Physik

Fabio Germann & Jonas Gschwend

07.01.2014

Beispiele

Bahnkurve

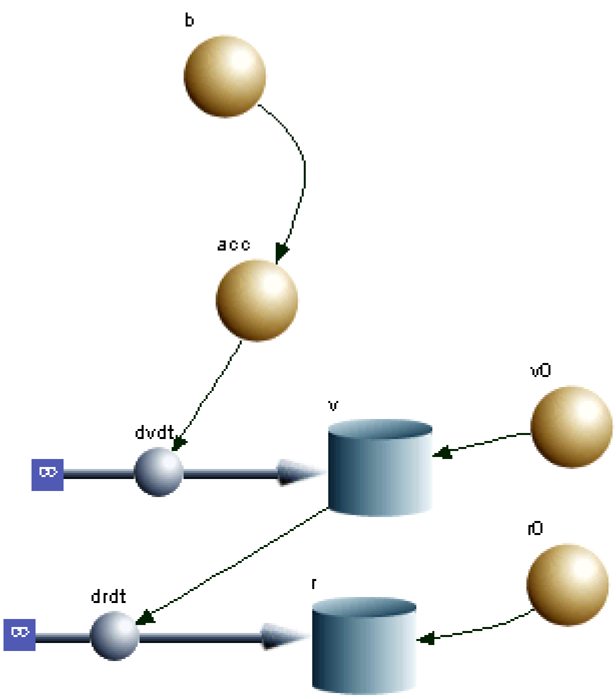
Sie haben einen Ball, der sich auf folgender Bahnkurve bewegt:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} at \\ bt^2 \\ c \end{pmatrix}$$

Wie gross sind die Geschwindigkeit $\vec{v}$ und die Beschleunigung $\vec{a}$ im Zeitpunkt t?

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} a \\ 2bt \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2b \\ 0 \end{pmatrix}$$



Berechnung Bremszeit und Bremsweg

Es gilt:

1. $v(t) = v_0 - a \cdot t$
2. $s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Wobei es sich bei $a \cdot t$ (1.) um die Geschwindigkeit handelt die während des Bremsvorgangs verloren gegangen ist.
Bei $v_0 \cdot t$ (2.) handelt es sich um die Strecke die zurückgelegt worden wäre wenn nicht gebremst worden wäre, bei $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$um die Strecke die durch den Bremsvorgange weniger zurückgelegt worden ist.

Bremszeit

Der Gegenstand kommt zum stillstand, wenn $v(t) = 0$ ist. Es lässt sich nun die Bremszeit ermitteln:

$$v_0 \cdot s_0 - a \cdot t = 0 \Rightarrow v_0 = a \cdot t \Rightarrow t_B = \frac{v_0}{a}$$

Allenfalls Reaktionszeit noch dazurechnen!

Bremsweg

Aufgrund der Bremszeit lässt sich nun der Bremsweg ermitteln.
Hierfür wird setzt man die Bremszeit in die Gleichung 2. ein:

$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
$\Rightarrow s_B = s_0 + v_0 \cdot \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v_0^2}{a^2} = s_0 + \frac{v_0^2}{2a}$
$s_0 = v_0 \cdot$Reaktionszeit

Zentrifuge

Eine Zentrifuge drehe sich mit einer Winkelgeschwindigkeit von 20 s-1. Die Zentrifugengläser (Proben) befinden sich in einem Abstand von 10 cm von der Drehachse.

1. Wie gross ist die Bahngeschwindigkeit in m/s und welcher Weg wird in einer Sekunde zurückgelegt?

2. Welche Zentrifugalbeschleunigung wirkt auf die Proben?

Gegeben: $w = 20s^{-1}$, $r = 10cm = 0,1m$

1. $v = r \cdot w = 0.1 \cdot 20s^{-1} = 2m/s$
   $s = 2m$

2. $a_z = r \cdot w^2 = 0.1 * 20^2 s^{-2} = 40m/s^2$

Beispiele

Schaufelrad

Das Schaufelrad einer Turbine (Flugzeugtriebwerk) drehe sich mit 30000 U/min. Die einzelnen Schaufeln haben eine Masse von 50 g und befinden sich im Abstand von 15 cm von der Drehachse entfernt.

