

ELABORATO 2 - PRODOTTO MATRICE VETTORE PER RIGHE

LO BRUTTO FABIO / MAIONE PAOLO

DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Si vuole progettare un algoritmo in MPI per risolvere il prodotto vettoriale tra una matrice, di dimensioni $M \times N$, e un vettore di reali, di dimensione N , su p processori.

In particolare si utilizza l'infrastruttura S.C.o.P.E. per permettere l'esecuzione del software in un ambiente parallelo.

DESCRIZIONE DELL'ALGORITMO

In particolare le fasi dell'algoritmo, implementato nel file *eLaborato_2.c*, sono:

- 1) Distribuzione per righe della matrice in p processori e distribuzione del vettore: ognuno dei p processori eseguirà il prodotto vettoriale tra la porzione di matrice ricevuta dal processo *root* (cioè quello con rank 0), e il vettore;
- 2) Elaborazione del prodotto vettoriale in parallelo ;
- 3) Aggregazione del vettore calcolato nel processo *root* che determinerà il risultato finale.

A tal proposito sono state utilizzate le primitive fornite da MPI (rispettivamente per la prima fase `MPI_Scatterv()` e per la terza `MPI_Gatherv()`).

Inoltre l'algoritmo progettato comprende anche il caso in cui la dimensione M (cioè il numero di righe della matrice) non sia multipla del numero di processori p a disposizione.

Si è scelto di misurare i tempi di esecuzione nel processo di rank 0 usando la primitiva `MPI_Wtime()` tra la fase 2 e la fase 3 scegliendo il minimo tra 3 misurazioni ripetute.

Infine, si osservi che i controlli di robustezza del software sono stati interamente delegati al processo *root*.

INPUT, OUTPUT E CONDIZIONI DI ERRORE

- **Input:** la matrice e il vettore di cui effettuare il prodotto vettoriale, le loro dimensioni M , N e `dim_vett`.
- **Output:** il vettore risultato del prodotto vettoriale tra la matrice e il vettore.

- **Condizioni di errore:** la dimensione delle righe della matrice deve essere uguale al numero di colonne del vettore e devono essere interi positivi. Il numero di righe della matrice non deve essere minore del numero di processori.

ESEMPIO DI FUNZIONAMENTO

Nell'immagine seguente vi è un esempio di funzionamento, con 4 processori, matrice di dimensione 7x8 e dimensione del vettore pari a 7 .

%esempio di funzionamento
funzionamento

Esempio di funzionamento con 4 processori e dimensione della matrice 7x8

```

PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe
PBS: execution mode is PBS_BATCH
PBS: job identifier is 3922155.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux//3922155.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/mpirt/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64_mic:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/debugger/gui/intel64:/opt/d-cache/srm/bin:/opt/d-cache/dcapi/bin:/opt/edg/bin:/opt/glibe/bin:/opt/globus/bin:/opt/ilog/bin:/usr/local/bin:/bin:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/MPJExpress/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
-----
Esegui: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2.c
Esegui: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpixec -machinefile /var/spool/pbs/aux//3922155.torque02.scope.unina.it -np 4 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2
Ciao sono il processo 0 e mi chiamo wn273.scope.unina.it
Ciao sono il processo 2 e mi chiamo wn273.scope.unina.it
Ciao sono il processo 3 e mi chiamo wn273.scope.unina.it
Ciao sono il processo 1 e mi chiamo wn273.scope.unina.it
Sono il processo 0. Il vettore risultato di 7 righe è :
Stampa array del processo 0:
25.1327412287183449
50.2654824574366899
75.3982236861550206
100.5309649148733797
125.6637061435917389
150.7964473723100411
175.9291886010284429
Sono il processo 0: tempo di esecuzione totale di 0.0000150203704834 secondi.
(M63000769hui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe)$
(M63000769hui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe)$

```

ESEMPI DI ERRORE

Nelle successive immagini, invece, sono mostrati i messaggi di errore al verificarsi delle condizioni sopra citate.

```
%un esempio per ciascuna condizione di errore
errori
```

Errore: numero di processori non positivo

```
M63000769@ui-studenti-elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe
```

```
[M63000769@ui-studenti elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe]$ cat elaborato.2.out
```

```
-----  
This job is allocated on 4 cpu(s)  
Job is running on node(s):  
wn273.scopec.unina.it  
wn273.scopec.unina.it  
wn273.scopec.unina.it  
wn273.scopec.unina.it  
-----  
  
PBS: gsub is running on ui-studenti.scopec.unina.it  
PBS: originating queue is studenti  
PBS: executing queue is studenti  
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe  
PBS: execution mode is PBS BATCH  
PBS: job identifier is 3921608.torque02.scopec.unina.it  
PBS: job name is elaborato_2  
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux/3921608.torque02.scopec.unina.it  
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769  
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer xe 2013 sp1.3.174/bin/intel64;/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer xe 2013 sp1.3.174/mpit/bin/intel64;/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer xe 2013 sp1.3.174/bin/intel64;/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer xe 2013 sp1.3.174/debugger/gui/intel64;/opt/d-cache/srm/bin;/opt/d-cache/dcqp/bin;/opt/edg/bin;/opt/glite/bin;/opt/globus/bin;/opt/lcg/bin;/usr/local/bin:/bin:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1-v0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerver/bin/intel64;/opt/exp_soft/unina.it/MFJExpress/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin  
-----  
Eseguito: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2.C  
Eseguito: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpixec -machinefile /var/spool/pbs/aux/3921608.torque02.scopec.unina.it -np 4 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2  
Errore! Il numero dei processi deve essere positivo  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$  
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
```

