

**Sumário**

Neste exercício pretende determinar-se o produto escalar entre dois vetores, dadas as suas normas, com dados no enunciado que possibilitam a determinação do cosseno do ângulo por eles formado. Tanto as normas dos vetores, como as medidas dos catetos, são valores parametrizados. A figura foi inicialmente criada utilizando o software "Geogebra", exportada para linguagem "TikZ" e posteriormente parametrizada. Neste exercício houve necessidade de efetuar arredondamentos de números, utilizando instrução "round", para a parametrização da figura.

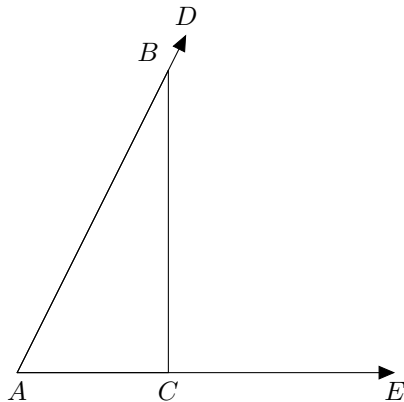
Palavras chave: Produto escalar

SIACUAstart level=1; slip= 0.2; guess=0.25; discr = 0.3 concepts = [(4341, 1)] SIACUAend

Autor: Ana Palmeira, 2014

**Problema ekey=1440587254**

Na figura estão representados dois vetores,  $\overrightarrow{AD}$  e  $\overrightarrow{AE}$ , de normas 5 e 5, respetivamente.



No segmento de reta  $[AD]$  está assinalado um ponto  $B$ .

No segmento de reta  $[AE]$  está assinalado um ponto  $C$ .

O triângulo  $[ABC]$  é retângulo em  $C$  e  $\overline{AC} = 2$  e  $\overline{CB} = 4$ .

Indique o valor do produto escalar  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$ .

**Resolução**

<multiplechoice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 5\sqrt{5}$$

</choice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 10\sqrt{5}$$

</choice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{25}{2}$$

</choice>

<choice>

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 50$$

</choice>

</multiplechoice>

Resolução: Por definição de produto escalar, sabe-se que

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = \|\overrightarrow{AD}\| \|\overrightarrow{AE}\| \cos \alpha,$$

em que  $\alpha$  é o ângulo formado pelos dois vetores. <p> Uma vez que é dada a norma de cada um dos vetores, é necessária a determinação do valor de  $\cos \alpha$  para posterior cálculo do produto escalar. <p> Num triângulo retângulo, o cosseno de um ângulo agudo pode ser determinado pela razão entre a medida do cateto que lhe é adjacente e a medida da hipotenusa. Sendo  $[ABC]$  um triângulo retângulo, para  $\alpha = \angle CAB$ , tem-se que  $\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ . <p> Determine-se, aplicando o Teorema de Pitágoras,  $\overline{AB}$ :

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 2^2 + 4^2 = 20.$$

Sendo  $\overline{AB}$  a medida do segmento de reta  $[AB]$ , tem-se que  $\overline{AB} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ . <p>

Pode, agora, determinar-se o valor de  $\cos \alpha$ :

$$\cos \alpha = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} &= ||\overrightarrow{AD}|| ||\overrightarrow{AE}|| \cos \alpha \\ &= 5 \times 5 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \\ &= 5\sqrt{5}. \end{aligned}$$

A resposta correta é assim  $5\sqrt{5}$ .