

AULA e06

Algoritmos e Estruturas de Dados I

Árvores Binárias

Luciano Antonio Digiampietri

Árvores Binárias

Como já visto, árvores binárias são estruturas de dados nas quais cada nó pode ter até dois filhos.

Árvores Binárias

Como já visto, árvores binárias são estruturas de dados nas quais cada nó pode ter até dois filhos.

- A motivação utilizada na última aula foi a possibilidade de se realizar busca binária.

Árvores Binárias

Como já visto, árvores binárias são estruturas de dados nas quais cada nó pode ter **até dois filhos**.

- A motivação utilizada na última aula foi a possibilidade de se realizar **busca binária**.
 - Para isso é necessário que haja uma *ordem* entre as chaves dos elementos da árvore e assim são criadas as chamadas **árvores binárias de pesquisa** (ou árvores binárias de busca).

Árvores Binárias

Porém existem árvores binárias que **não utilizam essa regra de organização** entre as chaves dos seus elementos.

Árvores Binárias

Porém existem árvores binárias que **não utilizam essa regra de organização** entre as chaves dos seus elementos.

Este é o assunto da aula de hoje!

Árvores Binárias

Porém existem árvores binárias que **não utilizam essa regra de organização** entre as chaves dos seus elementos.

Este é o assunto da aula de hoje!

O usuário irá nos dizer **em qual posição** um nó irá ser inserido.

Árvores Binárias

Implementaremos as seguintes funções:

Busca por um nó a partir de uma chave;

Criação do nó raiz;

Inserção de um nó.

Modelagem

Modelagem

```
#include <stdio.h>
#include <malloc.h>
#define true 1
#define false 0
```

```
typedef int bool;
typedef int TIPOCHAVE;
```

```
typedef struct aux{
    TIPOCHAVE chave;
    struct aux *esq, *dir;
} NO;
```

```
typedef NO* PONT;
```

NO

chave	
esq	dir

Modelagem

```
#include <stdio.h>
#include <malloc.h>
#define true 1
#define false 0
```

```
typedef enum{esquerdo, direito} LADO;
```

```
typedef int bool;
typedef int TIPOCHAVE;
```

```
typedef struct aux{
    TIPOCHAVE chave;
    struct aux *esq, *dir;
} NO;
```

```
typedef NO* PONT;
```

NO

chave	
esq	dir

Busca

Por **não haver uma *ordem*** entre as chaves não é possível realizar uma busca eficiente:

Busca

Por **não haver uma *ordem*** entre as chaves não é possível realizar uma busca eficiente:

Procuraremos a chave buscada na **raiz**;

Busca

Por **não haver uma *ordem*** entre as chaves não é possível realizar uma busca eficiente:

Procuraremos a chave buscada na **raiz**;

Se não encontrarmos, procuraremos na **sub-árvore à esquerda**;

Busca

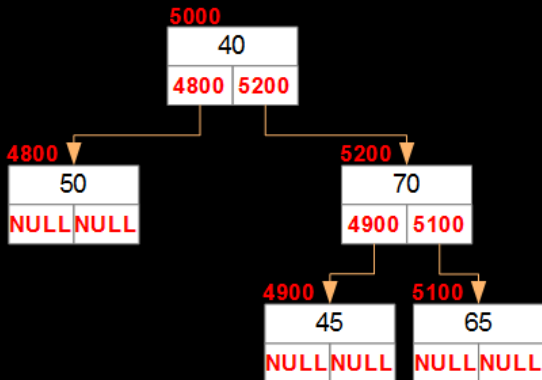
Por **não haver uma *ordem*** entre as chaves não é possível realizar uma busca eficiente:

Procuraremos a chave buscada na **raiz**;

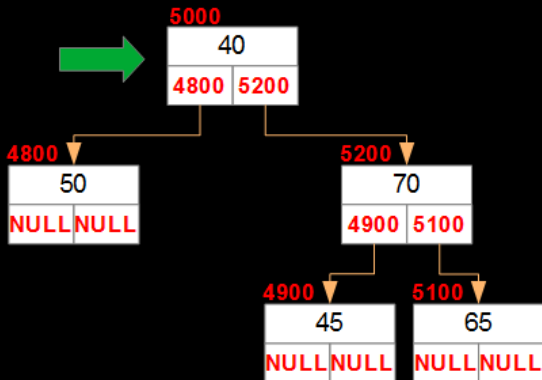
Se não encontrarmos, procuraremos na **sub-árvore à esquerda**;

Se não encontrarmos, procuraremos na **sub-árvore à direita**.

