

# UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO COMPLETO DE REDES ÓPTICAS

Fabio de Oliveira Lima<sup>1</sup>, Marcelo de Oliveira Lima<sup>1</sup>  
Marcelo Eduardo Vieira Segatto<sup>1</sup>, Ranato Tannure Rotta de Almeida<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratório de Telecomunicações  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) – Caixa Postal 5011  
CEP 29060-970 – Vitória – ES – Brasil

<sup>2</sup>Instituto Federal do Espírito Santo  
Rodovia ES-010 - km 6,5 - Manguinhos - Serra - ES - CEP 29164-231

{fabiolimath,marcelo.olima}@gmail.com, segatto@ele.ufes.br

rtannure@ifes.edu.br

**Abstract.** *This paper presents a new mixed-integer linear programming model for the design of optical communication networks. This is a comprehensive modeling, including wavelength routing and assignment, logical topology design and traffic routing. Regarding the physical and the logical topologies, the formulation supports, respectively, multiple fiber links and lightpaths between each node pair of the network to be designed. The proposed basic modelling considers the minimization of the physical hop count as the optimization criterion. However, to ensure model flexibility, other possible metrics and constraints are already being deployed according to other application of interest. The experimental results validate the efficiency of this formulation concerning solution quality and computing performance.*

**Keywords:** *Mixed-integer linear programming. Optical networks design. VTD. RWA. Networks.*

**Resumo.** *Este artigo apresenta um novo modelo de programação linear inteira-mista para o projeto de redes ópticas de comunicação. Trata-se de uma modelagem ampla, que engloba o projeto da topologia lógica da rede, o roteamento das demandas de tráfego, além do roteamento e alocação de comprimento de onda aos caminhos ópticos. A formulação suporta múltiplas ligações entre cada par de nós da rede, seja na topologia física ou virtual. Em sua versão básica, o modelo utiliza a minimização do número de saltos físicos como função objetivo. No entanto, já estão sendo desenvolvidas extensões do modelo básico para definição de outras restrições e funções objetivo, de acordo com a aplicação de interesse. Neste trabalho são apresentados resultados de experimentos com o objetivo de validar a eficiência desta formulação com relação à qualidade das soluções e desempenho computacional.*

**Palavras Chave:** *Programação linear-inteira mista. Projeto de redes ópticas. VTD. RWA. Redes.*

## 1 Introdução

O interesse pela comunicação através de redes ópticas se intensificou após o desenvolvimento da tecnologia de multiplexação por comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*). Além de possibilitar a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, em diferentes comprimentos de onda, permite a implementação de redes com roteamento de tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*). As vantagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e confiabilidade na transmissão de dados.

O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a topologia física da rede. A topologia lógica pode ser reconfigurada com dispositivos ópticos de comutação de comprimentos de onda, em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da necessidade de restauração em caso de falhas. A topologia física de uma WRON pode ser representada por um grafo (Figura 2, item *a*)), onde as arestas equivalem aos enlaces de fibra óptica e os vértices aos nós da rede. A topologia lógica é constituída por caminhos ópticos, que são comprimentos de onda ininterruptos e que podem percorrer diversos enlaces de fibra óptica em sequência (Figura 2, item *b*)).

O roteamento de tráfego pode ser realizado de duas formas: na camada óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, ou na camada eletrônica, após sua conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados. No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser dinamicamente redirecionados por dispositivos de comutação óptica, com a vantagem da ausência do atraso em filas originado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos. O congestionamento em roteadores eletrônicos está diretamente associado a limitações na qualidade de serviço da transmissão de dados. Sobretudo em aplicações emergentes de transmissão multimídia em tempo real, o atraso em filas e o eventual descarte de pacotes provocado pelo esgotamento de memória disponível para enfileirá-los devem ser minimizados.