200 400 600 800 1000 1200 1400 1600 1800

100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000

1000

100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000

1000

Errore: la dimensione di riga della matrice è inferiore al numero di processori

```
M63000769@ui-studenti-elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$ cat elaborato_2.out
-----
This job is allocated on 8 cpu(s)
Job is running on node(s):
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
-----
PBS: qsub is running on ui-studenti.scope.unina.it
PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe
PBS: execution mode is PBS BATCH
PBS: job identifier is 3921640.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux/3921640.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/mpiir/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bug/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/debugger/gui/intel64:/opt/d-cache/arm/bin:/opt/d-cache/dcap/bin:/opt/edg/bin:/opt/glibe/bin:/opt/globus/bin:/opt/lcg/bin:/usr/local/bin:/bin:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/MPExpress/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
-----
Esegui: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2.c
Esegui: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpixec -machinefile /var/spool/pbs/aux/3921640.torque02.scope.unina.it -np 8 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2
Errore! La dimensione di riga della matrice è inferiore al numero di processori.
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
```

Errore: le dimensioni non sono coerenti

```
M63000769@ui-studenti-elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$ cat elaborato_2.out
-----
This job is allocated on 4 cpu(s)
Job is running on node(s):
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
wm273.scope.unina.it
-----
PBS: qsub is running on ui-studenti.scope.unina.it
PBS: originating queue is studenti
PBS: executing queue is studenti
PBS: working directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe
PBS: execution mode is PBS BATCH
PBS: job identifier is 3921659.torque02.scope.unina.it
PBS: job name is elaborato_2
PBS: node file is /var/spool/pbs/aux/3921659.torque02.scope.unina.it
PBS: current home directory is /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769
PBS: PATH = /usr/lib64/openmpi/1.2.7-gcc/bin:/usr/kerberos/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/mpiir/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/bug/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composer_xe_2013_spl.3.174/debugger/gui/intel64:/opt/d-cache/arm/bin:/opt/d-cache/dcap/bin:/opt/edg/bin:/opt/glibe/bin:/opt/globus/bin:/opt/lcg/bin:/usr/local/bin:/bin:/usr/bin:/opt/exp_soft/HADOOP/hadoop-1.0.3/bin:/opt/exp_soft/unina.it/intel/composerxe/bin/intel64:/opt/exp_soft/unina.it/MPExpress/mpj-v0_38/bin:/homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/bin
-----
Esegui: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpicc -o /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2.c
Esegui: /usr/lib64/openmpi/1.4-gcc/bin/mpixec -machinefile /var/spool/pbs/aux/3921659.torque02.scope.unina.it -np 4 /homes/DIS/CALCPAR/2019/M63000769/elaborati/elaborato_2/prodotto_matrice_vettore_righe/elaborato_2
Errore! Le dimensioni non sono coerenti
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
[M63000769@ui-studenti prodotto_matrice_vettore_righe]$
```

ANALISI DELLE PRESTAZIONI (T(p), S(p), E(p))

Tempo di esecuzione - T(p)

Si è scelto di misurare i tempi di esecuzione nel processo *root* usando la primitiva `MPI_Wtime()`. In particolare l'intervallo di tempo misurato è quello che comprende le fasi 2 e 3 dell'algoritmo prima citate.

Si è scelto inoltre di considerare tre casi diversi che rappresentano le tre possibilità per le dimensioni della matrice: il caso in cui il numero di righe è maggiore numero di colonne, il caso in cui il numero di righe è minore del numero di colonne ed, infine, il caso in cui la matrice è quadrata.