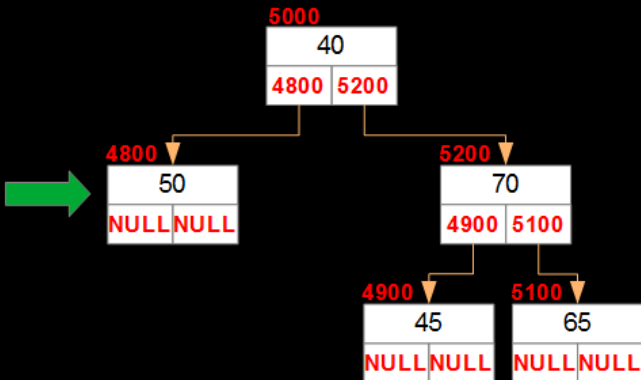
Busca



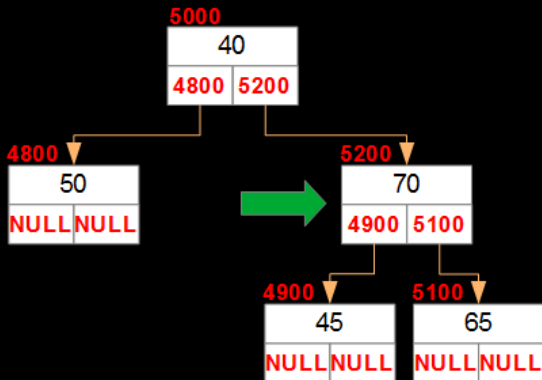
Busca



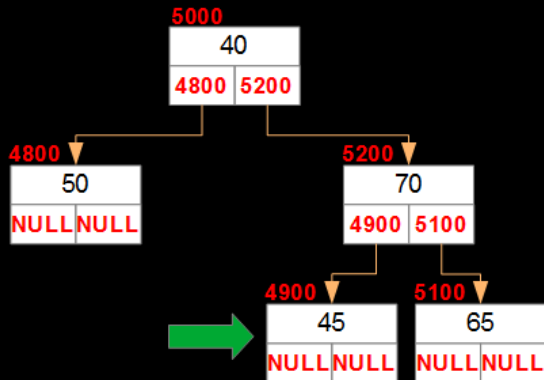
Busca



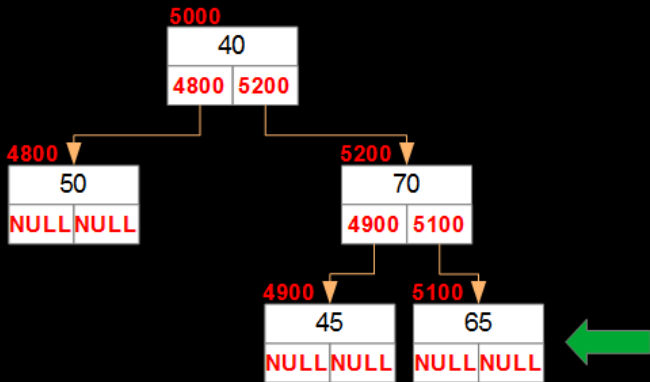
Busca



Busca



Busca



Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){
```

Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
  
}
```

Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
  
}
```


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
  
}
```

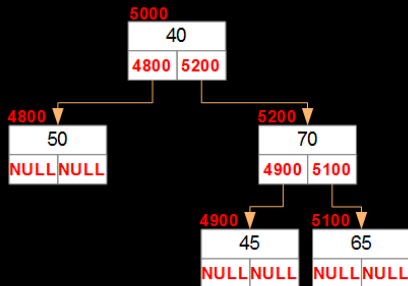
Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