O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos. Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura [Ramaswami (2002)], o projeto completo de WRON é subdividido em quatro sub-problemas: roteamento de tráfego (TRS - *Traffic Routing Subproblem*), projeto da topologia lógica (LTDS - *Logical Topology Design Subproblem*), roteamento de comprimentos de onda (WRS - *Wavelength Routing Subproblem*) e alocação de comprimentos de onda (WAS - *Wavelength Assignment Subproblem*). Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são associados, bem como os dois últimos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas de VTD (*Virtual Topology Design*) [Ramaswami (2002)] e RWA (*Routing and Wavelength Assignment*) [Zang (2000)]. Mais recentemente, os sub-problemas de TRS e WRS vem também sendo associados nos trabalhos que abordam o problema de *grooming* de tráfego [Resendo (2007)]

A contribuição deste trabalho é a proposição de uma modelagem para o projeto de redes ópticas, denominada TWA (*Traffic over Wavelength Assignment*), capaz de tratar desde a escolha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo

a distribuição de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Portanto, trata-se de uma formulação MILP mais abrangente do que as encontradas na literatura [Assis (2004), Zang (2000), Jaumard (2004), Ramaswami (2002)] e que permite considerar conjuntamente as métricas e restrições dos problemas VTD e RWA. Destaca-se ainda que este modelo é consideravelmente mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições, se comparado a modelos que resolvem apenas o RWA [Jaumard (2004), Tornatore (2007)].

O TWA guarda semelhanças com alguns modelos conhecidos [Ramaswami (2002), Tornatore (2007)]. Nas modelagens para o WAS [Zang (2000)], é designado um comprimento de onda a cada caminho óptico, considerando o seu percurso físico determinado pelo WRS. A configuração dos caminhos ópticos, em termos de quantidade, fonte e destino, são obtidos pela solução do VTD. Esta abordagem exige variáveis diferentes para as ligações lógicas, para as rotas das mesmas e para a alocação de comprimentos de onda [Assis (2004)]. No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. Tendo sido alocados comprimentos de onda entre pares ordenados de nós com variáveis específicas, estarão determinadas implicitamente, pelas restrições do modelo, as rotas físicas e as ligações lógicas entre esses pares de nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis adicionais para determinar as rotas físicas e as ligações lógicas, o que simplifica o modelo e o torna computacionalmente mais tratável.

As restrições do TWA, em função das variáveis de alocação de comprimento de onda, determinam a configuração e o roteamento dos caminhos ópticos, o que define as topologias física e lógica, além da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do tráfego. Isto é tradicionalmente feito em função das variáveis de topologia lógica e roteamento de tráfego do VTD [Ramaswami (2002)], que retorna a matriz de topologia lógica e as requisições de tráfego designadas a cada um deles. A solução do VTD é então fornecida como entrada para o RWA [Zang (2000)], na forma de uma matriz de requisições de tráfego associadas a caminhos ópticos. Diferenciado-se disso, o TWA possui restrições para a distribuição do tráfego que também são escritas em função das variáveis de alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso elimina as restrições de distribuição de requisições de tráfego do RWA [Zang (2000)].

Assim sendo, as variáveis e restrições do TWA consistem em um modelo completo para o projeto de redes ópticas, pois considera todos os seus subproblemas de maneira integrada. Algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes encontrados na literatura [Tornatore (2007), Ramaswami (2002)]. Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente admite múltiplos caminhos ópticos e múltiplas fibras ópticas entre cada par de nós da rede, sem a necessidade de diferenciar cada ligação por uma variável de decisão diferente, como na abordagem utilizada anteriormente em [Ramaswami (2002)].

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 a seguir apresentamos a modelagem básica para TWA, onde são colocadas as restrições fundamentais da formulação proposta. Na Seção 3 são apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e comparações dos mesmos com outros resultados encontrados na literatura.

## 2 Modelagem TWA

A seguir será apresentada a forma básica do modelo TWA. A função objetivo aqui considerada é o número de saltos físicos na rede [Assis (2004)], e implicitamente também é controlado o número de comprimentos de onda [Zang (2000)]. Será considerada a restrição de conservação dos comprimentos de onda ao longo do caminho óptico [Zang (2000)], ou seja, não trabalharemos com a hipótese de conversão de comprimentos de onda. A seguir, no conjunto de Dados 1, listamos as constantes que definem uma instância para o modelo.

