

UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO COMPLETO DE REDES ÓPTICAS

**Fabio de Oliveira Lima¹, Marcelo de Oliveira Lima¹
Marcelo Eduardo Vieira Segatto¹**

¹ Laboratório de Telecomunicações
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) – Caixa Postal 5011
CEP 29060-970 – Vitória – ES – Brasil

{fabiolimath,marcelo.olima}@gmail.com, segatto@ele.ufes.br

1 Introdução

O interesse pela comunicação através de redes ópticas se intensificou após a introdução da tecnologia de multiplexação por comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*), pois ela possibilita a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, sendo cada um modulado em um comprimento de onda específico. Alguns fatores de interesse nesse tipo de rede são: infra-estrutura flexível e elevadas capacidade de transmissão de dados e confiabilidade da rede.

Redes Ópticas WDM com roteamento por comprimento de onda consistem de nós roteadores conectados por enlaces de fibra óptica. A topologia física da rede consiste na interconexão dos nós roteadores através de cabos de fibra óptica, ela pode ser representada por um grafo (Figura 2, item *a*)) onde as arestas equivalem às fibras. A topologia lógica, ou virtual, representa as conexões entre os pares de nós em uma camada superior à física, ela é constituída de caminhos lógicos que são configurados a partir da topologia física, sendo formados por um ou mais enlaces de fibra em sequência (Figura 2, item *b*)).

As informações trafegam ao longo de um caminho lógico no domínio óptico. Caso seja necessário que uma informação trafegue de um caminho lógico para outro, é necessária sua passagem pelo domínio eletrônico no nó intermediário. O tráfego dentro de um caminho lógico é dito transparente. A cada caminho lógico é associado um comprimento de onda.

Técnicas de otimização são largamente empregadas nas pesquisas relativas ao projeto de redes ópticas, as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. O projeto de redes ópticas possui elevada dificuldade de resolução e na literatura ele é normalmente subdividido em dois conhecidos problemas: Projeto da Topologia Virtual e Distribuição de Tráfego (VTD - *Virtual Topology Design*) e Roteamento de Tráfego e Alocação de Comprimentos de Onda (RWA - *Routing and Wavelength Assignment*). O RWA pode ser dividido em dois subproblemas: o roteamento do tráfego (RS - *Routing Subproblem*) e a alocação de comprimentos de onda (WAS - *Wavelength Assignment Subproblem*) [Zang et al. 2000]. Cada um destes três problemas (VTD, RS e WAS) possuem formulações MILP (*Mixed Integer Linear Problem*) [Ramaswami and Sivarajan 2002, Zang et al. 2000]. O WAS também pode ser modelado como um problema de coloração de grafos, fazendo analogia dos comprimentos de onda da rede óptica com as cores do espectro visível ao olho humano.

Este trabalho apresenta uma modelagem para o projeto de redes ópticas, que trata desde a escolha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo a distribuição de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Trata-se de uma formulação MILP mais abrangente do que as encontradas na literatura [Assis and Waldman 2004, Zang et al. 2000, Jaumard et al. 2004] e que permite controlar conjuntamente métricas dos problemas VTD e RWA.

Destaca-se ainda que este modelo é consideravelmente mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições, sendo inferior ao dos modelos mais enxutos que resolvem apenas o RWA [Jaumard et al. 2004, Tornatore et al. 2007]. E sob certas circunstâncias, chega a ser similar ao da modelagem clássica que trata apenas do VTD [Ramaswami and Sivarajan 2002].

Esta é uma nova modelagem, mas que guarda semelhanças com alguns modelos

conhecidos [Ramaswami and Sivarajan 2002, Tornatore et al. 2007]. Um de seus diferenciais provem de uma observação um tanto óbvia, que provavelmente não foi utilizada antes pois sozinha não reduz muito a complexidade do modelo. Nas modelagens para o WAS [Zang et al. 2000], é alocado um comprimento de onda sobre um caminho determinado pelo RS. Caminho este, que é escolhido para atender uma determinada ligação lógica, proveniente da solução do VTD, sobre a rede física. Esta abordagem exige variáveis diferentes para as ligações lógicas, para as rotas das mesmas e para a alocação de comprimentos de onda [Assis and Waldman 2004]. No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. É dada total liberdade para as variáveis de alocação de comprimentos de onda, sem ter que obedecer às ligações físicas, lógicas ou rotas pré estabelecidas. Pois, tendo sido alocado um comprimento de onda entre um par ordenado de nós através de algum caminho na rede, estará determinado implicitamente uma rota física pela rede e uma ligação lógica entre esses nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis adicionais para determinar as rotas e as ligações lógicas.