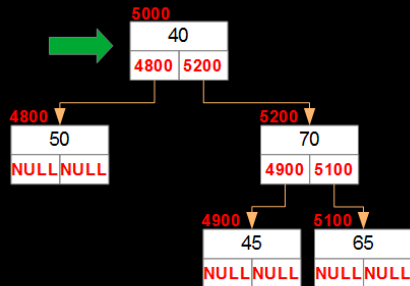


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000

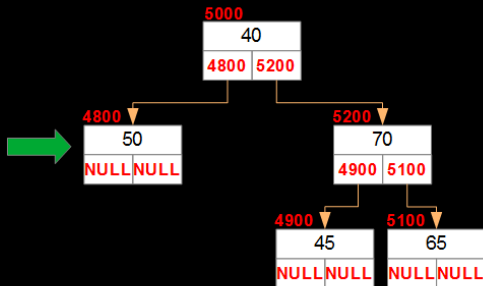


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
2. ch=45 raiz=4800

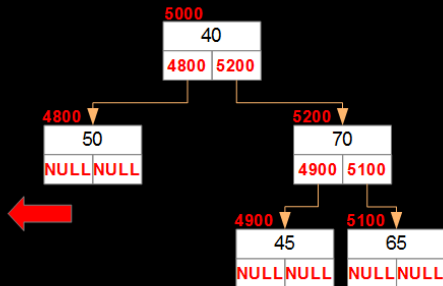


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
2. ch=45 raiz=4800
3. ch=45 raiz=NULL

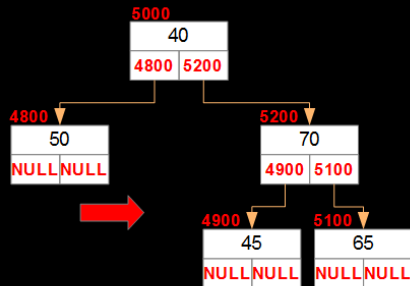


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
2. ch=45 raiz=4800
4. ch=45 raiz=NULL

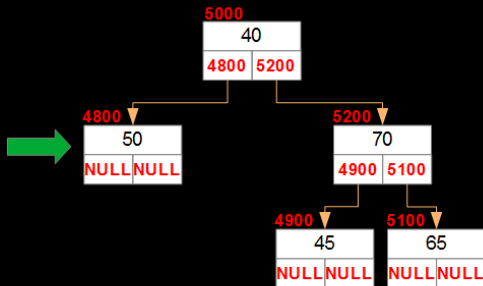


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
2. ch=45 raiz=4800

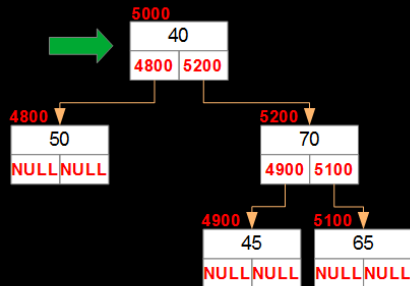


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000

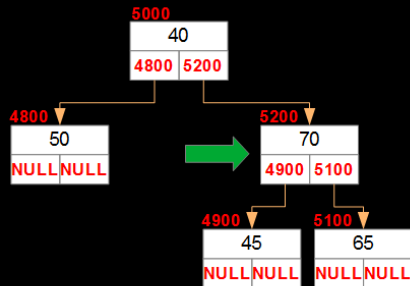


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
5. ch=45 raiz=5200

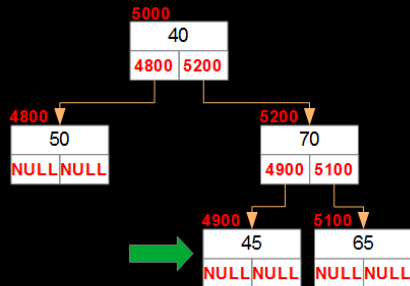


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
5. ch=45 raiz=5200
6. ch=45 raiz=4900