- Welche Kraft muss mindestens aufgebracht werden, damit die Schaufeln nicht aus der Turbine fliegen?

Gegeben: $m = 0.05kg$,$r = 0.15m$

- $w = 2\Pi \cdot \frac{u/min}{60s} = 2\Pi\nu = 2\Pi \cdot \frac{3*10^3}{60} = 3.41 \cdot 10^3$
  $F_z = m \cdot w^2 \cdot r = 7.4 \cdot 10^4 N$

Waage im Lift

Eine Person mit einer Masse von 70 kg stehe auf einer Waage, welche sich in einem Lift befinde. Der Lift beschleunige mit $a_L = 1.7m/s^2$.

1. Was zeigt die Waage an beim aufwärts fahren?
2. Was zeit die Waage an beim abwärts fahren?

Gegeben: $m = 70kg$
Formel: $\widetilde{m} = \frac{\widetilde{F}}{g} = \frac{m\widetilde{g}}{g} = \frac{m(g \pm a)}{g}$

1. $m_1 = \frac{m(g+a)}{g} = \frac{70kg \cdot (9.81+1.7)m/s^2}{9.81m/s^2} = 82.1kg$
2. $m_2 = \frac{m(g+a)}{g} = \frac{70kg \cdot (9.8-1.7)m/s^2}{9.81m/s^2} = 57.9kg$

Fahrzeugkollision

Ein Fahrzeuglenker mit einer Masse von 80 kg kollidiere mit seinem Fahrzeug mit einer Mauer. Die Geschwindigkeiten vor der Kollision betrage 56 km/h. Das Fahrzeug komme innerhalb von 0.2 s zum Stehen.

- Welcher maximalen Belastung müsste ein Sicherheitsgurt standhalten?

Gegeben: $m = 80kg$, $v_{max} = 56km/h = 15.5m/s$ (km/h : 3.6 =m/s), $\Delta t = 0.2s$

- $a_{max} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15.5m/s}{0.2s} = 77.5m/s^2$
  $F = m \cdot a = 77.5m/s^2 \cdot 80kg = 6200N = 6.2kN$

Computertomographie

Bei CT (Computertomogeaphie)-Scannern rotieren Detetktor und Strahlerteil in einem typischen Abstand von 60 cm von der Drehachse um den Patienten.

- Welche Masse darf der Strahlerteil haben, wenn eine Fleihkraft von 4737 N nicht überschritten werden kann und pro Sekunde eine Umdrehung "gescannt" wird.

Gegeben: $r = 0.6m$, $F_z = 4737N = 4737kg \cdot ms^{-2}$
Formel: $F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r$

- $m = \frac{F_z}{\omega^2 \cdot r} = \frac{4737kg \cdot ms^{-2}}{4\Pi^2 s^{-2} \cdot 0.6m} \backsimeq 200kg$

Arbeit, Energie, Potential

Beispiele

Freier Fall

Auf der Erde

Gegeben: $m = 10kg$, $h = 20m$, EE: $E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$

- $E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2} \Longrightarrow 0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 2$
- $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81 m/s^2 \cdot 20m} = 19.8m/s$

Auf dem Mond

Gegeben: $\gamma = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$, $M = 7.349 \cdot 10^{22} kg$, $r_m = 1.738 \cdot 10^{16} m$, $F_{G,M} = m \cdot g_M = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2}$

- $F_{G,M} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2} = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \cdot \frac{1.738 \cdot 10^{16} \cdot 10kg}{1.738^2 \cdot 10^{12} \cdot m^2} = 1.62m/s^2$
- $v_M = \sqrt{2 g_M h} = \sqrt{2 \cdot 1.62 m/s^2 \cdot 20m} = 8.05m/s \simeq 8.1m/s$

