

Parallel and Distributed Computing

Prodotto Matrice-Matrice

Prof. G. Laccetti

a.a. 2023-2024

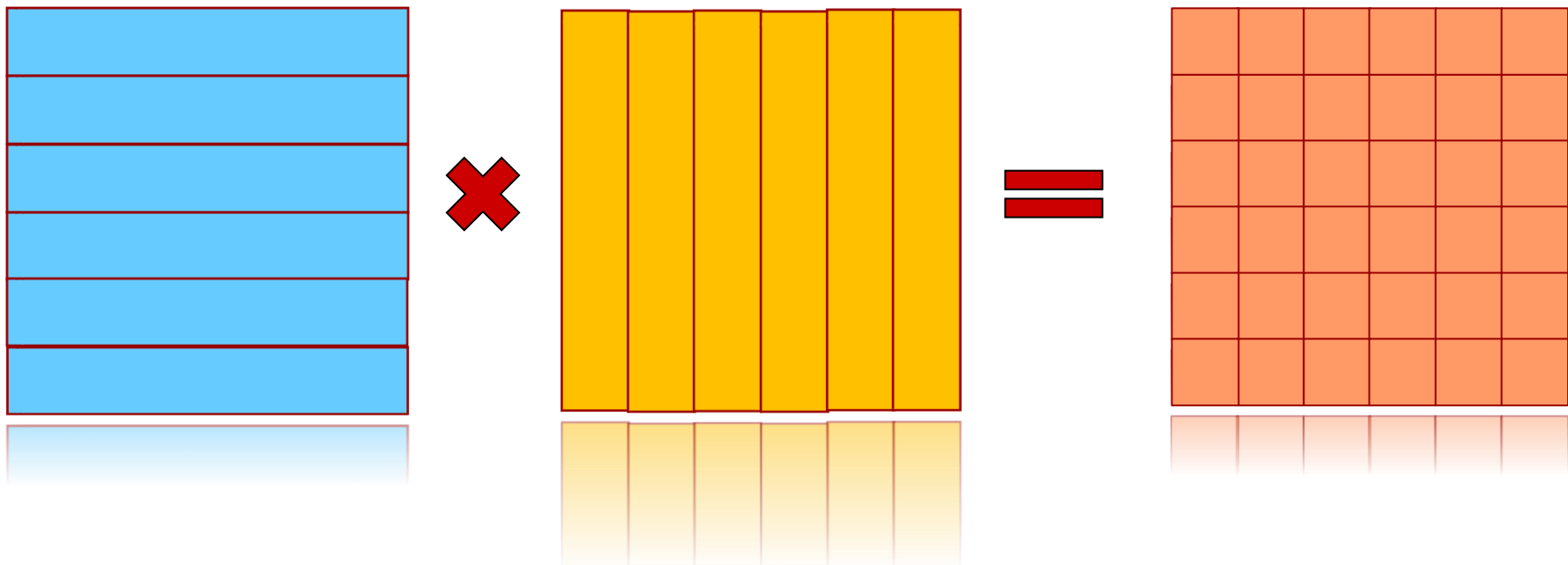
Problema

Progettazione
di un algoritmo parallelo
per architettura **MIMD**
a memoria distribuita
per il calcolo del **prodotto righe per colonne**
di 2 matrici **A e B**:

$$C = A \bullet B, \quad A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

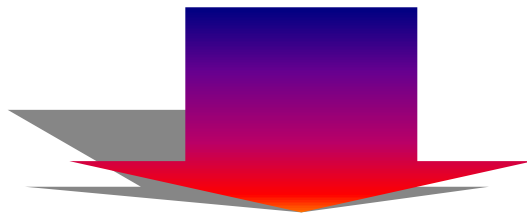
Quali sono i sotto-problemi indipendenti?

Gli elementi di C sono
calcolati effettuando i
prodotti scalari di ciascuna riga di A per
ciascuna colonna di B



Quali sono i sotto-problemi indipendenti?