**Notação 1.** Os índices  $m, n, s, d, i, j \in \{1, \dots, N\}$  representam os nós da rede, onde os pares ordenados  $(m, n)$ ,  $(s, d)$  e  $(i, j)$  indicam respectivamente ligações físicas, demandas de tráfego e ligações lógicas, com  $m \neq n$ ,  $s \neq d$  e  $i \neq j$ . O índice  $w \in \{1, \dots, W\}$  representa os comprimentos de onda disponíveis.

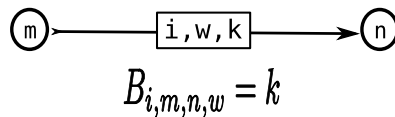
**Dados 1.** Uma instância para o modelo TWA é definida por:

1.  $N$  = Número de nós da rede.
2.  $W$  = Número máximo de comprimentos de onda admitido por fibra.
3.  $H$  = Grau físico máximo de entrada e saída de cada nó.
4.  $K$  = Multiplicidade física máxima admitida entre os pares de nós.
5.  $Cap$  = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
6.  $C_{m,n}$  = Custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós  $(m, n)$ .
7.  $T$  = Custo por unidade de fluxo.
8.  $P_{s,d}$  = Demanda de tráfego, com origem  $s$  e destino  $d$ .

Para simplificar a notação das restrições do modelo, adota-se a constante  $A_s = \sum_d P_{s,d}$ , que é a soma de todas as demandas de tráfego com origem em  $s$ , pois o tráfego será agregado em relação à origem [Ramaswami (2002)]. Outro detalhe importante é que, como esta modelagem suporta multi-fibras e multi-caminhos, os pares  $(m, n)$  e  $(s, d)$  representam conjuntos de possíveis ligações físicas e lógicas, respectivamente. Esses conjuntos não serão explicitamente controlados, sendo esse um dos motivos da eficiência do modelo.

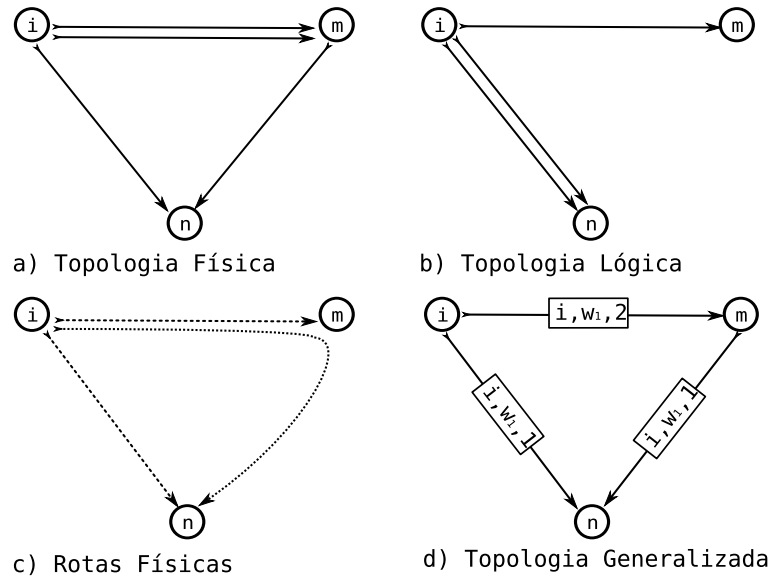
A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada de *componente da Topologia Generalizada* (ou simplesmente *componente topológica*), é representada graficamente na Figura 1 e formalmente definida na Variável 1. Ela sozinha representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de onda utilizado.

**Variável 1.** Seja  $B_{i,m,n,w} \in \{0, \dots, K\}$  uma componente topológica, com  $i \neq n$ ,  $\forall (i, m, n)$ .



**Figura 1.** Representação gráfica de uma componente topológica.

Numa componente da topologia generalizada  $B_{i,m,n,w} = k$ , o índice  $i$  representa o nó de origem das  $k$  ligações lógicas que, passando por uma das ligações físicas iniciadas em  $m$  e incidentes em  $n$ , usa o comprimento de onda  $w$ . Em outras palavras, *uma componente topológica  $B_{i,m,n,w} = k$  é iniciada em  $m$ , incidente em  $n$ , com origem  $i$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $k$* . Esse vocabulário será usado no restante do texto.



