ELABORATO 2 - PRODOTTO MATRICE VETTORE PER BLOCCHI

LO BRUTTO FABIO / MAIONE PAOLO

DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Si vuole progettare un algoritmo in MPI per risolvere il prodotto vettoriale tra una matrice, di dimensioni M*N, e un vettore di reali, di dimensione N, su p processori.

In particolare si utilizza l'infrastruttura S.C.o.P.E. per permettere l'esecuzione del software in un ambiente parallelo.

DESCRIZIONE DELL'ALGORITMO

Nel file *`elaborato_2.c`* è stato implementato il seguente algoritmo su una griglia bidimensionale di q*q=p processi con le seguenti fasi:

1) Generazione della griglia bidimensionale e delle sottogriglie relative alle righe ed alle colonne;

2) Distribuzione per righe della matrice e distribuzione del vettore ai processi appartenenti alla prima colonna della griglia da parte del processo *root*;

3) Distribuzione per colonne delle sottomatrici e del vettore ai processi appartenenti a ciascuna riga da parte dei processi della prima colonna;

4) Elaborazione del prodotto matrice vettore in parallelo;

5) Somma dei risultati parziali per ciascuna riga e aggregazione del risultato tra le righe nel processo *root*;

A tal proposito sono state utilizzate le primitive fornite da MPI (rispettivamente per la seconda fase `MPI_Scatterv()` e `MPI_Broadcast()`, per la terza `MPI_Scatterv() e per la quinta MPI_Reduce() e MPI_Gatherv()`).

Inoltre l'algoritmo progettato comprende anche il caso in cui le dimensioni M ed N (cioè il numero di righe o colonne della matrice) non sia multipla della dimensione q della griglia.

Si è scelto di misurare i tempi di esecuzione nel processo di rank 0 usando la primitiva `MPI_Wtime()` tra la fase 4 e la fase 5 scegliendo il minimo tra 3 misurazioni ripetute.

Infine, si osservi che i controlli di robustezza del software sono stati interamente delegati al processo *root* e che per semplicità si è scelto di considerare il caso in cui q è il quadrato perfetto di p.

INPUT, OUTPUT E CONDIZIONI DI ERRORE

- **Input**: la matrice e il vettore di cui effettuare il prodotto vettoriale, le loro dimensioni `M`, `N` e `dim_vett`.
- **Output**: il vettore risultato del prodotto vettoriale tra la matrice e il vettore.
- **Condizioni di errore**: la dimensione delle righe della matrice deve essere uguale al numero di colonne del vettore e devono essere interi positivi. Il numero di righe o di colonne della matrice non deve essere minore della dimensione q della griglia.

ESEMPIO DI FUNZIONAMENTO

Nell'immagine seguente vi è un esempio di funzionamento, con 9 processori, matrice di dimensione 7x8 e dimensione del vettore pari a 7 .

```
%esempio di funzionamento
funzionamento
```

Esempio di funzionamento con 9 processori e dimensione della matrice 7x8

ESEMPI DI ERRORE

Nelle successivi immagini, invece, sono mostrati i messaggi di errore al verificarsi delle condizioni sopra citate.

```
%un esempio per ciascuna condizione di errore
errori
```

Errore: numero di processori non positivo

Errore: le dimensioni devono essere valori interi


```
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$ cat elaborato_2.out
-----------------------------------------------------
 This job is allocated on 9 cpu(s)
Job is running on node(s):
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn274.scope.unina.it
-----------------------------------------------------
PBS: qsub is running on ui-studenti.scope.unina.it
PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi
PBS: execution mode is PBS_BATCH
PBS: job identifier is 3924937.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux//3924937.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64:/opt
/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/mpirt/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel
64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64_mic:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/debu
gger/gui/intel64:/opt/d-cache/srm/bin:/opt/d-cache/dcap/bin:/opt/edg/bin:/opt/glite/bin:/opt/globus/bin:/opt/lcg/bin:/usr/local/bin:/bi
n:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64/:/opt/exp_soft/unina.it/MPJExpress
/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
-----------------------------------------------------
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocch
i/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2.c
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpiexec -machinefile /var/spool/pbs/aux//3924937.torque02.scope.unina.it -np 9 /homes/DIS/CALCPA
R/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2
Errore! Le dimensioni della matrice e del vettore devono essere valori interi
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$
```

Errore: le dimensioni dei dati di input non sono valori positivi


```
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$ cat elaborato_2.out
-----------------------------------------------------
 This job is allocated on 9 cpu(s)
Job is running on node(s):
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn274.scope.unina.it
-----------------------------------------------------
PBS: qsub is running on ui-studenti.scope.unina.it
PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi
PBS: execution mode is PBS_BATCH
PBS: job identifier is 3924922.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux//3924922.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64:/opt
/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/mpirt/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel
64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64_mic:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/debu
gger/gui/intel64:/opt/d-cache/srm/bin:/opt/d-cache/dcap/bin:/opt/edg/bin:/opt/glite/bin:/opt/globus/bin:/opt/lcg/bin:/usr/local/bin:/bi
n:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64/:/opt/exp_soft/unina.it/MPJExpress
/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
-----------------------------------------------------
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocch
i/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2.c
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpiexec -machinefile /var/spool/pbs/aux//3924922.torque02.scope.unina.it -np 9 /homes/DIS/CALCPA
R/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2
Errore! I parametri di ingresso non sono valori positivi.
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$
```