Deste modo, quase todo o problema já está mapeado: roteamento dos caminhos ópticos e definição das topologias física e lógica, além é claro da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do tráfego. Isto é tradicionalmente feito sobre as variáveis de ligação lógica, dentro do VTD [Ramaswami and Sivarajan 2002], o que retorna a matriz de requisições, que é a entrada para o RWA [Zang et al. 2000]. Mas aqui faremos diferente, as restrições para a distribuição do tráfego também serão escritas em função das variáveis de alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso eliminará as restrições de distribuição de requisições de tráfego do RWA [Zang et al. 2000].

As variáveis e restrições citadas acima fornecem um modelo completo para o projeto de redes ópticas. Nesse modelo algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes encontrados na literatura [Tornatore et al. 2007, Ramaswami and Sivarajan 2002], mas de um modo particular. Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente suporta multi caminhos e multi fibras entre um mesmo par de nós da rede.

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 a seguir apresentamos a modelagem básica, onde são colocadas as restrições fundamentais da formulação proposta. Na Seção 3 mostraremos como adaptar o modelo básico para outros casos de uso, permitindo o controle ou a minimização direta de várias métricas. Na Seção 4 são apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e comparações dos mesmos com outros resultados encontrados na literatura.

2 Modelagem Básica

A seguir será apresentada a forma básica do modelo. A função objetivo aqui considerada é o número de saltos físicos na rede [Assis and Waldman 2004]. Implicitamente também é controlado o número de comprimentos de onda; uma métrica importante no contexto do RWA [Zang et al. 2000]. No modelo básico será considerada a restrição de conservação dos comprimentos de onda ao longo do caminho óptico [Zang et al. 2000], ou seja, não será considerada a hipótese de conversão do comprimento de onda. A seguir, no conjunto de Dados 1, listamos as constantes que definem uma instância para o modelo básico.

Dados 1. Uma instância para o modelo básico é definida por:

1. N = Número de nós da rede.
2. W = Número máximo de comprimentos de onda admitido por fibra.
3. H = Grau físico máximo de entrada e saída de cada nó.
4. M = Multiplicidade física máxima admitida entre os pares de nós.
5. Cap = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
6. $C_{i,j}$ = Custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós (i, j) .
7. T = Custo por unidade de fluxo.
8. $P_{m,n}$ = Demanda de tráfego, com origem m e destino n .

A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada de *componente da Topologia Generalizada* (ou simplesmente *componente topológica*), é representada graficamente na Figura 1 e formalmente definida na Variável 1. Ela sozinha representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de onda utilizado.

Variável 1. A componente topológica é representada por $B_{s,i,j,w} \in \{0, \dots, M\}$. O primeiro índice (s) representa o nó de origem da ligação lógica que, passando pela ligação física entre o par de nós (i, j) , usa o comprimento de onda w , onde $s, i, j \in \{1, \dots, N\}$ e $w \in \{1, \dots, W\}$, com $s \neq j$ e $i \neq j$, $\forall (s, i, j)$.

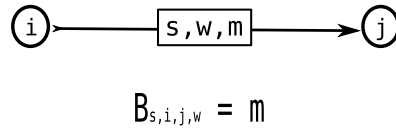


Figura 1. Representação gráfica de uma componente topológica.

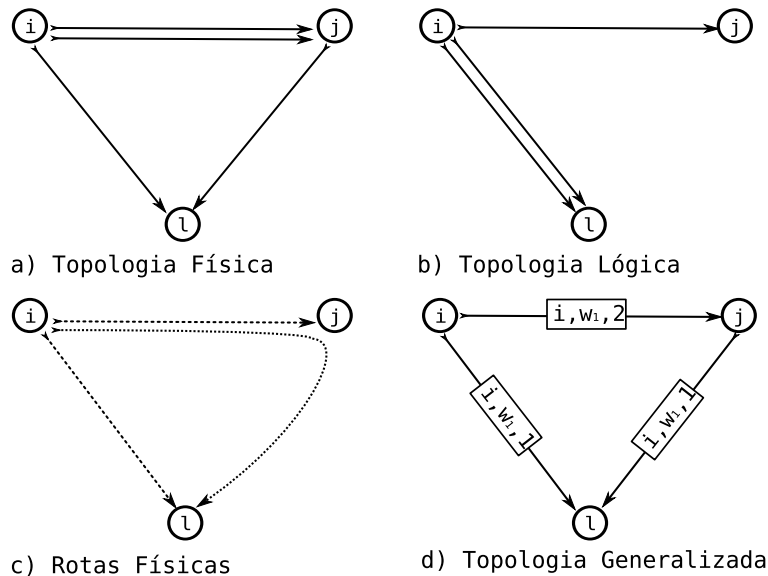


Figura 2. Exemplo da interpretação das componentes topológicas.