**Figura 2. Exemplo da interpretação das componentes topológicas.**

Na Figura 2, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com origem no nó  $i$  e com o mesmo comprimento de onda  $w_1$ . No item d) desta figura, o valor 2 da componente que liga os nós  $(i, m)$  é interpretado como duas ligações físicas entre esses nós, representadas no item a). No item b), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós  $(i, n)$ , onde uma delas passa de forma transparente pelo nó  $m$ , como indicado no item c). Note ainda que, no item d), dois caminhos lógicos incidentes em  $m$  mas apenas um iniciado. Isso indica que uma ligação lógica termina em  $m$ , enquanto a outra segue adiante.

A definição das componentes topológicas não deixa claro aonde terminam as ligações lógicas. Sua finalização será garantida implicitamente pelas restrições do modelo. Isso reflete a agregação do roteamento dos comprimentos de onda, similar a trabalhos encontrados na literatura [Jaumard (2004)].

Se  $B_{i,m,n,w} = 0$ , na ligação física  $(m, n)$  (que pode então não existir), não existem ligações lógicas iniciadas em  $i$ , passando por  $(m, n)$ , usando o comprimento de onda  $w$ . Por outro lado, se  $B_{i,m,n,w} = k$ , para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações lógicas originadas em  $i$  no comprimento de onda  $w$ , passando por  $k$  ligações físicas distintas entre o par de nós  $(m, n)$  (que agora obrigatoriamente existem). Note que  $K$  limita apenas a multiplicidade dos enlaces físicos. Mesmo que  $K = 1$  ( $B_{i,m,n,w}$  será uma variável binária), as ligações lógicas entre um par  $(i, j)$  poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou ainda, mais de um comprimento de onda em uma mesma fibra.

A Restrição (1) garante a continuidade dos percursos e a conservação dos comprimentos de onda. Se o número de componentes de topológicas incidentes em  $m$  for maior que o número de iniciadas, não originadas nele, essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam em  $m$ . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura a rastreabilidade de uma componente da topologia generalizada até a origem da ligação lógica.

**Variável 2.** Seja  $D_{m,n} \in \{0, \dots, K\}$  o número de ligações físicas entre o par de nós  $(m, n)$ .



**Variável 3.** Seja  $q_{s,i,j} \in [0, 1]$  a fração de fluxo agregado do nó  $s$ , passando pela ligação lógica  $(i, j)$ , com  $s \neq j$ .

$$\sum_n B_{i,n,m,w} \geq \sum_n B_{i,m,n,w}, \quad \forall (i, m, w), \text{ com } i \neq m. \quad (1)$$

$$\sum_i B_{i,m,n,w} \leq D_{m,n}, \quad \forall (m, n, w). \quad (2)$$

$$\sum_n D_{m,n} \leq H, \quad \forall m \quad \text{e} \quad \sum_m D_{m,n} \leq H, \quad \forall n. \quad (3)$$

$$\sum_s q_{s,i,j} \cdot A_s \leq Cap \cdot \left( \sum_{m,w} B_{i,m,j,w} - \sum_{n,w} B_{i,j,n,w} \right), \quad \forall (i, j). \quad (4)$$

$$\sum_j q_{s,s,j} = 1, \quad \forall s \quad \text{e} \quad \sum_i q_{s,i,d} - \sum_j q_{s,d,j} = \frac{P_{s,d}}{A_s}, \quad \forall (s, d). \quad (5)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{i,m,n,w} B_{i,m,n,w}. \quad (6)$$

Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada, para fins de controle do grau físico, é necessário uma variável adicional, que é definida na Variável 2. Se  $D_{m,n} = 0$ , não há ligações físicas entre o par  $(m, n)$ , mas se  $D_{m,n} = k$ , para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações físicas entre o par  $(m, n)$ . Se a topologia física for fixada, isto é, informada como um dado de entrada, as componentes da topologia generalizada  $B_{i,m,n,w}$ , com  $D_{m,n} = 0$ , devem ser retiradas da modelagem. Isto deve ser considerado em todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido.