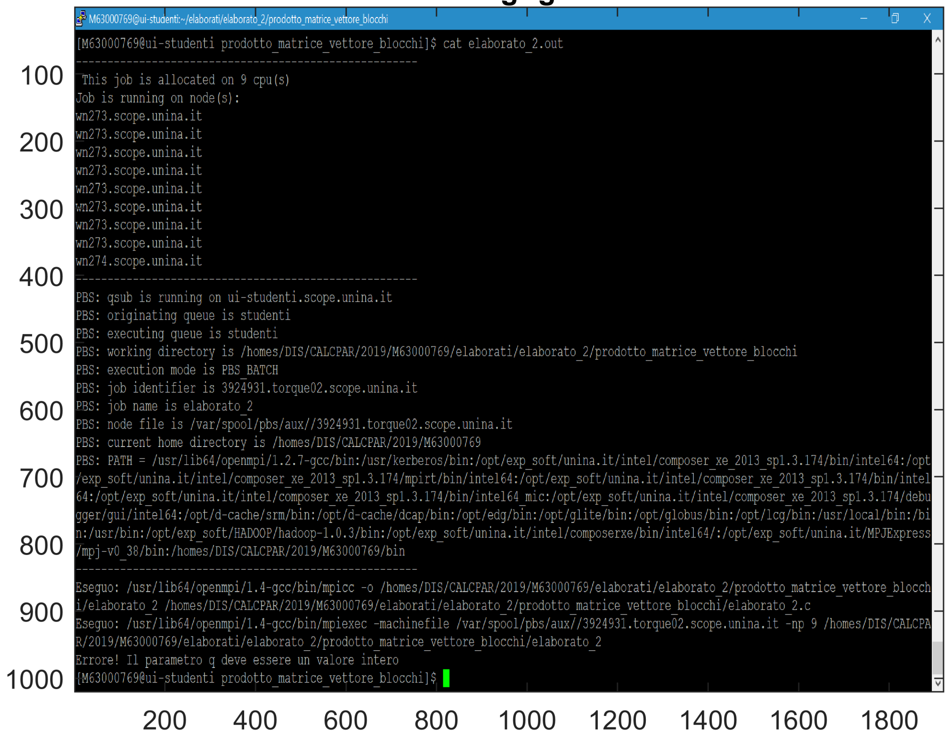
Errore: la dimensione di riga o di colonna della matrice è inferiore a q

```
M63000769@ui-studenti:~/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$ cat elaborato_2.out
----------------------------------------------------
 This job is allocated on 9 cpu(s)
Job is running on node(s):
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn274.scope.unina.it
----------------------------------------------------
PBS: qsub is running on ui-studenti.scope.unina.it
PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi
PBS: execution mode is PBS_BATCH
PBS: job identifier is 3925378.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux//3925378.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64:/opt
/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/mpirt/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel
64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64_mic:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/debu
gger/gui/intel64:/opt/d-cache/srm/bin:/opt/d-cache/dcap/bin:/opt/edg/bin:/opt/glite/bin:/opt/globus/bin:/opt/lcg/bin:/usr/local/bin:/bi
n:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64/:/opt/exp_soft/unina.it/MPJExpress
/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
----------------------------------------------------
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocch
i/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2.c
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpiexec -machinefile /var/spool/pbs/aux//3925378.torque02.scope.unina.it -np 9 /homes/DIS/CALCPA
R/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2
Errore! N oppure M sono inferiori della dimensione q della griglia.
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$
```

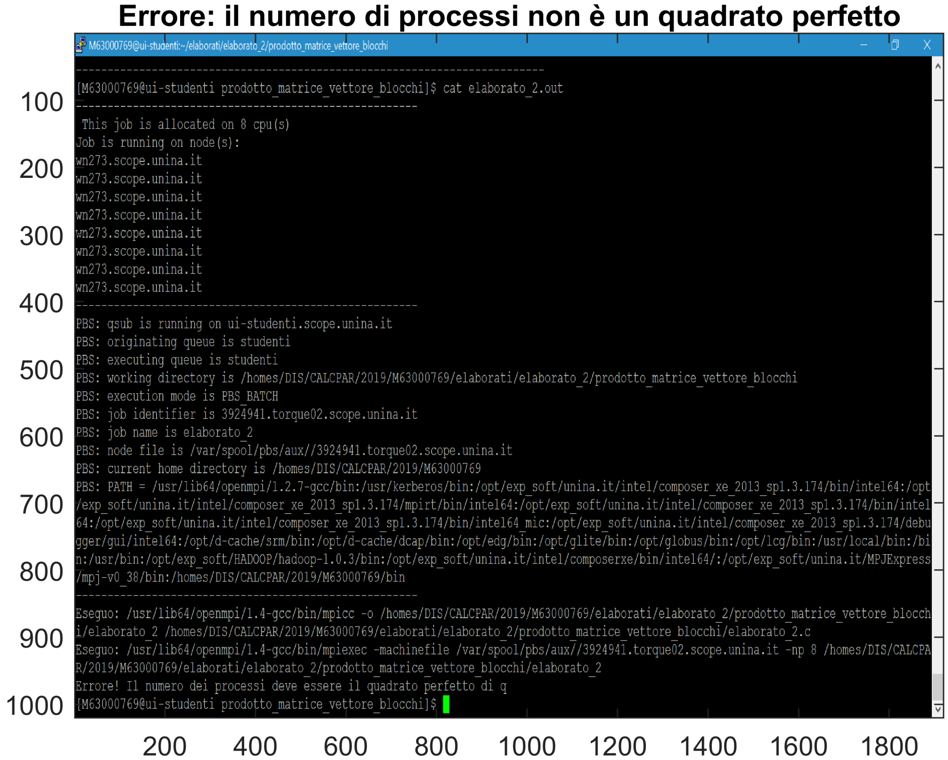
Errore: le dimensioni non sono coerenti

```
M63000769@ui-studenti:~/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$ cat elaborato_2.out
----------------------------------------------------
 This job is allocated on 9 cpu(s)
Job is running on node(s):
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn273.scope.unina.it
wn274.scope.unina.it
----------------------------------------------------
PBS: qsub is running on ui-studenti.scope.unina.it
PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi
PBS: execution mode is PBS_BATCH
PBS: job identifier is 3924948.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux//3924948.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64:/opt
/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/mpirt/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel
64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/bin/intel64_mic:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_sp1.3.174/debu
gger/gui/intel64:/opt/d-cache/srm/bin:/opt/d-cache/dcap/bin:/opt/edg/bin:/opt/glite/bin:/opt/globus/bin:/opt/lcg/bin:/usr/local/bin:/bi
n:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64/:/opt/exp_soft/unina.it/MPJExpress
/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
----------------------------------------------------
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocch
i/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2.c
Eseguo: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpiexec -machinefile /var/spool/pbs/aux//3924948.torque02.scope.unina.it -np 9 /homes/DIS/CALCPA
R/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_blocchi/elaborato_2
Errore! Le dimensioni non sono coerenti
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_blocchi]$
```

