

Grundintegrale

- $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln |x| + c$
- $\int e^x \cdot dx = e^x + c$
- $\int a^x \cdot dx = \int e^{\ln(a) \cdot x} \cdot dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + c, a > 0, a \neq 1$
- $\int \cos(x) \cdot dx = \sin(x) + c$
- $\int \sin(x) \cdot dx = -\cos(x) + c$
- $\int \frac{1}{x^2+a^2} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + c$

Elementare Rechenregeln

Regel vom konstanten Faktor

$$\int k \cdot f(x) \cdot dx = k \cdot F(x) + c$$

- $\int 25e^x \cdot dx = 25 \cdot e^x + c$
- $\int -13x^3 \cdot dx = -13 \cdot \frac{x^4}{4} + c$

Skalierungsregel

$$\int f(k \cdot x) \cdot dx = \frac{F(k \cdot x)}{k} + c$$

- $\int e^{\frac{3}{2}x} \cdot dx = \frac{e^{\frac{3}{2}x}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3} \cdot e^{\frac{3}{2}x}$

Translationsregel

$$\int f(x+k) \cdot dx = F(x+k) + c$$

- $\int \frac{1}{x-6} \cdot dx = \ln |x-6| + c$

Summenregel

$$\int f(x) \pm g(x) \cdot dx = F(x) \pm G(x) + c$$

- $\int (8x^3 - 4x + 2) \cdot dx = 8 \cdot \frac{x^4}{4} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 2x + c = 2x^4 - 2x^2 + 2x + c$

Produktregel

$$\int f(x) \cdot g(x) \cdot dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x) \cdot dx$$

- $\int x^2 \cdot e^x \cdot dx = e^x \cdot x^2 - \int e^x \cdot 2x \cdot dx = e^x \cdot x^2 - 2[x \cdot e^x - \int 1 \cdot e^x \cdot dx] = e^x \cdot x^2 - 2xe^x + 2e^x + c = e^x[x^2 - 2x + 2] + c$

Bemerkung: Hier wurde x^2 jeweils abgeleitet und e^x integriert.

- $\int x \cdot \cos(x) \cdot dx = \sin(x) \cdot x - \int 1 \cdot \sin(x) \cdot dx = \sin(x) \cdot x + \cos(x) + c$

Bemerkung: Hier wurde x abgeleitet und $\cos(x)$ integriert.

Integration und Substitution

- $\int f(u(x)) \cdot u' \cdot dx = \int f(u) \cdot du$
- $\frac{dx}{du} = d'(u)$