Per ciascuno di questi tre casi è stato considerato il minimo tra 3 esecuzioni ripetute, eseguite in momenti diversi ed in particolare:

- quando il numero di righe M è maggiore del numero di colonne N si fa variare M da 5000 a 50000 con N fissato a 1000
- quando il numero di righe M è minore del numero di colonne N si fa variare N da 5000 a 50000 con M fissato a 1000
- quando la matrice è quadrata si fa variare $M=N$ da 100 a 10000

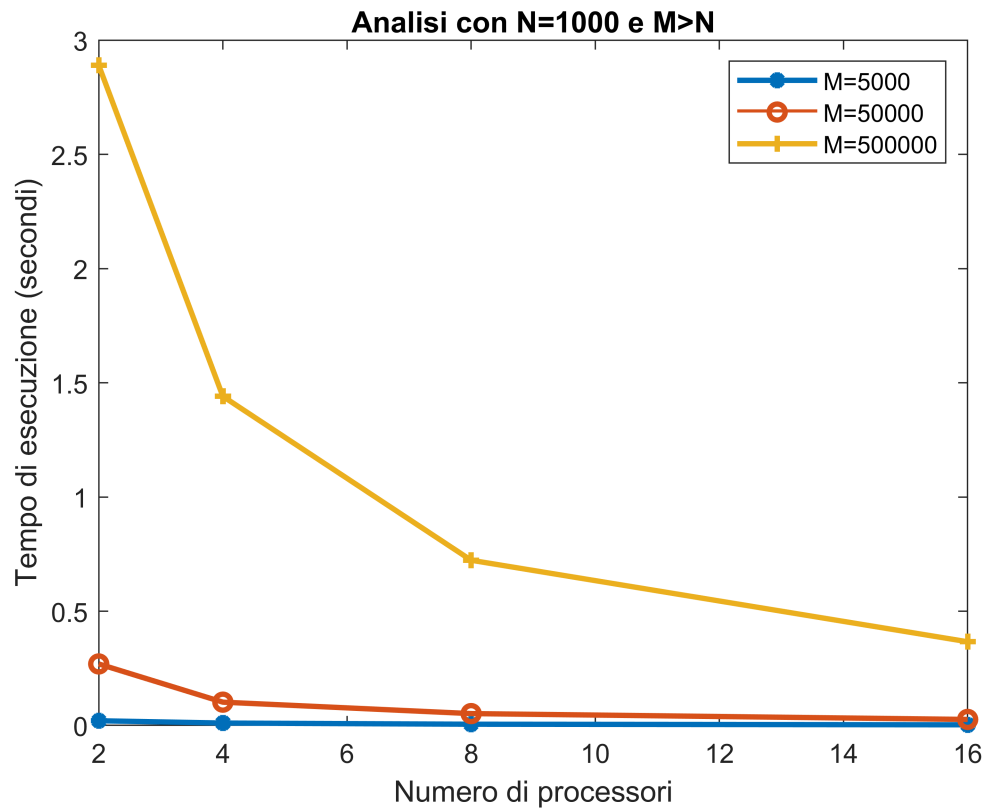
Si noti che nel caso di matrici quadrate si è scelta una diversa configurazione rispetto al caso di matrici sbilanciate data l'impossibilità di eseguire sul cluster il programma con dimensioni 50000 x 50000. Pertanto è parso ragionevole, solo nel caso di matrici quadrate, ridurre la dimensione massima.