Errore: la dimensione della griglia non è un valore intero



Errore: il numero di processi non è un quadrato perfetto



ANALISI DELLE PRESTAZIONI (T(p), S(p), E(p))

Tempo di esecuzione - T(p)

Si è scelto di misurare i tempi di esecuzione nel processo *root* usando la primitiva `MPI_Wtime()`. In particolare l'intervallo di tempo misurato è quello che comprende le fasi 4 e 5 dell'algoritmo prima citate.

Si è scelto inoltre di considerare tre casi diversi che rappresentano le tre possibilità per le dimensioni della matrice: il caso in cui il numero di righe è maggiore numero di colonne, il caso in cui il numero di righe è minore del numero di colonne ed, infine, il caso in cui la matrice è quadrata.

Per ciascuno di questi tre casi è stato considerato il minimo tra 3 esecuzioni ripetute, eseguite in momenti diversi ed in particolare:

- quando il numero di righe M è maggiore del numero di colonne N si fa variare M da 5000 a 300000 con N fissato a 1000
- quando il numero di righe M è minore del numero di colonne N si fa variare N da 5000 a 300000 con M fissato a 1000
- quando la matrice è quadrata si fa variare M=N da 100 a 10000

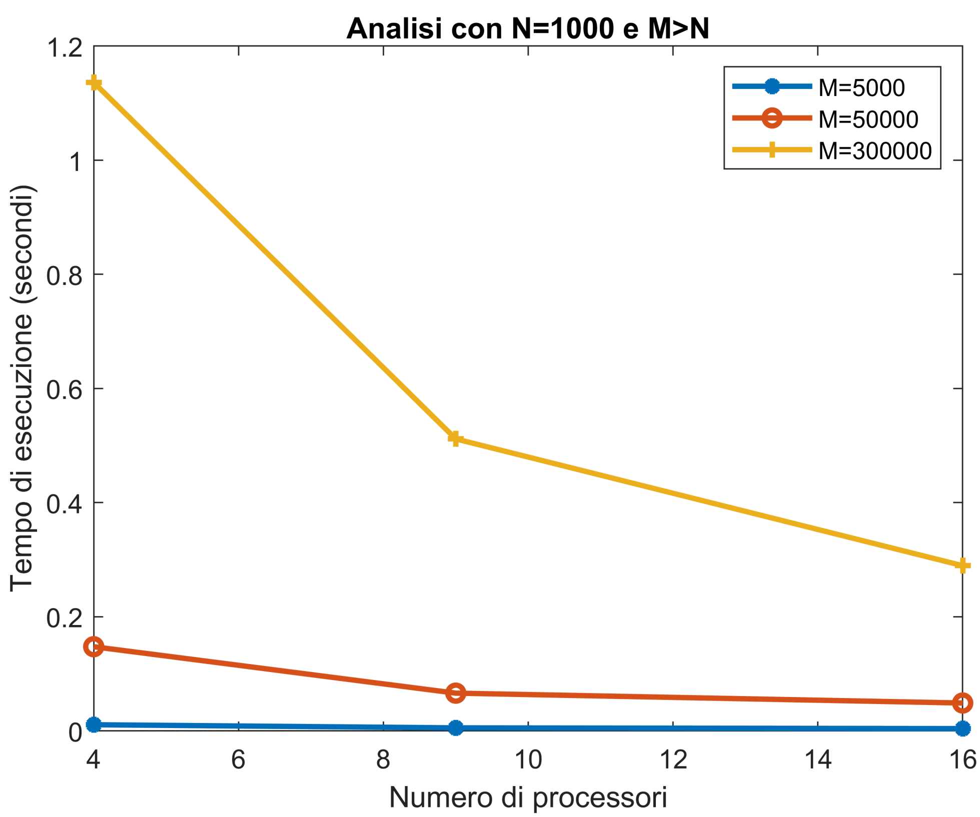
Si noti che nel caso di matrici quadrate si è scelta una diversa configurazione rispetto al caso di matrici sbilanciate data l'impossibilità di eseguire sul cluster il programma con dimensioni 300000 x 300000. Pertanto è parso ragionevole, solo nel caso di matrici quadrate, ridurre la dimensione massima. Inoltre, sebbene test con matrici 100x100 risultino poco significativi, si è scelto di utilizzare le stesse dimensioni dell'elaborato per righe e per colonne, per facilitare il confronto. Infine, nei due precedenti elaborati la dimensione massima con cui è stato fatto eseguire il software è stata 500000 ma, a causa dell'overhead delle varie inizializzazioni e allocazioni, è stato possibile qui arrivare soltanto a 300000.

