

1

Fabio de Oliveira Lima

2

***UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO
COMPLETO DE REDES ÓPTICAS***

3

4

Vitória – ES

5

17 de novembro de 2009

1 Copyright 2009 Fabio de Oliveira Lima.

2 Este documento é distribuído nos termos da licença **GNU** *General Public License* v2.

1

Fabio de Oliveira Lima

2

***UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO
COMPLETO DE REDES ÓPTICAS***

3

4

Dissertação a ser apresentada à Coordenação do
Mestrado em Engenharia Elétrica da Universi-
dade Federal do Espírito Santo para a obtenção
do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

5

Orientador:

6

Prof. Dr. Elias Silva de Oliveira

7

Co-orientador:

8

Prof. Dr. Renato Tannure Rotta Almeida

9

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

10

CENTRO DE TECNOLOGIA

11

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

12

Vitória – ES

13

17 de novembro de 2009

1 Dissertação de Mestrado sob o título “*UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO*
2 *COMPLETO DE REDES ÓPTICAS*”, a ser defendida por Fabio de Oliveira Lima e aprovada em
3 março de 2010, em Vitória, Espírito Santo, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

4

Prof. Dr. Elias Silva de Oliveira
Departamento de Sistemas de Informação - UFES
Orientador

5

Prof. Dr. Renato Tannure Rotta Almeida
Instituto Federal de Educação C&T do Espírito Santo - Ifes
Coorientador

6

Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira Segatto
Departamento de Engenharia Elétrica - UFES
Examinador Interno

7

Prof. Dr. Nome Sobrenome
Departamento de - UF
Examinador Externo

Agradecimentos

1

2 Primeiramente gostaria de agradecer a ...


3

1
2

“Texto.”
Autor

Resumo

1

2 Este trabalho apresenta um novo modelo de programação linear inteira-mista para o projeto
3 de redes ópticas de comunicação. Trata-se de uma modelagem ampla, que engloba o projeto da
4 topologia lógica da rede, o roteamento das demandas de tráfego, além do roteamento e aloca-
5 ção de comprimento de onda aos caminhos ópticos. A formulação suporta múltiplas ligações
6 entre cada par de nós da rede, seja na topologia física ou virtual. Em sua versão básica, o mo-
7 delo minimiza os custos de instalação da rede física e o custo de operação da rede projetada.
8 No entanto, sua formulação permite  que sejam exploradas diversas métricas, como o con-
9 gestionamento da rede, que foi utilizado para comparação com resultados da literatura. Neste
10 trabalho são apresentados resultados de experimentos com o objetivo de validar a eficiência
11 desta formulação com relação à qualidade das soluções e desempenho computacional de tra-
12 balhos anteriores sobre o mesmo assunto. Também é apresentada uma nova forma de se obter
13 *lower bounds* para o congestionamento, com custo computacional desprezível, cuja eficiência
14 contrasta com as opções encontradas na literatura.

Abstract

1

2 This dissertation describes ...

Sumário

1

2	Publicações	1
3	Lista de Figuras	2
4	Lista de Tabelas	3
5	Introdução	4
6	1 Projeto de Redes Ópticas Semitransparentes	9
7	1.1 Projeto de Topologias Virtuais	10
8	1.2 Roteamento e Alocação de Comprimentos de Onda	12
9	2 Trabalhos Anteriores	14
10	3 Traffic over Wavelength Assignment	18
11	3.1 Notação e Dados de Entrada	18
12	3.2 Topologia Generalizada	19
13	3.3 O Modelo TWA	21
14	4 Adaptações do Modelo Básico	24
15	4.1 Grau Lógico e Multiplicidade de Ligações Lógicas	24
16	4.2 Congestionamento	25
17	4.3 Ligações Lógicas em cada Fibra	27
18	4.4 Número de Saltos Físicos	27
19	4.5 Comprimentos de Onda	28

1	4.6	Conversão de Comprimentos de Onda	29
2	5	Lower Bounds	32
3	5.1	MTB - Minimum Traffic Bound	33
4	6	Experimentos Computacionais com o TWA	35
5	6.1	O Modelo VTD-RWA	36
6	6.2	Comparação com o modelo VTD-RWA	38
7	6.3	O Modelo KS	43
8	6.4	Comparação com o modelo KS	44
9		Conclusões	49
10		Referências Bibliográficas	52
11			54

Publicações

Relação da Produção bibliográfica do autor desta dissertação.

• Artigos completos publicados em periódicos

1. Lima, M. O.; LIMA, Fabio de Oliveira; Oliveira, E. S.; Segatto, M. E. V.. *Um Algoritmo Híbrido para o Planejamento de Redes Ópticas*. REIC. Revista Eletrônica de Iniciação Científica, v. 4, p. 4, 2006.

• Trabalhos completos publicados em anais de congressos

1. LIMA, Fabio de Oliveira; Lima, M. O.; Segatto, M. E. V.; Almeida, R. T. R.; Oliveira, E. S.. *Um modelo eficiente para o projeto completo de redes ópticas*. In: Anais do XLI SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2009.
2. LIMA, Fabio de Oliveira; Lima, M. O.; Oliveira, E. S.; Segatto, M. E. V.. *Reformulando o Problema de Projeto de Anéis em Redes Ópticas*. In: Proceedings of 4th ITS, International Information and Telecommunication Technologies Symposium, 2005.
3. Segatto, M. E. V.; Oliveira, E. S.; Lima, M. O.; LIMA, Fabio de Oliveira; Almeida, R. T. R.. *Hybrid approaches for the design of mesh and hierarchical ring optical networks*. In: Proceedings of SPIE06 - Photonics Europe 2006, v. 1.
4. Luchi, D.; Almeida, R. T. R.; Rosa, G. G.; Simoes, S. N.; LIMA, Fabio de Oliveira. *Projetos de topologias lógicas e roteamento de tráfego em redes ópticas*. In: Anais da II Jornada de Produção Científica em Educação Profissional e Tecnológica, 2007, São Luís.
5. Fernandes, G. C.; Almeida, R. T. R.; Rosa, G. G.; LIMA, Fabio de Oliveira. *Análise de Aplicabilidade de uma Formulação de Programação Linear Mista para Otimização da Transparência de Redes Ópticas*. In: Anais da II Jornada de Produção Científica em Educação Profissional e Tecnológica, 2007, São Luís.

Lista de Figuras

1			
2	1	Quatro sub-problemas se fundem em VTD e RWA	6
3	2	Dois sub-problemas se fundem no TWA	8
4	1.1	Exemplos para uma rede óptica com 6 nós. (a) Topologia física. (b) Topologia	
5		virtual, com grau lógico dois, nesta rede.	11
6	1.2	Exemplos, para uma rede óptica com 4 nós, de duas topologias em anel, com	
7		grau lógico unitário.	11
8	1.3	Exemplo de uma instância do RWA	12
9	3.1	Representação gráfica da notação associada aos nós da rede.	19
10	3.2	Representação gráfica de uma componente topológica.	20
11	3.3	Exemplo da interpretação das componentes topológicas.	21
12	4.1	Em b) vemos duas possíveis de interpretações das componentes topológicas em	
13		a).	28
14	6.1	Rede de 6 nós (ASSIS; WALDMAN, 2004).	40
15	6.2	Matriz de demandas para a rede de 6 nós.	40
16	6.3	Rede de 12 nós (ASSIS; WALDMAN, 2004)	42
17	6.4	Matriz de demandas para a rede de 12 nós.	42
18	6.5	Rede de 14 nós NSFNET (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001).	45

Lista de Tabelas

1			
2	6.1	Legendas para as Tabelas 6.2 e 6.3.	40
3	6.2	Resultados para a rede de 6 nós. *: Solução Ótima.	41
4	6.3	Resultados para a rede de 12 nós. *: Solução Ótima.	41
5	6.4	Matriz de demandas <i>P1</i> (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996).	45
6	6.5	Matriz de demandas <i>P2</i> (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996).	46
7	6.6	Matriz de distâncias para a NSFNET, em centenas de milhas.	46
8	6.7	Legendas para as Tabelas 6.8 e 6.9.	46
9	6.8	Resultados para a matriz <i>P1</i> . *: Ótimo alcançado.	47
10	6.9	Resultados para a matriz <i>P2</i> . *: Ótimo alcançado.	47

Introdução

A expansão do uso de redes de fibras ópticas, devido à sua extrema eficiência no transporte de dados em altas taxas de transmissão, é a motivação para estudos em projetos de operação das mesmas. Uma rede de comunicação é dita óptica quando o meio físico, usado para a transmissão das informações entre os nós da rede, é composto por cabos de fibra óptica.

Neste contexto, o desenvolvimento da tecnologia WDM (*Wavelength Division Multiplexing*), permitiu que vários canais independentes compartilhem a mesma fibra óptica, proporcionando um melhor aproveitamento da banda de transmissão disponível nas fibras. Multiplicando a capacidade dos enlaces físicos das redes, esses canais são transmitidos em diferentes comprimentos de onda, sendo denominados caminhos ópticos ou ligações lógicas. O conjunto de todas as ligações lógicas é chamado de topologia lógica da rede.

Esta arquitetura se utiliza de dispositivos ópticos que permitem o roteamento transparente de tráfego, onde a informação pode ser roteada pelo meio óptico, sem passar para o domínio eletrônico, nos pontos intermediários entre a origem e o destino de uma demanda de tráfego. Temos assim uma camada acima da configuração física da rede, pois uma ligação lógica transparente pode ser definida de várias formas sobre a topologia física da rede. Esta é uma camada servidora, que proverá acesso à rede às camadas clientes que, por sua vez, enxergarão apenas as ligações transparentes. Portanto, em redes ópticas com roteamento de tráfego por comprimentos de onda há duas camadas: uma eletrônica, formada por roteadores eletrônicos de pacotes de dados interconectados por enlaces lógicos transparentes, e uma camada óptica, onde o roteamento do tráfego pela topologia física é realizado por dispositivos ópticos WDM.

Uma rede que só possui rotas transparentes entre nós diretamente conectados por enlaces de fibra óptica, é chamada de rede opaca, onde as ligações lógicas coincidem com as ligações de fibra óptica da rede física. Deste modo, dispositivos ópticos WDM para roteamento de comprimentos de onda não são necessários. Todavia, esta configuração pode não ser a ideal para todos os perfis de demanda de tráfego da rede, pois uma demanda pode ter que percorrer várias ligações até seu destino, se não houver uma ligação transparente direta disponível. Se existe uma ligação transparente entre cada par de nós da rede, a rede é dita totalmente transparente. Neste caso, qualquer demanda de tráfego poderia ser transportada em um único salto pela topologia

1 virtual, sendo processada eletronicamente somente no nó destino. Mas, para configurar uma
2 topologia de rede totalmente transparente, um grande investimento em equipamentos ópticos
3 WDM se faz necessário.

4 Já é praticamente um consenso que uma rede totalmente óptica de longa distância não seria
5 factível atualmente devido a uma série de dificuldades em compensar degradações na trans-
6 missão (RAMAMURTHY; FENG; DATTA, 1999) (MAHER, 2001). Entretanto, é amplamente
7 aceito que uma rede óptica de nova geração será um híbrido entre a rede opaca e a transparente.
8 Este modelo de rede híbrida é comumente chamada de rede semitransparente (RAMASWAMI;
9 SIVARAJAN, 2002). Algumas estratégias para o projeto de redes semitransparentes de longa
10 distância foram propostas em artigos e livros como (MAHER, 2001) e (RAMASWAMI; SIVA-
11 RAJAN, 2002). Esta é uma solução intermediária que define ligações lógicas apenas entre pares
12 de nós convenientes, resultando em uma topologia lógica parcialmente transparente, ou semi-
13 transparente. Os roteadores de tráfego da camada eletrônica são responsáveis pela comutação
14 do tráfego entre os diversos caminhos ópticos, que funcionam como enlaces lógicos interligando
15 determinados pares de nós da rede de maneira transparente.

16 A tecnologia de multiplexação por comprimento de onda, além de possibilitar a transmis-
17 são de vários sinais pelo mesmo meio, permite a implementação de redes com roteamento de
18 tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*). As van-
19 tagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e
20 confiabilidade na transmissão de dados.

21 O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade
22 de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a topologia física da
23 rede. A topologia lógica pode ser reconfigurada com dispositivos ópticos de comutação de
24 comprimentos de onda, em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da
25 necessidade de restauração em caso de falhas. A topologia física de uma WRON pode ser
26 representada por um grafo, no qual as arestas equivalem aos enlaces de fibra óptica e os vértices
27 aos nós da rede. A topologia lógica é constituída por caminhos ópticos, que são comprimentos
28 de onda ininterruptos e que podem percorrer diversos enlaces de fibra óptica em sequência e em
29 paralelo até o destino.

30 O roteamento de tráfego em uma WRON pode ser realizado de duas formas: na camada
31 óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, ou na camada eletrônica, após sua
32 conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados.
33 No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser dinamicamente redireciona-
34 dos por dispositivos de comutação óptica, com a vantagem da ausência do atraso em filas ori-

1 ginado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos. O congestionamento em roteadores
2 eletrônicos está diretamente associado a limitações na qualidade de serviço em redes de comu-
3 nicações, pois origina atraso e eventuais descartes de pacotes que, sobretudo para as emergentes
4 aplicações em tempo real, devem ser minimizados.

5 O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que
6 podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na
7 camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos.
8 Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso
9 de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura (RAMASWAMI;
10 SIVARAJAN, 2002), o projeto completo de WRON é dividido em quatro sub-problemas, que
11 serão denominados: roteamento de tráfego (TR - *Traffic Routing*), projeto da topologia lógica
12 (LTD - *Logical Topology Design*), roteamento de comprimentos de onda (WR - *Wavelength*
13 *Routing*) e alocação de comprimentos de onda (WA - *Wavelength Assignment*).

14 Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são associados, bem como os dois úl-
15 timos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas de VTD (*Virtual Topology De-*
16 *sign*) (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002) e RWA (*Routing and Wavelength Assignment*)
17 (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000). Isto está ilustrado na figura 1. Mais recentemente, os
18 sub-problemas de TRS e WRS vem também sendo associados nos trabalhos que abordam o
19 problema de *grooming* de tráfego (RESENDÓ; RIBEIRO; CALMON, 2007)

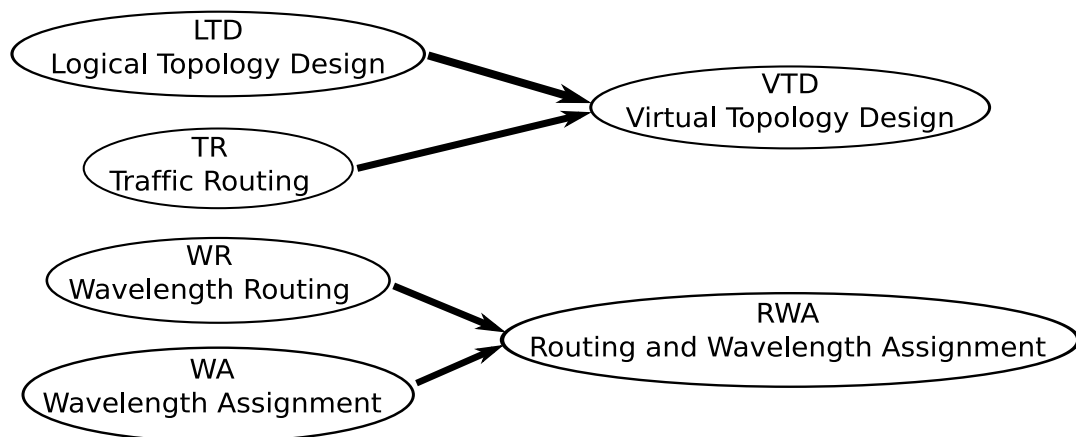


Figura 1: Quatro sub-problemas se fundem em VTD e RWA

20 A contribuição deste trabalho é a proposição de uma modelagem para o projeto de redes
21 ópticas, denominada TWA (*Traffic over Wavelength Assignment*), capaz de tratar desde a es-
22 colha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo a distribuição
23 de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Conforme
24 será mostrado na seção seguinte, este modelo possui um reduzido número de variáveis e res-

1 trições, se comparado a modelos que resolvem apenas o RWA, como os que são tratados em
2 (JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004). Na literatura o projeto completo, incluindo to-
3 pologias física e lógica, foi modelado em (XIN; ROUSKAS; PERROS, 2003), possuindo uma
4 complexidade elevada, que torna o uso de heurísticas uma exigência. O problema modelado
5 em (XIN; ROUSKAS; PERROS, 2003) possui premissas diferentes do modelo TWA, pois não
6 trata dos sub-problemas VTD e RWA da mesma maneira, devido a consideração de tecnologias
7 distintas. Com isso uma comparação direta não é possível. Portanto, como estratégia de teste
8 do modelo TWA, optamos por considerar a topologia física como conhecida.