Gli elementi di C sono
calcolati effettuando i
prodotti scalari di ciascuna riga di A per
ciascuna colonna di B



I prodotti scalari sono calcolati
in maniera indipendente
l'uno dall'altro

Altra possibile decomposizione

Decomposizione in BLOCCHI di RIGHE

+

Decomposizione in BLOCCHI di COLONNE

=

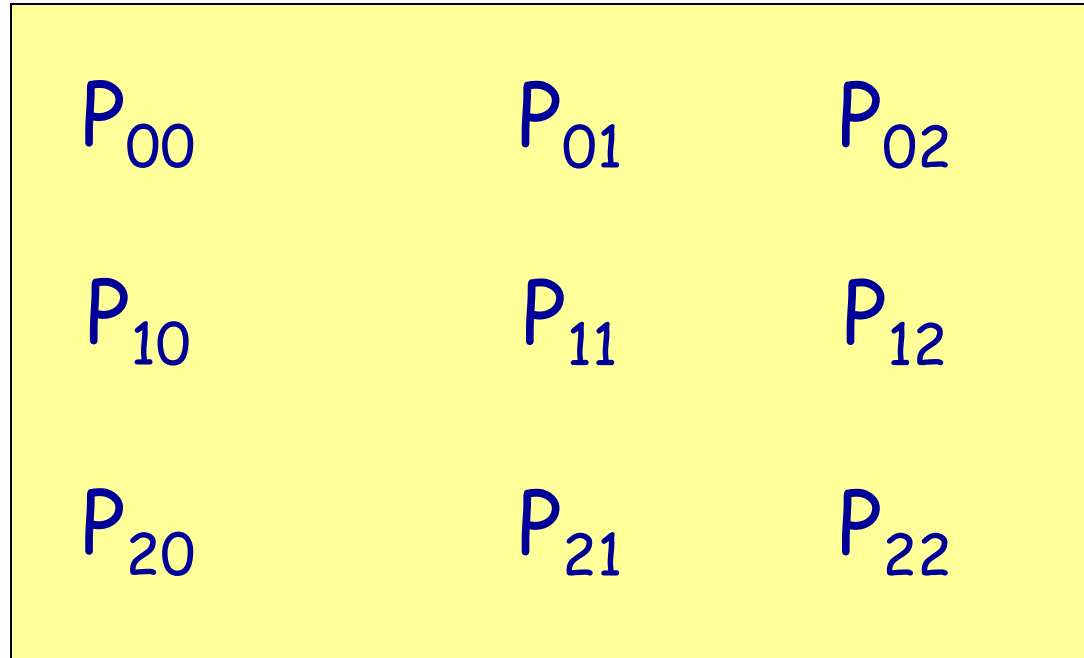
Decomposizione in BLOCCHI QUADRATI

Esempio: matrici a blocchi 3x3 = 9

$$\begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} & A_{02} \\ A_{10} & A_{11} & A_{12} \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{00} & B_{01} & B_{02} \\ B_{10} & B_{11} & B_{12} \\ B_{20} & B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

Supponiamo di disporre di $p \times p$ processori
secondo una **griglia** di dimensione $p \times p$...

Esempio: $3 \times 3 = 9$ processori



Al processore P_{ij} assegniamo i blocchi A_{ij} e B_{ij}

Distribuzione dei dati

P_{00} $A_{00} B_{00}$	P_{01} $A_{01} B_{01}$	P_{02} $A_{02} B_{02}$
P_{10} $A_{10} B_{10}$	P_{11} $A_{11} B_{11}$	P_{12} $A_{12} B_{12}$
P_{20} $A_{20} B_{20}$	P_{21} $A_{21} B_{21}$	P_{22} $A_{22} B_{22}$

IDEA!

Con i dati così distribuiti

Vogliamo che il processore P_{ij}

Calcoli il blocco C_{ij}

Ovvero...

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Ovvero...

$$A_{00} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{11} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{22} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Osservazione I

Con la distribuzione
dei dati effettuata
solo i processori sulla diagonale
della griglia, ovvero P_{ii}
possono calcolare
"un contributo" del blocco C_{ii}

Ovvero...

ovvero...

$$A_{00} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{11} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{22} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Osservazione II

$$A_{00} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{11} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{22} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Nel calcolo dei C_{ij} ...

- A_{00} è presente nel calcolo della **I** riga di C (C_{00}, C_{01}, C_{02})
- A_{11} è presente nel calcolo della **II** riga di C (C_{10}, C_{11}, C_{12})
- A_{22} è presente nel calcolo della **III** riga di C (C_{20}, C_{21}, C_{22})

IDEA!