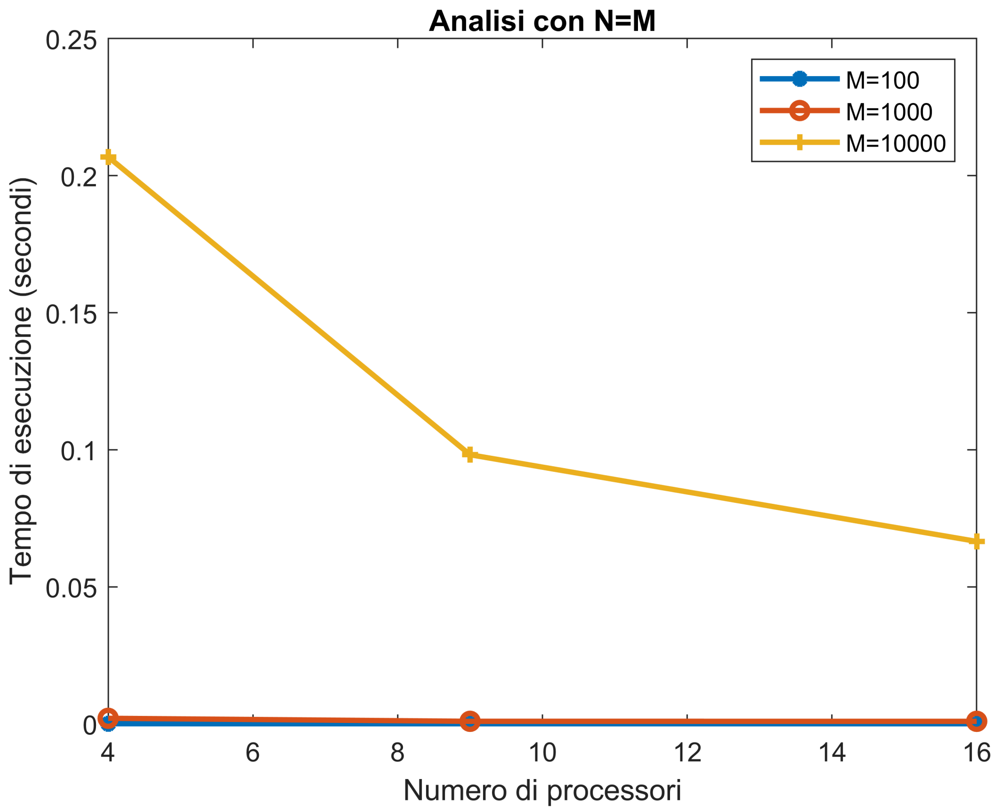
I grafici e le tabelle riassumono i risultati ottenuti per tutti i possibili valori di M,N e p.

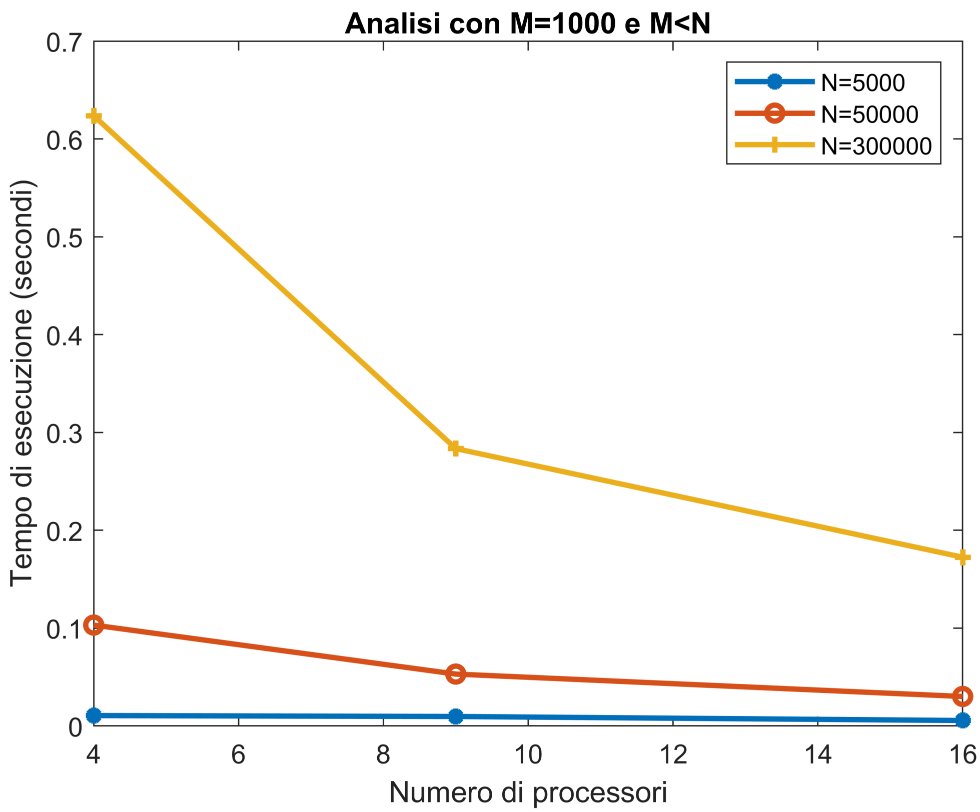
```
%esecuzione script per tabelle e grafici
tempi
```