9 O TWA guarda semelhanças com alguns modelos conhecidos (RAMASWAMI; SIVA-
10 RAJAN, 2002; TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007). Nas modelagens para o WAS
11 (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), é designado um comprimento de onda a cada caminho
12 óptico, considerando o seu percurso físico determinado pelo WRS. A configuração dos cami-
13 nhos ópticos, em termos de quantidade, fonte e destino, é obtida pela solução do VTD. Esta
14 abordagem de modelos separados para VTD e RWA exige variáveis diferentes para as ligações
15 lógicas, para suas rotas físicas e para a alocação de comprimentos de onda (ASSIS; WALD-
16 MAN, 2004).

17 No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. Tendo
18 sido alocados comprimentos de onda entre pares ordenados de nós com variáveis específicas,
19 estarão determinadas implicitamente, pelas restrições do modelo, as rotas físicas e as ligações
20 lógicas entre esses pares de nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em
21 termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis
22 adicionais para determinar as rotas físicas e as ligações lógicas, o que simplifica o modelo e o
23 torna computacionalmente mais tratável.

24 As restrições do TWA, em função das variáveis de alocação de comprimento de onda, de-
25 terminam a configuração e o roteamento dos caminhos ópticos, o que define as topologias física
26 e lógica, além da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do
27 tráfego. Isto é tradicionalmente feito em função das variáveis de topologia lógica e roteamento
28 de tráfego do VTD (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002), que retorna a matriz de topologia
29 lógica e as requisições de tráfego designadas a cada um deles. A solução do VTD é então forne-
30 cida como entrada para o RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), na forma de uma matriz
31 de requisições de tráfego associadas a caminhos ópticos. Diferenciado-se disso, o TWA possui
32 restrições para a distribuição do tráfego que também são escritas em função das variáveis de
33 alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso elimina as restrições de distribuição de re-
34 quisições de tráfego do RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000). Isto está ilustrado na figura

1 2.

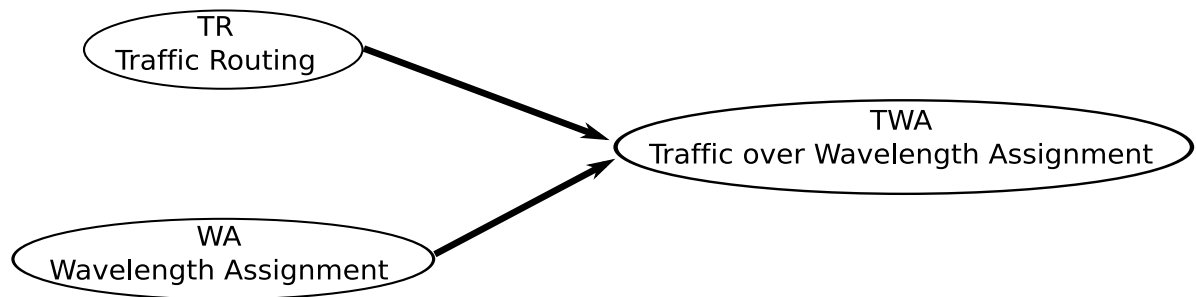


Figura 2: Dois sub-problemas se fundem no TWA

2 Assim sendo, as variáveis e restrições do TWA consistem em um modelo completo para
3 o projeto de redes ópticas, pois considera todos os seus subproblemas de maneira integrada.
4 Algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu
5 roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes
6 encontrados na literatura (TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007; RAMASWAMI; SI-
7 VARAJAN, 2002). Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente admite
8 múltiplos caminhos ópticos e múltiplas fibras ópticas entre cada par de nós da rede, sem a neces-
9 sidade de diferenciar cada ligação por uma variável de decisão diferente, como na abordagem
10 utilizada anteriormente em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

11 Também é apresentada neste trabalho uma nova forma de se calcular lower bounds (LB)
12 para o congestionamento, ~~para a qual é produzida uma demonstração formal~~. Ela apresenta alta
13 qualidade, pois nos testes realizados o LB coincidia com o ótimo ou ficava muito próximo dele.
14 Além disso, seu custo computacional é desprezível, uma vez que o LB é calculado diretamente
15 a partir das demandas de tráfego, através de uma fórmula matemática. Isso contrasta com as
16 técnicas para obtenção de LBs para o congestionamento que encontramos na literatura (RA-
17 MASWAMI; SIVARAJAN, 2002), sendo esta até então a parte mais custosa desta abordagem.

18 O restante deste texto está organizado da seguinte forma: No Capítulo 3 a seguir apre-
19 sentamos a modelagem básica para TWA, onde são colocadas as restrições fundamentais da
20 formulação proposta. No Capítulo 5 é apresentada uma nova forma de calcular *lower bounds*.
21 No Capítulo 6 são apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e
22 comparações dos mesmos com outros resultados encontrados na literatura.

1 *Projeto de Redes Ópticas*

Semitransparentes

3 O projeto e planejamento de redes é realizado através de métodos distintos de acordo com
4 o tipo de tráfego considerado, especificamente com relação a natureza estática ou dinâmica.
5 No caso de tráfego estático, nosso foco de estudo, é assumido a priori uma determinada matriz
6 de demanda de tráfego, representando a quantidade de tráfego que deve ser transferido entre
7 os pares de nós da rede. Considera-se essas demandas como sendo fixas para fins de plane-
8 jamento, podendo basear-se em levantamentos históricos ou mesmo estudos estimativos. Não
9 serão consi~~deradas~~ aqui a possibilidade de bloqueio de pacotes e nem outros tipos de perdas
10 na transmissão. Portanto, é assumido que todo o tráfego da rede será devidamente enviado e
11 recebido.

12 Os canais de comunicação entre os pares de nós, por onde trafegam as demandas de tráfego,
13 são os caminhos ópticos, que devem ser estabelecidos, formando a topologia virtual da rede. Um
14 caminho óptico é formado por uma ou mais conexões ponto a ponto. Entre o início e o término
15 de um caminho óptico podem existir nós intermediários, pelos quais as demandas de tráfego
16 ~~passam~~ (são roteadas) de forma transparente, isto é, no domínio óptico. Por simplicidade, é
17 assumido que todos os canais possuem a mesma capacidade.

18 Todos os nós da rede são equipados com OXCs (*Optical Cross-Connect*) (ZANG; JUE;
19 MUKHERJEE, 2000). Cada caminho óptico inicia e termina nos respectivos OXCs de seus nós
20 de início e término. O roteamento dos caminhos ópticos ao longo dos nós da rede é realizado
21 através dos OXCs dos nós por onde eles passam.

22 Não é considerada capacidade de conversão de comprimentos de onda, dessa forma a res-
23 trição de continuidade de comprimentos de onda deve ser respeitada. Dessa forma, em todas as
24 fibras por onde um caminho óptico passa, ele deve utilizar o mesmo comprimento de onda.

25 A camada óptica, que provê caminhos ópticos às camadas clientes, se tornou a principal
26 camada de transmissão nos *backbones* das redes de telecomunicações. Neste contexto, a camada

1 óptica pode ser vista como uma camada servidora e as ~~camadas~~ que vem acima dela, fazendo
2 uso dos serviços oferecidos pela camada óptica, podem ser vistas como camadas cliente.

3 Uma rede óptica é transparente quando não existe regeneração eletrônica dos caminhos óp-
4 ticos durante o seu percurso fim-a-fim, enquanto uma rede óptica é opaca quando cada caminho
5 óptico é regenerado em todos os nós pelo qual transita na rede. Uma rede óptica transparente
6 não tem apenas restrições severas relacionadas com degradações acumuladas, mas também com
7 monitoração de performance, isolamento de falhas, gerenciamento centralizado, continuidade de
8 comprimento de onda entre outras (BALA, 2000). Usando redes ópticas semitransparentes, é
9 possível alcançar uma performance muito próxima aos das redes opacas em termos de bloqueio
10 de novas requisições, porém com grande economia nos custos, e menos complexidade do que
11 uma rede completamente óptica. Em suma, redes semitransparentes oferecem o melhor dos do-
12 mínios ópticos e eletrônicos sem comprometer as principais características de cada uma dessas
13 tecnologias (BALA, 2000).

14 1.1 Projeto de Topologias Virtuais

15 No estudo de formas eficientes de distribuição de tráfego em redes ópticas, uma carac-
16 terística da rede que influencia fortemente no resultado da distribuição é a sua *topologia*. A
17 *topologia virtual* (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002), ou *lógica*, de uma rede óptica é com-
18 posta por caminhos ópticos (*enlaces lógicos*) que abstraem a estrutura física da rede, e pode
19 ser representada por um grafo orientado (CORMEN, 2002). Em redes WDM a topologia física
20 determina apenas o percurso físico (~~distância~~) dos caminhos ópticos. A topologia física de uma
21 rede óptica pode ser representada por um grafo não orientado (BOAVENTURA, 2001) onde os
22 vértices representam os nós da rede e as arestas os *links* físicos que unem estes nós.

23 O *grau lógico* de *entrada* ou de *saída* de um nó é o número máximo de enlaces lógicos que
24 podem se originar ou terminar nele, respectivamente. Fixado um valor de grau lógico (Δ) para
25 a rede, todos os nós deverão ter o mesmo valor de grau lógico de entrada e saída. Uma das
26 representações usuais para a topologia virtual de uma rede óptica é sua matriz de adjacências
27 (b); uma matriz com entradas binárias, onde $b_{i,j} = 1$, se houver uma ligação lógica partindo
28 do nó i e terminando no nó j , e $b_{i,j} = 0$ caso contrário. Entre os nós origem e destino de uma
29 ligação lógica podem existir *nós e passagem*, onde a conexão do nó anterior e o posterior é feita
30 de modo transparente, sem conversão eletro-óptica (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

31 Na Figura 1.1 temos o exemplo de uma topologia física e uma topologia lógica, para uma
32 rede óptica de seis nós, com grau lógico dois. Uma topologia virtual conexa (CORMEN, 2002)

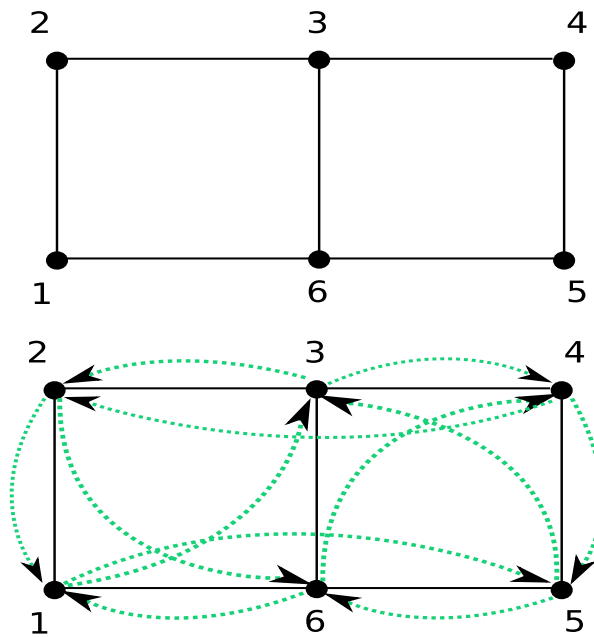


Figura 1.1: Exemplos para uma rede óptica com 6 nós. (a) Topologia física. (b) Topologia virtual, com grau lógico dois, nesta rede.

de grau lógico um é chamada de *anel*. Na Figura 1.2 encontramos exemplos de topologias virtuais em anel. A matriz de tráfego Λ , especifica as demandas de tráfego $\Lambda^{(s,d)}$ entre cada par fonte-destino (s,d) dos n nós da rede. Em geral, as demandas de tráfego $\Lambda^{(s,d)}$ podem ser transportadas por mais de um caminho óptico entre (s,d) . E podem ser divididas em parcelas, utilizando caminhos ópticos diferentes para escoar uma demanda.

Trabalhos realizados anteriormente apontam a mesma *função objetivo* (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996) para este problema que estamos tratando; a minimização do *congestionamento*. O congestionamento é a quantidade de tráfego designado ao caminho óptico mais car-

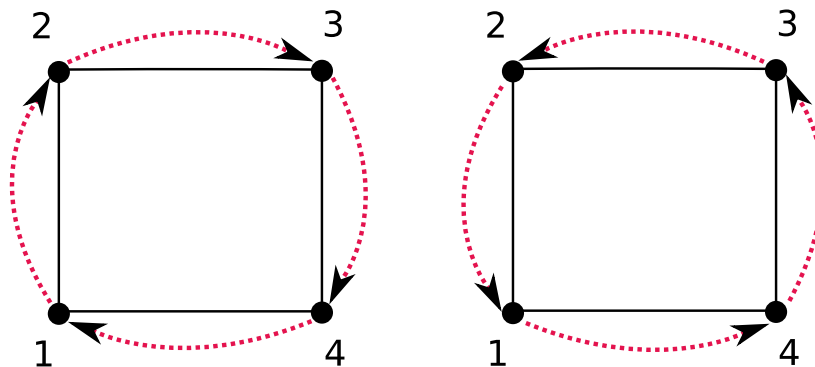


Figura 1.2: Exemplos, para uma rede óptica com 4 nós, de duas topologias em anel, com grau lógico unitário.

regado da rede. Ao minimizar o congestionamento a tendência é distribuir igualmente o tráfego entre todos os caminhos ópticos. Este critério garante que não haja subutilização ou sobrecarga nos enlaces lógicos que formam a topologia virtual da rede. A sobrecarga causa aumento do atraso em filas e consequente diminuição do *throughput* (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

O VTD consiste na determinação de quais nós serão interligados diretamente. A topologia virtual é base para a solução do problema de distribuição de tráfego. Uma solução deste problema consiste em determinar uma topologia virtual e a forma como as demandas de tráfego serão escoadas através da concatenação dos diversos caminhos ópticos.

1.2 Roteamento e Alocação de Comprimentos de Onda

O roteamento e alocação de comprimentos de onda ou RWA, como é mais conhecido, pode ser definido como a seguir: dada a estrutura física de uma rede óptica e um conjunto de requisições de conexão, selecione um caminho adequado com um determinado comprimento de onda para cada conexão, de modo que não haja dois caminhos alocados a um mesmo comprimento de onda compartilhando o mesmo enlace de fibra ao longo do seu trajeto.