Quando  $D_{m,n}$  é fixa, a Restrição (2) limita a multiplicidade física das componentes, por outro lado, quando a  $D_{m,n}$  é variável, ela apenas registra em  $D_{m,n}$  a multiplicidade física alcançada pelas componentes da topologia generalizada. Se a topologia física é livre, a Restrição (3) é necessária para o controle do grau físico de saída e entrada em cada nó, caso contrário esta restrição pode ser desconsiderada.

Para a distribuição do tráfego são usadas as variáveis de fração de fluxo agregado definidas na Variável 3 e determinadas pela Restrição (4). Como podem haver múltiplos canais lógicos entre um par  $(i, j)$ , o tráfego entre um par de nós é limitado pela capacidade de um canal lógico multiplicada pelo número de ligações lógicas em questão. Esse número é obtido da quantidade de componentes topológicas originadas em  $i$  e incidentes em  $j$ , diminuído do número de componentes topológicas iniciadas em  $j$  e originadas em  $i$ .

A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (5), que também garante o envio e a entrega das demandas de tráfego. As aquações da Restrição (5) são semelhantes, em sua forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD [Ramaswami (2002)]. todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma fração de fluxo pode representar vários canais ópticos entre o par  $(i, j)$ .

Uma métrica importante para o projeto de redes ópticas é o número de saltos físicos da topologia [Assis (2004)]. Este valor é minimizado na Função Objetivo (6), através

da soma de todas as componentes topológicas, pois cada componente topológica representa um salto físico. Uma propriedade importante desta abordagem, é que ela controla o aparecimento de ciclos na topologia generalizada. Opcionalmente essa soma poderia ser apenas limitada por um valor, através de uma restrição, se outra função for mais apropriada.

Quando a topologia física é um parâmetro, o número de pares  $(m, n)$  válidos é da ordem de  $N \cdot H$ . Assim o número de componentes da topologia generalizada será da ordem de  $N^2 \cdot H \cdot W$ , semelhante aos modelos mais enxutos para RWA [Jaumard (2004)]. Considerando  $H$  e  $W$  constantes, a ordem de grandeza do número de variáveis deste modelo será  $N^2$ , similar a de modelos que resolvem apenas o VTD [Ramaswami (2002)].

## 2.1 Ligações Lógicas em cada Fibra e Grau Lógico

Dada a abrangência do modelo básico, diverças métricas poderiam ser controladas ou diretamente minimizadas, conforme a aplicação. Apresentamos agora como podem ser incluídos dois parâmetros de controle bem conhecidos e que serão utilizados nos experimentos computacionais da Seção 3.

No modelo TWA o número de ligações lógicas é implicitamente limitado pela capacidade física do nó  $m$  de realizar ligações lógicas, que é a capacidade do *Optical switch* de receber ou originar conexões [Zang (2000)]. Todavia, o número de receptores ou transmissores em um nó, pode ser menor que essa capacidade [Zang (2000), Ramaswami (2002)]. Assumimos que todos os nós tem o mesmo número de receptores e transmissores, que é chamado de grau lógico ( $Gl$ ), que também passa a ser um dado de entrada. Para controlar o grau lógico de saída e entrada em cada nó, é necessária a Restrição 7, que deve ser adicionada ao modelo básico.

Outro controle muito usado nas modelagens de RWA, é o número máximo de ligações lógicas por fibra  $L$  (Dados 2) [Zang (2000), Jaumard (2004)]. Ele pode ser usada para limitar cada ligação física, como é feito pela Restrição (8).

**Dados 2.** *Constantes adicionais:*

1.  $Gl = \text{Grau Lógico}$ .
2.  $L = \text{Número máximo de ligações lógicas em cada fibra}$ .

$$\sum_{w,n} B_{m,m,n,w} \leq Gl, \quad \text{e} \quad \sum_{i,n,w} B_{i,n,m,w} - \sum_{i,n,w} B_{i,m,n,w} \leq Gl, \quad \forall m, \text{ com } i \neq m. \quad (7)$$

$$\sum_{i,w} B_{i,m,n,w} \leq L, \quad \forall (m, n). \quad (8)$$

## 3 Experimentos Computacionais

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda a modelagem do TWA foi descrita em AMPL<sup>®</sup> (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - [www.ampl.com](http://www.ampl.com)), de modo que facilmente possa ser adaptada para várias finalidades. Assim, para uma determinada aplicação, basta limitar por um valor aceitável as métricas de interesse, dentre as muitas que esta modelagem suporta, e selecionar uma função objetivo, até de menor relevância. Deste modo, com a ajuda de um *solver*, a

primeira solução viável encontrada já seria suficiente para o que se foi pretendido. Assim, o trabalho de implementação é reduzido a apenas uma acertada calibração do modelo.