Tempi

PROVA M>N	N=1000		
	5000	50000	300000
2*2	0,0108988285064697	0,1476129550933830	1,1363031673431300
3*3	0,0054469108581543	0,0662589073181152	0,511646146774292
4*4	0,0041251182556152	0,0489621162414551	0,289575815200805
PROVA M=N			
	100	1000	10000
2*2	0,0000641345977783	0,0020449161529541	0,206851959228515
3*3	0,0000500679016113	0,0009500980377197	0,098192930221558
4*4	0,0000491142272949	0,0009438991546631	0,066570997238159
PROVA M<N	M=1000		
	5000	50000	300000
2*2	0,0106250907897949	0,103114843368530	0,623643875122070
3*3	0,0096849670410156	0,053033828735352	0,283479928970336
4*4	0,0055870376586914	0,030131868362427	0,172450113296508







Per considerazioni più di dettaglio su questi risultati si rimanda alla sezione Conclusioni.

Speed up ed Efficienza - S(p) ed E(p)

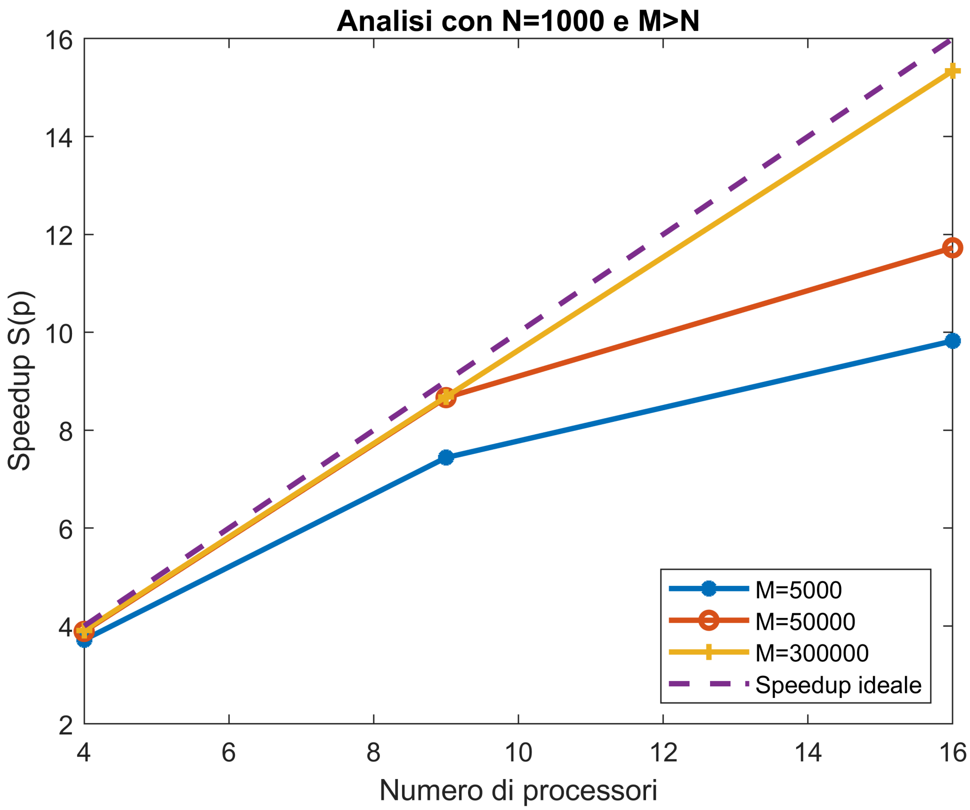
Si è calcolato, inoltre, il tempo di riferimento T(1) che corrisponde al tempo di esecuzione su un unico processore.

A partire dai tempi misurati nella sezione precedente e da T(1) è stato calcolato lo speed-up al variare di M, N e p.

