

# Kinetik

## Ortsfunktion

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

## Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist die zeitliche Ableitung der Ortsfunktion:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{r}'(t) = \begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \\ \frac{dz(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}$$

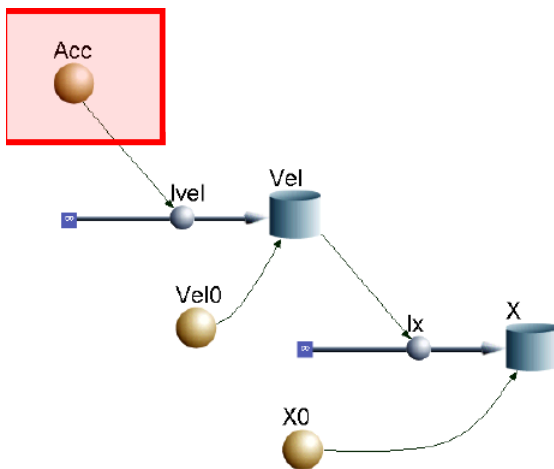
Geschwindigkeit ist ein Vektor, die Schnelligkeit ihr Betrag.

## Beschleunigung

Die Beschleunigung ist die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeits resp. die zweite zeitliche Ableitung der Ortsfunktion.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x(t)}{dt} \\ \frac{dv_y(t)}{dt} \\ \frac{dv_z(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$



## Kraft

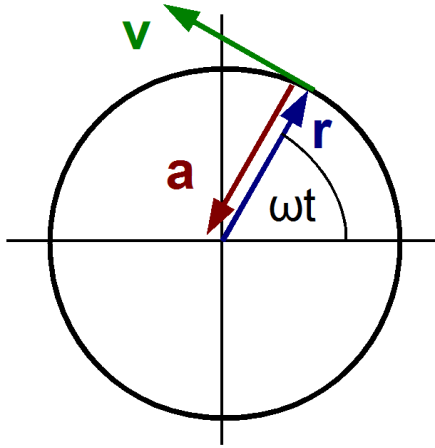
Die Kraft ist das Produkt von Masse und Beschleunigung:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

## Schiefer Wurf

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \\ v_{z0} - gt \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} r_{x0} + v_{x0}t \\ r_{y0} + v_{y0}t \\ r_{z0} + v_{z0}t - g\frac{t^2}{2} \end{pmatrix}$$

# Kreisbewegung



$\omega$  = Winkel pro Sekunde

$T = \frac{2\Pi}{\omega}$  = Periode, Zeit für einen Umlauf ( $360^\circ = 2\Pi$ )

## Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r \cos(\omega t) \\ r \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$|\vec{r}(t)| = r$$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r \cos(\omega(t+T)) \\ r \sin(\omega(t+T)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\omega t + 2\Pi) \\ r \sin(\omega t + 2\Pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\omega t) \\ r \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

## Geschwindigkeit

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} -r\omega \sin(\omega t) \\ r\omega \cos(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$|\vec{v}(t)| = r\omega$$

## Beschleunigung

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} -r\omega^2 \cos(\omega t) \\ -r\omega^2 \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}(t)| = r\omega^2$$

# Arbeit, Energie, Potential

## Beispiele

### Freier Fall

#### Auf der Erde

Gegeben:  $m = 10\text{kg}$ ,  $h = 20\text{m}$ , EE:  $E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$

- $E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2} \implies 0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 0$
- $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot 20\text{m}} = 19.8\text{m/s}$

## Auf dem Mond

Gegeben:  $\gamma = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ ,  $M = 7.349 \cdot 10^{22} kg$ ,  $r_m = 1.738 \cdot 10^{16} m$ ,  $F_{G,M} = m \cdot g_M = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2}$

- $F_{G,M} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r_M^2} = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \cdot \frac{1.738 \cdot 10^{16} \cdot 10 kg}{1.738^2 \cdot 10^{12} \cdot m^2} = 1.62 m/s^2$
- $v_M = \sqrt{2g_M h} = \sqrt{2 \cdot 1.62 m/s^2 \cdot 20 m} = 8.05 m/s \simeq 8.1 m/s$

## Energieerhaltung

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = const.$$

$$E_{kin \text{ Anfang}} + E_{pot \text{ a}} = E_{kin \text{ Ende}} + E_{pot \text{ E}}$$

$$\Delta W = E_{pot \text{ A}} - E_{pot \text{ E}}$$

$$E_{kin \text{ A}} + \Delta W = E_{kin \text{ E}}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_0^2 + \Delta W = \frac{m}{2} \cdot v_2^2 \quad | \cdot \frac{2}{m}$$

$$v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m} = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + \frac{2\Delta W}{m}} = \sqrt{\frac{mv_0^2 + 2\Delta W}{m}}$$

## Elementarladung

$$1e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$$

$$1C = 1As \implies I = \frac{dQ}{dt} = \frac{C}{s} = A$$

$$E_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} As/Vm$$

## Elektrisches Feld

$$E(r) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\gamma(r) = -\int E dr = -\frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \cdot \int \frac{1}{r} dr = -\frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln(r) + C$$

## Kraft auf eine Punktladung

$$\vec{F}_c = q_0 \cdot \vec{E} \implies \vec{E} = \frac{\vec{F}_c}{q_0}$$

$$dE_{pot} = -\vec{F} d\vec{l}$$

$$dE_{pot} = -q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\int d\gamma = \frac{dE_{pot}}{q_0} = -\int_b^a \vec{E} d\vec{l}$$

$$\Delta\gamma = -\int \vec{E} d\vec{l} = \gamma(a) - \gamma(b)$$

$$\gamma(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|}\right)$$

## Potential eines Punktuellen-Ladungssystem

$$\gamma(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_i \cdot \frac{q_i}{r_i}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{q}{r^3} \cdot \vec{r} + \frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|^3} \cdot (\vec{r} \cdot \vec{l})\right)$$

## Arbeit

Gegeben sind 2 positiv geladene Teilchen q, Q und Abstand  $r_1, r_2$ .

$$\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_c d\vec{r} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q \cdot Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$