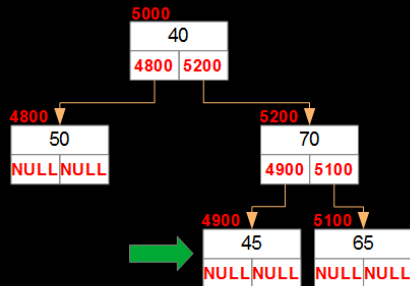


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
5. ch=45 raiz=5200
6. ch=45 raiz=4900 -> 4900

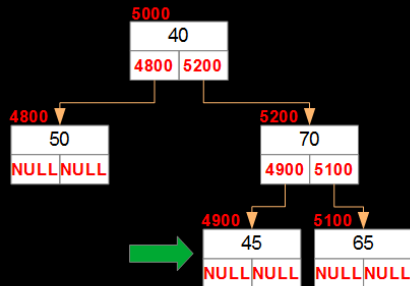


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000
5. ch=45 raiz=5200 -> 4900

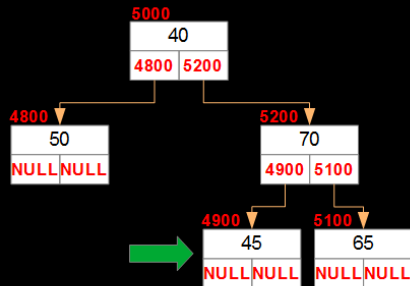


Busca

```
PONT buscarChave(TIPOCHAVE ch, PONT raiz){  
    if (raiz == NULL) return NULL;  
    if (raiz->chave == ch) return raiz;  
    PONT aux = buscarChave(ch,raiz->esq);  
    if (aux) return aux;  
    return buscarChave(ch,raiz->dir);  
}
```

Chamadas recursivas:

1. ch=45 raiz=5000 -> 4900



Criação do nó raiz

O nó raiz tem uma característica especial: **ele não é filho de nenhum outro nó.**

Criação do nó raiz

O nó raiz tem uma característica especial: **ele não é filho de nenhum outro nó.**

O usuário passará o **endereço de memória** no qual o **endereço da raiz** será salvo;

Criação do nó raiz

O nó raiz tem uma característica especial: **ele não é filho de nenhum outro nó.**

O usuário passará o **endereço de memória** no qual o **endereço da raiz** será salvo;

Também irá passar o **valor da chave** da raiz.

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){  
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));  
  
}
```

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){  
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));  
    novoNo->esq = NULL;  
    novoNo->dir = NULL;  
    novoNo->chave = ch;  
  
}
```

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){  
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));  
    novoNo->esq = NULL;  
    novoNo->dir = NULL;  
    novoNo->chave = ch;  
    return novoNo;  
}
```

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

```
int main(){
    PONT raiz;
```

main

raiz

3000

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

```
int main(){
    PONT raiz;
    criarRaiz(&raiz,40);
}
```

main

raiz		3000
------	--	------

criarRaiz

raiz	3000	3008
chave	40	3016

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

```
int main(){
    PONT raiz;
    criarRaiz(&raiz,40);
}
```

main

raiz		3000
------	--	------

criarRaiz

raiz	3000	3008
chave	40	3016

criarNovoNo

ch	40	3024
----	----	------

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

```
int main(){
    PONT raiz;
    criarRaiz(&raiz,40);
}
```

main

raiz		3000
------	--	------

criarRaiz

raiz	3000	3008
chave	40	3016

criarNovoNo

ch	40	3024
novoNo	5000	3032

5000

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