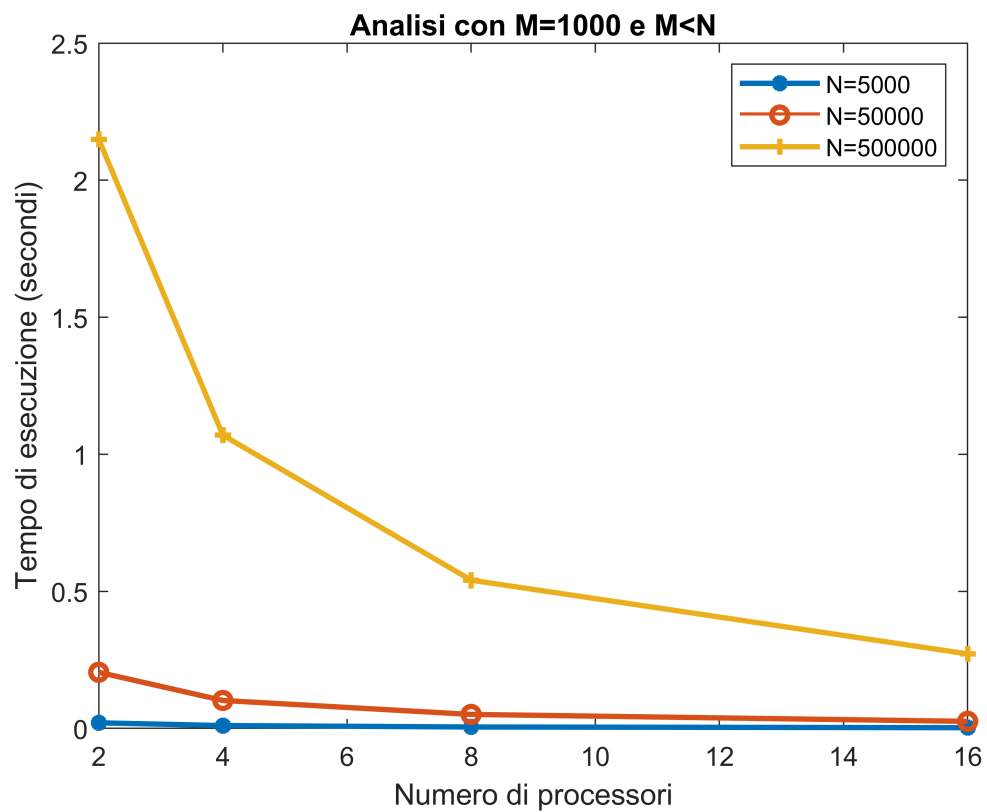
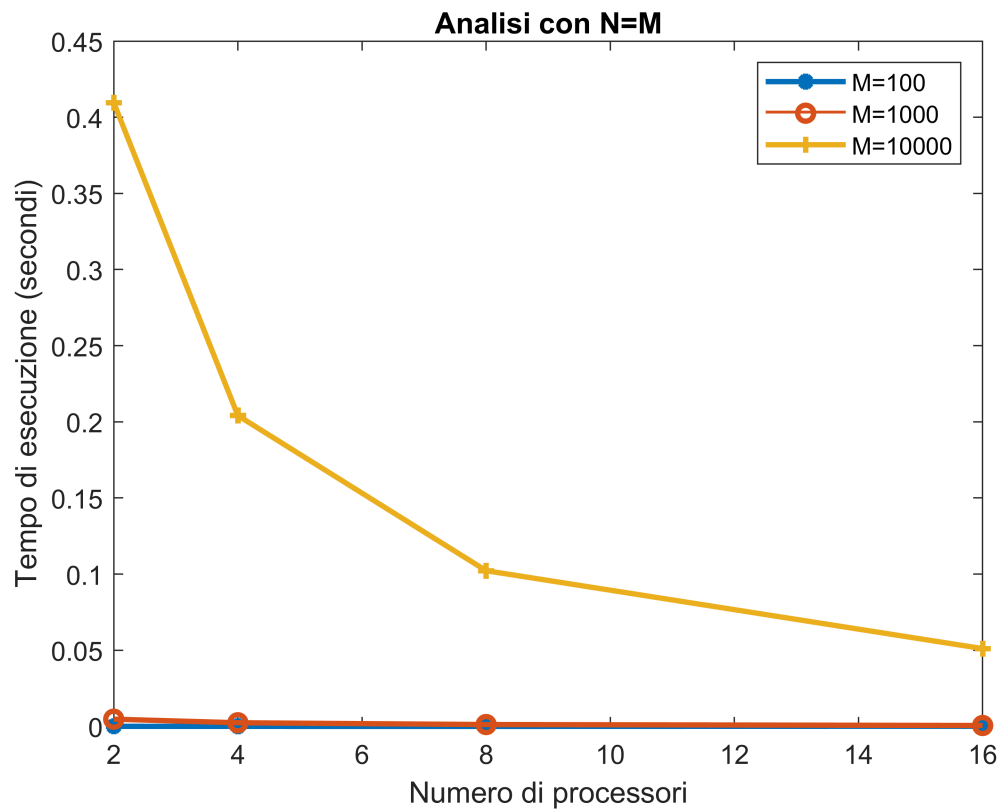
I grafici e le tabelle riassumono i risultati ottenuti per tutti i possibili valori di M,N e p.

```
%esecuzione script per tabelle e grafici  
tempi
```

Tempi			
PROVA M>N	N=1000		
	5000	50000	500000
2	0,0203859806060791	0,2491139984130850	2,989853954315180
4	0,0102760791778564	0,1017658710479730	1,440534114837640
8	0,0051968097686768	0,0517168045043945	0,723032951354980
16	0,0026328563690186	0,0261680355072021	0,366197824478149
PROVA M=N			
	100	1000	10000
2	0,0000529289245605	0,0047409534454346	0,409604787826538
4	0,0000331401824951	0,0024030208587646	0,204131841659545
8	0,0000200271606445	0,0012221336364746	0,102236032485961
16	0,0001120567321777	0,0006400316619873	0,054082134246826
PROVA M<N	M=1000		
	5000	50000	500000
2	0,0204110145568848	0,204815864562988	2,149081993103020
4	0,0103540420532227	0,101985931396484	1,069822072982780
8	0,0053629543304443	0,051028013229370	0,540822982788085
16	0,0028011466979980	0,025714159011841	0,271781930923461

Warning: Image is too big to fit on screen; displaying at 67%





Per considerazioni più di dettaglio su questi risultati si rimanda alla sezione Conclusioni.

