Wahrscheinlichkeitsrechnung

1 TR-Formel

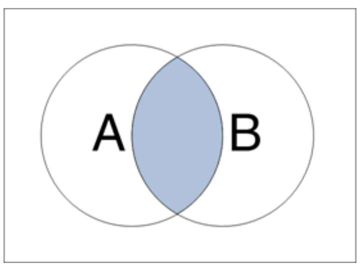
$(a+\frac{1}{a})^2 \Rightarrow expand((a+\frac{1}{a})^2)$

$\binom{10}{2} - \binom{9}{2} \Rightarrow nCr(10,2) - nCr(9,2)$

$\binom{x}{2} = 595 \Rightarrow solve(nCr(x,2) = 595, x)$

2 Verknüpfung von Ereignissen

Kommutativgesetz	$A \cap B = B \cap A$, $A \cup B = B \cup A$
Assoziativgesetz	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
Distributivgesetz	$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$, $(A \cup B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
De Morgansche Regel	$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$
Aus $A \subset B$	$\bar{B} \subset \bar{A}$
Differenzmenge	$A \setminus B = A \cap \bar{B}$
A und B	$A \cap B$
A oder B	$A \cup B$
$P(A \cap B) = 0$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



3 Axiomatische Wahrscheinlichkeit

Sei Ω ein Ergebnisraum. Eine Ereignisalgebra Λ ist eine Teilmenge der Potenzmenge $P(\Omega)$ mit den Eigenschaften:

- $\Omega \in \Lambda \Rightarrow 0 \in \Lambda$
- Für $A, \bar{A} \in \Lambda$ gilt $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- Für $A, B \in \Lambda$ gilt: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$

4 Totale Wahrscheinlichkeit

Sei $B \subseteq \Omega$ ein Ereignis, und die Ereignisse $A_1, ..., A_n \subseteq \Omega$ seien eine Partition von Ω dann gilt:

$P(B) = \sum_{k=1}^{n} P(B|A_k) \cdot P(A_k)$

$P(B|A_k) = \frac{P(B \cap A_k)}{P(A_k)}$

5 Satz von Bayes

A : Patient hat Krebs.

B : Testergebnis ist positiv.

$$P(B|A) = 0.98 = P(\text{Testergebnis ist positiv bei Krebs}).$$
$$P(B|\overline{A}) = 0.03 = P(\text{Testergebnis ist positiv bei Nichtkrebs}).$$
$$P(A) = 0.001.$$

Eine Person unterzieht sich dem Test ohne zu wissen ob sie Krebs hat, und der Test ist positiv. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person tatsächlich Krebs hat?

Wir fragen nach der Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$. Die Partition von Ω ist hier einfach:

$$\Omega = A \cup \overline{A}. \tag{4.12}$$

Somit folgt mit dem Satz von Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\overline{A}) \cdot P(\overline{A})} = \frac{0.98 \cdot 0.001}{0.98 \cdot 0.001 + 0.03 \cdot 0.999} = 0.0317.$$