Deste modo, produzimos resultados que pudessem ser comparados com o modelo proposto em [Assis (2004)] para a resolução integrada do VTD e RWA, cuja formulação é baseada nas modelagens clássicas desses problemas [Ramaswami (2002), Zang (2000)], o qual denominaremos VTD-RWA. Nos resultados que iremos confrontar, são considerados: o grau lógico da rede ( $Gl$ ), o número de ligações lógicas em cada fibra ( $L$ ), o número de comprimentos de onda disponíveis em cada ligação física ( $W$ ) e o número de saltos físicos na topologia ( $S$ ). Esses parâmetros são comumente tratados nas investigações a cerca do RWA [Zang (2000)]. Também é controlado o congestionamento, que é uma conhecida métrica para o VTD. Isso é feito através da clássica heurística HLDA [Ramaswami (2002), Lima (2004)], gerando uma solução para o VTD que alimenta as etapas seguintes do procedimento, conforme apresentado em [Assis (2004)]. Para cada grau lógico, o HLDA produz de forma determinística uma topologia lógica, baseado na matriz de demandas. A solução para o VTD é completada distribuindo o tráfego sobre esta topologia, através de um modelo de programação linear [Ramaswami (2002)].

Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na Seção 2, as restrições de controle do grau lógico (Restrição 7) e a de limitação do número de ligações lógicas em cada fibra (Restrição 8). Esta formulação específica é denominada de TWA- $\alpha$ . Para controlar a qualidade das soluções quanto ao congestionamento, foram obtidas topologias virtuais com uma implementação da heurística HLDA. Para cada uma destas topologias, foi distribuído o tráfego e calculado o congestionamento através do *solver* do *software* GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - [www.gnu.org/software/glpk/](http://www.gnu.org/software/glpk/)), utilizando uma versão do modelo clássico para o VTD [Ramaswami (2002)]. O valor de congestionamento obtido, arredondado para cima, foi usado como a capacidade dos canais lógicos, na Restrição (4). Para cada instância testada, todo esse procedimento levou menos de um segundo, portanto não será considerado na contagem de tempo de processamento dos nossos resultados.

A estratégia adotada foi, partindo do menor grau lógico ( $Gl = 1$ ), fixar nos valores mínimos o número de comprimentos de onda e a limitação de ligações das fibras ( $W = 1$  e  $L = 1$ ), minimizando o número de saltos ( $S$ ). Um *solver* para problemas MILP é instanciado com essa configuração. Enquanto o *solver* retornar que o problema é insolúvel [Mukherjee (1997)],  $L$  será incrementado até o seu limite, que é o valor atual de  $W$ . Quando  $L$  não puder ser aumentado ( $L = W$ ), então  $W$  o será, e assim por diante.

Se o *solver* não encontrar uma solução viável dentro de 400 segundos, então ele é abortado e é aplicado o mesmo procedimento de quando a solução é insolúvel. Isso é feito com o objetivo de “afrouxar” as restrições de modo que o *solver* possa encontrar uma solução viável mais rapidamente, sacrificando um pouco a qualidade das restrições. Se uma solução viável é encontrada, dentro da janela de 400 segundos, o *solver* é interrompido, a solução é registrada e o grau lógico é incrementado, dando continuidade ao processo.

Nas situações em que o problema era insolúvel, o *solver* determinou isso em poucos segundos, dificultando a separação dos tempos de leitura e de execução. Portanto eles também não foram computados. Os casos em que o *solver* retorna que o problema é insolúvel chamaremos de *Instância Insolúvel* ( $I$ ), e naqueles em que o *solver* não encontrar uma solução viável dentro de 400 segundos, chamaremos de *Tentativa Falha* ( $F$ ). Essas



situações em que o modelo precisou ser calibrado fazem parte do método e são registradas conjuntamente com os resultados.