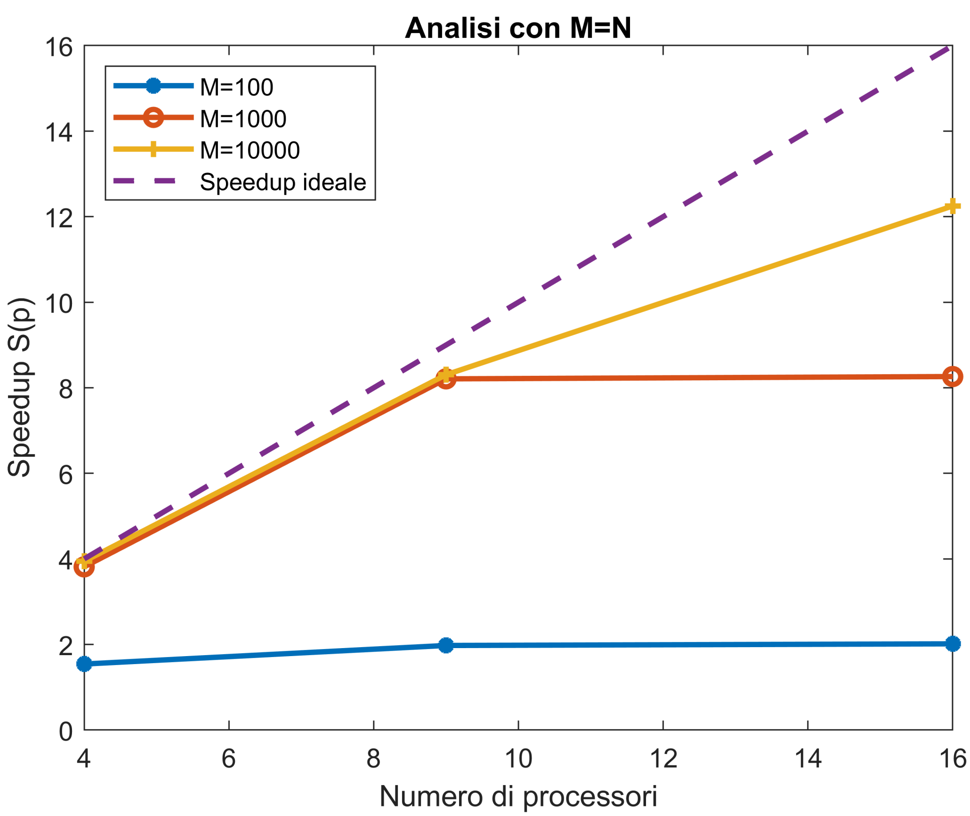
```
%esecuzione script per tabelle e grafici
speedup
```

Speed up

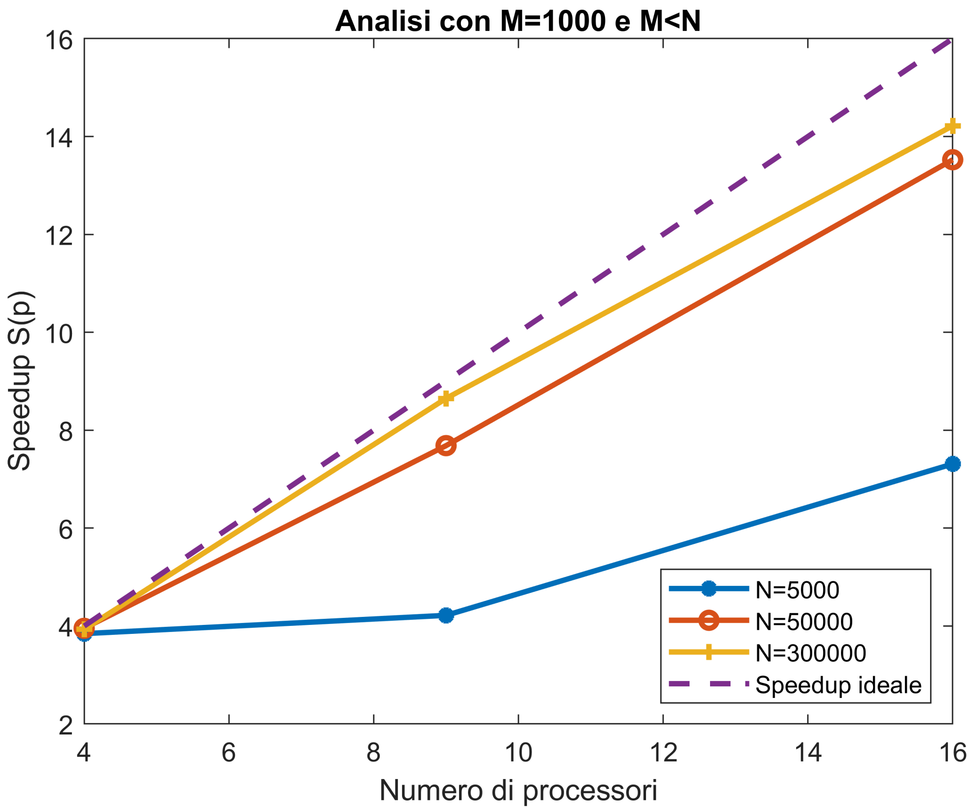
PROVA M>N	N=1000		
	5000	50000	300000
2*2	3,7183	3,8897	3,9095
3*3	7,4400	8,6655	8,6826
4*4	9,8240	11,7268	15,3410
PROVA M=N			
	100	1000	10000
2*2	1,5428	3,8139	3,9423
3*3	1,9762	8,2087	8,3049
4*4	2,0146	8,2626	12,2497
PROVA M<N	M=1000		
	5000	50000	300000
2*2	3,8444	3,9524	3,9316
3*3	4,2176	7,6848	8,6493
4*4	7,3110	13,5257	14,2181



Analisi con N=1000 e M>N
Speedup S(p)
Numero di processori
M=5000
M=50000
M=300000
Speedup ideale
2
4
6
8
10
12
14
16



Analisi con M=N
Speedup S(p)
Numero di processori
M=100
M=1000
M=10000
Speedup ideale
0
2
4
6
8
10
12
14
16