Energieerhaltung

$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = const.$
$E_{kin\ Anfang} + E_{pot\ a} = E_{kin\ Ende} + E_{pot\ E}$
$\Delta W = E_{pot\ A} - E_{pot\ E}$
$E_{kin\ A} + \Delta W = E_{kin\ E}$
$\frac{m}{2} \cdot v_0^2 + \Delta W = \frac{m}{2} \cdot v_2^2 \ | \cdot \frac{2}{m}$
$v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m} = v_2^2$
$v_2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m}} = \sqrt{\frac{m v_0^2 2\Delta W}{m}}$

Elementarladung

$1e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$
$1C = 1As \Longrightarrow I = \frac{dQ}{dt} = \frac{C}{s} = A$
$E_0 = 8.88542 \cdot 10^{-12} As/Vm$

Elektrisches Feld

$E(r) = \frac{\varrho}{2\Pi E_0} \cdot \frac{1}{r}$
$\gamma(r) = -\int E dr = -\frac{\varrho}{2\Pi E_0} \cdot \int \frac{1}{r} dr = -\frac{\varrho}{2\Pi E_0} \cdot ln(r) + C$

Kraft auf eine Punktladung

$\vec{F_c} = q_0 \cdot \vec{E} \Longrightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F_c}}{q_0}$
$dE_{pot} = -\vec{F} d\vec{l}$
$dE_{pot} = -q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$
$\int d\gamma = \frac{dE_{pot}}{q_0} = -\int \vec{E} d\vec{l}$
$\Delta\gamma = -\int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \gamma(a) - \gamma(b)$
$\gamma(r) = \frac{1}{4\Pi E_0} \cdot (-\frac{q}{r} + \frac{q}{|\vec{r} - \vec{l}|})$

Potential eines Punktuellen-Ladungssystem

$\gamma(r) = \frac{1}{4\Pi E_0} \cdot \sum_i \cdot \frac{q_i}{r_i}$

$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\Pi E_0} \cdot (-\frac{q}{r^3} \cdot \vec{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|^3} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{l}))$

Arbeit

Gegeben sind 2 positiv geladene Teilchen q,Q und Abstand r_1, r_2.

$$\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_c d\vec{r} = \frac{q \cdot Q}{4\Pi E_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q \cdot Q}{4\Pi E_0} \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$$

Kollision - elastischer Stoss

Zwei Kugeln kollidieren frontal in einem elastischen Stoss. Die erste Kugel hat eine Masse von $m_1 = 2kg$, die zweite $m_2 = 3kg$. Wir nehmen an, die Kollision geschehe auf der x - Achse und behandeln sie als eindimensionale Bewegung. Die erste Kugel hat eine Anfangsgeschwindigkeit von $u_1 = 3m/s$, die zweite $u_2 = -4ms$. Wie gross werden die Endgeschwindigkeiten v_1, v_2sein?

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot u_1 + 2m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

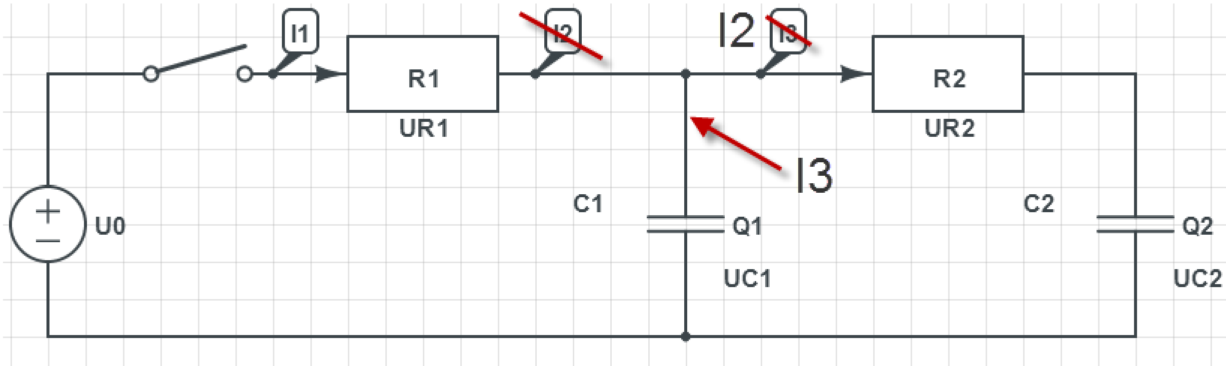
$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot u_2 + 2m_1 u_1}{m_1 + m_2}$$