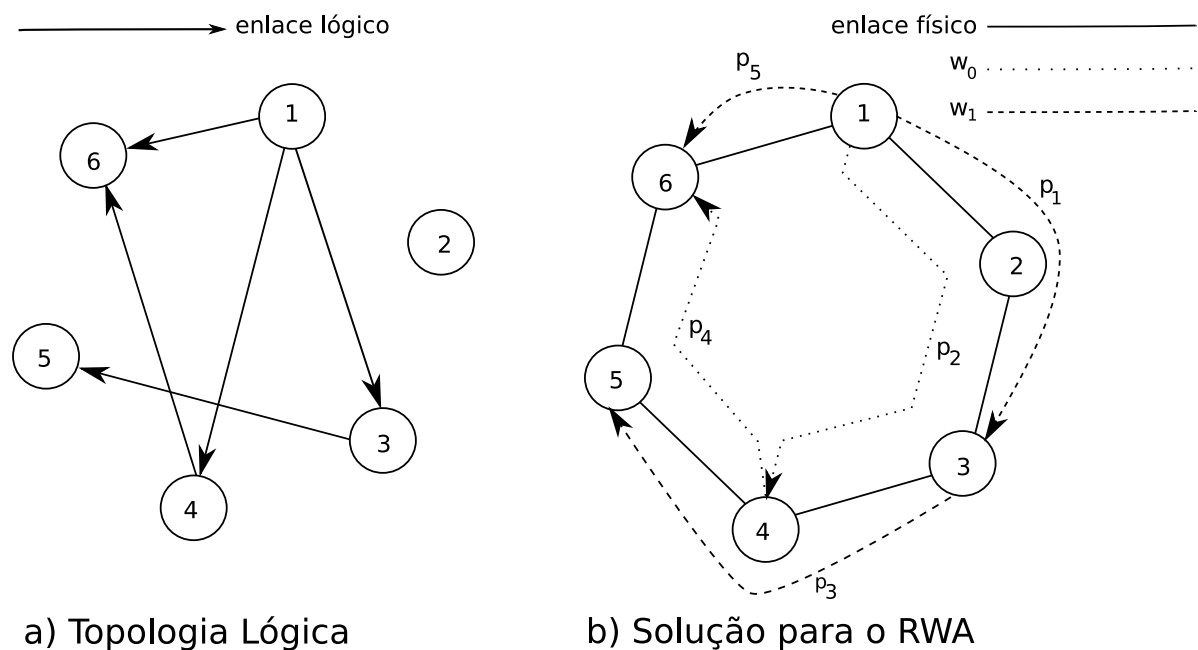


Figura 1.3: Exemplo de uma instância do RWA

Cabe aqui observar que estamos modelando a topologia física como um grafo direcionado. Deste modo, duas conexões cujos trajetos alocados passam por um mesmo par (m, n) , mas em sentidos opostos, estão necessariamente em fibras distintas, satisfazendo assim esta definição. Este conjunto de requisições de conexão nada mais é do que a topologia lógica obtida como

1 parte da solução do VTD.

2 Na figura 1.3 temos um exemplo de uma instância para o RWA, onde o dado de entrada
3 é a topologia lógica obtida do VTD. A solução obtida apresenta os percursos por onde serão
4 roteadas as ligações lógicas e os comprimentos de onda escolhidos.

5 O objetivo mais comum é minimizar o número de comprimentos de onda necessários para
6 estabelecer um certo conjunto de caminhos ópticos para uma dada topologia física. Uma al-
7 ternativa à minimização de comprimentos de onda é maximizar o número de conexões que
8 podem ser estabelecidas para um dado número de comprimentos de onda e um dado conjunto
9 de requisições de conexão.

2 *Trabalhos Anteriores*

O problema de projetar uma rede óptica, a partir de uma topologia física conhecida, pode ser formulado como um problema de programação inteira mista (MILP), sendo definida uma métrica de interesse a ser otimizada. Esse problema já foi amplamente estudado, tendo sido propostas heurísticas para resolvê-lo, sendo conhecidamente NP-difícil. As diferentes abordagens partem de considerações específicas sobre as demandas de tráfego, a métrica a ser otimizada, entre outras. Quando as demandas de tráfego são assumidas como sendo estáticas, caso adotado neste trabalho, todas as demandas a serem transmitidas entre os pares de nós da rede são conhecidas a priori e fixas. Neste caso, o objetivo normalmente é a minimização de algum recurso da rede, tendo como exemplos: número de comprimentos de onda utilizados, capacidade dos canais de comunicação, número de transceptores e processamento eletrônico.

O projeto de uma topologia virtual foi formulado como um problema de otimização em (MUKHERJEE et al., 1996). Os autores formularam o problema de projeto de topologia lógica como um problema de otimização não linear. A função objetivo considerava a minimização do atraso na transmissão e do máximo fluxo em um enlace, sendo este último conhecido como o congestionamento da rede. Os autores subdividem o problema em quatro subproblemas: 1) determinação da topologia lógica; 2) roteamento dos caminhos ópticos sobre a topologia física; 3) alocação de comprimentos de onda às rotas; 4) roteamento das componentes de tráfego (~~pacotes~~) na topologia lógica. Nos experimentos apresentados, os autores consideram apenas os subproblemas 1 e 4. A meta-heurística *Simulated annealing* foi utilizada na resolução do subproblema 1 e “*flow deviation*” para o subproblema 4. As desvantagens desta abordagem são as seguintes. 1) Se a rede é grande, então, usando a abordagem *Simulated Annealing* vai ser muito caro computacionalmente. 2) Não se trata de uma abordagem integrada para resolver os quatro subproblemas, mas sim considera os subproblemas um e quatro de forma independente.

Em (BANERJEE; MUKHERJEE, 2000) é apresentada uma formação MILP para o projeto completo da topologia virtual de redes ópticas WDM com conversão de comprimentos de onda. Vale ressaltar que em redes equipadas com conversores de comprimentos de onda, o problema torna-se menos complexo pois a restrição de continuidade dos comprimentos de onda não é

1 aplicada. O objetivo neste trabalho era minimizar a distância média dos saltos dos pacotes de
2 dados. ~~É assumido tráfego baseado em pacotes na rede.~~ A formulação ILP apresentada, in-
3 clui a definição dos caminhos ópticos, seu roteamento físico e a alocação de tráfego sobre os
4 mesmos. Com o objetivo de tornar o problema tratável, a restrição de continuidade de compri-
5 mentos de onda foi relaxada, considerando que todos os nó possuem capacidade de conversão
6 de comprimentos de onda. Devido a complexidade/dificuldade de obter soluções ótimas com
7 o modelo ILP, nos experimentos, o processo de otimização (~~usando CPLEX~~) foi interrompido
8 após algumas iterações.

9 Em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996) os autores formularam uma modelagem MILP
10 para o projeto de topologia virtual com o objetivo de minimizar congestionamento. Não existe
11 restrição quanto ao número de comprimentos de onda utilizados. A desvantagem desta aborda-
12 gem é que a topologia física torna-se irrelevante para o projeto da topologia lógica, pois não é
13 resolvido o RWA.

14 Em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001) é feita uma modelagem MILP que minimiza
15 congestionamento em redes sem conversores de comprimentos de onda. Segundo os autores,
16 esta formulação não é computacionalmente tratável, sendo métodos heurísticos propostos. O
17 Modelo MILP é relaxado e executado iterativamente por 25 vezes usando um plano de corte.
18 As variáveis que representam a topologia virtual e os percursos físicos são arredondadas, en-
19 quanto uma heurística de alocação de comprimentos de onda é aplicada para atribuir compri-
20 mentos de onda individualmente aos caminhos ópticos. O tráfego é roteado pela topologia
21 virtual utilizando uma formulação linear (LP) consistindo somente das restrições de tráfego do
22 MILP relaxado. Uma das desvantagens desse método é que supondo que existam W compri-
23 mentos de onda disponíveis em cada fibra, o MILP relaxado obtém uma solução que satisfaz
24 esta restrição. No entanto, sendo que o algoritmo de alocação de comprimentos de onda, que
25 é aplicado subsequentemente, obtém soluções sub-ótimas, não há garantia de uma alocação de
26 comprimentos de onda com sucesso, respeitando o limite de W comprimentos de onda. Como
27 resultado, o método não retorna necessariamente soluções viáveis para todos os casos.

28 Em (BANERJEE; MUKHERJEE, 1997), os autores formularam o problema de projeto
29 de topologia lógica como um problema linear que considera os nós da rede equipados com
30 conversores de comprimento de onda. A função objetivo da formulação é a minimização do
31 comprimento dos saltos nos enlaces lógicos, com a possibilidade de redução do número de
32 conversores de comprimentos de onda utilizados e, dessa forma, esta formulação poderia ser
33 aproximada para uma formulação sem conversão. As deficiências desta formulação são: 1)
34 ela produz resultados razoáveis somente se a matriz de tráfego for equilibrada, sendo esta uma

1 consequência da função objetivo não incluir variáveis de tráfego; 2) **trabalha bem** somente se a
2 topologia física for densa em termos do número de arestas. Note que se a topologia física for
3 esparsa (~~com poucas arestas~~) então o número de conversores de comprimento de onda utilizados
4 aumentará (**poucas rotas alternativas**) e a topologia lógica resultante pode não refletir o tráfego
5 entre os nós. A restrição de continuidade dos comprimentos de onda não foi utilizada nesta
6 formulação.

7 O **Artigo** (TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007) trata de métodos exatos para o
8 planejamento e otimização de redes WDM multi-fibras, em especial ILP. É proposta uma for-
9 mulação para o problema de otimização chamado de **“source formulation”**, nela, todo o fluxo
10 é agregado em **ralação do** nó de origem. Esta formulação é equivalente à conhecida **“flow**
11 **formulation”**, porém permite uma redução relevante no número de variáveis e restrições, repre-
12 sentando uma redução no tempo computacional e ocupação de memória durante a **execução**.
13 Com relação a conversão de comprimentos de onda, **os** casos extremos são tratados, quando
14 todos os nós possuem capacidade de converter todos os comprimentos de onda, e quando ne-
15 nhum nó possui capacidade de conversão de comprimento de onda, sendo exigida a restrição
16 de continuidade de comprimentos de onda. O trabalho propõe a otimização da topologia virtual
17 de uma rede física **multi-fibra**, com o objetivo de minimização de custo: o número de fibras
18 por enlace necessárias para suportar uma matriz de tráfego pré-estabelecida é a variável a ser
19 minimizada, tendo como dado de entrada o número de comprimentos de onda por fibra.

20 Algumas heurísticas para o projeto completo de redes ópticas foram apresentadas no artigo
21 (SKORIN-KAPOV; KOS, 2005). Este trabalho envolve o projeto de topologias virtuais sem
22 utilização de conversores de comprimento de onda. O método proposto utiliza uma heurística e
23 é avaliado através de **algumas possibilidades de funções objetivo**, sendo analisadas as vantagens
24 e desvantagens para cada critério de medição. Os resultados apresentados foram gerados a partir
25 de experimentos com redes de tamanhos variados e para características de tráfego uniforme e
26 não uniforme.

27 Uma referência clássica para o RWA é o artigo (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000). Este
28 estudo detalha o problema de roteamento e alocação de comprimentos de onda (RWA) em
29 redes ópticas WDM, especialmente para redes que operam com a restrição de continuidade de
30 comprimentos de onda, ou seja, não utilizam conversores. É apresentada uma revisão de várias
31 abordagens e métodos apresentadas na literatura, abrangendo modelagens MILP e heurísticas.

32 Um modelo MILP para o projeto completo foi apresentado em (ASSIS; WALDMAN,
33 2004), ~~modelo este~~ baseado nas formulações clássicas do VTD e do RWA. Este trabalho propõe
34 um **algoritmo** iterativo, que faz uso de programação linear, para resolver os problemas VTD e

- 1 RWA de forma integrada. A solução do VTD gera requisições para um conjunto de caminhos,
2 representados pela topologia virtual, que devem ser roteados pela topologia física. Os cami-
3 nhos são alocados de maneira a minimizar **critérios de otimização**. A estratégia foi testada para
4 redes com características distintas, mas não sendo considerado qualquer tipo de conversão de
5 comprimentos de onda.

3 *Traffic over Wavelength Assignment*

Neste capítulo será apresentada a forma básica do modelo TWA, começando pela notação designada aos nós e as constantes que definem uma instância de problema para o modelo. Em seguida serão definidas as variáveis utilizadas para compor as restrições e a função objetivo do modelo, passando-se então à sua descrição. A função objetivo adotada na formulação básica é a minimização dos custos de instalação e operação da rede, valendo-se da capacidade do modelo escolher também a topologia física da rede. Além disso, o número de comprimentos de onda foi controlado de maneira implícita (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000); e foi considerada a restrição de conservação dos comprimentos de onda ao longo do caminho óptico (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), ou seja, não se admite a conversão de comprimentos de onda na camada óptica da rede.

3.1 Notação e Dados de Entrada

Notação 1. Os índices $m, n, s, d, i, j \in \{1, \dots, N\}$ representam os nós da rede, e os pares ordenados (m, n) , (s, d) e (i, j) indicam respectivamente *ligações físicas*, *demandas de tráfego* e *ligações lógicas*, com $m \neq n$, $s \neq d$ e $i \neq j$. O índice $w \in \{1, \dots, W\}$ representa *os comprimentos de onda disponíveis*.

A Figura 3.1 ilustra os diferentes escopos dos índices associados aos nós da rede, com relação aos *enlaces físicos* (m, n) , *lógicos* (i, j) e demandas de tráfego (s, d) . Esta notação segue a convenção comumente utilizada em trabalhos anteriores (MUKHERJEE, 1997; RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). É importante dizer que, como esta modelagem suporta múltiplas *fibras* e *caminhos ópticos* entre cada par de nós, os pares (m, n) e (s, d) representam conjuntos de possíveis ligações físicas e lógicas, respectivamente. Esses conjuntos não serão explicitamente controlados, sendo esse um dos motivos da *eficiência* do modelo.

Dados 1. Uma instância para o modelo TWA é definida por:

1. N = Número de nós da rede.

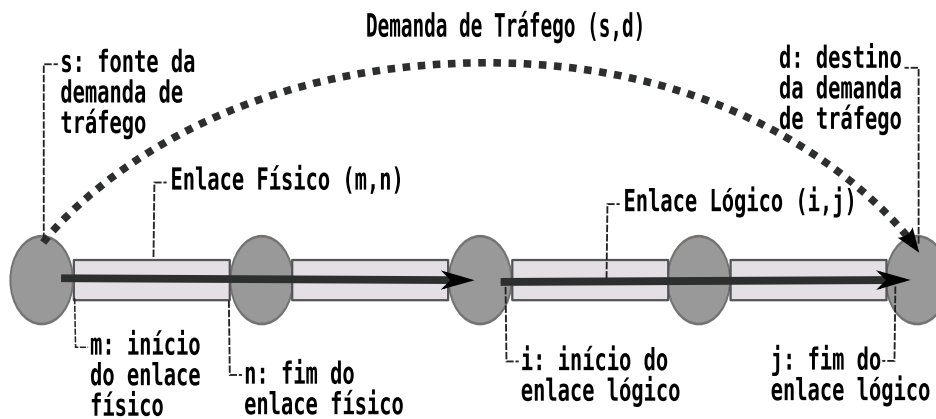


Figura 3.1: Representação gráfica da notação associada aos nós da rede.