I processori sulla diagonale:

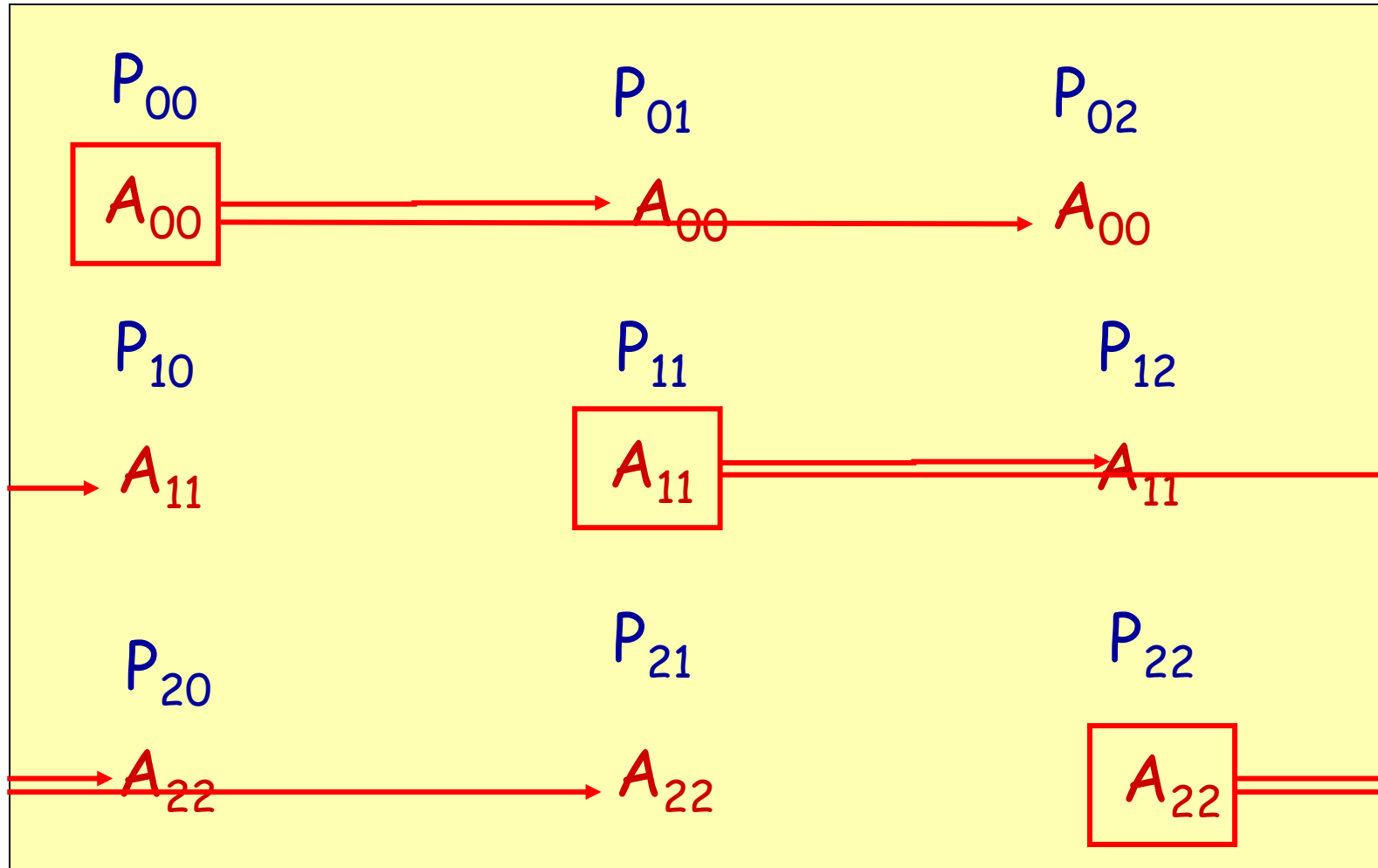
P_{00} , P_{11} e P_{22}

inviano il proprio blocco di A ,

ovvero A_{00} , A_{11} e A_{22}

Rispettivamente ai processori della riga 0,1,2
(ovvero ai processori che si trovano sulla loro stessa riga!)

I passo: invio dei blocchi **diagonali** di A



Quindi, ogni processore calcola...

$$A_{00} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00}B_{00} + A_{01}B_{10} + A_{02}B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01}B_{11} + A_{02}B_{21}$$

$$A_{00} A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00}B_{02} + A_{01}B_{12} + A_{02}B_{22}$$

$$A_{11} A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11}B_{10} + A_{12}B_{20}$$

$$A_{11} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21}$$

$$A_{11} A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22}$$

$$A_{22} A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21}B_{10} + A_{22}B_{20}$$

$$A_{22} A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21}$$

$$A_{22} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20}B_{02} + A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22}$$

Quindi, ogni processore calcola...