Speed up ed Efficienza - $S(p)$ ed $E(p)$

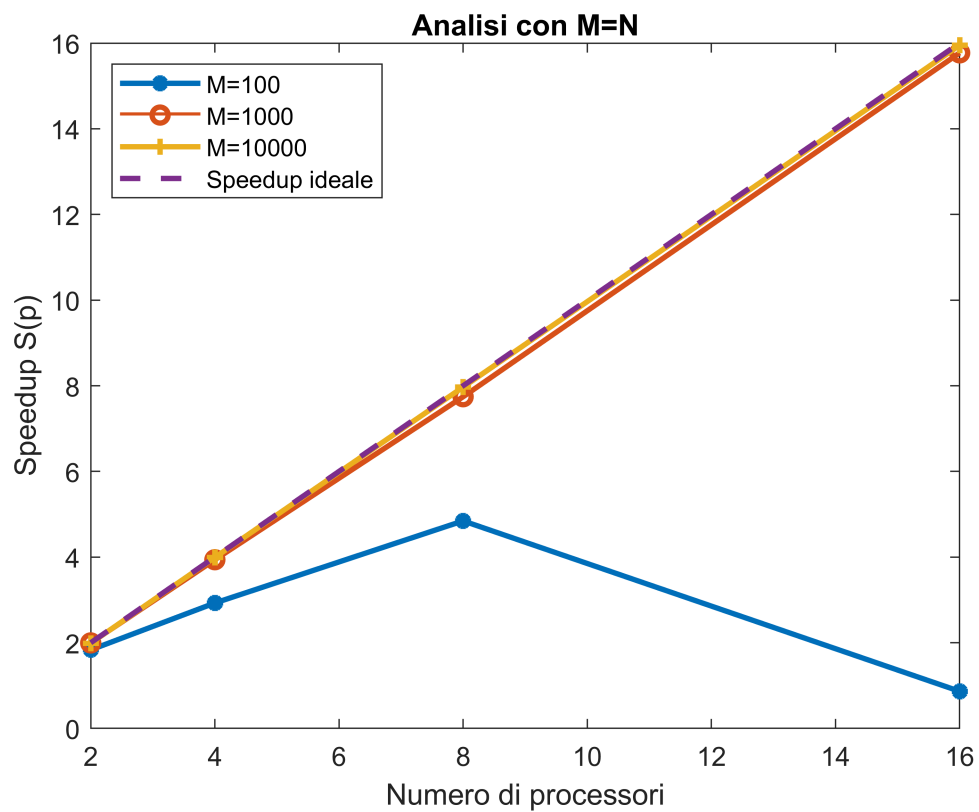
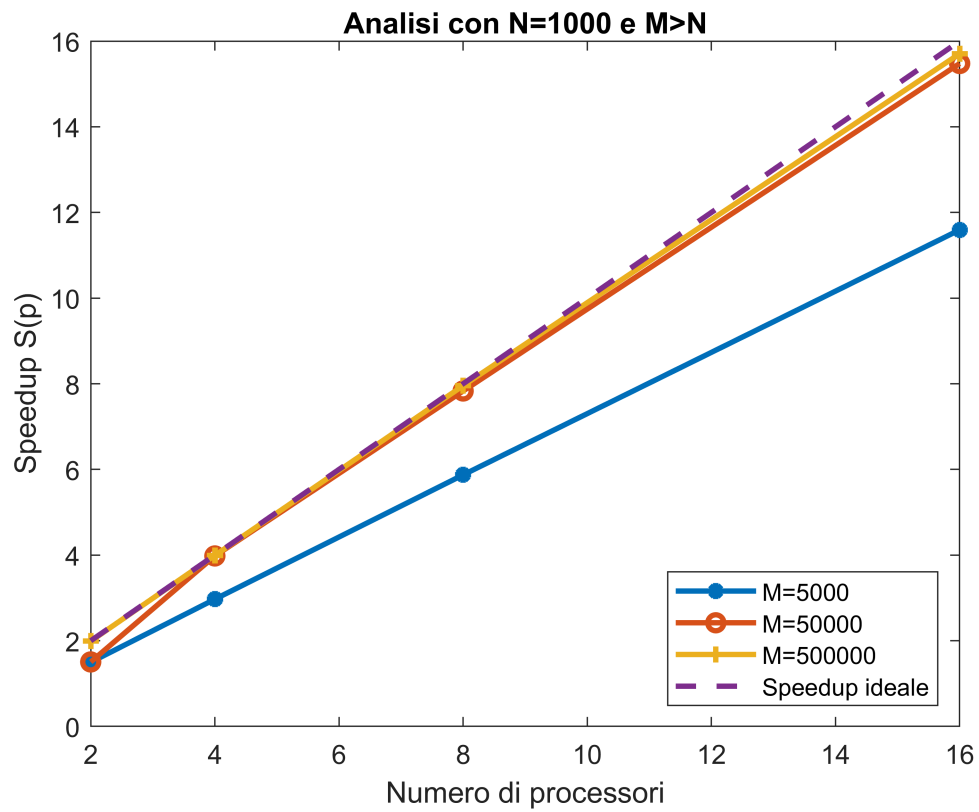
Si è calcolato, inoltre, il tempo di riferimento $T(1)$ che corrisponde al tempo di esecuzione su un unico processore.