- 1 2. W = Máximo de comprimentos de onda por fibra.
- 2 3. K = Multiplicidade física máxima entre os pares de nós.
- 3 4. Cap = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
- 4 5. C_{mn} = Custo de uma ligação física orientada (m,n) .
- 5 6. T = Custo por unidade de fluxo.
- 6 7. P_{sd} = Demanda de tráfego, com origem s e destino d .
- 7 8. $A_s = \sum_d P_{sd}$ e $Q_{sd} = P_{sd}/A_s$.

8 3.2 Topologia Generalizada

9 A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada
10 de ~~componente da Topologia Generalizada~~ (ou simplesmente *componente topológica*), é re-
11 presentada graficamente na Figura 3.2 e formalmente definida na Variável 3.2.1. Ela sozinha
12 representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de
13 onda utilizado.

14 **Variável 3.2.1.** Seja $B_{iw}^{mn} = k \in \{0, \dots, K\}$, com $i \neq n$, uma componente do conjunto das ligações
15 lógicas com origem i e comprimento de onda w , que utilizam k ligações físicas entre os nós m
16 e n .

17 Numa componente da topologia generalizada $B_{iw}^{mn} = k$, o índice i representa o nó de origem
18 das k ligações lógicas que, passando por uma das ligações físicas iniciadas em m e incidentes
19 em n , usa o comprimento de onda w . Conforme a terminologia utilizada neste trabalho daqui

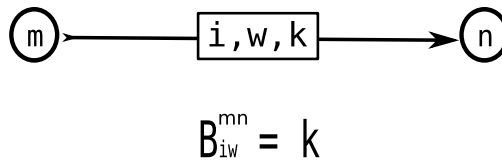


Figura 3.2: Representação gráfica de uma componente topológica.

1 por diante, uma componente topológica $B_{iw}^{mn} = k$ é iniciada em m , incidente em n , com origem
2 i , comprimento de onda w e valor k .

3 Considerando que $B_{iw}^{mn} = k$ para algum $k \in \{0, \dots, K\}$, existem k ligações lógicas originadas
4 em i no comprimento de onda w , passando por k enlases físicos distintos entre o par de nós
5 (m, n) . Neste caso, cada um desses k enlases físicos terá que ser uma fibra óptica distinta
6 interligando o mesmo par de nós (m, n) , pois haveria interferência se houvessem dois sinais
7 ópticos originados por fluxos de tráfego diferentes se propagando no mesmo sentido, na mesma
8 fibra, com o mesmo comprimento de onda. Note que K limita apenas a multiplicidade dos
9 enlases físicos, ou seja, o número de fibras ópticas dispostas em paralelo entre dois nós (m, n) .
10 Mesmo que $K = 1$, o que torna B_{iw}^{mn} uma variável binária, as diversas ligações lógicas entre um
11 par (i, j) poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou ainda, mais de um comprimento de onda em
12 uma mesma fibra. Se, $\forall i, k = 0$ para qualquer w , então nenhum enlace físico entre o par de nós
13 (m, n) é utilizado, ou seja $B_{im}^{nw} = 0, \forall (i, w)$.

14 Na Figura 3.3, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com
15 origem no nó i e com o mesmo comprimento de onda w_1 . No item d) desta figura, o valor 2
16 da componente que liga os nós (i, m) é interpretado como duas ligações físicas entre esses nós,
17 representadas no item a). No item b), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós (i, n) , onde
18 uma delas passa de forma transparente pelo nó m , como indicado no item c). Note ainda que,
19 no item d), há dois caminhos lógicos incidentes em m mas apenas um iniciando. Isso indica
20 que uma ligação lógica termina em m , enquanto a outra segue adiante.

21 A definição das componentes topológicas não deixa claro aonde terminam as ligações ló-
22 gicas. Sua finalização será garantida implicitamente pelas restrições do modelo. Isso reflete a
23 agregação do roteamento dos comprimentos de onda, similar a trabalhos encontrados na litera-
24 tura (JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004).

25 A indexação atribuída às variáveis B_{iw}^{mn} especificam apenas o nó i , que é onde se iniciam
26 os enlases lógicos representados. Isto significa que estas variáveis agregam todas as ligações
27 lógicas originadas em i que utilizam o enlace físico (m, n) e o comprimento de onda w , indepen-
28 dente do nó j em que terminam estas ligações lógicas. Esta técnica consiste em uma abordagem
29 bastante conhecida para a representação de variáveis em problemas de distribuição de fluxo em

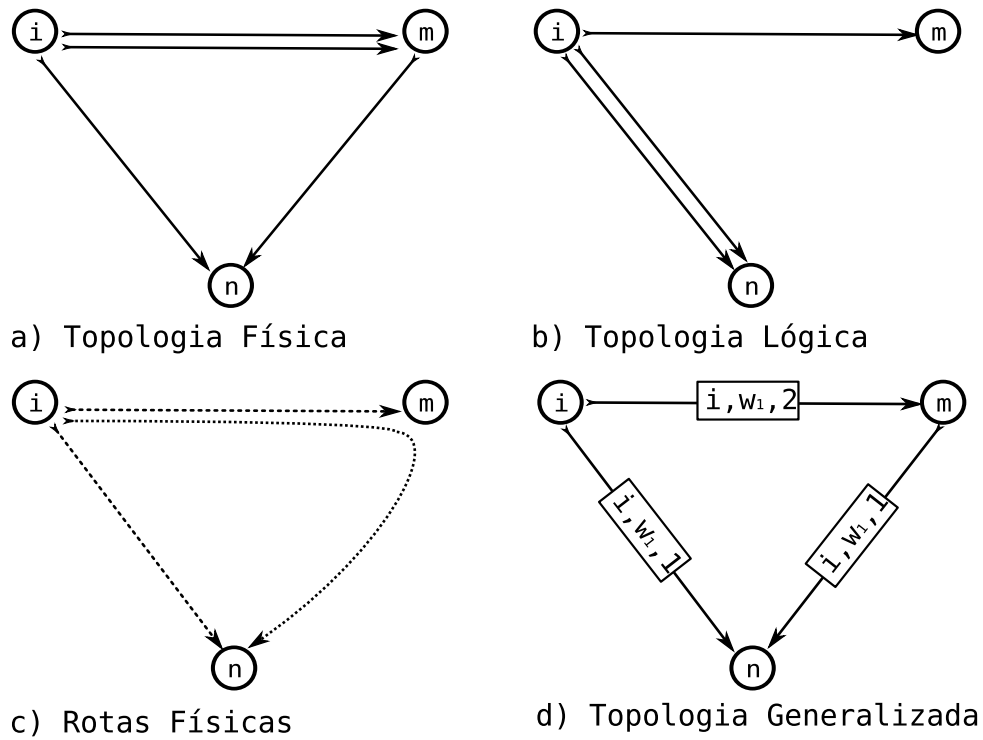


Figura 3.3: Exemplo da interpretação das componentes topológicas.

1 redes. Em (TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007), este conceito de agregação de trá-
2 fego é aplicado como meio de simplificação do modelo, reduzindo substancialmente o número
3 de variáveis dos problemas resultantes. No TWA, esta agregação cumpre o mesmo papel de
4 simplificação, cabendo às restrições do modelo garantir implicitamente a terminação correta
5 destas ligações lógicas agregadas nas variáveis B_{iw}^{mn} .

6 3.3 O Modelo TWA

7 As Variáveis 3.3.1 e 3.3.2 completam as definições necessárias para apresentarmos a forma
8 básica do modelo TWA, expresso nas Restrições de (3.3.1) à (3.3.4).

9 **Variável 3.3.1.** Seja $D_{mn} \in \{0, \dots, K\}$ o número de ligações físicas entre o par de nós (m, n) .

10 **Variável 3.3.2.** Seja $q_{sw}^{ij} \in [0, 1]$ a fração de fluxo originado em s , passando pelas ligações
11 lógicas entre o par (i, j) , no comprimento de onda w , com $s \neq j$.

$$\sum_s q_{sw}^{ij} \cdot A_s \leq Cap \cdot \left(\sum_m B_{iw}^{mj} - \sum_n B_{iw}^{jn} \right), \quad \forall (i, j, w) \quad (3.3.1)$$

$$\sum_i B_{iw}^{mn} \leq D_{mn}, \quad \forall (m, n, w) \quad (3.3.2)$$

$$\sum_{jw} q_{sw}^{sj} = 1, \quad \forall s \quad \text{and} \quad \sum_{iw} q_{sw}^{id} - \sum_{jw} q_{sw}^{dj} = Q_{sd}, \quad \forall (s,d) \quad (3.3.3)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{mn} C_{mn} \cdot D_{mn} + \sum_{si,jw} T \cdot q_{sw}^{ij} \cdot A_s \quad (3.3.4)$$

1 A Restrição (3.3.1) acumula múltiplas funções: garante a continuidade dos percursos ló-
2 gicos e a conservação dos comprimentos de onda; controla a capacidade de tráfego dos canais
3 lógicos, que também pode ser um *upper bound* para o congestionamento; e anula as frações de
4 fluxo agregado nas ligações lógicas não utilizadas.

5 Se o número de componentes topológicas incidentes em m for maior que o número de
6 iniciadas, não originadas nele, essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam
7 em m . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura
8 a rastreabilidade das ligações lógicas desde sua origem, a partir das componentes topológicas
9 agregadas.

10 Para resolver o sub-problema de roteamento de tráfego, são definidas as variáveis de fração
11 de fluxo agregado (Variável 3.3.2), utilizadas na Restrição (3.3.1). Como podem haver múltiplas
12 ligações lógicas entre um par (i,j) , o tráfego entre um par de nós deverá ser limitado pela
13 capacidade de uma ligação lógica multiplicada pelo número de ligações lógicas em questão. Na
14 Restrição (3.3.1), este número é representado, para as ligações lógicas entre o par (i,j) , como
15 a quantidade de componentes topológicas incidentes em j ($\sum_{mw} B_{iw}^{mj}$), diminuído do número de
16 componentes topológicas iniciadas em j ($\sum_{nw} B_{iw}^{jn}$).

17 Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada,
18 para fins de controle do custo de instalação da rede física, é necessário novas incógnitas. Para
19 este fim, é definida a Variável 3.3.1, que registra em D_{mn} a multiplicidade física alcançada
20 pelas componentes topológicas. Se $D_{mn} = 0$, não há ligações físicas entre o par (m,n) , mas se
21 $D_{mn} = k$, para algum $k \in \{0, \dots, K\}$, existem k ligações físicas entre o par (m,n) .

22 Pela forma como D_{mn} é calculada na Restrição (3.3.1), a rigor, seu valor poderia ser maior
23 do que é determinado pelas componentes topológicas. Mas isso não ocorre quando o número
24 de ligações físicas for minimizado na função objetivo.

25 Se D_{mn} for dado de entrada do problema, a Restrição (3.3.2) limita a multiplicidade física
26 das componentes topológicas B_{im}^{nw} . Ainda neste caso, se $D_{mn} = 0$ para um certo par (m,n) ,
27 devem ser retiradas da modelagem as variáveis B_{im}^{nw} correspondentes. Isto deve ser considerado
28 em todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido.

1 A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (3.3.3), que também garante o envio e
2 a entrega das demandas de tráfego. As equações da Restrição (3.3.3) são semelhantes, em sua
3 forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD (RAMASWAMI; SIVARAJAN,
4 2002). Todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma determinada fração de
5 fluxo de tráfego pode ser subdividida e transportada simultaneamente por mais de uma ligação
6 lógica entre o par (i, j) . Por exemplo, em comprimentos de onda diferentes em um mesmo
7 enlace físico (m, n) que interliga diretamente (i, j) , ou por rotas físicas disjuntas entre os nós
8 (i, j) , neste último caso, independente do comprimento de onda.

9 Uma métrica importante no projeto da redes ópticas é a minimização dos custos de insta-
10 lação e operação (MUKHERJEE, 1997). O custo de instalação C_{mn} é o custo associado a uma
11 ligação física orientada entre o par de nós (m, n) . O custo de operação T é definido como o
12 custo por unidade de fluxo $(\sum_{si,jw} T \cdot q_{sw}^{ij} \cdot A_s)$. Este último pode ser dividido em duas partes, uma
13 constante $(Tc = \sum_{sd} T \cdot P_{sd})$, formada pelas demandas de tráfego (que necessariamente deverão
14 ser roteadas), e outra variável $(Tv = T, i \neq s)$, composta pelo tráfego adicional que é gerado, ou
15 seja, o tráfego retransmitido.

16 Por essa razão, minimizar o custo por unidade de fluxo é equivalente a minimizar o tráfego
17 retransmitido na rede, o que por sua vez, equivale a minimizar o processamento eletrônico de
18 tráfego dos nós da rede (ALMEIDA et al., 2006). Soma-se a isso o fato de que é necessá-
19 ria nesta modelagem a Restrição (3.3.1), de limitação da capacidade Cap dos canais lógicos.
20 Deste modo, limitando o congestionamento na rede e minimizando o processamento, temos
21 uma abordagem mais eficiente, quanto ao custo computacional, para o projeto da topologia vir-
22 tual em comparação com a minimização do congestionamento da rede (ALMEIDA et al., 2006;
23 RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

24 Se não for necessário ponderar o custo por unidade de fluxo, basta fazer $T = 1$, e se não for
25 necessário considerar o custo total de instalação $(CI = \sum_{mn} C_{mn} \cdot D_{mn})$, basta fazer $C_{mn} = 0$ para
26 todo (m, n) . Deste modo seria simplesmente um modelo de minimização do processamento,
27 com limitação do congestionamento (ALMEIDA et al., 2006). A função objetivo, que é a
28 minimização do custo total $R = CI + Tc + Tv$, é dada explicitamente pela Restrição (3.3.4).

29 Como o número de componentes topológicas é $N^3 \cdot W \cdot K$ e o número de restrições é
30 $\Theta(N^2 \cdot W)$, o número de variáveis do modelo é da ordem de $\Theta(N^3 \cdot W \cdot K)$. Quando a topo-
31 logia física é um dado de entrada, sendo H o número total de ligações físicas da rede, então o
32 número de componentes da topologia generalizada será $N \cdot H \cdot W$. Supondo uma topologia física
33 conexa, temos $H > N$ (CORMEN, 2002). Entretanto, é razoável supor que $H < N^2$. Assim, o
34 número de variáveis do modelo TWA, para topologia fixada, será $O(N^3 \cdot W)$.

4 *Adaptações do Modelo Básico*

Neste capítulo são apresentados outros casos de uso da modelagem TWA. Dada a abrangência do modelo básico, diversas métricas poderiam ser controladas ou diretamente minimizadas, conforme a aplicação. Apresentamos agora como podem ser incluídos parâmetros de controle bem conhecidos, alguns deles serão utilizados nos experimentos computacionais das Seções 6.2 e 6.4.

Veremos, por exemplo, como incluir as restrições de controle do grau lógico dos nós e como usar o congestionamento (tráfego do nó mais carregado da rede) como função objetivo, duas considerações comuns das modelagens de VTD. Veremos também formas de controlar ou otimizar o número de comprimentos de onda, entre outras métricas normalmente vistas em modelos de RWA.

4.1 Grau Lógico e Multiplicidade de Ligações Lógicas

No modelo básico do TWA o número de ligações lógicas não é limitado, mas é controlado indiretamente pelos custos de instalação e pelo número de comprimentos de onda por fibra, ou ainda, caso a topologia física seja um dado de entrada, pelo número de ligações físicas existentes.