$$A_{00} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00}B_{00} + A_{01}B_{10} + A_{02}B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00}B_{01} + A_{01}B_{11} + A_{02}B_{21}$$

$$A_{00} A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00}B_{02} + A_{01}B_{12} + A_{02}B_{22}$$

$$A_{11} A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10}B_{00} + A_{11}B_{10} + A_{12}B_{20}$$

$$A_{11} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10}B_{01} + A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21}$$

$$A_{11} A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10}B_{02} + A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22}$$

$$A_{22} A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20}B_{00} + A_{21}B_{10} + A_{22}B_{20}$$

$$A_{22} A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20}B_{01} + A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21}$$

$$A_{22} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20}B_{02} + A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22}$$

II passo

$$A_{00} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{00} A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{11} A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{11} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{11} A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{22} A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{22} A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{22} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Nel calcolo dei C_{ij} ...

- A_{01} è presente nel calcolo della **I** riga di C (C_{00}, C_{01}, C_{02})
- A_{12} è presente nel calcolo della **II** riga di C (C_{10}, C_{11}, C_{12})
- A_{20} è presente nel calcolo della **III** riga di C (C_{20}, C_{21}, C_{22})

IDEA!

I processori:

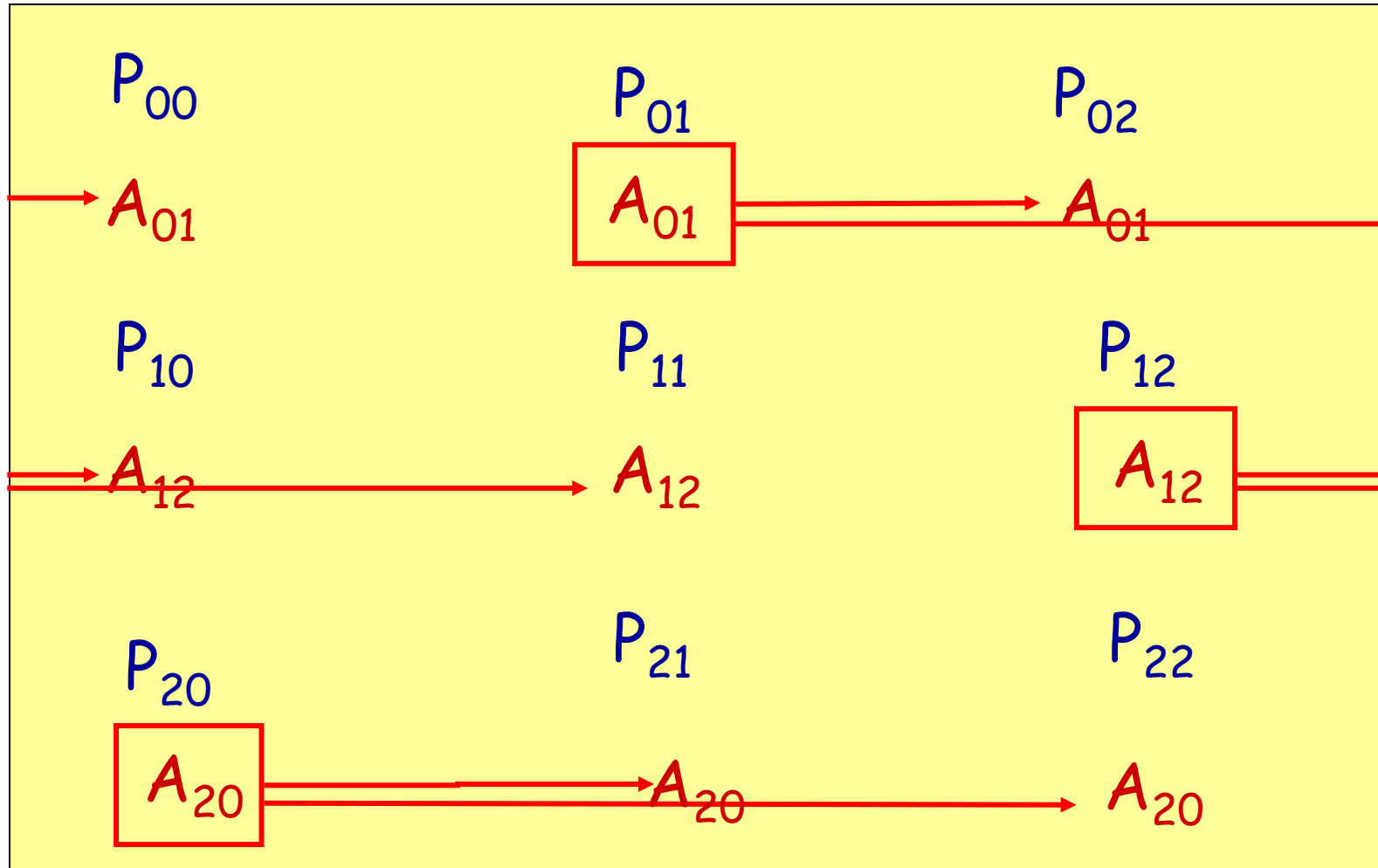
P_{01} , P_{12} e P_{20}

inviano il proprio blocco di A ,

ovvero A_{01} , A_{12} e A_{20}

Rispettivamente ai processori della riga 0,1,2
(ovvero ai processori che si trovano sulla loro stessa riga!)

II passo: invio dei blocchi di A



Osservazione: per effettuare i prodotti ...

$$A_{01} B_{00}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} \boxed{B_{10}} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{01}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} \boxed{B_{11}} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{02}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} \boxed{B_{12}} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{10}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} \boxed{B_{20}}$$

$$A_{12} B_{11}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} \boxed{B_{21}}$$

$$A_{11} A_{12} B_{12}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} \boxed{B_{22}}$$

$$A_{22} A_{20} B_{20}$$

$$C_{20} =$$

$$\boxed{A_{20} B_{00}} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{21}$$

$$C_{21} =$$

$$\boxed{A_{20} B_{01}} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{20} B_{22}$$

$$C_{22} =$$

$$\boxed{A_{20} B_{02}} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Ciascun processore ha bisogno anche del corrispondente blocco di B!