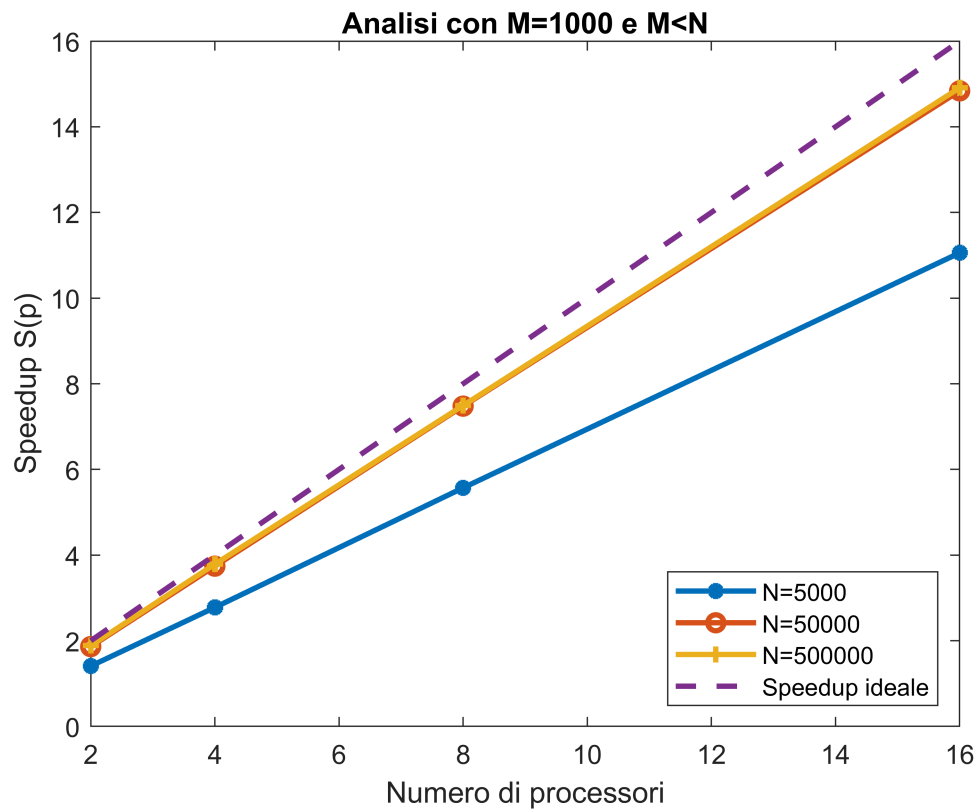
A partire dai tempi misurati nella sezione precedente e da $T(1)$ è stato calcolato lo speed-up al variare di M , N e p .

```
%esecuzione script per tabelle e grafici
speedup
```

Speed up			
PROVA $M > N$	N=1000		
	5000	50000	500000
2	1,4972	1,6258	1,9238
4	2,9701	3,9799	3,9929
8	5,8731	7,8315	7,9553
16	11,5924	15,4776	15,7071
PROVA $M = N$			
	100	1000	10000
2	1,8333	1,9962	1,9892
4	2,9281	3,9384	3,9914
8	4,8452	7,7439	7,9695
16	0,8660	14,7868	15,0655
PROVA $M < N$	M=1000		
	5000	50000	500000
2	1,4090	1,8629	1,8855
4	2,7775	3,7413	3,7876
8	5,3624	7,4774	7,4924
16	10,2666	14,8384	14,9093