Caso se queira fazer esse controle diretamente, serão considerados os dados de entrada $GLin_m$ e $GLout_m$, respectivamente, os graus lógicos de entrada e saída do nó m .

Para controlar o grau lógico, são necessárias duas restrições que devem ser adicionadas ao modelo básico: a Restrição (4.1.2) que controla o grau lógico de saída; e a Restrição (4.1.1) que controla o grau lógico de entrada.

A Restrição (4.1.3) acrescenta a limitação da multiplicidade das ligações lógicas (MI) ao modelo TWA, que é indiretamente limitada pelo grau lógico. Para não usar multiplicidade nas ligações lógicas, basta fazer $MI = 1$.

1 **Dados 2.** Constantes adicionais:

2 1. Grau Lógico de entrada do nó $m = GLin_m, \quad \forall m.$

3 2. Grau Lógico de saída do nó $m = GLout_m, \quad \forall m.$

4 3. $Ml =$ Multiplicidade das Ligações Lógicas.

$$\sum_{wn} B_{mw}^{mn} \leq GLin_m, \quad \forall m, i \neq m \quad (4.1.1)$$

$$\sum_{inw} B_{iw}^{nm} - \sum_{inw} B_{iw}^{mn} \leq GLout_m, \quad \forall m, i \neq m \quad (4.1.2)$$

$$\sum_{nw} B_{iw}^{nm} - \sum_{nw} B_{iw}^{mn} \leq Ml, \quad \forall (i,m), i \neq m \quad (4.1.3)$$

5 4.2 Congestionamento

6 Como foi comentado na Seção 3, a multiplicidade das ligações lógicas fica implícita para as
7 variáveis de distribuição de tráfego. Deste modo, não é possível minimizar diretamente o tráfego
8 em cada canal. Portanto, para minimizar o congestionamento mantendo esta multiplicidade, são
9 necessárias novas variáveis para contabilizar o tráfego em cada canal.

10 A fração de tráfego $f_{i,r,j}$ (Variável 4.2.1) é semelhante a Variável 3.3.2 (fração de fluxo),
11 com a diferença de que a Variável 4.2.1 separa o fluxo por canal, e a anterior considerava todos
12 os canais. Por sua vez, a ligação lógica $F_{i,r,j}$ (Variável 4.2.2) mapeia cada canal óptico em uma
13 ligação lógica independente.

14 Mas para isso, precisamos que sejam definidos os graus lógicos para os nós da rede. E
15 também serão necessárias as Restrições (4.1.1) e (4.1.2), para controle de grau lógico.

16 **Notação 2.** O índice $r \in \{1, \dots, CapLog_{mn}\}$ enumera os possíveis múltiplos canais lógicos
17 entre par (m,n) , onde $CapLog_{m,n}$ é o mínimo entre $GLout_m$ e $GLin_n$.

18 **Variável 4.2.1.** Fração de Tráfego $= f_{irj} \in [0, 1]$: variável contínua.

19 **Variável 4.2.2.** Ligação Lógica $= F_{irj} \in \{0, 1\}$: variável binária.

20 **Variável 4.2.3.** $F_{max} =$ Fração de tráfego do canal mais carregado da rede (congestionamento).



$$\sum_{nw} B_{iw}^{nm} - \sum_{nw} B_{iw}^{mn} = \sum_r F_{irm}, \quad \forall (i, m), \text{ com } i \neq m. \quad (4.2.1)$$

$$F_{irj} \geq f_{irj}, \quad \forall (i, r, j). \quad (4.2.2)$$

$$\sum_{sw} q_{sw}^{ij} \cdot A_s = Cap \cdot \left(\sum_r f_{irj} \right), \quad \forall (i, j). \quad (4.2.3)$$

$$F_{max} \geq f_{irj}, \quad \forall (i, r, j). \quad (4.2.4)$$

$$\text{Minimize: } F_{max}. \quad (4.2.5)$$

1 A Restrição (4.2.1) determina as ligações lógicas F_{irj} em termos das componentes topo-
2 lógicas. Em seguida, a Restrição (4.2.2) define a fração do tráfego em cada canal, limitado
3 pela existência do canal. Para as variáveis definidas nesta seção, é necessária uma restrição de
4 limitação da capacidade (4.2.3) adicional. Por fim, definimos o congestionamento (F_{max}) na
5 Variável 4.2.3 e a Restrição (4.2.4) determina F_{max} em termos das frações de tráfego em cada
6 canal. Deste modo, a Função Objetivo (4.2.5) agora consiste em minimizar F_{max} . Apesar das
7 novas variáveis introduzidas nesta seção, a ordem de grandeza no número de variáveis continua
8 sendo comandada pelas componentes topológicas.

9 O caso de uso apresentado nesta seção, mostra que é possível minimizar diretamente o con-
10 gestionamento nesta modelagem, pois esta é uma bem conhecida métrica para o VTD. Todavia,
11 uma abordagem mais eficiente é a simples limitação do congestionamento, minimizando outra
12 métrica, de modo a deixar o modelo mais tratável (ALMEIDA et al., 2006), como foi usado na
13 forma básica do modelo TWA.

14 Uma forma alternativa, e bem mais simples, para se minimizar diretamente o congestionamento
15 é adotando a Restrição (4.1.3), com $Ml = 1$. Todavia, perdendo assim a capacidade de
16 se obter soluções com ligações lógicas múltiplas. Deste modo, pode-se minimizar o conges-
17 tionamento adotando apenas a Restrição (4.2.6), além da Variável (4.2.3) e a Função Objetivo
18 (4.2.5).

$$F_{max} \geq \sum_{sw} q_{sw}^{ij} \cdot A_s, \quad \forall (i, j), \quad Ml = 1 \quad (4.2.6)$$

4.3 Ligações Lógicas em cada Fibra

Um controle muito usado nas modelagens de RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000; JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004), é o número máximo L de ligações lógicas por fibra, Variável (4.3.1). Ela limita a densidade da multiplexação de comprimentos de onda por enlace físico, um importante aspecto de Redes Ópticas WDM. Caso seja fixada, ela pode ser usada para limitar cada ligação física, como é feito pela Restrição (4.3.1), ou minimizado diretamente como função objetivo. Caso a Restrição (4.3.1) seja adotada, ela também limitará a capacidade física dos nós realizarem ligações lógicas.

Variável 4.3.1. $L =$ Número máximo de ligações lógicas em cada fibra.

$$\sum_{iw} B_{iw}^{mn} \leq L, \quad \forall (m,n). \quad (4.3.1)$$

4.4 Número de Saltos Físicos

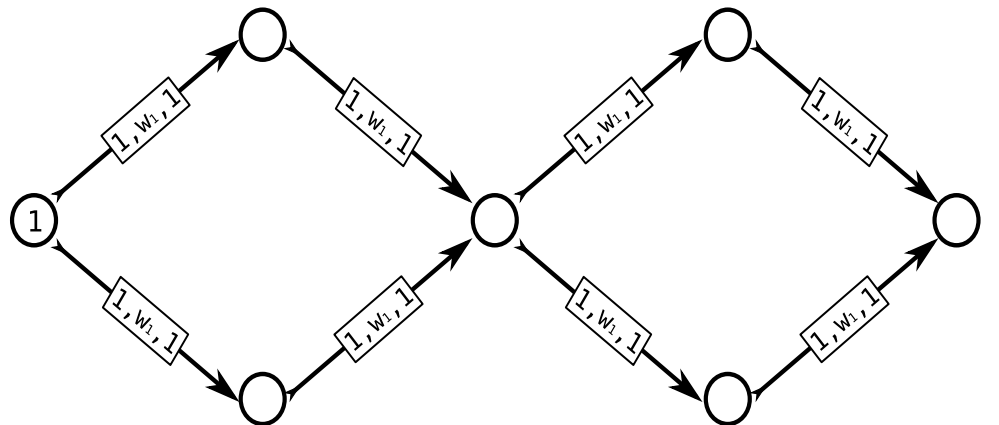
Uma métrica importante para o projeto de redes ópticas é o número de saltos físicos da topologia (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000). Este valor é minimizado na Função Objetivo (4.4.1), através da soma de todas as componentes topológicas, pois cada componente topológica representa um salto físico. Uma propriedade importante desta abordagem é que ela evita o aparecimento de ciclos na topologia generalizada. O ideal seria minimizar a distância percorrida por cada enlace lógico, o que controlaria a degradação do sinal óptico. Minimizar o número total de saltos pode ser adotado por uma questão de compatibilidade com outros modelos, como os resultados encontrados em (ASSIS; WALDMAN, 2004), que serão usados na comparação dos experimentos computacionais do Capítulo 6.2.

$$\text{Minimize: } \sum_{imnw} B_{iw}^{mn}. \quad (4.4.1)$$

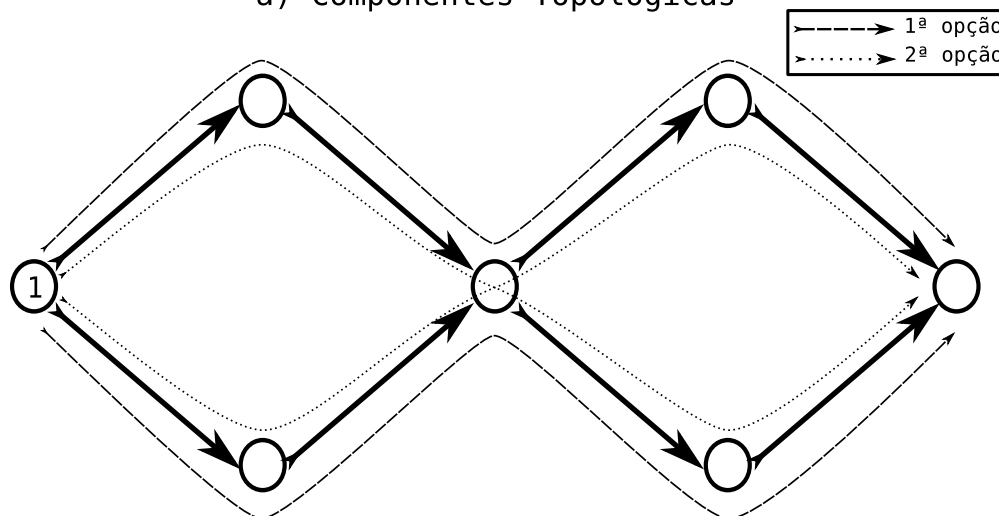
As variáveis de fração de fluxo agregado, definidas no modelo básico, são suficientes para modelar a distribuição do tráfego, embora na implementação real de múltiplas rotas físicas entre um mesmo par de nós (i,j) , alguns detalhes ainda carecem ser decididos, pois podem haver mais de uma maneira de configura-los. Um exemplo disso é dado na Figura 4.1, onde o conjunto de componentes topológicas dado permite duas possibilidades de configuração dos percursos lógicos. É garantida implicitamente a alocação de recursos suficientes, mas este sub-

1 problema fica sem ser resolvido pelo modelo. Por essa razão, não é possível controlar a real
2 distância percorrida pelas demandas de tráfego, sendo este um prejuízo da modelagem TWA.

3 Essas situações podem ser tratadas considerando outros fatores, como a distância entre os
4 nós. Mas são questões de menor complexidade, se a topologia generalizada já estiver decidida,
5 e podem ser resolvidas na fase de configuração da rede. ~~Isso não influencia na modelagem dos~~
6 ~~recursos da rede~~ e portanto não será tratado aqui.



a) Componentes Topológicas



b) Rotas sobre a topologia física

Figura 4.1: Em b) vemos duas possíveis de interpretações das componentes topológicas em a).

7 4.5 Comprimentos de Onda

8 Um objetivo comum nas modelagens do RWA é controlar o número de comprimentos de
9 onda utilizados na rede (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000; JAUMARD; MEYER; THION-
10 GANE, 2004). Para determinar se um comprimento de onda foi usada na rede, temos a Restri-

ção (4.5.1), que limita a soma de todas as componentes topológicas no comprimento de onda w , pela existência de Q_w (Variável 4.5.1). O fator $M \cdot (N^2 - N)$ representa o número máximo de componentes topológicas que podem usar o comprimento de onda w ao mesmo tempo. Ela deve ser adicionada àquelas do modelo TWA, mas somente no caso da topologia física ser livre.

Pois o número de caminhos que um comprimento de onda pode ter entre um mesmo par (i, j) é a multiplicidade física da rede, onde $(N^2 - N)$ é o número de pares (i, j) possíveis, e M é a multiplicidade física da rede. ~~Qualquer número maior do que este também manteria a integridade da restrição, todavia, restrições mais precisas podem ajudar os algoritmos de resolução de modelos MILP.~~

Caso a topologia física seja fixada, há a Restrição (4.5.2) que é mais conveniente, pois deixaria o modelo mais enxuto. ~~Caso a topologia física da rede seja um dos dados de entrada,~~ há uma forma alternativa para se definir Q_w , que reaproveita uma das restrições do modelo TWA. Deixando assim de acrescentar uma nova restrição ao modelo. Com D_{mn} fixo, podemos multiplicá-lo por Q_w na Restrição (3.3.2), sem prejudicar a função original da equação, e obter o mesmo efeito da Restrição (4.5.1). Deste modo, a Restrição (4.5.2) deve substituir a equação (3.3.2) do modelo original. Para minimizar diretamente o número de comprimentos de onda utilizados na rede, basta usar a soma de todas as variáveis Q_w (Variável 4.5.1) como função objetivo.

Variável 4.5.1. Seja $Q_w \in \{0, 1\}$, com $w \in \{1, \dots, W\}$. $Q_w = 1$ se o comprimento de onda w é utilizada na rede e $Q_w = 0$, caso contrário.

$$\sum_{imn} B_{iw}^{mn} \leq M \cdot (N^2 - N) \cdot Q_w, \quad \forall w. \quad (4.5.1)$$

$$\sum_i B_{iw}^{mn} \leq Q_w \cdot D_{mn}, \quad \forall (m, n, w). \quad (4.5.2)$$

$$\text{Minimize: } \sum_w Q_w. \quad (4.5.3)$$

4.6 Conversão de Comprimentos de Onda

Outro cenário comum nas modelagem para o RWA é a possibilidade de conversão do comprimento de onda ao longo de um caminho óptico. Há duas formas mais comuns de se tratar essa abordagem. Ou um nó possui capacidade total de conversão (ZANG; JUE; MUKHER-

JEE, 2000; JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004; TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007) e todas as ligações lógicas passando por ele podem mudar de comprimento de onda nessa passagem, ou há uma quantidade máxima de conversões (RAMASWAMI; SASAKI, 1998; ASSIS; WALDMAN, 2004). Como o primeiro método é apenas um caso particular do segundo, trataremos do caso mais geral.

Não será fixado quais nós terão a capacidade de conversão, mas sim controlaremos o número de conversões na rede, pela Variável 4.6.1. Caso a topologia física seja variável, é necessário definir um limite para o número de ligações físicas originadas em cada nó da rede.

Dados 3. $GFout_m$ = Número máximo de ligações físicas originadas no nó m .

Variável 4.6.1. O número de conversões em um nó m , de um comprimento de onda w , realizadas nas ligações lógicas originadas em i , é mapeado pela variável x_{imw} . Onde $x_{imw} \in \{0, \dots, GFout_m\}$, se a topologia física é livre, ou $x_{imw} \in \{0, \dots, \sum_n D_{mn}\}$, caso D_{mn} seja um parâmetro.