Como, nesta modelagem,  $W$  está diretamente relacionado a quantidade de variáveis, é mais conveniente começar com  $W = 1$ . Disso decorre a escolha de também começarmos com  $Gl = 1$  e  $L = 1$ . A maior precedência para a incrementação é dada ao  $Gl$ , pois variando este temos instâncias diferentes. A menor precedência ficou para  $W$ , pois quanto menor ele for menores precisarão ser os custos de instalação da rede. Na posição intermediária fica  $L$ , pois, minimizando-o, maximizamos a disponibilidade da rede.

$GL$	=	Grau Lógico
$L$	=	Limitação de Ligações lógicas das Fibras
$W$	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
$S$	=	Número de Saltos Físicos
$t$	=	Tempo em segundos para encontrar a primeira solução viável
$Cap$	=	Capacidade de Tráfego de Cada Canal Óptico
$I$	=	Instância Insolúvel
$F$	=	Tentativa Falha

**Tabela 1. Legendas para as Tabelas 2 e 3.**

Foram executados dois testes computacionais, com uma rede de 6 nós e com uma rede de 12 nós [Assis (2004)]. Os resultados foram compilados nas Tabelas 2 e 3, cujas legendas estão resumidas na Tabela 1.

Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - [scip.zib.de](http://scip.zib.de)) para encontrar as soluções viáveis. Além de calcular a capacidade dos canais ópticos ( $Cap$ ), como foi descrito acima, o GLPK também foi usado para interpretar o modelo AMPL, gerando a entrada de dados para o SCIP. Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte aberto, e de distribuição gratuita. Os resultados que serão confrontados com os nossos foram produzidos com o ILOG CPLEX® ([www.ilog.com/products/cplex](http://www.ilog.com/products/cplex)), uma ferramenta comercial.

Os resultados para a rede de 6 nós foram compilados na Tabela 2. A primeira coluna registra o grau lógico de cada instância ( $Gl$ ), que neste caso foram 5. Da segunda até a quarta coluna ( $L$ ,  $W$  e  $S$ ) estão os resultados de [Assis (2004)] e da quinta à sétima estão os resultados obtidos com a metodologia descrita acima.. Note que em todas as instâncias foram obtidos resultados melhores.

Gl	VTD-RWA			TWA- $a$					
	L	W	S	L	W	S	t	Cap	I
1	1	1	09	1	1	06*	00	08	0
2	2	2	18	1	1	11*	03	03	0
3	2	2	32	1	1	14*	00	02	0
4	3	3	41	2	2	25*	10	01	2
5	4	5	50	3	3	46*	00	01	2

**Tabela 2. Resultados para a rede de 6 nós. \*: Solução Ótima.**

A oitava coluna da Tabela 2 traz o tempo , em segundos, que o *solver* levou para encontrar a primeira solução viável ( $t$ ). Um fato importante é que em todas as instâncias desta bateria de testes, este tempo foi suficiente para determinar a otimalidade da solução viável encontrada. Essa possibilidade, além do interesse teórico, corrobora para a eficiência do método aqui aplicado. Em [Assis (2004)] não são encontradas soluções ótimas e não foi informado o tempo gasto nesta etapa.

Ainda na Tabela 2, na nona coluna temos a capacidade do canal óptico ( $Cap$ ) e por fim, na última coluna temos o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Instância Insolúvel ( $I$ ). Nesta coluna, um *zero* significa que os resultados registrados nesta mesma linha foram conseguidos na primeira rodada do *solver*. Analogamente, um número diferente de zero significa a quantidade de vezes em que foram encontradas instâncias insolúveis, antes da execução que proveu o resultado expresso nesta linha. Para a rede de 6 nós não ocorreram tentativas de calibração do modelo do tipo Tentativa Falha ( $F$ ).

Com o mesmo arranjo de colunas descrito acima, a Tabela 3 trás os resultados para a rede de 12 nós. Desta vez temos 6 instâncias, do grau lógico 1 até o 6. Outra diferença é que esta tabela trás uma coluna a mais, a última. Ela representa o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Tentativa Falha ( $F$ ).