Na Figura 2, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com origem no nó i e com o mesmo comprimento de onda w_1 . No item d) desta figura, o valor 2 da componente que liga os nós (i, j) é interpretado como duas ligações

físicas entre esses nós, representadas no item *a*). No item *b*), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós (i, l) , onde uma delas passa de forma transparente pelo nó j , como indicado no item *c*). Note ainda que, no item *d*), dois caminhos lógicos chegam ao nó j mas apenas um continua. Isso indica que uma ligação lógica termina em j , enquanto a outra segue adiante.

A definição das componentes topológicas não deixa claro aonde terminam as ligações lógicas. Sua finalização será garantida implicitamente pelas restrições do modelo. Se $B_{s,i,j,w} = 0$, na ligação física (i, j) (que pode então não existir), não existem ligações lógicas iniciadas em s , passando por (i, j) , usando o comprimento de onda w .

Por outro lado, se $B_{s,i,j,w} = k$, para algum $k \in \{0, \dots, M\}$, existem k ligações lógicas originadas em s no comprimento de onda w , passando por k ligações físicas distintas entre o par de nós (i, j) (que agora obrigatoriamente existem). Note que M limita apenas a multiplicidade dos enlaces físicos. Mesmo que $M = 1$ ($B_{s,i,j,w}$ será uma variável binária), as ligações lógicas entre um mesmo par (i, j) , poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou mesmo mais de um comprimento de onda em uma mesma fibra.

Variável 2. Seja $D_{i,j} \in \{0, \dots, M\}$ o número de ligações físicas entre o par de nós (i, j) .

Variável 3. Seja $q_{s,d,m} \in [0, 1]$ a fração de fluxo agregado do nó m , passando pela ligação lógica (s, d) , onde $s, d, m \in \{1, \dots, N\}$, com $d \neq m$.

$$\sum_j (B_{s,j,i,w} - B_{s,i,j,w}) \geq 0, \quad \forall (s, i, w), \text{ com } s \neq i. \quad (1)$$

$$\sum_s B_{s,i,j,w} \leq D_{i,j}, \quad \forall (i, j, w). \quad (2)$$

$$\sum_j D_{i,j} \leq H, \quad \forall i \quad \text{e} \quad \sum_i D_{i,j} \leq H, \quad \forall j. \quad (3)$$

$$\sum_{m,n} (q_{s,d,m} \cdot P_{m,n}) \leq Cap \cdot \sum_{j,w} (B_{s,j,d,w} - B_{s,d,j,w}), \quad \forall (s, d). \quad (4)$$

$$\sum_d q_{m,d,m} = 1, \quad \forall m \quad \text{e} \quad \sum_j (q_{j,i,m} - q_{i,j,m}) = \frac{P_{m,i}}{\sum_n P_{m,n}}, \quad \forall (i, m), \text{ com } i \neq m. \quad (5)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{s,i,j,w} B_{s,i,j,w}. \quad (6)$$

A Restrição (1) garante a continuidade dos percursos e a conservação dos comprimentos de onda. Se o número de componentes de ligações lógicas incidentes em i for maior que o número de iniciadas (não originadas), essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam em i . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura a rastreabilidade de uma componente da topologia generalizada até a origem da ligação lógica.



Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada, para fins de controle do grau físico, é necessário uma variável adicional, que é definida na Variável 2. Se $D_{i,j} = 0$, não há ligações físicas entre o par (i, j) , mas se $D_{i,j} = k$, para algum $k \in \{0, \dots, M\}$, existem k ligações físicas entre o par (i, j) . Se a topologia física for fixada, para os pares (i, j) onde $D_{i,j} = 0$, as componentes da topologia generalizada $B_{s,i,j,w}$, com $D_{i,j} = 0$, devem ser retiradas da modelagem. Isto deve ser considerado em todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido. A Restrição (2) é usada tanto para mapear a topologia física quanto limitar as componentes da topologia generalizada, caso a topologia física seja fixada. Quando $D_{i,j}$ é fixa, ela limita a multiplicidade física das componentes. Por outro lado, quando a ela é variável, apenas registra em $D_{i,j}$ a multiplicidade física alcançada pelas componentes da topologia generalizada. Se a topologia física é livre, é ainda necessária a Restrição (3) para o controle do grau físico de saída e entrada em cada nó, caso contrário esta restrição pode ser desconsiderada.