Se a topologia física é fixa, então x_{imw} já está bem definida, caso contrário, será necessária a restrição adicional (4.6.1).

$$x_{imw} \leq \sum_n D_{mn}, \quad \forall (i, m, w). \quad (4.6.1)$$

Ao se habilitar um nó a realizar conversões de comprimento de onda, torna-se necessário utilizar uma restrição mais geral, que garante a conservação fixada a origem, mas independente do comprimento de onda. A Restrição (4.6.2) cumpre esse papel. Ela sozinha já habilita o nó com capacidade de conversão total, onde todo comprimento de onde que chega pode ser convertido livremente. Já o número de conversões é mapeado pela Restrição (4.6.3), que substitui a Restrição (3.3.1).



$$\sum_{nw} B_{iw}^{nm} \geq \sum_{nw} B_{iw}^{mn}, \quad \forall (i, m), \text{ com } i \neq m. \quad (4.6.2)$$

$$\sum_s q_{sw}^{ij} \cdot A_s \leq Cap \cdot \left(\sum_m B_{iw}^{mj} - \sum_n B_{iw}^{jn} - x_{ijw} \right), \quad \forall (i, j, w) \quad (4.6.3)$$

Note na definição da Variável 4.6.1, que o comprimento de onda de saída do conversor não é registrada. A Restrição (4.6.3) assegura que haverá componentes topológicas no comprimento de onda w , com origem i , chegando em m em número suficiente para realizar as conversões. Para cada uma destas, a Restrição (4.6.2) garante que haverá algum componente partindo de m ,

1 com origem i , mas em um comprimento de onda diferente de w . Aqui também podem ocorrer
2 situações como a que foi ilustrada na Figura 4.1, nas quais algo fica indefinido na interpretação
3 das componentes. Mas esses casos também não influenciam na modelagem e por isso também
4 não serão aqui considerados.

5 Pode ser conveniente limitar o número de conversões em cada nó, ou seja, limitar a soma
6 $\sum_{iw} x_{imw}$, ou o número total de conversões. Ou ainda, usar este último como função objetivo, o
7 que é feito pela Restrição (4.6.4).

$$\text{Minimize: } \sum_{imw} x_{imw}. \quad (4.6.4)$$

1 5 *Lower Bounds*

2

3 Nos trabalhos encontrados na literatura, no que diz respeito ao congestionamento, encontrar
4 boas soluções é uma tarefa fácil para heurísticas (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001;
5 SKORIN-KAPOV; KOS, 2005). Todavia, o cálculo de *lower bounds* (LB) que garantam essa
6 qualidade tem elevado custo computacional, sendo esta a parte mais difícil dessa abordagem.
7 Apresentamos aqui uma nova técnica para a obtenção de *lower bounds* para o congestionamento
8 ~~que joga por terra essa dificuldade~~. Ela é uma formula de cálculo direto, que denominamos
9 *Minimum Traffic Bound* (MTB), fornecendo um LB de alta qualidade para o congestionamento,
10 com custo computacional **desprezível**.

11 Para determinar um LB para o congestionamento, precisamos **enxergar** qual é o mínimo
12 de tráfego que pode ser **encontrado em** cada ligação lógica da rede. Não há uma resposta
13 direta, mas podemos fazer uma estimativa olhando cada nó independentemente. Na melhor das
14 hipóteses, todo o tráfego que passa pelas ligações lógicas originadas em um nó ***m*** é composto
15 exclusivamente **pelas** demandas de tráfego **desse** nó. Analogamente, o tráfego nas ligações
16 lógicas incidentes em *m* seria composto **pelas** demandas destinadas a ele. Esses são os menores
17 valores possíveis, considerando que todo o tráfego da rede será devidamente enviado e recebido.

18 Assim, ~~intuitivamente~~, dividindo todo o tráfego originado (~~incidente~~) em *m* pelo máximo de
19 ligações lógicas originadas (~~incidentes~~) em ***m***, temos o menor tráfego possível nessas ligações
20 lógicas. Extrapolando isso para toda a rede, o maior dentre esses valores seria um bom candidato
21 a *lower bound* para o congestionamento. **Pois** não é possível que um nó envie menos tráfego
22 do que a soma das demandas originadas nele. Analogamente, não é possível que um nó receba
23 menos tráfego do que o destinado a ele. O MTB é assim definido como o mínimo dos valores
24 calculados nas equações do conjunto de Dados (4), na seção seguinte.

5.1 MTB - Minimum Traffic Bound

Para estabelecer o MTB, consideraremos apenas o número de ligações lógicas iniciando ou terminando em cada nó da rede. Nas modelagens para o VTD, essa é toda a informação que sobre a topologia da rede. Mas em modelagens mais abrangentes como o TWA, isso pode não ser um dado de entrada.

Dados 4. Sejam α_i o número de ligações lógicas iniciadas em um nó i e β_j o número de ligações lógicas finalizadas em um nó j . Deste modo:

$$1. \quad \Theta_i = \sum_n D_{in} / \alpha_i \quad \text{and} \quad \Gamma_j = \sum_m D_{mj} / \beta_j$$

$$2. \quad \Omega_{ij} = \max_{ij}(\Theta_i, \Gamma_j) \quad \text{and} \quad MTB = \max_{ij}(\Omega_{ij})$$

Teorema 1 (Minimum Traffic Bound – MTB). Se o número de ligações lógicas iniciadas e finalizadas em cada nó da rede é um parâmetro de entrada, então o MTB, definido no conjunto de Dados 4, é um lower bound para o congestionamento.

Demonstração. Seja λ_{max}^* o valor ótimo do congestionamento. Devemos demonstrar que $MTB \leq \lambda_{max}^*$, o que equivale a mostrar que $\Omega_{ij} \leq \lambda_{max}^*$, $\forall (i, j)$. Para isso é suficiente que sejam verdadeiras as inequações a seguir:

$$(i) \quad \Theta_i \leq \lambda_{max}^*, \quad \forall i \quad \text{and} \quad (ii) \quad \Gamma_j \leq \lambda_{max}^*, \quad \forall j$$

Suponha por absurdo que a inequação (i) é falsa, ou seja, $\exists i$ tal que $\Theta_i > \lambda_{max}^*$. O mínimo tráfego que i pode originar, considerando todas as ligações lógicas iniciadas nele, é composto pelas demandas de tráfego com origem em i , ou seja, $\sum_n D_{in}$. Seja Ψ_i a soma de todo o tráfego nas ligações lógicas iniciadas em i , em uma solução viável qualquer. Deste modo, $\Psi_i \geq \sum_n D_{in}$, considerando que algum tráfego possa ser retransmitido através de i . Seja $\bar{\Psi}_i$ o tráfego médio entre as ligações lógicas iniciadas em i . Segue que:

$$\bar{\Psi}_i = \frac{\Psi_i}{\alpha_i} \geq \frac{\sum_n D_{in}}{\alpha_i} = \Theta_i$$

Ou seja, $\bar{\Psi}_i \geq \Theta_i$. Portanto, $\exists j$ tal que $\Phi_{ij} \geq \Theta_i$, onde Φ_{ij} é o tráfego na ligação lógica (i, j) . Como $\Theta_i > \lambda_{max}^*$, segue que, $\Phi_{ij} > \lambda_{max}^*$ para qualquer solução viável. O que é absurdo para as soluções ótimas, pois contraria a definição de λ_{max}^* , como o tráfego da ligação lógica mais carregada. Isso prova que a inequação (i) é verdadeira, e de modo análogo pode-se verificar a validade da inequação (ii). \square

1 Note que não foi feita restrição quanto à multiplicidade de ligações lógicas. Estamos con-
2 siderando portanto o caso mais geral do VTD.

3 Dizemos que o MTB é um LB para para o VTD, pois a única restrição feita é quanto ao co-
4 nhecimento do número de ligações lógicas iniciando e terminando em cada nó. Em modelagens
5 mais abrangentes, como o TWA, a introdução de mais restrições e variáveis pode fazer com que
6 o ótimo do VTD se torne inviável. Ainda assim, o MTB será um LB para o congestionamento,
7 todavia, outras técnicas de obtenção de LB poderiam ser empregadas para explorar o espaço
8 do conjunto de soluções que se tornou inviável. Uma alternativa é a conhecida técnica iterativa
9 apresentada em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

10 O MTB foi aqui estabelecido em sua forma mais geral, considerando que cada nó pode
11 possuir quantidades diferentes de ligações lógicas originadas ou incidentes, entretanto, na lite-
12 ratura é comum considerar que os nós da rede possuem grau lógico uniforme (RAMASWAMI;
13 SIVARAJAN, 2002).

14 Além disso, a definição dada para o MTB no Conjunto de Dados 4 foi colocada de forma
15 mais intuitiva. Mas, pode-se notar que o MTB consiste apenas do máximo do conjunto das
16 somas das demandas originadas ou recebidas em cada nó, dividido pelo grau lógico da rede.
17 Portanto convém apresentarmos uma formulação mais adequada para implementações. Isso é
18 feito no Lema 1.

Lema 1. *Supondo que toda a rede possui grau lógico uniforme GL, o MTB pode ser definido da seguinte forma:*

$$MTB = \frac{1}{GL} \cdot \max_m \left(\sum_n D_{mn}, \sum_n D_{nm} \right)$$

19 Em última análise, o MTB explora a possibilidade da ligação lógica mais carregada da
20 rede transportar predominantemente tráfego que não foi ou não será retransmitido. Apesar de
21 aparentemente ingênua, essa é uma suposição muito acertada, posto que na maioria dos testes
22 feitos o MTB equivale ao ótimo, como será visto no Capítulo 6.

6 Experimentos Computacionais com o TWA

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda a modelagem do TWA foi descrita em AMPL® (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - www.ampl.com), de modo que facilmente possa ser adaptada para várias finalidades. Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - scip.zib.de) para resolver o modelo MILP do TWA. Para interpretar o código AMPL, gerando a entrada de dados para o SCIP, foi usado o GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - www.gnu.org/software/glpk/). Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte aberto e de distribuição gratuita.

Os resultados dos experimentos computacionais realizados com o TWA são comparados, neste capítulo, com os publicados em (ASSIS; WALDMAN, 2004) e (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), aonde foram propostos modelos para a resolução integrada do VTD e RWA. Todavia, ambos os modelos não incluem a topologia física como uma variável, diferente do TWA. Por esse motivo, para podermos produzir resultados passíveis de comparação, nos testes que veremos mais adiante neste capítulo, além de outras considerações, a topologia física da rede é um dado de entrada.

A modelagem encontrada em (ASSIS; WALDMAN, 2004) é baseada nas modelagens clássicas desses problemas (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002; ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), o qual denominaremos **VTD-RWA**. Este trabalho propõe um algoritmo iterativo, que faz uso de programação linear, para resolver os problemas VTD e RWA de forma integrada. A solução do VTD gera requisições para um conjunto de caminhos, representados pela topologia virtual, que devem ser roteados pela topologia física. Os caminhos são alocados de maneira a minimizar critérios de otimização. A estratégia foi testada para redes com características distintas, mas não sendo considerado conversão de comprimentos de onda.

Para os resultados publicados em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), é feita uma modelagem MILP que minimiza congestionamento em redes sem conversores de comprimentos

de onda, o qual denominaremos **KS**. Segundo os autores, esta formulação não é computacionalmente tratável, sendo métodos heurísticos propostos. O Modelo MILP é relaxado e executado iterativamente por 25 vezes usando um plano de corte. As variáveis que representam a topologia virtual e os percursos físicos são arredondadas, enquanto uma heurística de alocação de comprimentos de onda é aplicada para atribuir comprimentos de onda individualmente aos caminhos ópticos. O tráfego é roteado pela topologia virtual utilizando uma formulação linear (LP) consistindo somente das restrições de tráfego do MILP relaxado. Uma das desvantagens desse método é que supondo que existam W comprimentos de onda disponíveis em cada fibra, o MILP relaxado obtém uma solução que satisfaz esta restrição. No entanto, sendo que o algoritmo de alocação de comprimentos de onda, que é aplicado subsequentemente, obtém soluções sub-ótimas, não há garantia de uma alocação de comprimentos de onda com sucesso, respeitando o limite de W comprimentos de onda. Como resultado, o método não retorna necessariamente soluções viáveis para todos os casos.

6.1 O Modelo VTD-RWA

Reproduzimos nesta seção a formulação matemática encontrada em (ASSIS; WALDMAN, 2004), a qual denominamos VTD-RWA. Este é um modelo de programação linear inteira mista, que combina variáveis reais e variáveis discretas. Ela modela os quatro subproblemas do projeto de uma WRON. Mas topologia física é considerada conhecida, sendo passado como parâmetro para o modelo.

Supondo grau lógico uniforme para toda a rede (G), o número de variáveis binárias deste modelo é da ordem de $\Theta(N^4 \cdot W \cdot G)$.

Variável 6.1.1. $b_{ij} \in \mathbb{N}$, a Topologia Virtual, representa o número de ligações lógicas entre o par (i, j) .

Variável 6.1.2. $b_{ijw} \in \mathbb{N}$, representa o número de ligações lógicas entre o par (i, j) utilizando o comprimento de onda w .

Variável 6.1.3. $\lambda_{ij}^{sd} \in \mathbb{R}^+$, Componente de Tráfego, representa a quantidade de tráfego fluindo de uma fonte s para um destino d , e passando pelas ligações lógicas entre o par (i, j) .

Variável 6.1.4. $\lambda_{ij} = \sum_{sd} \lambda_{ij}^{sd}$, Tráfego total nas ligações lógicas entre o par (i, j) .

Variável 6.1.5. $\lambda_{max} \in \mathbb{R}^+$, Congestionamento da rede.

Variável 6.1.6. $L \in \mathbb{N}$, número de ligações lógicas no enlace físico mais carregado, com $L \leq W$.

1 **Variável 6.1.7.** $p_{mn}^{ij} \in \mathbb{N}$, número de ligações lógicas entre o par (i, j) passando pelo enlace
2 físico (m, n) .

3 **Variável 6.1.8.** $p_{mnw}^{ij} \in \mathbb{N}$, comprimento de onda utilizado nas ligações lógicas entre o par (i, j)
4 passando pelo enlace físico (m, n) .

$$\text{Minimize: } \lambda_{\max} \quad (6.1.1)$$

$$\forall (i, s, d), \quad \sum_j \lambda_{ij}^{sd} - \sum_j \lambda_{ji}^{sd} = \begin{cases} P_{sd}, & s = i \\ -P_{sd}, & d = i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.1.2)$$

$$\lambda_{ij} = \sum_{sd} \lambda_{ij}^{sd}, \quad \forall (i, j) \quad (6.1.3)$$

$$\lambda_{ij} \leq \lambda_{\max}, \quad \forall (i, j) \quad (6.1.4)$$

$$\lambda_{ij}^{sd} \leq b_{ij} \cdot P_{sd}, \quad \forall (i, j, s, d) \quad (6.1.5)$$

$$\sum_j b_{ij} \leq GL_{out_i}, \quad \forall i \quad (6.1.6)$$

$$\sum_i b_{ij} \leq GL_{in_j}, \quad \forall j \quad (6.1.7)$$

$$\sum_n p_{mn}^{ij} = \sum_n p_{nm}^{ij}, \quad \forall (i, j, m), \text{ com } m \neq i \text{ e } m \neq j. \quad (6.1.8)$$

$$\sum_n p_{in}^{ij} = b_{ij}, \quad \forall (i, j) \quad (6.1.9)$$

$$\sum_m p_{mj}^{ij} = b_{ij}, \quad \forall (i, j) \quad (6.1.10)$$

$$\sum_{ij} p_{mn}^{ij} \leq L \cdot D_{mn}, \quad \forall (m, n) \quad (6.1.11)$$

$$\sum_n p_{mnw}^{ij} = \sum_n p_{nmw}^{ij}, \quad \forall (i, j, m, w), \text{ com } m \neq i \text{ e } m \neq j. \quad (6.1.12)$$

$$\sum_n p_{inw}^{ij} = b_{ijw}, \quad \forall (i, j, w) \quad (6.1.13)$$

$$\sum_m p_{mjw}^{ij} = b_{ijw}, \quad \forall (i, j, w) \quad (6.1.14)$$

$$\sum_w b_{ijw} = b_{ij}, \quad \forall (i, j) \quad (6.1.15)$$

$$\sum_{ij} p_{mnw}^{ij} \leq D_{mn}, \quad \forall (m, n, w) \quad (6.1.16)$$

$$\sum_w p_{mnw}^{ij} = p_{nm}^{ij}, \quad \forall (i, j, m, n) \quad (6.1.17)$$

6.2 Comparação com o modelo VTD-RWA

Nos resultados que iremos confrontar, são considerados: o grau lógico da rede (Gl), o número de ligações lógicas em cada fibra (L), o número de comprimentos de onda disponíveis em cada ligação física (W) e o número de saltos físicos na topologia (S). Esses parâmetros são comumente tratados nas investigações a cerca do RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000).