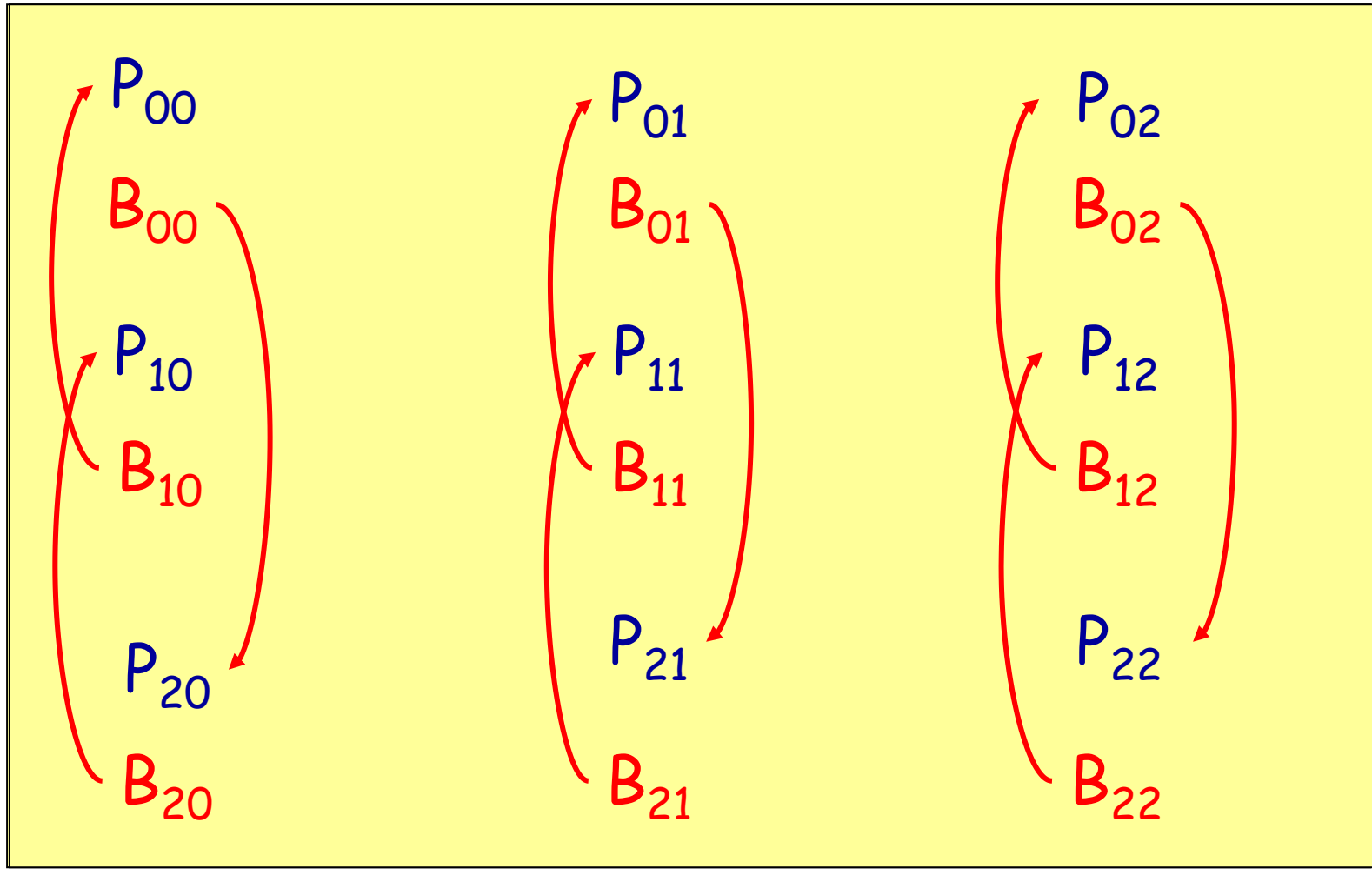
(E precisamente del blocco di B

del processore nella sua stessa colonna ma nella riga successiva!)

IDEA!

Per ogni colonna della griglia di processori,
ciascun processore P_{ij}
Invia il proprio blocco B_{ij} ,
al processore situato nella stessa colonna
e sulla riga precedente!

Comunicazione dei blocchi di B



Quindi, ogni processore calcola...

$$A_{01} B_{10}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{11}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{12}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{20}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{12} B_{21}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{11} A_{12} B_{22}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{22} A_{20} B_{00}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{01}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{20} B_{02}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Quindi, ogni processore calcola...

$$A_{01} B_{10}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{11}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{12}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{20}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{12} B_{21}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{11} A_{12} B_{22}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{22} A_{20} B_{00}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{01}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{20} B_{02}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

III passo

$$A_{01} B_{10}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{00} A_{01} B_{11}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{12}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{20}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{12} B_{21}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{11} A_{12} B_{22}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{22} A_{20} B_{00}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{01}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{20} B_{02}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Nel calcolo dei C_{ij} ...

- A_{02} è presente nel calcolo della **I** riga di C (C_{00}, C_{01}, C_{02})
- A_{10} è presente nel calcolo della **II** riga di C (C_{10}, C_{11}, C_{12})
- A_{21} è presente nel calcolo della **III** riga di C (C_{20}, C_{21}, C_{22})

IDEA!

I processori:

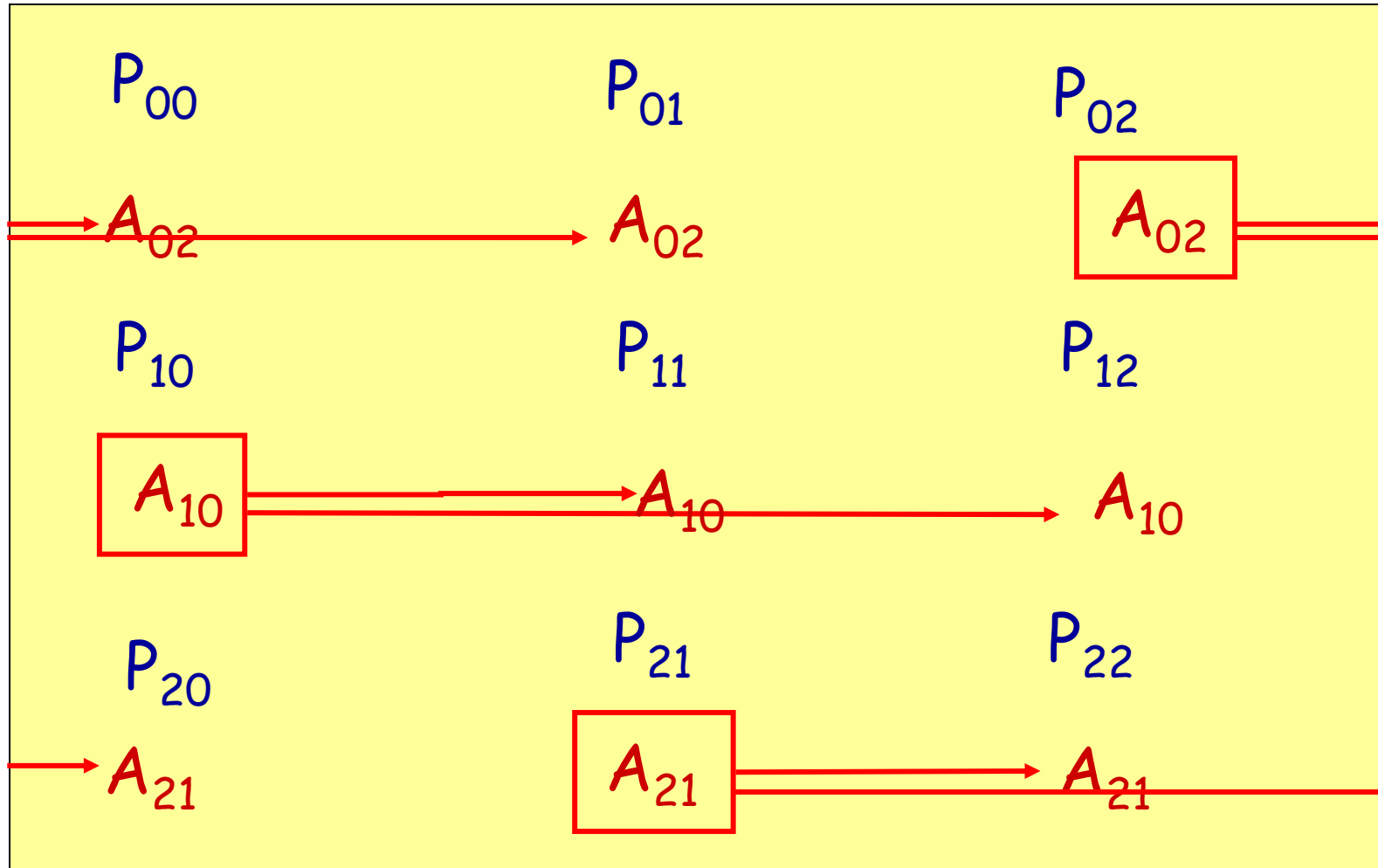
P_{02} , P_{10} e P_{21}

inviano il proprio blocco di A ,

ovvero A_{02} , A_{10} e A_{21}

Rispettivamente ai processori della riga 0,1,2
(ovvero ai processori che si trovano sulla loro stessa riga!)

II passo: invio dei blocchi di A



Osservazione: per effettuare i prodotti ...

$$A_{02} B_{10}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{02} A_{01} B_{11}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{12}