Para a distribuição do tráfego são usadas as variáveis de fração de fluxo agregado definidas na Variável 3 e determinadas pela Restrição (4). Como cada ligação lógica pode possuir múltiplos canais, a fração de todo o tráfego em uma ligação lógica é limitada pela capacidade de um canal multiplicada pela multiplicidade da ligação lógica em questão. Essa multiplicidade é obtida pelo número de componentes topológicas originadas em s e incidentes em d , diminuído do número de componentes topológicas iniciadas em d e originadas em s . A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (5), que também garante o envio e a entrega das demandas de tráfego. As equações da Restrição (5) são semelhantes, em sua forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD [Ramaswami and Sivarajan 2002]. Todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma fração de fluxo pode representar vários canais ópticos entre o par (i, j) .

Uma métrica importante para o projeto de redes ópticas é o número de saltos físicos da topologia [Assis and Waldman 2004]. Ele é minimizado na Função Objetivo (6), através da soma de todas as componentes topológicas, pois cada componente topológica representa um salto físico. Uma propriedade importante desta abordagem, é que ela controla o aparecimento de ciclos na topologia generalizada. Opcionalmente essa soma poderia ser apenas limitada por um valor, se outra função for mais apropriada.

Quando a topologia física é um parâmetro, o número de pares (i, j) válidos é da ordem de $N \cdot H$. Assim o número de componentes da topologia generalizada será da ordem de $N^2 \cdot H \cdot W$, semelhante aos modelos mais enxutos para RWA [Jaumard et al. 2004]. Considerando H e W constantes, a ordem de grandeza do número de variáveis deste modelo será N^2 , similar a de modelos que resolvem apenas o VTD [Ramaswami and Sivarajan 2002].

3 Outros Casos de Uso

Nesta Seção são apresentados outros casos de uso da modelagem. Apresentamos aqui como podem ser incluídos outros parâmetros de controle bem conhecidos e que não foram incluídos na modelo básico da seção anterior. Além disso, são consideradas outras opções para a função objetivo. Veremos, por exemplo, como incluir as restrições de controle do grau lógico nos nós e como usar o congestionamento como função objetivo, duas considerações comuns das modelagens de VTD. Veremos também formas de controlar ou otimizar o número de comprimentos de onda, entre outras métricas normalmente vistas em modelos para o RWA. Por vezes, esses cenários podem exigir novas variáveis e restrições.

Algumas vezes ao longo desta seção será necessário considerar a capacidade física do nó i de realizar ligações lógicas (Dados 2), que é a capacidade do *Optical switch* de receber ou originar ligações [Zang et al. 2000]. Se a topologia física é uma variável do modelo ($D_{i,j}$), o grau físico de entrada e saída H é considerado uniforme para a rede e $CapLog_i$ será a mesma para todos os nós. Neste caso, ela é dada pelo produto do grau físico do nó i pelo número de comprimentos de onda ($CapLog_i = H \cdot W$). Caso seja de interesse fixar a topologia física, passando a mesma como parâmetro do modelo, $CapLog_i = \sum_j D_{i,j} \cdot W$.

Dados 2. $CapLog_i = H \cdot W, \forall i$, se $D_{i,j}$ é livre. Ou, $CapLog_i = \sum_j D_{i,j} \cdot W$, caso $D_{i,j}$ seja fixado.

3.1 Controle de Grau lógico

No modelo básico, apresentado na Seção 2, o número de ligações lógicas é implicitamente limitado por $CapLog_i$. Todavia, o número de receptores ou transmissores em um nó, pode ser menor que essa capacidade [Zang et al. 2000, Ramaswami and Sivarajan 2002]. Assumimos que todos os nós tem o mesmo número de receptores e transmissores, que é chamado de grau lógico (Gl), que também passa a ser um dado de entrada. Para controlar a conservação do grau lógico, são necessárias duas restrições: a Restrição (7) que controla o grau lógico de saída; e a Restrição (8) que controla o grau lógico de entrada. Essas restrições devem ser adicionadas ao modelo básico.

Dados 3. $Gl = Gl \leq CapLog_i, \forall i$.

$$\sum_{w,j} B_{s,s,j,w} \leq Gl, \quad \forall s. \quad (7)$$

$$\sum_{s,j,w} B_{s,j,i,w} - \sum_{s,j,w} B_{s,i,j,w} \leq Gl, \quad \forall i, \text{ com } s \neq i. \quad (8)$$

3.2 Custos de Instalação e Operação

Uma métrica importante no projeto da redes ópticas é a minimização dos custos de instalação e operação [Mukherjee 1997]. O custo de instalação $C_{i,j}$ é o custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós (i, j) . O custo de operação T é definido como o custo por unidade de fluxo. Este último pode ser dividido em duas partes, uma constante ($Tc = \sum_{m,n} T \cdot P_{m,n}$), formada pelas demandas de tráfego (que necessariamente deverão ser roteadas), e outra variável ($Tv = \sum_{s,d,m} T \cdot q_{s,d,m} \cdot A_m$), composta pelo tráfego adicional que é gerado, ou seja, o tráfego retransmitido.