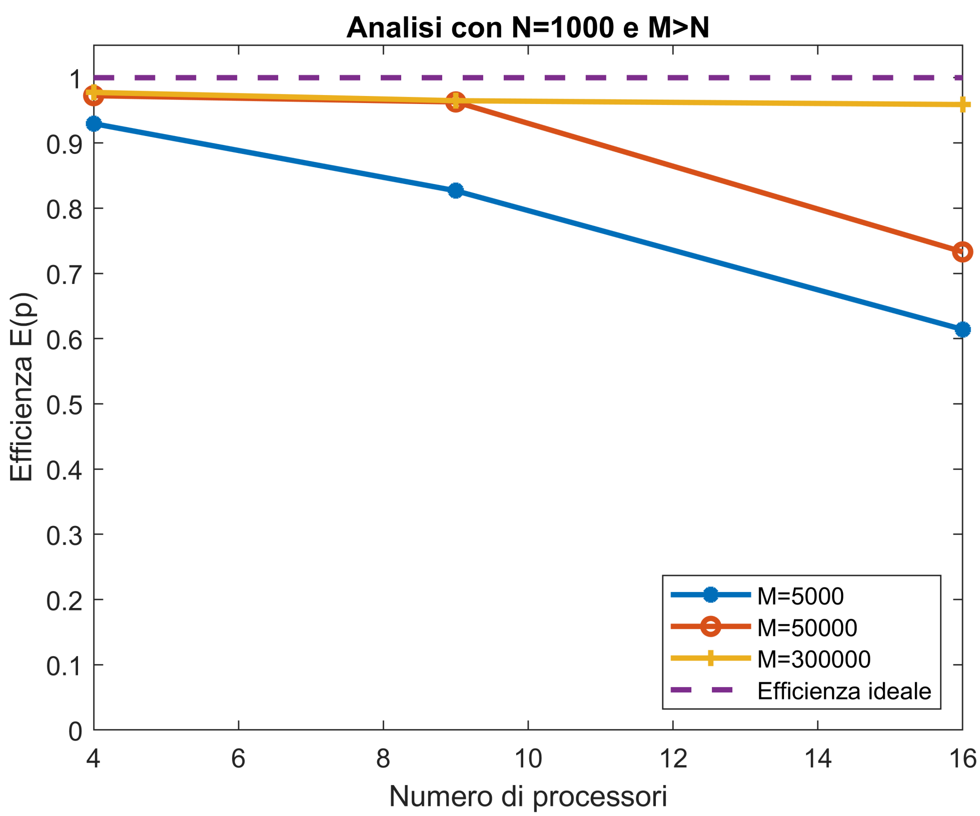


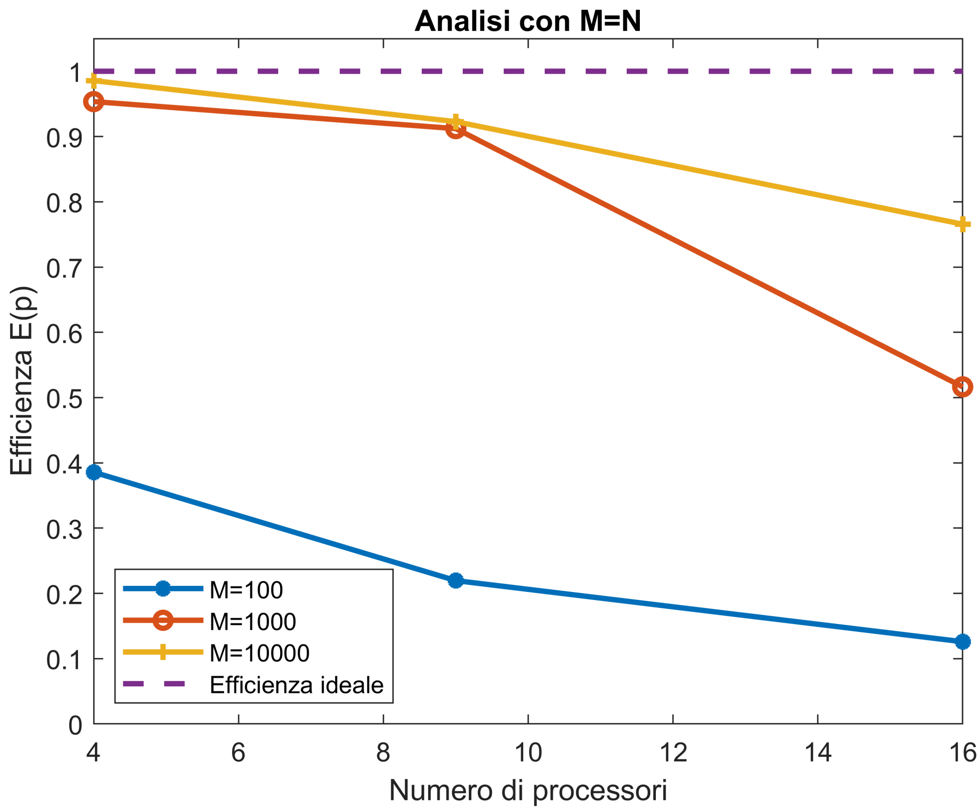
Infine si è calcolata l'efficienza rapportando lo speed-up S(p) al numero di processori p.