Gl	VTD-RWA			TWA-a						
	L	W	S	L	W	S	t	Cap	I	F
1	1	1	32	1	1	13*	027	35	0	0
2	2	2	52	1	1	27	034	10	0	0
3	3	3	78	2	3	72	160	04	2	1
4	4	4	104	2	3	65	120	03	0	0
5	4	4	130	3	3	98	190	02	1	0
6	5	5	147	3	3	84	037	02	0	0

**Tabela 3. Resultados para a rede de 12 nós. \*: Solução Ótima.**

Aqui também foram obtidos melhores resultados para o trio  $L$ ,  $W$  e  $S$ . Nesta etapa, os resultados de [Assis (2004)] foram obtidos com 6 horas de execução, enquanto os resultados com o modelo SIGLA levaram menos de 17 minutos para serem produzidos. Neste tempo estão computados os tempos de cada instância, mais o tempo de um Tentativa Falha que ocorreu para  $Gl = 3$ . Um detalhe importante é que para a primeira instância ( $Gl = 1$ ) o *solver* também foi capaz de provar a otimalidade para a primeira solução viável. O que demonstra que o modelo mantém razoável desempenho mesmo com uma rede de maior porte. Com esses resultados mostramos a viabilidade da técnica aqui proposta, técnica esta que é totalmente baseada no modelo apresentado neste trabalho.

#### 4 Conclusão

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confrontamento de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a

formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, de forma semelhante a outros modelos da literatura [Ramaswami (2002), Tornatore (2007)].

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi a minimização do número de saltos físicos dos caminhos ópticos. Outras possibilidades de restrições foram apresentadas como opções de aplicação da formulação.

Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em [Assis (2004)], aonde as redes hipotéticas consideradas possuem 6 e 12 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções e de desempenho computacional.

A abrangência da modelagem e o desempenho computacional obtido, viabilizam variadas extensões à modelagem básica. Dada a capacidade do modelo de escolher a topologia física, uma aplicação imediata seria atribuir custos de instalação e operação às variáveis e utilizar o custo total como função objetivo [Thomadsen (2005)]. Outras funções objetivo de trivial implementação seriam: o número máximo de ligações lógicas em cada fibra; o número total de transceptores na rede, ou em cada fibra [Zang (2000)]; o processamento eletrônico total da rede [Almeida (2006)]; e o congestionamento da rede.

Esse trabalho pode ser amplamente estendido, especialmente com relação a experimentos, pois a formulação desenvolvida cria possibilidade de realização de testes variados, de acordo com as restrições e função objetivo que deseja-se utilizar. Do ponto de vista conceitual, uma oportunidade imediata para trabalhos futuros seria a consideração de conversão de comprimentos de onda.

## Referências

- Almeida, R. T. R., Calmon, L. C., Segatto, M. E. V., and Oliveira, E. S. (2006). Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10.
- Assis, K. D. R. and Waldman, H. (2004). Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19.
- Jaumard, B., Meyer, C., and Thiongane, B. (2004). Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD - G-2004-66*.
- Lima, M. O., Oliveira, E., Pereira, L. C. B., de Almeida, R. T., and Segatto, M. E. V. (2004). Estratégias com Algoritmos Híbridos para Projeto de Redes Ópticas. XXXVI *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Mukherjee, B. (1997). *Optical Communication Networks*. McGraw-Hill.
- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks: a practical perspective*. Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2<sup>nd</sup> edition.

- Resendo, L. C., Ribeiro, M. R. N., and Calmon, L. C. (2007). Efficient Grooming-Oriented Heuristic Solutions for Multi-Layer Mesh Networks. *Journal of Microwaves and Optoelectronics*.
- Thomadsen, T. (2005). Hierarchical Network Design. *PHD thesis in Informatics and Mathematical Modelling - Technical University of Denmark*.
- Tornatore, M., Maier, G., and Pattavina, A. (2007). WDM network design by ILP models based on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 15., No. 3, pp. 709-720, July.
- Zang, H., Jue, J. P., and Mukherjee, B. (2000). A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine vol.1*.