Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Ortsfunktion

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist die zeitliche Ableitung der Ortsfunktion:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{r}'(t) = \begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \\ \frac{dz(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}$$

Geschwindigkeit ist ein Vektor, die Schnelligkeit ihr Betrag.

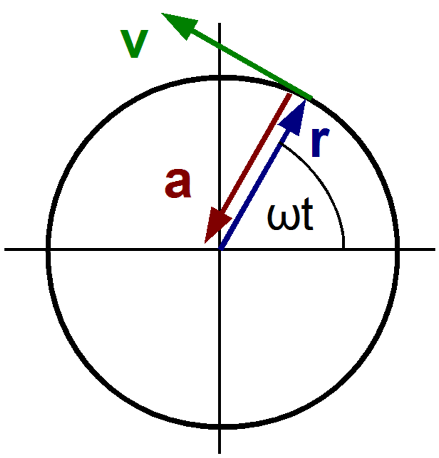
Beschleunigung

Die Beschleunigung ist die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeits resp. die zweite zeitliche Ableitung der Ortsfunktion.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x(t)}{dt} \\ \frac{dv_y(t)}{dt} \\ \frac{dv_z(t)}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}(t)}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$

Kreisbewegung



ω = Winkel pro Sekunde

$T = \frac{2\Pi}{\omega}$ =Periode, Zeit für einen Umlauf ($360° = 2\Pi$)

Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r\,cos(\omega t) \\ r\,sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$|\vec{r}(t)| = r$$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r\,cos(\omega(t+T)) \\ r\,sin(\omega(t+T)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\,cos(\omega t + 2\Pi) \\ r\,sin(\omega t + 2\Pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\,cos(\omega t) \\ r\,sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

Geschwindigkeit

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} -r\omega sin(\omega t) \\ r\omega cos(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$|\vec{v}(t)| = r\omega$$

Beschleunigung

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} -r\omega^2 cos(\omega t) \\ -r\omega^2 sind(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}(t)| = r\omega^2$$