Einsetzen ergibt:

$$v_1 = -5.4m/s$$

$$v_2 = 1.6m/s$$

Beispiele



Maschenregel

$U_{R1} + U_{C1} - U_0 = 0$
$\Rightarrow R_1 \cdot (I_2 + I_3) + \frac{Q_1}{C_1} - U_0 = 0$
$U_{R1} + U_{R2} + U_{C2} - U_0 = 0$
$\Rightarrow R_1 \cdot (I_2 + I_3) + R_2 \cdot I_2 + \frac{Q_2}{C_2} - U_0 = 0$

Knotenregel

$I_1 - I_2 - I_3 = 0$
$\Rightarrow I_1 - \frac{dQ_2}{dt} - \frac{dQ_1}{dt} = 0$

BM-Beispiel

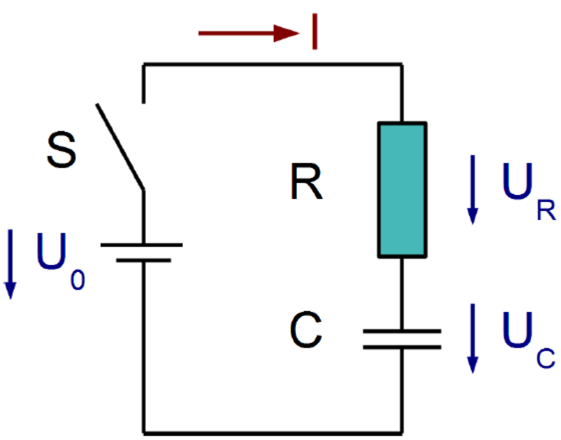
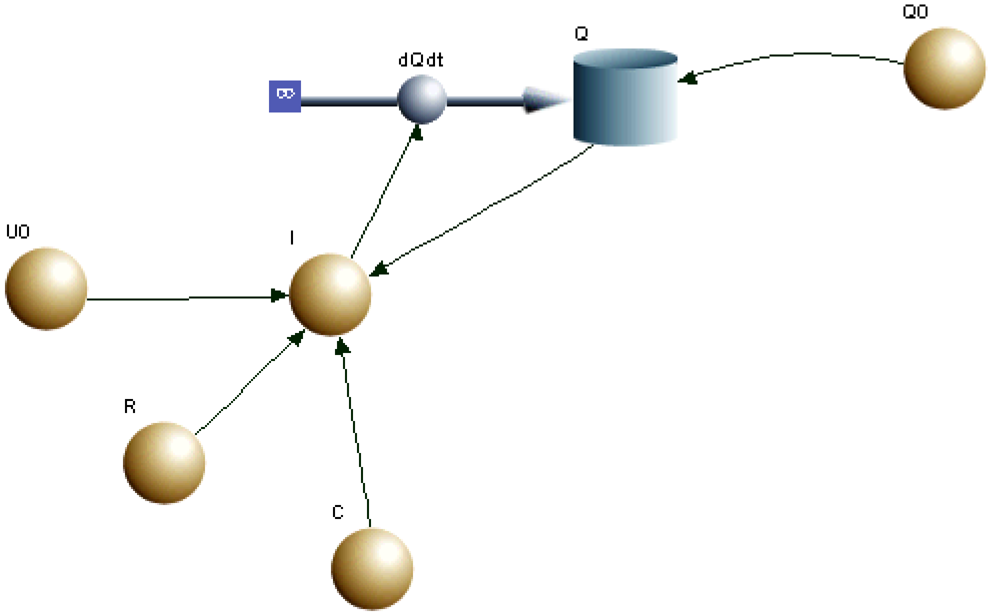


Figure 1.1: RC - Schaltung

Gegeben:

$R = 1000\Omega,\ U_0 = 5V,\ C = 0.001F$

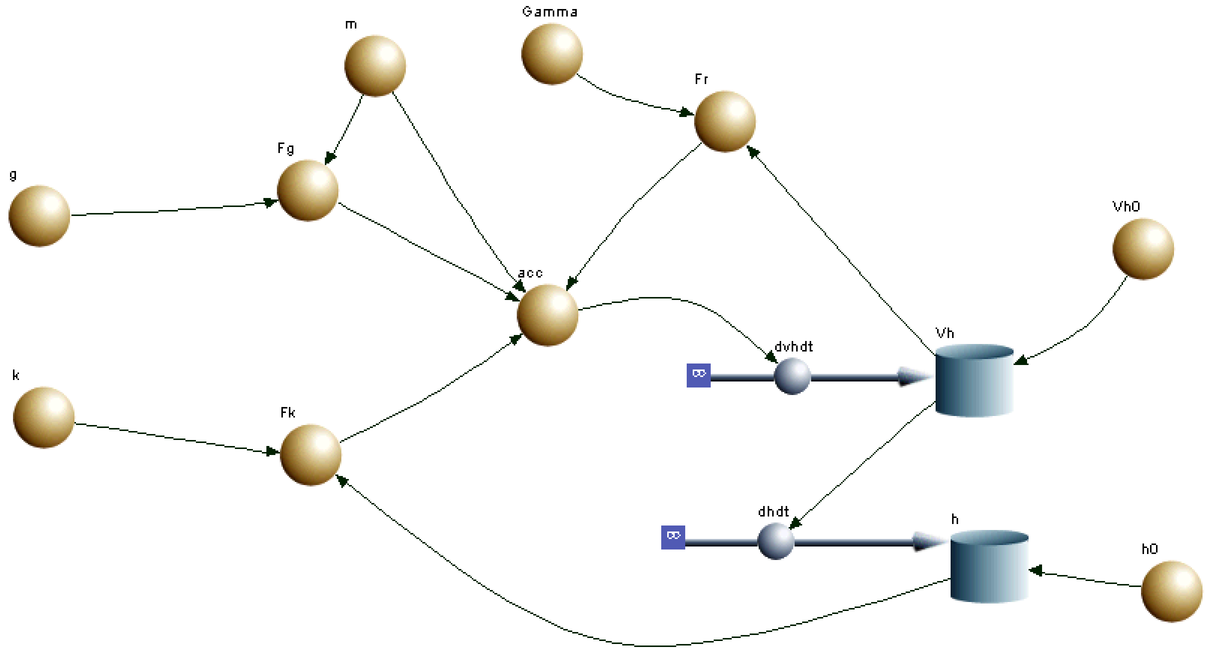
Formeln:
$U_0 = U_R + U_C = I \cdot R + \frac{Q}{C}$
$I = \frac{U_R}{R} = \frac{1}{R} \cdot (U_0 - \frac{Q}{C})$
$U_R = U_0 - U_C$


Q0
Q
dQdt
U0
I
R
C

BM-Beispiel (Hydrodynamisch)

Gegeben sei eine vertikale Feder mit einer Masse m. Wir betrachten die vertikale Koordinate h(t) und behandeln das Problemeindimensional. Die Koordinatenachse ist so gewählt, dass das untere Ende der unbelasteten Feder bei h = 0 ist. Die Feder habe die Federkonstante $k = 1kg/s^2$. Auf die Masse wirken drei Kräfte:

- Die Gravitationskraft $F_G = -mg$
- Die Federkraft $F_k = -kh$
- Eine Dämpfungskraft $F_r = -\gamma h$ mit $\gamma = 0.03kg/s$



Formeln:

- $F_r = -\gamma \cdot v_h$
- $F_G = -m \cdot g$
- $F_k = -k \cdot h$
- $Acc = \frac{1}{m} \cdot (F_G + F_k + F_r)$

Bei Gleitreibung gilt:

- $F_r = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{v_h}{|v_h|}$
- - mu * m * g * (IF Abs(vh) < 0.00001 THEN 0 ELSE vh / Abs(vh))

Bei aerodynamischer Reibung gilt:

- $F_r = -K_{air} \cdot \frac{v_h^3}{|v_h|}$
- - Kair * (IF Abs(vh) < 0.00001 THEN 0 ELSE vh^3 / Abs(vh))