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{20}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{10} B_{21}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{10} A_{12} B_{22}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{21} A_{20} B_{00}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{01}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{21} B_{02}$$

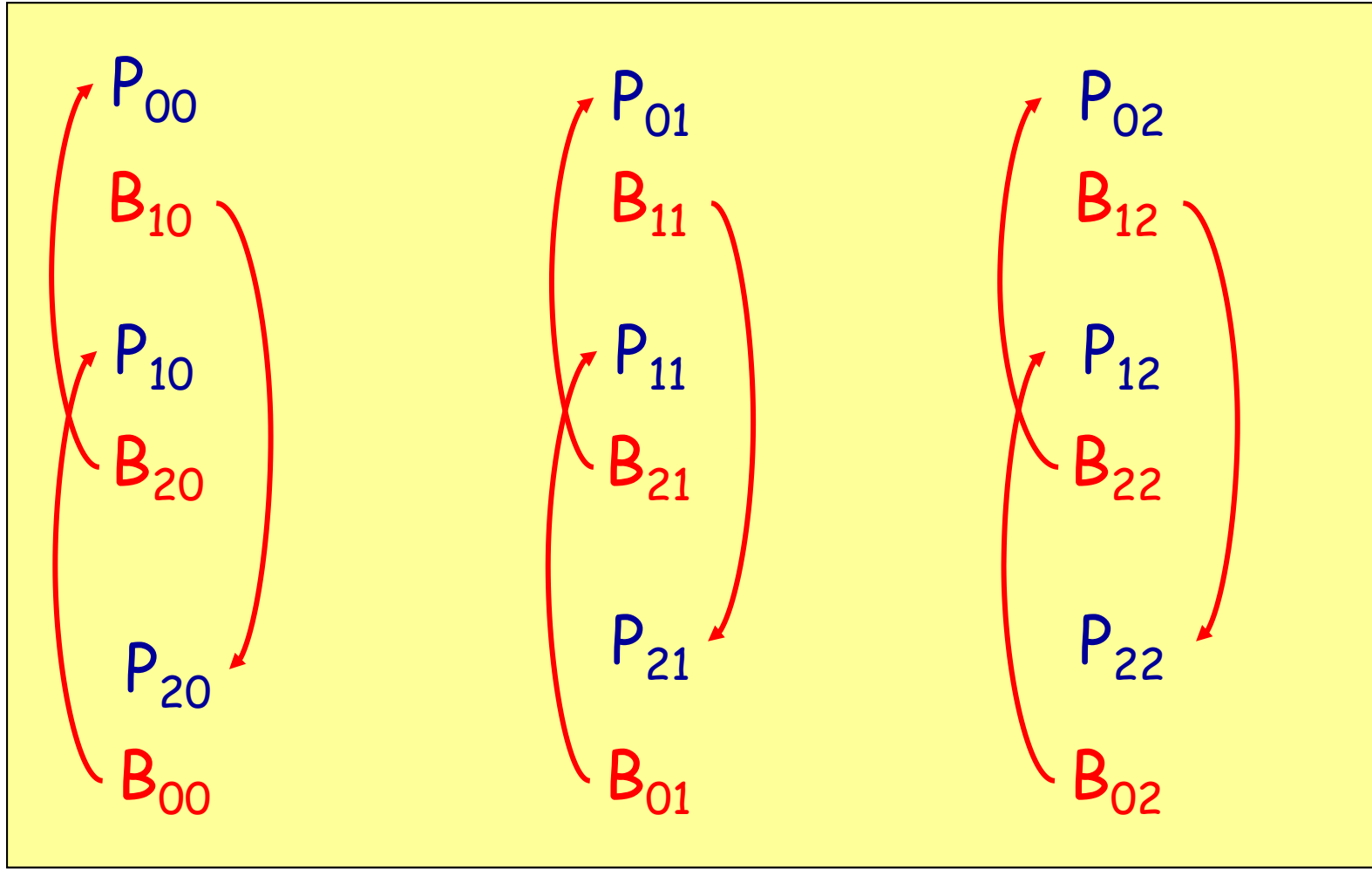
$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