Warning: Image is too big to fit on screen; displaying at 67%



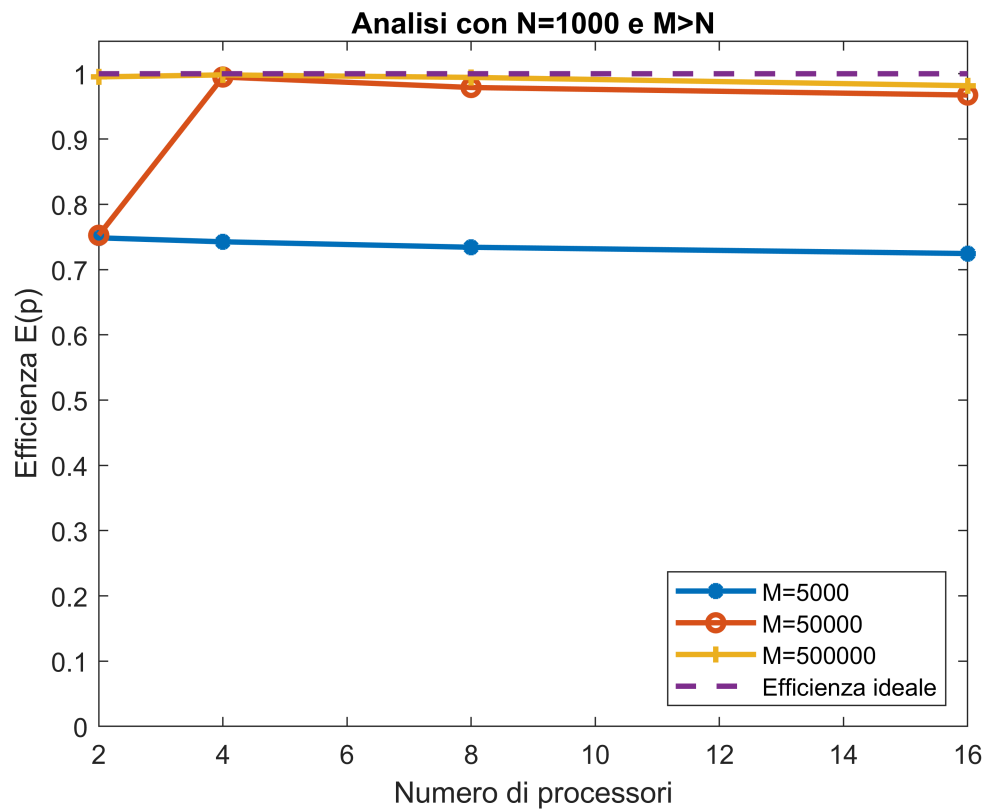


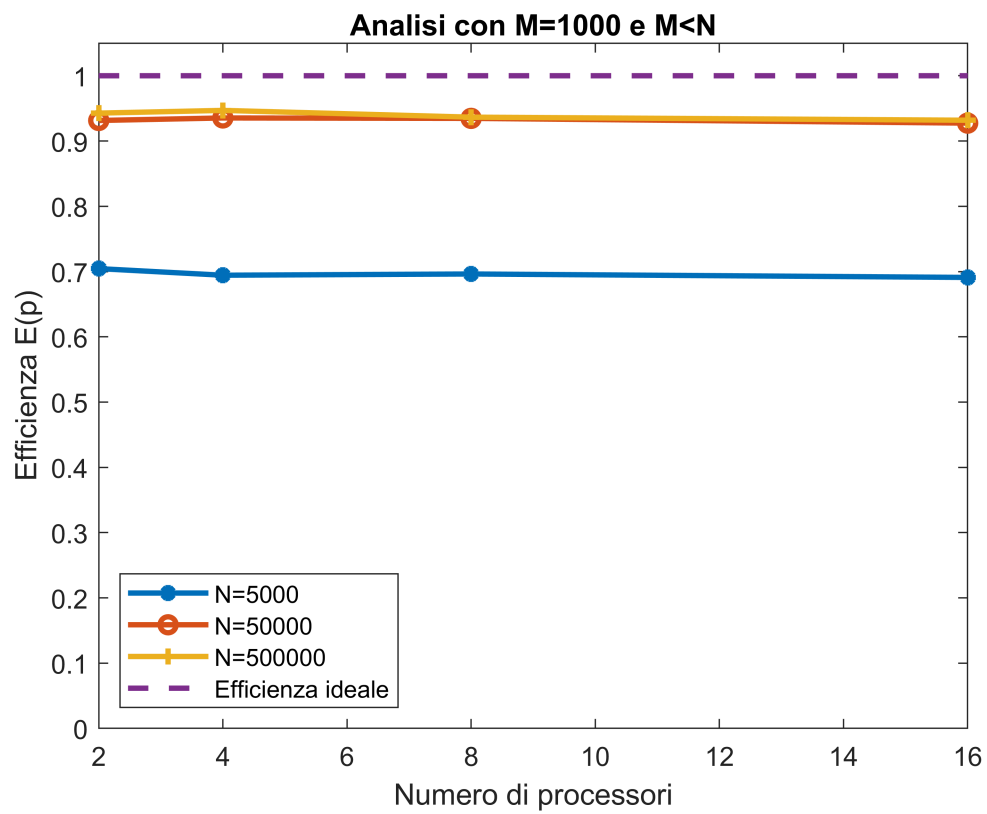
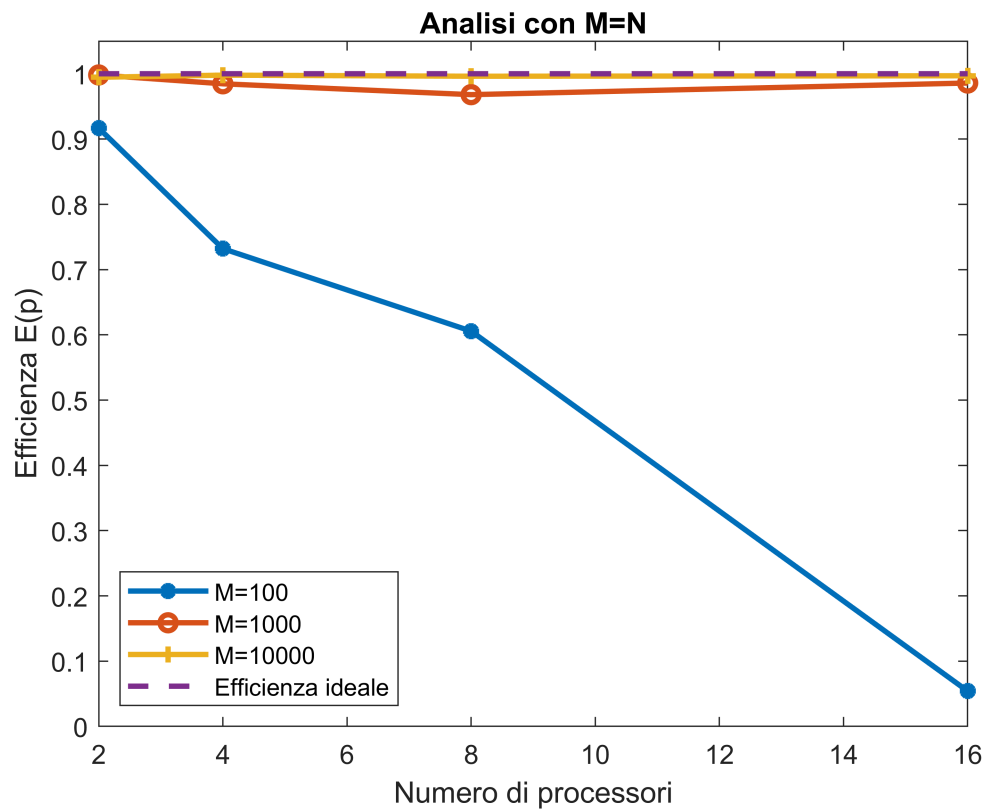
Infine si è calcolata l'efficienza rapportando lo speed-up $S(p)$ al numero di processori p .

```
%esecuzione script per tabelle e grafici  
efficienza
```