```
int main(){
    PONT raiz;
    criarRaiz(&raiz,40);
}
```

main

raiz		3000
------	--	------

criarRaiz

raiz	3000	3008
chave	40	3016

criarNovoNo

ch	40	3024
novoNo	5000	3032

5000

40
NULL NULL

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));
    novoNo->esq = NULL;
    novoNo->dir = NULL;
    novoNo->chave = ch;
    return novoNo;
}

void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){
    *raiz = criarNovoNo(chave);
}
```

```
int main(){
    PONT raiz;
    criarRaiz(&raiz,40);
}
```

main

raiz		3000
------	--	------

criarRaiz

raiz	3000	3008
chave	40	3016

5000

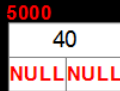
40
NULL NULL

Criação de um novo nó

```
PONT criarNovoNo(TIPOCHAVE ch){  
    PONT novoNo = (PONT) malloc(sizeof(NO));  
    novoNo->esq = NULL;  
    novoNo->dir = NULL;  
    novoNo->chave = ch;  
    return novoNo;  
}
```

```
void criarRaiz(PONT* raiz, TIPOCHAVE chave){  
    *raiz = criarNovoNo(chave);  
}
```

```
int main(){  
    PONT raiz;  
    criarRaiz(&raiz,40);  
}
```



Inserção de um nó filho

O usuário irá dizer **onde** o nó será inserido:

Inserção de um nó filho

O usuário irá dizer **onde** o nó será inserido:

O usuário passará o **endereço do nó raiz**;

Inserção de um nó filho

O usuário irá dizer **onde** o nó será inserido:

O usuário passará o **endereço do nó raiz**;

A **chave do novo nó**;

Inserção de um nó filho

O usuário irá dizer **onde** o nó será inserido:

O usuário passará o **endereço do nó raiz**;

A **chave do novo nó**;

A **chave do pai do novo nó**;

Inserção de um nó filho

O usuário irá dizer **onde** o nó será inserido:

O usuário passará o **endereço do nó raiz**;

A **chave do novo nó**;

A **chave do pai do novo nó**;

O **lado** em que a inserção será feita.

Inserção de um nó filho

```
bool inserirFilho(PONT raiz, TIPOCHAVE novaChave, TIPOCHAVE chavePai, LADO lado){
    PONT pai = buscarChave(chavePai,raiz);
```

}

Inserção de um nó filho

```
bool inserirFilho(PONT raiz, TIPOCHAVE novaChave, TIPOCHAVE chavePai, LADO lado){  
    PONT pai = buscarChave(chavePai,raiz);  
    if (!pai) return false;  
  
    }  
}
```

Inserção de um nó filho

```
bool inserirFilho(PONT raiz, TIPOCHAVE novaChave, TIPOCHAVE chavePai, LADO lado){  
    PONT pai = buscarChave(chavePai,raiz);  
    if (!pai) return false;  
    PONT novo = criarNovoNo(novaChave);  
  
    return true;  
}
```

Inserção de um nó filho

```
bool inserirFilho(PONT raiz, TIPOCHAVE novaChave, TIPOCHAVE chavePai, LADO lado){
    PONT pai = buscarChave(chavePai,raiz);
    if (!pai) return false;
    PONT novo = criarNovoNo(novaChave);
    if (lado == esquerdo){

        pai->esq = novo;
    }

    return true;
}
```

Inserção de um nó filho

```
bool inserirFilho(PONT raiz, TIPOCHAVE novaChave, TIPOCHAVE chavePai, LADO lado){
    PONT pai = buscarChave(chavePai,raiz);
    if (!pai) return false;
    PONT novo = criarNovoNo(novaChave);
    if (lado == esquerdo){

        pai->esq = novo;
    }else{

        pai->dir = novo;
    }
    return true;
}
```

Inserção de um nó filho

```
bool inserirFilho(PONT raiz, TIPOCHAVE novaChave, TIPOCHAVE chavePai, LADO lado){
    PONT pai = buscarChave(chavePai,raiz);
    if (!pai) return false;
    PONT novo = criarNovoNo(novaChave);
    if (lado == esquerdo){
        novo->esq = pai->esq;
        pai->esq = novo;
    }else{
        novo->esq = pai->dir;
        pai->dir = novo;
    }
    return true;
}
```


AULA e06

Algoritmos e Estruturas de Dados I

Árvores Binárias

Luciano Antonio Digiampietri