Por essa razão, minimizar o custo por unidade de fluxo é equivalente a minimizar o tráfego retransmitido na rede [Almeida et al. 2006]. O que equivale a minimizar o processamento eletrônico de tráfego no nós da rede. Soma-se a isso o fato de que é necessária nesta modelagem a Restrição (4), de limitação da capacidade Cap dos canais lógicos. Deste modo, limitando o congestionamento na rede e minimizando o processamento, temos uma abordagem mais eficiente, quanto ao custo computacional, para o projeto da topologia virtual em comparação com a minimização do congestionamento da rede [Almeida et al. 2006, Ramaswami and Sivarajan 2002].

Se não for necessário ponderar o custo por unidade de fluxo, basta fazer $T = 1$, e se não for necessário considerar o custo total de instalação ($Ci = \sum_{i,j} C_{i,j} \cdot D_{i,j}$), basta

fazer $C_{i,j} = 0$ para todo (i, j) . Deste modo seria simplesmente um modelo de minimização do processamento, com limitação do congestionamento [Almeida et al. 2006]. A função objetivo, que é a minimização do custo total $R = Ci + Tc + Tv$, é dada explicitamente pela restrição a seguir.

$$\text{Minimize: } R = Ci + Tc + Tv = \sum_{i,j} C_{i,j} \cdot D_{i,j} + \sum_{m,n} T \cdot P_{m,n} + \sum_{s,d,m} T \cdot q_{s,d,m} \cdot A_m. \quad (9)$$

3.3 Congestionamento

Como foi comentado na Seção 2, a multiplicidade das ligações lógicas fica implícita para as variáveis de distribuição de tráfego. Deste modo, não é possível minimizar diretamente o tráfego em cada canal. Portanto, para minimizar o congestionamento, são necessárias novas variáveis para contabilizar o tráfego em cada canal.

Para cada canal é definida a fração do tráfego $f_{s,r,d} \in [0, 1]$ e mais uma variável binária $F_{s,r,d}$, que faz a interface com as componentes topológicas. Os par de índices (s, d) representa a ligação lógica, e o índice $r \in \{1, \dots, CapLog_{s,d}\}$ enumera os possíveis múltiplos canais na ligação, onde $CapLog_{s,d}$ é o mínimo entre $CapLog_s$ e $CapLog_d$. A fração de tráfego aqui definida é semelhante a Variável 3 (fração de fluxo), Com a diferença que a nova Variável 4 separa o fluxo por canal, e a antiga considerava todos os canais. Por sua vez, a Variável 5 mapeia cada canal óptico em uma ligação lógica independente.

Variável 4. *Fração de Tráfego* = $f_{s,r,d} \in [0, 1]$: variável contínua.

Variável 5. *Ligação Lógica* = $F_{s,r,d} \in \{0, 1\}$: variável binária.

Variável 6. F_{max} = *Fração de tráfego do canal mais carregado da rede*.

$$\sum_{j,w} B_{s,j,i,w} - \sum_{j,w} B_{s,i,j,w} = \sum_r F_{s,r,d}, \quad \forall (s, i), \text{ com } s \neq i. \quad (10)$$

$$F_{s,r,d} \geq f_{s,r,d}, \quad \forall (s, r, d). \quad (11)$$


$$\sum_m q_{s,d,m} \cdot A_m = Cap \cdot \left(\sum_r f_{s,r,d} \right), \quad \forall (s, d). \quad (12)$$

$$F_{max} \geq f_{s,r,d}, \quad \forall (s, r, d). \quad (13)$$

$$\text{Minimize: } F_{max}. \quad (14)$$

A Restrição (10) determina as ligações lógicas $F_{s,r,d}$ em termos das componentes topológicas. Em seguida, a Restrição (11) define a fração do tráfego em cada canal, limitado pela existência do canal. Para as variáveis definidas nesta seção, é necessária a nova Restrição de limitação da capacidade (12), que substitui a Restrição (4). Por fim, definimos o congestionamento na Variável 6 e a Restrição (13) determina F_{max} em termos das frações

de tráfego em cada canal. Deste modo, a Função Objetivo (14) agora consiste em minimizar F_{max} . Apesar das novas variáveis introduzidas nesta seção, a ordem de grandeza no número de variáveis continua sendo comandada pelas componentes topológicas.