Também é controlado o congestionamento, que é uma conhecida métrica para o VTD. Isso é feito através da clássica heurística HLDA (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002; LIMA et al., 2004), gerando uma solução para o VTD que alimenta as etapas seguintes do procedimento, conforme apresentado em (ASSIS; WALDMAN, 2004). Para cada grau lógico, o HLDA produz de forma determinística uma topologia lógica, baseado na matriz de demandas. A solução para o VTD é completada distribuindo o tráfego sobre esta topologia, através de um modelo de programação linear (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na Seção 3, as restrições de controle do grau lógico (Restrição 4.1) e a de limitação do número de ligações lógicas em cada fibra (Restrição 4.3.1). Esta formulação específica é denominada de TWA- a . Para controlar a qualidade das soluções quanto ao congestionamento, foram obtidas topologias virtuais com uma implementação da heurística HLDA. Para

1 cada uma destas topologias, foi distribuído o tráfego e calculado o congestionamento através
2 do *solver* do *software* GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - www.gnu.org/software/glpk/),
3 utilizando uma versão do modelo clássico para o VTD (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).
4 O valor de congestionamento obtido, arredondado para cima, foi usado como a capacidade dos
5 canais lógicos, na Restrição (3.3.1). Para cada instância, esse procedimento levou menos de um
6 segundo, portanto não será considerado na contagem de tempo de processamento dos nossos
7 resultados.

8 A estratégia adotada foi, partindo do menor grau lógico ($Gl = 1$), fixar nos valores mínimos
9 o número de comprimentos de onda e a limitação de ligações das fibras ($W = 1$ e $L = 1$),
10 minimizando o número de saltos (S). Um *solver* para problemas MILP é instanciado com essa
11 configuração. Enquanto o *solver* retornar que o problema é insolúvel (MUKHERJEE, 1997), L
12 será incrementado até o seu limite, que é o valor atual de W . Quando L não puder ser aumentado
13 ($L = W$), então W o será, e assim por diante. Se uma solução viável é encontrada, o *solver* é
14 interrompido, a solução é registrada e o grau lógico é incrementado, dando continuidade ao
15 processo.

16 Nas situações em que o problema era insolúvel, o *solver* determinou isso em menos de
17 um segundo, dificultando a separação dos tempos de leitura e de execução. Portanto estes
18 tempos não foram computados. Essas situações em que o modelo precisou ser calibrado, que
19 chamaremos de *Instância Insolúvel* (I), fazem parte do método e são registradas conjuntamente
20 com os resultados.

21 Como, nesta modelagem, W está diretamente relacionado a quantidade de variáveis, é mais
22 conveniente começar com $W = 1$. Disso decorre a escolha de também começarmos com $Gl = 1$
23 e $L = 1$. A maior prioridade para a incrementação é dada ao Gl , pois variando este temos instân-
24 cias diferentes. A menor precedência ficou para W , pois quanto menor ele for menores precisa-
25 rão ser os custos de instalação da rede. Na posição intermediária fica L , pois, minimizando-o,
26 maximizamos a disponibilidade da rede.

27 Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - scip.zib.de) para encon-
28 trar as soluções viáveis. Além de calcular a capacidade dos canais ópticos (Cap), como foi
29 descrito acima, o GLPK também foi usado para interpretar o modelo AMPL, gerando a entrada
30 de dados para o SCIP. Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte
31 aberto e de distribuição gratuita. Os resultados que serão confrontados com os nossos foram
32 produzidos com o ILOG CPLEX® (www.ilog.com/products/cplex), uma ferramenta comer-
33 cial.

34 Foram executados dois testes computacionais, com uma rede de 6 nós e com uma rede de 12

1 nós (ASSIS; WALDMAN, 2004). Os resultados foram compilados nas Tabelas 6.2 e 6.3, cujas
 2 legendas estão resumidas na Tabela 6.1. Todos os testes foram executados em um *notebook*
 3 *PC (Linux Ubuntu 8.04, 32bits)*, equipado com processador *Sempron Mobile 3500+* (1.8GHz,
 4 512KB) e 2GB DDR2 (533MHz).

GL	=	Grau Lógico
L	=	Limitação de Ligações lógicas das Fibras
W	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
S	=	Número de Saltos Físicos
t	=	Tempo em segundos para encontrar a primeira solução viável
Cap	=	Capacidade de Tráfego de Cada Canal Óptico
I	=	Instância Insolúvel

Tabela 6.1: Legendas para as Tabelas 6.2 e 6.3.

5 Os resultados para a rede de 6 nós foram compilados na Tabela 6.2. Na Figura 6.1 está
 6 representada a topologia física da rede de 6 nós, e na Figura 6.2 sua matriz de demandas de
 7 tráfego (ASSIS; WALDMAN, 2004). A primeira coluna registra o grau lógico de cada instância
 8 (GL), que neste caso foram 5. Da segunda até a quarta coluna (L , W e S) estão os resultados de
 9 (ASSIS; WALDMAN, 2004) e da quinta à sétima estão os resultados obtidos com a metodologia
 10 descrita acima.. Note que em todas as instâncias foram obtidos resultados melhores.

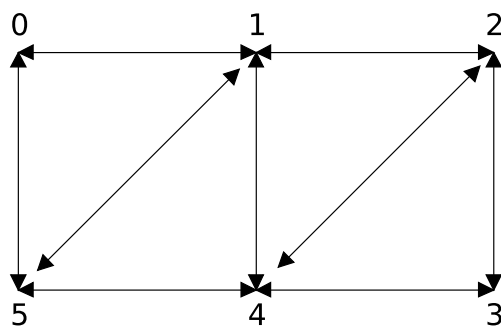


Figura 6.1: Rede de 6 nós (ASSIS; WALDMAN, 2004).

λ_{sd}	0	1	2	3	4	5
0	-	0,90	0,62	0,51	0,28	0,52
1	0,5	-	0,39	0,92	0,26	0,15
2	0,4	0,31	-	0,34	0,21	0,14
3	0,2	0,48	0,34	-	0,99	0,36
4	0,1	0,44	0,14	0,84	-	0,99
5	0,4	0,19	0,99	0,75	0,18	-

Figura 6.2: Matriz de demandas para a rede de 6 nós.

	VTD-RWA			TWA- <i>a</i>					
<i>Gl</i>	<i>L</i>	<i>W</i>	<i>S</i>	<i>L</i>	<i>W</i>	<i>S</i>	<i>t</i>	<i>Cap</i>	<i>I</i>
1	1	1	09	1	1	06*	00	08	0
2	2	2	18	1	1	11*	03	03	0
3	2	2	32	1	1	14*	00	02	0
4	3	3	41	2	2	25*	10	01	2
5	4	5	50	3	3	46*	00	01	2

Tabela 6.2: Resultados para a rede de 6 nós. *: Solução Ótima.

A oitava coluna da Tabela 6.2 traz o tempo , em segundos, que o *solver* levou para encontrar a primeira solução viável (*t*). Um fato importante é que em todas as instâncias desta bateria de testes, este tempo foi suficiente para determinar a otimalidade da solução viável encontrada. Essa possibilidade, além do interesse teórico, corrobora para a eficiência do método aqui aplicado. Em (ASSIS; WALDMAN, 2004) não são encontradas soluções ótimas e não foi informado o tempo gasto nesta etapa.

Ainda na Tabela 6.2, na nona coluna temos a capacidade do canal óptico (*Cap*) e por fim, na última coluna temos o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Instância Insolúvel (*I*). Nesta coluna, um *zero* significa que os resultados registrados nesta mesma linha foram conseguidos na primeira execução do *solver*. Analogamente, um número diferente de zero significa a quantidade de vezes em que foram encontradas instâncias insolúveis, antes da execução que proveu o resultado expresso nesta linha.

	VTD-RWA			TWA- <i>a</i>					
<i>Gl</i>	<i>L</i>	<i>W</i>	<i>S</i>	<i>L</i>	<i>W</i>	<i>S</i>	<i>t</i>	<i>Cap</i>	<i>I</i>
1	1	1	032	1	1	013*	016	35	0
2	2	2	052	1	1	027	031	10	0
3	3	3	078	2	2	066	176	04	2
4	4	4	104	2	2	074	070	03	0
5	4	4	130	3	3	108	133	02	2
6	5	5	147	3	3	091	003	02	0

Tabela 6.3: Resultados para a rede de 12 nós. *: Solução Ótima.

Com o mesmo arranjo de colunas descrito acima, a Tabela 6.3 trás os resultados para a rede de 12 nós. Na Figura 6.1 está representada a topologia física da rede de 6 nós, e na Figura 6.2 sua matriz de demandas de tráfego (ASSIS; WALDMAN, 2004). Desta vez temos 6 instâncias, do grau lógico 1 até o 6. Aqui também foram obtidos melhores resultados para o trio *L*, *W* e *S*. Nesta etapa, os resultados de (ASSIS; WALDMAN, 2004) foram obtidos com 6 horas de execução, enquanto os resultados com o modelo TWA levaram 7.2 minutos para serem

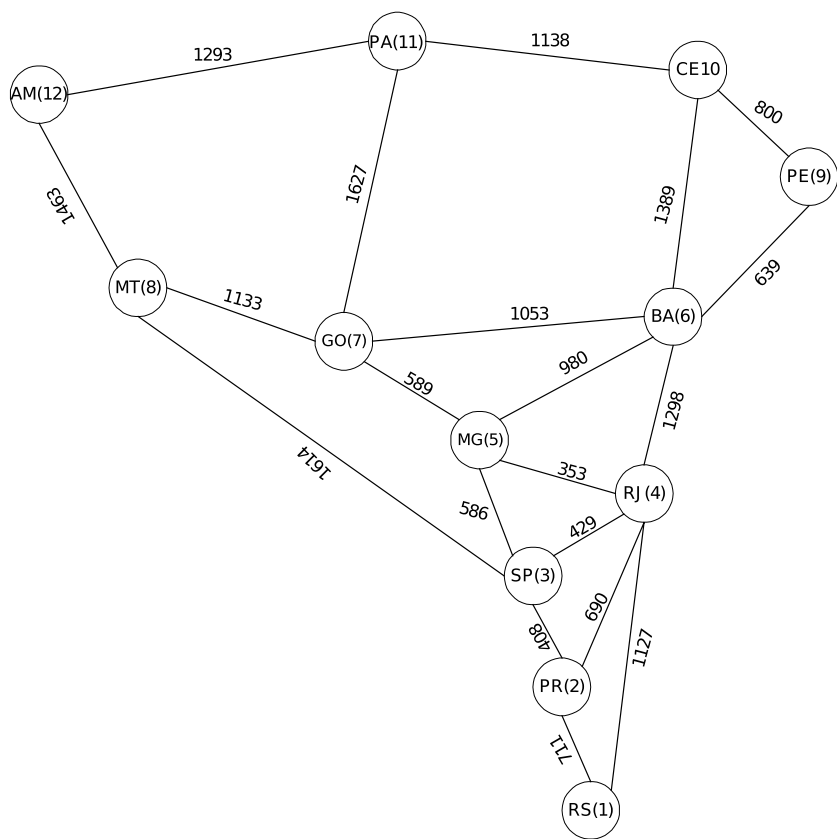


Figura 6.3: Rede de 12 nós (ASSIS; WALDMAN, 2004)

1 produzidos.

2 Mesmo quando não foi encontrado o valor ótimo para S , através do método utilizado, a

3 otimalidade está garantida para os parâmetros L e W . Em particular, note que apenas a variação

4 de W influenciou nos resultados, pois L sempre teve de ser fixado no seu valor máximo ($L = W$).

5 Um detalhe importante é que, para a primeira instância da rede de 12 nós ($Gl = 1$), o *solver*

6 também foi capaz de provar a otimalidade para a primeira solução viável. Isto demonstra que

7 o modelo TWA mantém desempenho aceitável mesmo com uma rede de maior porte. Com

8 esses resultados mostramos a viabilidade da técnica aqui proposta, técnica esta que é totalmente

	0,92		0,84	0,3	0,49	0,83	0,17	0,28	0,52	0,41	0,32
0,23		0,2	0,52	0,29	0,89	0,56	0,97	0,46	0,64	0,3	0,96
0,6	0,17		0,2	0,19	0,82	0,37	0,27	0,06	0,2	0,87	0,72
0,48	0,4	0,6		0,68	0,64	0,7	0,25	0,98	0,37	0,01	0,41
0,89	0,93	0,27	0,83		0,81	0,54	0,87	0,58	0,78	0,76	0,74
0,76	0,91	0,19	0,01	0,54		0,44	0,73	0,42	0,68	0,97	0,26
0,45	0,41	0,01	0,68	0,15	0,34		0,13	0,51	0,46	0,99	0,43
0,01	0,89	0,74	0,37	0,69	0,28	0,62		0,33	0,56	0,78	0,93
0,82	0,05	0,44	0,83	0,37	0,34	0,79	0,89		0,79	0,43	0,68
0,44	0,35	0,93	0,5	0,86	0,53	0,95	0,19	0,22		0,49	0,21
0,61	0,81	0,46	0,7	0,85	0,72	0,52	0,29	0,57	0,6		0,83
0,79	0,01	0,41	0,42	0,59	0,3	0,88	0,66	0,76	0,05	0,64	

Figura 6.4: Matriz de demandas para a rede de 12 nós.

1 baseada no modelo apresentado neste trabalho.

2 6.3 O Modelo KS

3 Reproduzimos nesta seção a formulação matemática encontrada em (KRISHNASWAMY;
4 SIVARAJAN, 2001), a qual denominamos KS. Este é um modelo de programação linear inteira
5 mista, que combina variáveis reais e variáveis discretas. Ela modela os quatro subproblemas
6 do projeto de uma WRON. Mas topologia física é considerada conhecida, sendo passado como
7 parâmetro para o modelo. Adotaremos aqui o índice r tal como foi definido na Notação 2.

8 Supondo grau lógico uniforme para toda a rede (G), o número de variáveis binárias deste
9 modelo é da ordem de $\Theta(N^4 \cdot W \cdot G)$.