*Ciascun processore ha bisogno anche del corrispondente blocco di B!
(E precisamente del blocco di B*

del processore nella sua stessa colonna ma nella riga successiva!)

Comunicazione dei blocchi di B



Quindi, ogni processore calcola...

$$A_{02} B_{20}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{02} A_{01} B_{21}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{22}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{00}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{10} B_{01}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{10} A_{12} B_{02}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{21} A_{20} B_{10}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{11}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{21} B_{12}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Quindi, ogni processore calcola...

$$A_{02} B_{20}$$

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$A_{02} A_{01} B_{21}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$A_{01} A_{02} B_{22}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$A_{12} A_{10} B_{00}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$A_{10} B_{01}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$A_{10} A_{12} B_{02}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$A_{21} A_{20} B_{10}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$A_{20} A_{21} B_{11}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$A_{21} B_{12}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Quindi, ogni processore calcola...

$$C_{00} =$$

$$A_{00} B_{00} + A_{01} B_{10} + A_{02} B_{20}$$

$$C_{01} =$$

$$A_{00} B_{01} + A_{01} B_{11} + A_{02} B_{21}$$

$$C_{02} =$$

$$A_{00} B_{02} + A_{01} B_{12} + A_{02} B_{22}$$

$$C_{10} =$$

$$A_{10} B_{00} + A_{11} B_{10} + A_{12} B_{20}$$

$$C_{11} =$$

$$A_{10} B_{01} + A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21}$$

$$C_{12} =$$

$$A_{10} B_{02} + A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22}$$

$$C_{20} =$$

$$A_{20} B_{00} + A_{21} B_{10} + A_{22} B_{20}$$

$$C_{21} =$$

$$A_{20} B_{01} + A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21}$$

$$C_{22} =$$

$$A_{20} B_{02} + A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22}$$

Dopo p passi ogni processore P_{ij} ha calcolato
il corrispondente blocco C_{ij}

IV Strategia: in generale

Broadcast Multiply Rolling

La strategia è costituita da p passi.

Si parte dalla diagonale principale

della griglia di processori,

ad ogni passo k , si considera

la k -ma diagonale situata al di sopra di quella principale.

I processori situati lungo la diagonale

effettuano una comunicazione collettiva

del blocco di A in loro possesso a tutti i processori

della medesima riga.

IV Strategia: in generale

Broadcast Multiply Rolling

Inoltre, ad ogni passo
ciascun processore effettua
una comunicazione del proprio blocco di B
al processore situato
nella stessa colonna
e nella riga precedente!

Fine