m}$, EE: $E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$

- $E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2} \implies 0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 2$
- $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot 20\text{m}} = 19.8\text{m/s}$

Auf dem Mond

Gegeben: $\gamma = 6.672 \cdot 10^{-11}\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$, $M = 7.349 \cdot 10^{22}\text{kg}$, $r_m = 1.738 \cdot 10^{16}\text{m}$, $F_{G,M} = m \cdot g_M = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2}$

- $F_{G,M} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2} = 6.672 \cdot 10^{-11}\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2} \cdot \frac{1.738 \cdot 10^{16} \cdot 10\text{kg}}{1.738^2 \cdot 10^{12} \cdot \text{m}^2} = 1.62\text{m/s}^2$
- $v_M = \sqrt{2g_M h} = \sqrt{2 \cdot 1.62\text{m/s}^2 \cdot 20\text{m}} = 8.05\text{m/s} \simeq 8.1\text{m/s}$

Energieerhaltung

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = \text{const.}$$

$$E_{kin \text{ Anfang}} + E_{pot \text{ a}} = E_{kin \text{ Ende}} + E_{pot \text{ E}}$$

$$\Delta W = E_{pot \text{ A}} - E_{pot \text{ E}}$$

$$E_{kin \text{ A}} + \Delta W = E_{kin \text{ E}}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_0^2 + \Delta W = \frac{m}{2} \cdot v_2^2 \quad | \cdot \frac{2}{m}$$

$$v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m} = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m}} = \sqrt{\frac{mv_0^2 + 2\Delta W}{m}}$$

Elementarladung

$$1e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$$

$$1\text{C} = 1\text{As} \implies I = \frac{dQ}{dt} = \frac{C}{s} = A$$

$$E_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}\text{As/Vm}$$

Elektrisches Feld

$$E(r) = \frac{\rho}{2\pi E_0} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\gamma(r) = -\int E dr = -\frac{\rho}{2\pi E_0} \cdot \int \frac{1}{r} dr = -\frac{\rho}{2\pi E_0} \cdot \ln(r) + C$$

Kraft auf eine Punktladung

$$\vec{F}_c = q_0 \cdot \vec{E} \implies \vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q_0}$$

$$dE_{pot} = -\vec{F} d\vec{l}$$

$$dE_{pot} = -q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\int d\gamma = \frac{dE_{pot}}{q_0} = -\int_b \vec{E} d\vec{l}$$

$$\Delta\gamma = -\int \vec{E} d\vec{l} = \gamma(a) - \gamma(b)$$

$$\gamma(r) = \frac{1}{4\pi E_0} \cdot \left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|}\right)$$

Potential eines Punktuellen-Ladungssystem

$$\gamma(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_i \cdot \frac{q_i}{r_i}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{q}{r^3} \cdot \vec{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|^3} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{l}) \right)$$

Arbeit

Gegeben sind 2 positiv geladene Teilchen q,Q und Abstand r_1, r_2 .

$$\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_e d\vec{r} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Kollision - elastischer Stoss

Zwei Kugeln kollidieren frontal in einem elastischen Stoss. Die erste Kugel hat eine Masse von $m_1 = 2kg$, die zweite $m_2 = 3kg$. Wir nehmen an, die Kollision geschehe auf der x - Achse und behandeln sie als eindimensionale Bewegung. Die erste Kugel hat eine Anfangsgeschwindigkeit von $u_1 = 3m/s$, die zweite $u_2 = -4ms$. Wie gross werden die Endgeschwindigkeiten v_1, v_2 sein?

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot u_1 + 2m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

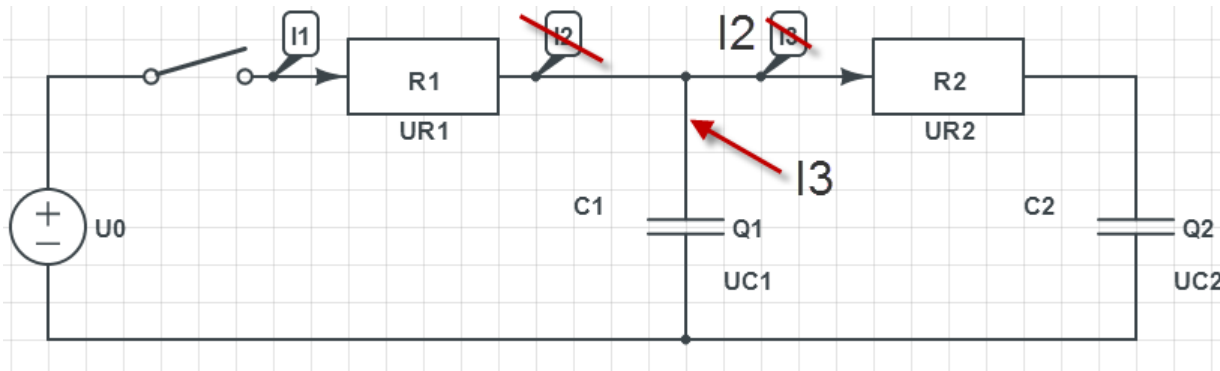
$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot u_2 + 2m_1 u_1}{m_1 + m_2}$$

