Schaltungen

1 Allgemein

1.1 Formeln

$U = E \cdot d = \frac{\varrho \cdot d}{E_0} = \frac{Q \cdot d}{E_0 \cdot F}$
$C = \frac{Q}{U} = E_0 \cdot \frac{F}{d}$
$Q = C \cdot U$
$U = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{U}{I} \Rightarrow R = \varrho \cdot \frac{l}{A}$, $\varrho =$ spezifischer Widerstand
$I = \frac{dQ}{dt}$

1.2 Einheiten

$1T = 1\frac{N \cdot s}{C \cdot m} = 1\frac{N \cdot m \cdot s}{C \cdot s^2} = 1\frac{V \cdot s}{m^2}$
$1A = 1\frac{C}{s}$
$1N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2}$
$1F = 1\frac{C}{V} = 1\frac{A \cdot s}{V} = 1\frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}$
$\frac{V}{m} = \frac{N}{C}$

2 Kirchhoffschen Gesetze

2.1 Maschenregel

Die Maschenregel betrachtet die Teilspannungen in einer Masche eines Stromkreises. Geht man in einem Stromkreis einmal rund herum, bis wieder der gleiche Punkt erreicht wird, so muss die Spannungsdifferenz null sein:

$$\sum_k U_k = 0$$

Wäre dies nicht so, würde der Energieerhaltungssatz verletzt. Eine Ladung könnte sich immer in der gleichen Richtung im Stromkreis bewegen und würde dabei ein immer höheres Potential erreichen.

2.2 Knotenregel

Die Knotenregel besagt, dass an eine Knoten im Stromkreis die Summe aller Ströme null sein muss. Dafür muss den Strömen ein Vorzeichen zugeordnet werden:

$$\sum_k I_k = 0$$

Ladungen die pro Zeiteinheit zufliessen, müssen auch wieder abfliessen, wenn die Schaltung nur aus leitenden Drähten und Widerständen besteht.

3 Kondensatoren

3.1 Serienschaltung

$C = E \cdot \frac{A}{d_1 + d_2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Longrightarrow C = (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})^{-1}$

3.2 Parallelschaltung

$C = E \cdot \frac{A_1 + A_2}{d} = C_1 + C_2$
$C = C_1 + C_2$

4 Widerstände

4.1 Serienschaltung

$R = \varrho \cdot \frac{l_1+l_2}{A} = R_1 + R_2$

$R = R_1 + R_2$

4.2 Parallelschaltung

$R = \frac{1}{\varrho \cdot \frac{A_1}{l} + \varrho \cdot \frac{A_2}{l}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}} + \frac{1}{\frac{1}{R_2}}$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Longrightarrow R = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})^{-1}$

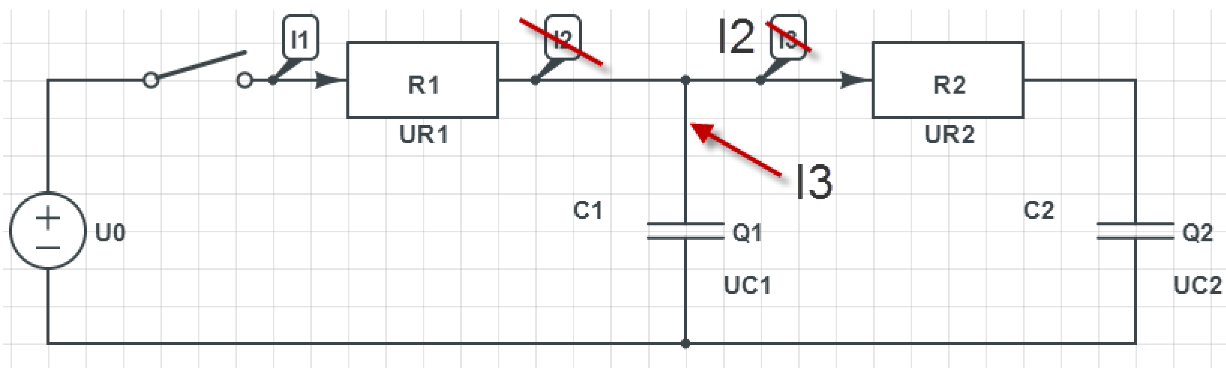
5 Lorentz-Kraft

$\vec{F_B} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

Lorentz-Kraft = Zentripetal-Kraft:

$evB = \frac{mv^2}{r}$

6 Beispiele



6.1 Maschenregel

$U_{R1} + U_{C1} - U_0 = 0$

$\Rightarrow R_1 \cdot (I_2 + I_3) + \frac{Q_1}{C_1} - U_0 = 0$

$U_{R1} + U_{R2} + U_{C2} - U_0 = 0$

$\Rightarrow R_1 \cdot (I_2 + I_3) + R_2 \cdot I_2 + \frac{Q_2}{C_2} - U_0 = 0$

6.2 Knotenregel

$I_1 - I_2 - I_3 = 0$

$\Rightarrow I_1 - \frac{dQ_2}{dt} - \frac{dQ_1}{dt} = 0$

BM-Beispiel

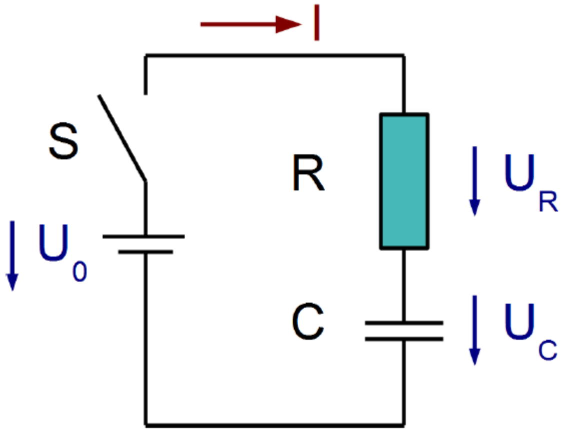


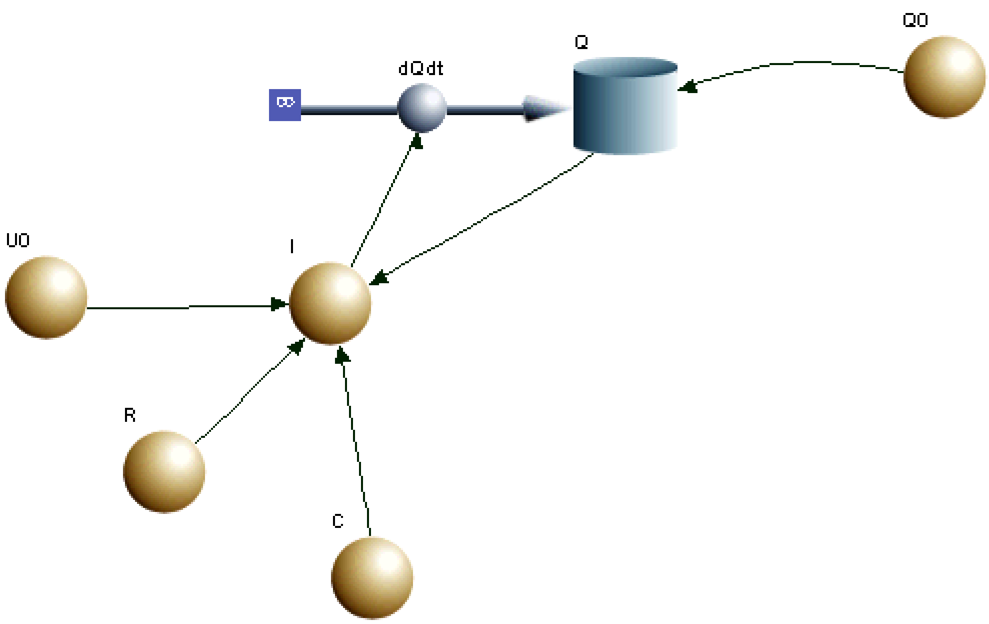
Figure 1.1: RC - Schaltung

Gegeben:

$R = 1000\Omega$, $U_0 = 5V$, $C = 0.001F$

Formeln:

$U_0 = U_R + U_C = I \cdot R + \frac{Q}{C}$
$I = \frac{U_R}{R} = \frac{1}{R} \cdot (U_0 - \frac{Q}{C})$
$U_R = U_0 - U_C$



Spulen

Allgemein

- B = Elektromagnetisches Feld
- N = Anzahl Windungen einer Spule
- L = Länge einer Spule
- A = Fläche der Spule
- $1\frac{Vs}{A} = 1H = 1Henry$

Elektromagnetisches Feld

$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot U}{L \cdot R} = \frac{\phi}{A}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Vs/Am$

Induzierte Spannung

$U_{ind} = -N \cdot B \cdot \frac{dA}{dt} = N \cdot B \cdot A \cdot \omega \cdot sin(\omega t)$
$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -\frac{d\phi}{dt} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$
$\phi = N \cdot B \cdot A$

Gespeicherte Energie in einer Spule

$E(I) = L \cdot \frac{I^2}{2}$

Transformatorengleichung

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Longrightarrow N_2 = N_1 \cdot \frac{U_2}{U_1}$

Selbstinduktion

$L \simeq N^2 \Longleftrightarrow N \simeq \sqrt{L}$
$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}}$

Schwingungen

Allgemein

- Je grösser die Federkonstante k, umso kleiner die Auslenkung bei gleicher Kraft (resp. umso steifer die Feder)
- Je steifer die Feder, desto grösser/höher ist die Schwingfrequenz ω.
- Je grösser die Masse m, umso kleiner/tiefer ist die Schwingfrequenz ω.