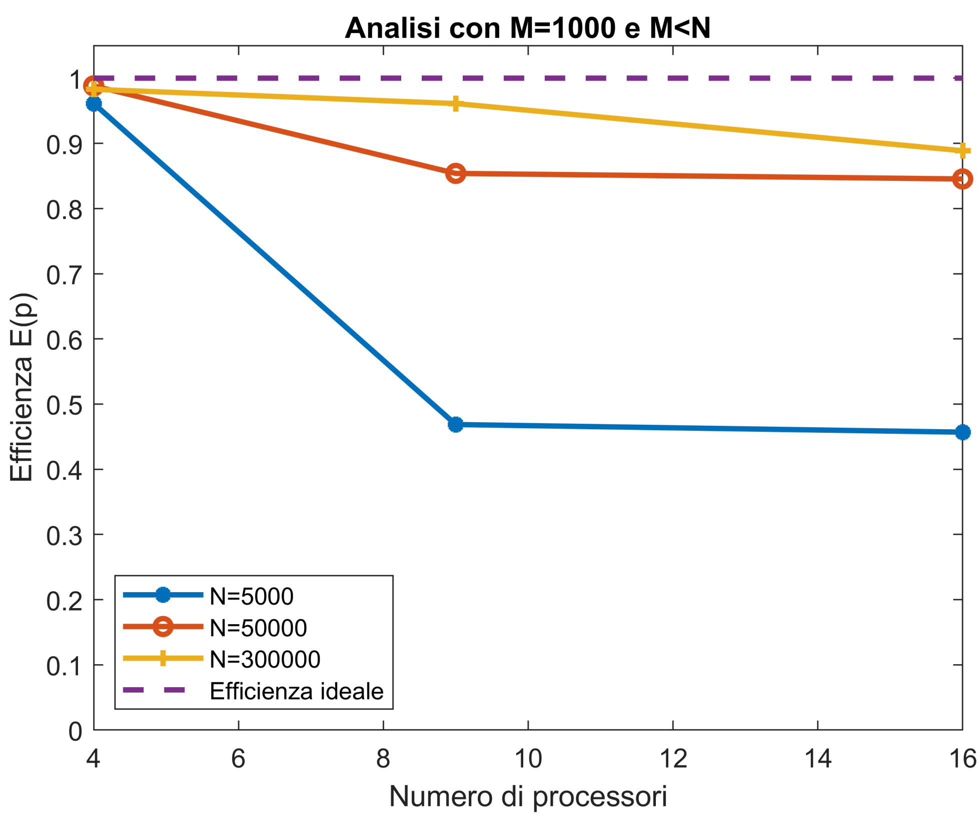
```
%esecuzione script per tabelle e grafici
efficienza
```

Efficienza

PROVA M>N	N=1000		
	5000	50000	300000
2*2	0,9296	0,9724	0,9774
3*3	0,8267	0,9628	0,9647
4*4	0,6140	0,7329	0,9588
PROVA M=N			
	100	1000	10000
2*2	0,3857	0,9535	0,9856
3*3	0,2196	0,9121	0,9228
4*4	0,1259	0,5164	0,7656
PROVA M<N	M=1000		
	5000	50000	300000
2*2	0,9611	0,9881	0,9829
3*3	0,4686	0,8539	0,9610
4*4	0,4569	0,8454	0,8886




Analisi con M=N
Efficienza E(p)
Numero di processori
M=100
M=1000
M=10000
Efficienza ideale
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
4
6
8
10
12
14
16


Analisi con M=1000 e M<N
Efficienza E(p)
Numero di processori
N=5000
N=50000
N=300000
Efficienza ideale
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
4
6
8
10
12
14
16

Conclusioni

Dai grafici e dalle tabelle appena presentate si possono trarre le seguenti conclusioni:

- sia nel caso di matrici sbilanciate che bilanciate, si ha che l'efficienza ottima si ha per 4 processori e cioè per una griglia bidimensionale 2*2;
- probabilmente ciò è dovuto al fatto che, selezionando le altre due configurazioni (3*3 o 4*4) e cioè quando su Scope si lavora con due nodi, l'overhead di comunicazione tra essi compensa il vantaggio della scelta di usare complessivamente più processori in parallelo. Si ricordi infatti che il nodo fisico di Scope ospita 8 processori.

Si possono fare ulteriori considerazioni notando che, per una dimensione fissata, l'efficienza peggiora dopo un certo valore di p (ciò verifica sperimentalmente la legge di Amdahl), e che, in generale, all'aumentare sia della dimensione del problema che di p, l'efficienza migliora, verificando la legge di Gustafson.

Analoghe considerazioni per i tempi e lo speedup.

ANALISI DELL' ACCURATEZZA

Confrontando il risultato ottenuto sul cluster Scope e quello ottenuto su MATLAB si ottiene il seguente errore relativo (tramite il comando `norm`), fissando a 9 il numero di processori con dimensione della matrice pari a 7x8.

In particolare, nel test seguente, sono stati usati un vettore e una matrice inizializzati nel modo seguente

$$\text{matrice}[i][j] = \pi * (i + 1)$$

$$\text{vettore}[i] = 1$$

```
%esecuzione script per i test di accuratezza
accuratezza
```

```
risultato_scope = 7×1
10^2 ×
   0.251327412287183
   0.502654824574366
   0.753982236861550
   1.005309649148730
   1.256637061435910
   1.507964473723100
   1.759291886010280
risultato_matlab = 7×1
10^2 ×
   0.251327412287183
```

```
   0.502654824574367
   0.753982236861550
   1.005309649148734
   1.256637061435917
   1.507964473723100
   1.759291886010284

errore_relativo =

     3.210969507161735e-15
```