Einsetzen ergibt:

$$v_1 = -5.4m/s$$

$$v_2 = 1.6m/s$$

Beispiele



Maschenregel

$$U_{R1} + U_{C1} - U_0 = 0$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot (I_2 + I_3) + \frac{Q_1}{C_1} - U_0 = 0$$

$$U_{R1} + U_{R2} + U_{C2} - U_0 = 0$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot (I_2 + I_3) + R_2 \cdot I_2 + \frac{Q_2}{C_2} - U_0 = 0$$

Knotenregel

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 - \frac{dQ_2}{dt} - \frac{dQ_1}{dt} = 0$$

Weitere Berechnungen:

Am Widerstand abgegebene Energie: $P = \frac{dE}{dt} = U_R I = \frac{U_R^2}{R} = \frac{U_0^2 e^{\frac{2t}{RC}}}{R} \Rightarrow E = \int_0^\infty \frac{-U_0^2 e^{\frac{2t}{RC}}}{R} dt = -\frac{CU_0^2}{2}$

Kapazität bei gegebenen U/t : $C \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow C = \frac{I}{\frac{dU}{dt}}$

BM-Beispiel

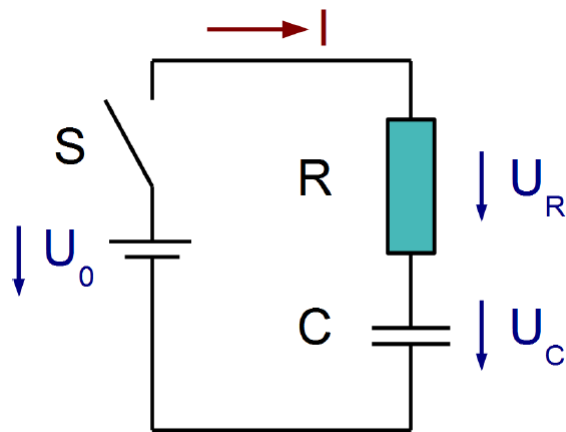


Figure 1.1: RC - Schaltung

Gegeben:

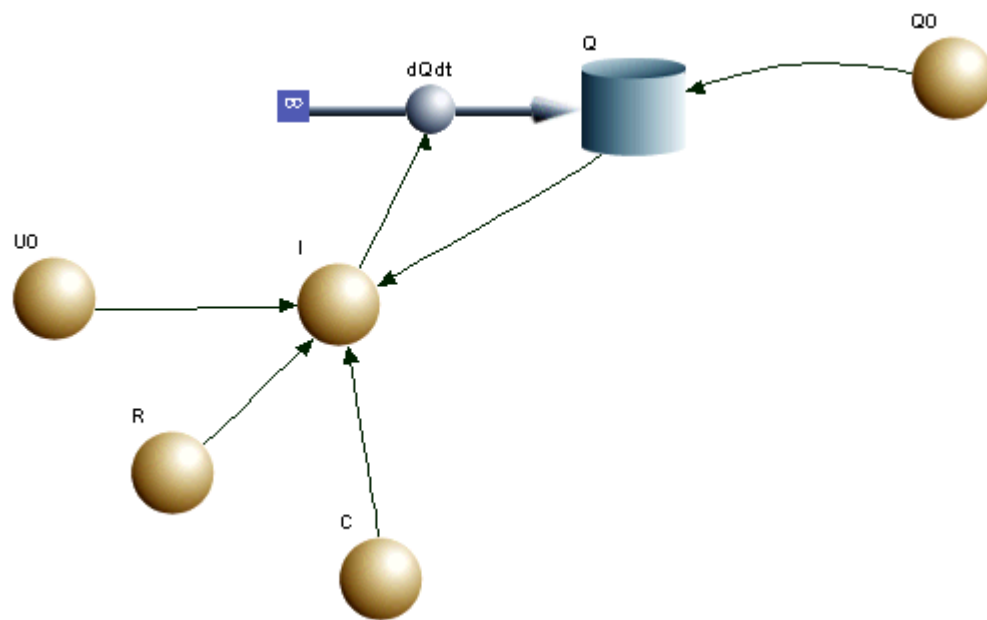
$$R = 1000\Omega, U_0 = 5V, C = 0.001F$$