Efficienza			
PROVA M>N	N=1000		
	5000	50000	500000
2	0,7486	0,8129	0,9619
4	0,7425	0,9950	0,9982
8	0,7341	0,9789	0,9944
16	0,7245	0,9674	0,9817
PROVA M=N			
	100	1000	10000
2	0,9167	0,9981	0,9946
4	0,7320	0,9846	0,9979
8	0,6057	0,9680	0,9962
16	0,0541	0,9242	0,9416
PROVA M<N	M=1000		
	5000	50000	500000
2	0,7045	0,9315	0,9427
4	0,6944	0,9353	0,9469
8	0,6703	0,9347	0,9366
16	0,6417	0,9274	0,9318

Warning: Image is too big to fit on screen; displaying at 67%





Conclusioni

Dai grafici e dalle tabelle appena presentate si possono trarre considerazioni diverse nei tre casi prima citati:

- se $M > N$ o $M < N$ l'efficienza migliore si ha per 2 processori quando $M=5000$. Se $M=50000$ o 500000 invece il numero ottimo di processori risulta pari a 4. Tuttavia l'efficienza risulta complessivamente maggiore nella configurazione in cui $M > N$.
- se $M=N$ l'efficienza migliore si ha per 2 processori per M fino a 1000 mentre è 4 quando $M=10000$. In particolare si osservi che per $M=100$ l'efficienza degrada rapidamente all'aumentare del numero di processori date le dimensioni ridotte.

Si possono fare ulteriori considerazioni notando che, per una dimensione fissata, l'efficienza peggiora dopo un certo valore di p (ciò verifica sperimentalmente la legge di Amdahl), e che, in generale, all'aumentare sia della dimensione del problema che di p , l'efficienza migliora, verificando la legge di Gustafson, o non peggiora, come nel caso di $M=N$.

Analoghe considerazioni per i tempi e lo speedup.

ANALISI DELL' ACCURATEZZA

Confrontando il risultato ottenuto sul cluster Scope e quello ottenuto su MATLAB si ottiene il seguente errore relativo (tramite il comando `norm`), fissando a 4 il numero di processori con dimensione della matrice pari a 7×8 .

```
%esecuzione script per i test di accuratezza
accuratezza
```

```
risultato_scope = 7x1
    25.1327
    50.2655
    75.3982
   100.5310
   125.6637
   150.7964
   175.9292
risultato_matlab = 7x1
    25.1327
    50.2655
    75.3982
   100.5310
   125.6637
   150.7964
   175.9292
errore_relativo = 3.2110e-15
```