 O caso de uso apresentado nesta seção, mostra que é possível minimizar diretamente o congestionamento nesta modelagem, pois esta é uma bem conhecida métrica para o VTD. Todavia, uma abordagem mais eficiente é a simples limitação do congestionamento, minimizando outra métrica, de modo a deixar o modelo mais tratável [Almeida et al. 2006], como foi usado na forma básica do modelo.

3.4 Ligações Lógicas em cada Fibra

Um controle muito usado nas modelagens de RWA [Zang et al. 2000, Jaumard et al. 2004], é o número máximo de ligações lógicas em cada ligação física L (Variável 7). Caso seja fixada, ela pode ser usada para limitar cada ligação física, como é feito pela Restrição (15), ou minimizado diretamente como função objetivo. Caso a Restrição (15) seja adotada, a capacidade física dos nós realizarem ligações lógicas ($CapLog_i$) será modificada para $H \cdot L$, se a topologia física é livre, ou $\sum_j D_{i,j} \cdot L$, caso a topologia física seja fixada.

Variável 7. $L =$ Número máximo de ligações lógicas em cada fibra.

$$\sum_{s,w} B_{s,i,j,w} \leq L, \quad \forall(i, j). \quad (15)$$

3.5 Comprimentos de Onda

Um objetivo comum nas modelagens do RWA é controlar o número de comprimentos de onda utilizados na rede [Zang et al. 2000, Jaumard et al. 2004]. Para determinar se um comprimento de onda foi usada na rede, temos a Restrição (16), que limita a soma de todas as componentes topológicas no comprimento de onda w , pela existência de Q_w (Variável 8). O fator $M \cdot (N^2 - N)$ representa o número máximo de componentes topológicas que podem usar o comprimento de onda w ao mesmo tempo. Ela deve ser adicionada àquelas do modelo básico, mas somente no caso da topologia física ser livre.

Caso esta seja fixada, há a Restrição (17) que é mais conveniente, pois deixaria o modelo mais enxuto. Caso a topologia física da rede seja um dos dados de entrada, há uma forma alternativa para se definir Q_w , que reaproveita uma das restrições do modelo básico. Deixando assim de acrescentar uma nova restrição ao modelo. Com $D_{i,j}$ fixo, podemos multiplicá-lo por Q_w na Restrição (2), sem prejudicar a função original da equação, e obter o mesmo efeito da Restrição (16). Deste modo, a Restrição (17) deve substituir a equação (2) do modelo original. Para minimizar diretamente o número de comprimentos de onda utilizados na rede, basta usar a soma de todas as variáveis Q_w (Variável 8) como função objetivo.

Variável 8. Seja $Q_w \in \{0, 1\}$, com $w \in \{1, \dots, W\}$. $Q_w = 1$ se o comprimento de onda w é utilizada na rede e $Q_w = 0$, caso contrário.

$$\sum_{s,i,j} B_{s,i,j,w} \leq M \cdot (N^2 - N) \cdot Q_w, \quad \forall w. \quad (16)$$

$$\sum_s B_{s,i,j,w} \leq Q_w \cdot D_{i,j}, \quad \forall(i, j, w). \quad (17)$$

4 Experimentos Computacionais

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda esta nova modelagem foi descrita em AMPL[®] (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - www.ampl.com), de modo que facilmente possa ser adaptada para vários casos de uso. Assim, para uma determinada aplicação, basta limitar por um valor aceitável as métricas de interesse, dentre as muitas que esta modelagem suporta, e selecionar uma função objetivo, até de menor relevância. Deste modo, com a ajuda de um *solver*, a primeira solução viável encontrada já seria suficiente para o que se foi pretendido. Assim, o trabalho de implementação é reduzido a apenas uma acertada calibração do modelo.

Deste modo, produzimos resultados que pudessem ser comparados com o modelo proposto por *Karcus D. R. Assis et al* para a resolução integrada do VTD e RWA [Assis and Waldman 2004], cuja formulação é baseada nas modelagens clássicas desses problemas [Ramaswami and Sivarajan 2002, Zang et al. 2000]. Nos resultados que iremos confrontar, são considerados: o grau lógico da rede (Gl), o número de ligações lógicas em cada fibra (L), o número de comprimentos de onda disponíveis em cada ligação física (W) e o número de saltos físicos na topologia (S). Esses parâmetros são comumente tratados nas investigações a cerca do RWA [Zang et al. 2000]. Na implementação que é alvo de nossa comparação, é controlado ainda o congestionamento, que é uma conhecida métrica para o VTD. Isso é feito através da clássica heurística HLDA [Ramaswami and Sivarajan 2002], gerando uma solução para o VTD que alimenta as etapas seguintes do procedimento [Assis and Waldman 2004]. Para cada grau lógico, o HLDA produz de forma determinística uma topologia lógica, baseado na matriz de demandas. A solução para o VTD é completada distribuindo o tráfego sobre esta topologia, através de um modelo de programação linear.

Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica, mostrada na Seção 2, as restrições de controle do grau lógico (Seção 3.1) e a de limitação do número de ligações lógicas em cada fibra (Seção 3.4). Para controlar a qualidade das soluções quanto ao congestionamento, foram obtidas topologias virtuais com uma implementação da heurística HLDA. Para cada uma destas topologias, foi distribuído o tráfego e calculado o congestionamento através do *solver* do *software* GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - www.gnu.org/software/glpk/), utilizando uma versão do modelo clássico para o VTD [Ramaswami and Sivarajan 2002]. O valor de congestionamento obtido foi usado como a capacidade dos canais lógicos, na Restrição (4). Para cada instância testada, todo esse procedimento levou menos de um segundo, portanto não será considerado na contagem de tempo de processamento dos nossos resultados.

A estratégia adotada foi, partindo do menor grau lógico ($Gl = 1$), fixar nos valores mínimos o número de comprimentos de onda e a limitação de ligações das fibras ($W = 1$ e $L = 1$), minimizando o número de saltos (S). Um *solver* para problemas MILP é instanciado com essa configuração. Enquanto o *solver* retornar que o problema é insolúvel [Mukherjee 1997], L será incrementado até o seu limite, que é o valor atual de W . Quando L não puder ser aumentado ($L = W$), então W o será, e assim por diante.

Se o *solver* não encontrar uma solução viável dentro de 400 segundos, então ele é abortado e é aplicado o mesmo procedimento de quando a solução é insolúvel. Isso é feito com o objetivo de “afrouxar” as restrições de modo que o *solver* possa encontrar uma solução viável mais rapidamente, sacrificando um pouco a qualidade das restrições. Se uma

solução viável é encontrada, dentro da janela de 400 segundos, o solver é interrompido, a solução é registrada e o grau lógico é incrementado, dando continuidade ao processo.

Nas situações em que o problema era insolúvel, o solver determinou isso em poucos segundos, dificultando a separação dos tempos de leitura e de execução. Portanto eles também não foram computados. Os casos em que o solver retorna que o problema é insolúvel chamaremos de *Instância Insolúvel* (I), e naqueles em que o solver não encontrar uma solução viável dentro de 400 segundos, chamaremos de *Tentativa Falha* (F). Essas situações em que o modelo precisou ser calibrado fazem parte do método e são registradas conjuntamente com os resultados.

Como, nesta modelagem, W está diretamente relacionado a quantidade de variáveis, é mais conveniente começar com $W = 1$. Disso decorre a escolha de também começarmos com $Gl = 1$ e $L = 1$. A maior precedência para a incrementação é dada ao Gl , pois variando este temos instâncias diferentes. A menor precedência ficou para W , pois quanto menor ele for **menor** precisarão ser os custos de instalação da rede. Na posição intermediária fica **L por que**, minimizando-o, maximizamos a disponibilidade da rede.

Foram executados dois testes computacionais, com uma rede de 6 nós e com uma rede de 12 nós [Assis and Waldman 2004]. Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - scip.zib.de) para encontrar as soluções viáveis. Além de calcular a capacidade dos canais ópticos (Cap), como foi descrito acima, o GLPK também foi usado para interpretar o modelo AMPL, gerando a entrada de dados para o SCIP. Vale observar que o SCIP e o GLPK são **software livre**, de código fonte aberto, e de distribuição gratuita. Os resultados que serão confrontados com os nossos foram produzidos com o ILOG CPLEX® (www.ilog.com/products/cplex), uma ferramenta comercial.

Os resultados para a rede de 6 nós foram compilados na Tabela 1. A primeira coluna registra o grau lógico de cada instância (Gl), que neste caso foram 5. Da segunda até a quarta **coluna** estão os resultados **da artigo do Karcus** (L , W e S) [Assis and Waldman 2004] e da quinta à sétima estão **respectivamente os nossos**. Note que em todas as instâncias foram obtidos resultados melhores.

Gl	Karcus			Modelo Novo			t	Cap	I
	L	W	S	L	W	S			
1	1	1	09	1	1	06*	00	08	0
2	2	2	18	1	1	11*	03	03	0
3	2	2	32	1	1	14*	00	02	0
4	3	3	41	2	2	25*	10	01	2
5	4	5	50	3	3	46*	00	01	2

Tabela 1. Resultados para a rede de 6 nós. *: Solução Ótima.

