

Sumário

Neste exercício pretende determinar-se o produto escalar entre dois vetores, dadas as suas normas, com dados no enunciado que possibilitam a determinação do cosseno do ângulo por eles formado. Tanto as normas dos vetores, como as medidas dos catetos, são valores parametrizados. A figura foi inicialmente criada utilizando o software "Geogebra", exportada para linguagem "TikZ" e posteriormente parametrizada. Neste exercício houve necessidade de efetuar arredondamentos de números, utilizando instrução "round", para a parametrização da figura.

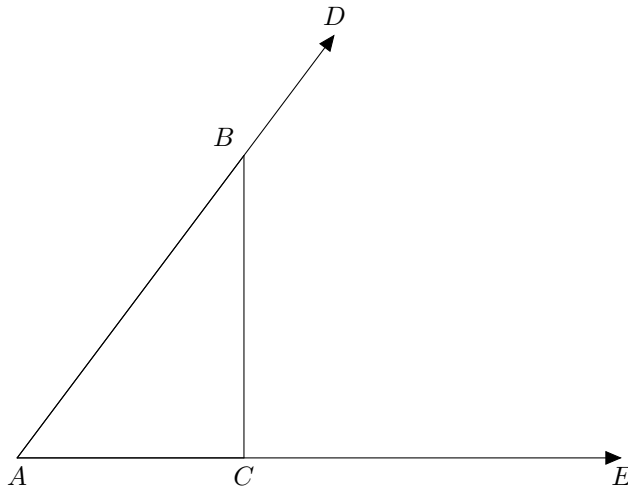
Palavras chave: Produto escalar

SIACUAstart level=1; slip= 0.2; guess=0.25; discr = 0.3 concepts = [(4341, 1)] SIACUAend

Autor: Ana Palmeira, 2014

Problema ekey=1434830078

Na figura estão representados dois vetores, \overrightarrow{AD} e \overrightarrow{AE} , de normas 7 e 8, respetivamente.



No segmento de reta $[AD]$ está assinalado um ponto B .

No segmento de reta $[AE]$ está assinalado um ponto C .

O triângulo $[ABC]$ é retângulo em C e $\overline{AC} = 3$ e $\overline{CB} = 4$.

Indique o valor do produto escalar $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$.

Resolução

<multiplechoice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{168}{5}$$

</choice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{224}{5}$$

</choice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 42$$

</choice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{224}{3}$$

</choice>

</multiplechoice>

Resolução: Por definição de produto escalar, sabe-se que

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \|\overrightarrow{AD}\| \|\overrightarrow{AE}\| \cos \alpha,$$

em que α é o ângulo formado pelos dois vetores.<p> Uma vez que é dada a norma de cada um dos vetores, é necessária a determinação do valor de $\cos \alpha$ para posterior cálculo do produto escalar.<p> Num triângulo retângulo, o cosseno de um ângulo agudo pode ser determinado pela razão entre a medida do cateto que lhe é adjacente e a medida da hipotenusa. Sendo $[ABC]$ um triângulo retângulo, para $\alpha = \angle CAB$, tem-se que $\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$.<p> Determine-se, aplicando o Teorema de Pitágoras, \overline{AB} :

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 3^2 + 4^2 = 25.$$

Sendo \overline{AB} a medida do segmento de reta $[AB]$, tem-se que $\overline{AB} = \sqrt{25} = 5$.<p>

Pode, agora, determinar-se o valor de $\cos \alpha$:

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} &= \|\overrightarrow{AD}\| \|\overrightarrow{AE}\| \cos \alpha \\ &= 7 \times 8 \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{168}{5}. \end{aligned}$$

A resposta correta é assim $\frac{168}{5}$.