Formeln:

$$U_0 = U_R + U_C = I \cdot R + \frac{Q}{C}$$

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{1}{R} \cdot (U_0 - \frac{Q}{C})$$

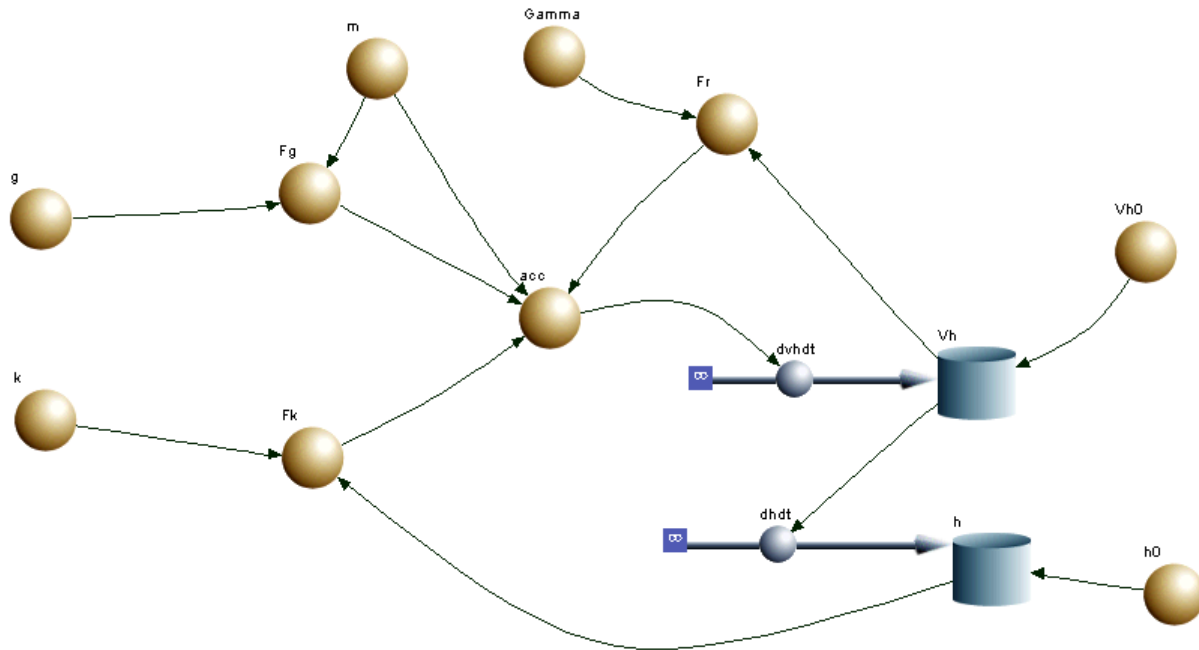
$$U_R = U_0 - U_C$$



BM-Beispiel (Hydrodynamisch)

Gegeben sei eine vertikale Feder mit einer Masse m . Wir betrachten die vertikale Koordinate $h(t)$ und behandeln das Problem eindimensional. Die Koordinatenachse ist so gewählt, dass das untere Ende der unbelasteten Feder bei $h = 0$ ist. Die Feder habe die Federkonstante $k = 1 \text{ kg/s}^2$. Auf die Masse wirken drei Kräfte:

- Die Gravitationskraft $F_G = -mg$
- Die Federkraft $F_k = -kh$
- Eine Dämpfungskraft $F_r = -\gamma h$ mit $\gamma = 0.03 \text{ kg/s}$



Formeln:

- $F_r = -\gamma \cdot v_h$
- $F_G = -m \cdot g$
- $F_k = -k \cdot h$
- $Acc = \frac{1}{m} \cdot (F_G + F_k + F_r)$

Bei Gleitreibung gilt:

- $F_r = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{v_h}{|v_h|}$
- $-\mu \cdot m \cdot g \cdot (\text{IF } \text{Abs}(v_h) < 0.00001 \text{ THEN } 0 \text{ ELSE } v_h / \text{Abs}(v_h))$

Bei aerodynamischer Reibung gilt:

- $F_r = -K_{air} \cdot \frac{v_h^3}{|v_h|}$
- $-K_{air} \cdot (\text{IF } \text{Abs}(v_h) < 0.00001 \text{ THEN } 0 \text{ ELSE } v_h^3 / \text{Abs}(v_h))$