Formelherleitung:

- $m\ddot{x} = -k(x - x_{Ruhe}) - \gamma \cdot \dot{x} \iff \ddot{x} + \frac{\gamma}{m} \cdot \dot{x} + \frac{k}{m}(x - x_{Ruhe}) = 0$
- $m\ddot{x} = \sum F_i = F_G + F_k + F_r \implies \ddot{x} = acc = \frac{1}{m} \cdot (F_G + F_k + F_r)$

Ungedämpfte Schwingung

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, k = Federkonstante, m = Masse
$x(t) = A \cdot cos(\omega t + B)$, A=Amplitude, B=Phase

Schwach gedämpfte Schwingung

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \delta^2}$, $\delta = \frac{\gamma}{2m}$ k = Federkonstante, m = Masse, δ=Dämpfung
$\frac{k}{m} - \delta^2 > 0$
$x(t) = Ae^{-\delta t} \cdot cos(\omega t + B)$, A=Amplitude, B=Phase

Starke (überkritisch) gedämpfte Schwingung

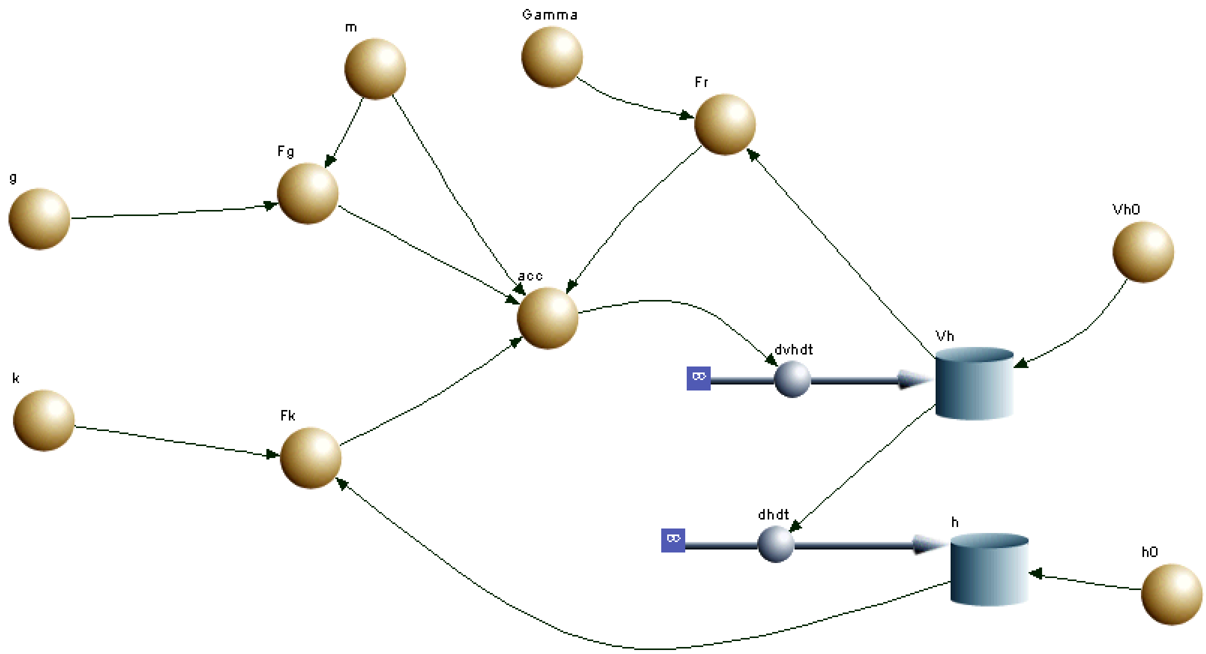
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \delta^2}$, $\delta = \frac{\gamma}{2m}$ k = Federkonstante, m = Masse, δ=Dämpfung

$\frac{k}{m} - \delta^2 < 0$

$x(t) = Ae^{-(\delta + \sqrt{(\frac{\gamma}{2m})^2 - \frac{k}{m}})} + Be^{-(\delta - \sqrt{(\frac{\gamma}{2m})^2 - \frac{k}{m}})}$

BM-Beispiel (Hydrodynamisch)

Gegeben: $k = 1kg/s^2$, $h_0 = 0$, Gravitationskraft $F_G = -mg$, Federkraft $F_k = -kh$, Dämpfungskraft $F_r = -\gamma h$ mit $\gamma = 0.03kg/s$



Formeln:

- $F_r = -\gamma \cdot v_h$
- $F_G = -m \cdot g$
- $F_k = -k \cdot h$
- $Acc = \frac{1}{m} \cdot (F_G + F_k + F_r)$

Bei Gleitreibung gilt:

- $F_r = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{v_h}{|v_h|}$
- - mu * m * g * (IF Abs(vh) < 0.00001 THEN 0 ELSE vh / Abs(vh))

Bei aerodynamischer Reibung gilt:

- $F_r = -K_{air} \cdot \frac{v_h^3}{|v_h|}$
- - Kair * (IF Abs(vh) < 0.00001 THEN 0 ELSE vh^3 / Abs(vh))