A oitava **coluna** traz o tempo, em segundos, que o *solver* levou para encontrar a primeira solução viável (t). Um fato importante é que em todas as instâncias desta bateria de testes, este tempo foi suficiente para determinar a otimalidade da solução viável encontrada. Como o trabalho com o qual estamos comparando nossos resultados é baseado em heurísticas, nele não era possível provar a otimalidade das soluções. Essa possibilidade, além do interesse teórico, corrobora para a eficiência do método aqui aplicado. **No trabalho do Karcus** não foi **dado** o tempo gasto nesta etapa [Assis and Waldman 2004].

Ainda, na nona coluna temos a capacidade do canal óptico (Cap) que foi definida através da HLDA, pelo arredondamento para cima da valor do congestionamento calculado para a topologia lógica obtida por esta heurística. Sem esta restrição, valores ainda mais justos para L , W e S , poderiam ser obtidos. Por fim, na última coluna temos o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Instância Insolúvel (I). Nesta coluna, um zero significa que os resultados registrados nesta mesma linha foram conseguidos na primeira rodada do *solver*. Analogamente, um número diferente de zero significa a quantidade de vezes em que foram encontradas instâncias insolúveis, antes da execução que proveu o resultado expresso nesta linha. Para a rede de 6 nós não ocorreram tentativas de calibração do modelo do tipo Tentativa Falha (F).

Com o mesmo arranjo de colunas descrito acima, a Tabela 2 trás os resultados para a rede de 12 nós. Desta vez temos 6 instâncias, do grau lógico 1 até o 6. Outra diferença é que esta tabela trás uma coluna a mais, a última. Ela representa o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Tentativa Falha (F).

Gl	Karcus			Modelo Novo			t	Cap	I	F
	L	W	S	L	W	S				
1	1	1	32	1	1	13*	027	35	0	0
2	2	2	52	1	1	27	034	10	0	0
3	3	3	78	2	3	72	160	04	2	1
4	4	4	104	2	3	65	120	03	0	0
5	4	4	130	3	3	98	190	02	1	0
6	5	5	147	3	3	84	037	02	0	0

Tabela 2. Resultados para a rede de 12 nós. *: Solução Ótima.

Aqui também foram obtidos melhores resultados para o trio L , W e S . Nesta etapa, os resultados do Karcus foram obtidos com 6 horas de execução. Já os nossos resultados levaram menos de 17 minutos para serem produzidos. Neste tempo estão computados os tempos de cada instância, mais o tempo de um Tentativa Falha que ocorreu para $Gl = 3$. Um detalhe importante é que para a primeira instância ($Gl = 1$) o *solver* também foi capaz de provar a otimalidade para a primeira solução viável. O que demonstra que o modelo mantém razoável desempenho mesmo com uma rede de maior porte.

Com esses resultados mostramos a viabilidade da técnica aqui proposta. Técnica esta que é totalmente baseada no modelo apresentado neste trabalho. Com isso esperamos testar soluções para vários casos de uso, sem ter de necessariamente passar pelo estágio de produção e implementação de novas heurísticas para cada nova aplicação.

5 Conclusão

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confrontamento de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a

formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, de forma semelhante a outros modelos da literatura [Ramaswami and Sivarajan 2002, Tornatore et al. 2007].

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi a minimização do número de saltos físicos dos caminhos ópticos. Outras possibilidades de restrições e funções objetivo foram apresentadas como opções de aplicação da formulação.

Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em [Assis and Waldman 2004], aonde as redes hipotéticas consideradas possuem 6 e 12 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções e de desempenho computacional.

Esse trabalho pode ser amplamente estendido, especialmente com relação a experimentos, pois a formulação desenvolvida cria possibilidade de realização de testes variados, de acordo com as restrições e função objetivo que deseja-se utilizar. Do ponto de vista conceitual, uma oportunidade imediata para trabalhos futuros seria a consideração de conversão de comprimentos de onda.

Referências

- Almeida, R. T. R., Calmon, L. C., Segatto, M. E. V., and Oliveira, E. S. (2006). Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10.
- Assis, K. D. R. and Waldman, H. (2004). Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19.
- Jaumard, B., Meyer, C., and Thiongane, B. (2004). Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD - G-2004-66*.
- Mukherjee, B. (1997). *Optical Communication Networks*. McGraw-Hill.
- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks: a practical perspective*. Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2nd edition.
- Tornatore, M., Maier, G., and Pattavina, A. (2007). WDM network design by ILP models based on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 15., No. 3, pp. 709-720, July.
- Zang, H., Jue, J., and Mukherjee, B. (2000). A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine* vol.1.