10 **Variável 6.3.1.** *Ligação lógica, $b_{ijr} = 1$ se existe a ligação lógica de índice r entre o par (i, j) ,*
11 *ou $b_{ijr} = 0$ caso contrário.*

12 **Variável 6.3.2.** *Alocação de comprimento de onda, $C_{ij}^{wr} = 1$ se a ligação lógica de índice r*
13 *entre o par (i, j) usa o comprimento de onda w , ou $C_{ij}^{wr} = 1$ caso contrário.*

14 **Variável 6.3.3.** *Rota física, $C_{mni}^{wr} = 1$ se a ligação lógica de índice r entre o par (i, j) usa o*
15 *comprimento de onda w , passando pelo enlace físico (m, n) , ou $C_{ij}^{wr} = 1$ caso contrário.*

16 **Variável 6.3.4.** $\lambda_{ijr}^{sd} \in \mathbb{R}^+$, *Componente de Tráfego, representa a quantidade de tráfego fluindo*
17 *de uma fonte s para um destino d , e passando pela ligação lógica entre o par (i, j) de índice r .*

18 **Variável 6.3.5.** λ_{ijr} , *Tráfego total na ligação lógica entre o par (i, j) de índice r .*

19 **Variável 6.3.6.** $\lambda_{max} \in \mathbb{R}^+$, *Congestionamento da rede.*

$$\text{Minimize: } \lambda_{max} \quad (6.3.1)$$

$$\sum_{jr} b_{ijr} \leq GL_{out_i}, \quad \forall i \quad (6.3.2)$$

$$\sum_{ir} b_{ijr} \leq GL_{in_j}, \quad \forall j \quad (6.3.3)$$

$$\sum_w C_{ij}^{wr} = b_{ijr}, \quad \forall (i, j, r) \quad (6.3.4)$$

$$C_{mnij}^{wr} \leq C_{ij}^{wr}, \quad \forall (i, j, w, r, m, n) \quad (6.3.5)$$

$$\sum_{ijr} C_{mnij}^{wr} \leq 1, \quad \forall (w, m, n) \quad (6.3.6)$$

$$\forall (i, j, r, n), \quad \sum_{mw} C_{mnij}^{wr} \cdot D_{mn} - \sum_{mw} C_{nmij}^{wr} \cdot D_{nm} = \begin{cases} b_{ijr}, & n = j \\ -b_{ijr}, & n = i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.3.7)$$

$$\lambda_{ijr}^{sd} \leq b_{ijr} \cdot P_{sd}, \quad \forall (i, j, r, s, d) \quad (6.3.8)$$

$$\lambda_{ijr} = \sum_{sd} \lambda_{ijr}^{sd}, \quad \forall (i, j, r) \quad (6.3.9)$$

$$\lambda_{ijr} \leq \lambda_{max}, \quad \forall (i, j, r) \quad (6.3.10)$$

$$\forall (i, s, d), \quad \sum_{jr} \lambda_{ijr}^{sd} - \sum_{jr} \lambda_{jir}^{sd} = \begin{cases} P_{sd}, & s = i \\ -P_{sd}, & d = i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.3.11)$$

6.4 Comparação com o modelo KS

Nos resultados que iremos confrontar, é considerado o grau lógico da rede (Gl), não há multiplicidade de ligações lógicas e a função objetivo é o congestionamento. Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na Seção 3: as Restrições (4.1) de controle do grau lógico; a Restrição (4.1.3) de controle de multiplicidade de ligações lógicas, com $M = 1$; e a Restrição (4.2.6) que determina o congestionamento como função objetivo. Esta formulação específica é denominada de $TWAc_1$.

Na Figura 6.5 está representada a topologia física da rede NSFNET, na qual são baseados os testes em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001). Nas Tabelas 6.4 e 6.5, respectivamente, estão as matrizes de demandas $P1$ e $P2$ da NSFNET (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

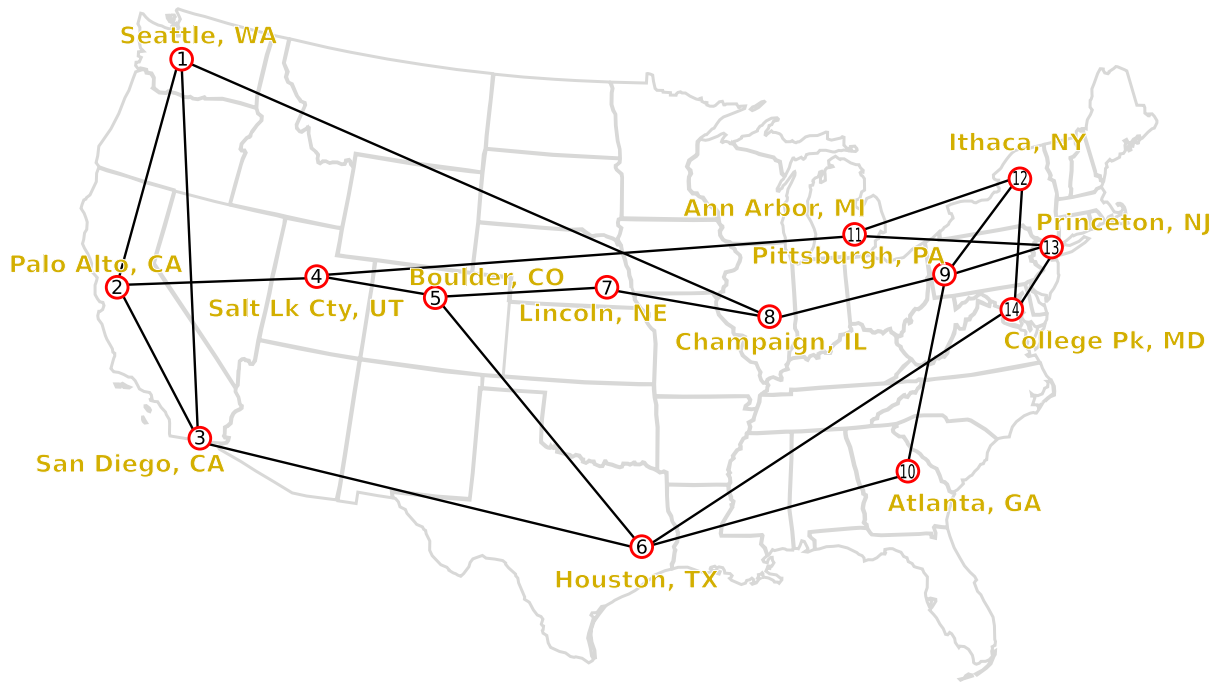


Figura 6.5: Rede de 14 nós NSFNET (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001).

Tabela 6.4: Matriz de demandas $P1$ (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996).

0.000	33.029	32.103	26.008	0.525	0.383	82.633	31.992	37.147	0.568	0.358	0.544	0.651	0.160
0.546	0.000	0.984	0.902	0.866	0.840	0.013	62.464	0.475	0.001	0.342	0.925	0.656	0.501
35.377	0.459	0.000	0.732	0.272	0.413	28.242	0.648	0.909	0.991	56.150	23.617	1.584	0.935
0.739	0.225	0.296	0.000	0.896	0.344	0.012	84.644	0.293	0.208	0.755	0.106	0.902	0.715
0.482	96.806	0.672	51.204	0.000	0.451	0.979	0.814	0.225	0.694	0.504	0.704	0.431	0.333
0.456	0.707	0.626	0.152	0.109	0.000	0.804	0.476	0.429	0.853	0.280	0.322	90.503	0.212
0.042	0.067	0.683	0.862	0.197	0.831	0.000	0.585	67.649	56.138	0.896	0.858	73.721	0.582
0.616	0.640	0.096	97.431	0.308	0.441	0.299	0.000	0.161	0.490	0.321	0.638	82.231	0.376
0.786	0.323	0.676	0.359	0.019	50.127	12.129	0.650	0.000	0.483	45.223	58.164	0.894	0.613
0.037	0.318	0.367	2.981	0.976	0.629	0.525	0.293	0.641	0.000	33.922	0.228	0.995	71.905
12.609	0.479	0.146	0.174	0.181	0.072	23.080	0.671	0.634	0.759	0.000	0.725	0.592	0.445
0.887	0.004	1.614	0.471	0.120	0.263	0.585	0.086	0.157	95.633	42.828	0.000	0.527	0.021
9.019	0.569	0.936	0.975	81.779	0.573	0.738	0.410	0.490	0.948	0.154	0.145	0.000	0.436
20.442	0.515	0.719	0.089	39.269	49.984	0.720	0.863	0.858	0.490	0.106	0.765	0.059	0.000

1 Já na Tabela 6.6 estão as distâncias entre os nós da topologia física da NSFNET adotada, em
2 centenas de milhas.

3 Nas Tabelas 6.8 e 6.9 são confrontados os resultados obtidos com o $TWAc_1$ e os encontra-
4 dos em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), com o modelo KS. Para cada grau lógico,
5 são exibidos: na coluna MILP, o valor de congestionamento obtido executando o modelo MILP
6 do $TWAc_1$ com o SCIP; na coluna T , o tempo gasto pelo SCIP para chegar a essa solução; na
7 coluna W , o número de comprimentos de onda utilizados pelo $TWAc_1$; e na coluna MTB, o
8 *Minimum Traffic Bound* para cada instância. Também são exibidos, para o modelo KS, na co-
9 luna UB , as melhores soluções para o congestionamento encontradas em (KRISHNASWAMY;
10 SIVARAJAN, 2001), e nas colunas LB e W , os respectivos *lower bounds* e número de compri-
11 mentos de onda utilizados pelo KS. Quando o valor de congestionamento corresponde ao ótimo
12 da instância, ele é marcado com um asterisco.

13 Nos resultados para a modelagem KS, para cada instância, o cálculo do LB levou em mé-

Tabela 6.5: Matriz de demandas $P2$ (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996).

0.000	1.090	2.060	0.140	0.450	0.040	0.430	1.450	0.510	0.100	0.070	0.080	0.000	0.330
11.710	0.000	8.560	0.620	11.120	7.770	3.620	15.790	3.660	16.610	2.030	37.810	4.830	13.190
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.310	3.410	13.64	0.000	1.900	0.600	0.700	2.880	2.000	3.260	3.070	6.690	0.080	4.010
0.280	67.510	19.02	3.430	0.000	4.030	10.77	62.22	24.02	17.92	0.450	79.03	9.970	5.290
0.000	5.810	3.420	5.520	3.400	0.000	2.610	2.680	0.870	3.870	0.040	0.840	0.060	2.480
1.750	22.02	102.31	4.470	22.03	7.900	0.000	114.1	19.82	21.95	0.780	71.40	0.330	32.84
2.390	63.84	210.30	8.520	28.210	2.660	97.08	0.000	43.95	33.00	11.37	48.63	5.530	13.85
6.450	18.93	37.35	6.000	24.99	6.810	25.06	61.02	0.000	39.62	14.52	127.5	23.34	0.760
0.050	35.29	10.26	3.730	22.34	9.480	4.980	57.08	6.840	0.000	6.300	17.64	5.910	0.760
0.100	1.020	3.130	1.690	0.240	0.060	0.810	1.450	0.580	7.120	0.000	0.840	0.060	0.500
1.280	26.15	1.000	5.940	24.86	1.320	5.490	40.57	29.53	22.37	10.50	0.000	1.010	0.540
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.730	29.09	13.63	9.890	35.61	12.07	6.440	28.79	4.670	0.000	3.990	0.000	10.750	0.000

Tabela 6.6: Matriz de distâncias para a NSFNET, em centenas de milhas.

0	7	10	7	10	19	13	16	21	21	19	22	24	22
7	0	4	5	9	16	14	18	22	21	20	24	25	21
10	4	0	6	8	12	13	17	21	19	19	23	24	19
7	5	6	0	4	12	8	12	17	16	13	18	19	16
10	9	8	4	0	8	4	9	13	12	11	15	16	12
19	16	12	12	8	0	8	8	11	7	11	14	14	12
13	14	13	8	4	8	0	5	9	8	7	10	11	8
16	18	17	12	9	8	5	0	5	5	3	6	7	5
21	22	21	17	13	11	9	5	0	5	2	2	2	5
21	21	19	16	12	7	8	5	5	0	6	7	7	6
19	20	19	13	11	11	7	3	2	6	0	4	5	6
22	24	23	18	15	14	10	6	2	7	4	0	2	5
24	25	24	19	16	14	11	7	2	7	5	2	0	1
22	21	19	16	12	12	8	5	5	6	6	5	1	0

1 dia 125 minutos utilizando o método iterativo encontrado em (RAMASWAMI; SIVARAJAN,
2 2002). O *upper bound* (UB) foi obtido por meio de uma heurística, levando menos de um mi-
3 nuto. Portanto, a otimalidade só pôde ser garantida nesses resultados quando o valor viável
4 encontrado era igual ao *lower bound* obtido. Esses resultados foram produzidos com a *IBM's*
5 *Optimization Subroutine Library (OSL)* em um computador IBM 43P/RS6000.

6 Para ambas as matrizes, foram obtidos melhores resultados com o $TWAc_1$, em compara-
7 ção com os resultados para o modelo KS, tanto para o valor de congestionamento quanto para

Tabela 6.7: Legendas para as Tabelas 6.8 e 6.9.

GL	=	Grau Lógico
W	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
MTB	=	<i>Minimum Traffic Bound</i>
$MILP$	=	Resultados obtidos pelo SCIP
T	=	Tempo em minutos gasto com o SCIP
KS	=	Melhores resultados com o modelo KS
LB	=	Lower Bound para o congestionamento
UB	=	Uper Bound para o congestionamento

Tabela 6.8: Resultados para a matriz $P1$. *: Ótimo alcançado.

$P1$	TWAc ₁				KS		
Gl	W	$T_{(m)}$	MTB	MILP	LB	UB	W
2	2	451	126.87	143.66	126.74	145.74	4
3	3	221	84.58	*84.58	84.58	*84.58	4
4	3	8	63.44	69.17	63.43	70.02	4
5	4	225	50.75	50.82	50.74	50.94	5
6	4	24	42.29	43.54	42.29	44.39	6
7	5	65	36.25	*36.25	36.25	36.43	6
8	6	102	31.72	*31.72	31.72	31.77	7
9	7	131	28.19	*28.19	28.19	28.37	9
10	8	72	25.37	25.53	25.37	25.64	9
11	9	200	23.07	23.31	23.00	23.08	11
12	11	140	21.14	21.35	21.27	21.39	12
13	13	16	19.52	*20.25	20.24	20.25	13

Tabela 6.9: Resultados para a matriz $P2$. *: Ótimo alcançado.

$P2$	TWAc ₁				KS		
Gl	W	$T_{(m)}$	MTB	MILP	LB	UB	W
2	1	152	284.66	*292.31	284.26	389.93	2
3	2	4.4	189.78	*189.78	189.76	217.80	4
4	2	2	142.33	*142.33	142.33	152.99	3
5	3	4	113.87	*113.87	113.87	*113.87	4
6	3	3.9	94.89	*94.89	94.89	*94.89	5
7	4	4.3	81.33	*81.33	81.33	*81.33	6
8	4	6.8	71.17	*71.17	71.17	*71.17	6
9	5	20.9	63.26	*63.26	62.15	63.26	9
10	6	20.1	56.93	*56.93	56.93	*56.93	10
11	6	23.2	51.75	*51.75	51.75	*51.75	10
12	7	23.1	47.44	*47.44	47.44	*47.44	13
13	7	14.8	43.79	*43.79	43.79	*43.79	13

o número de comprimentos de onda utilizados. Outro fato importante é qualidade alcançada pelo MTB em todas as instâncias, praticamente igual ao *lower bound* obtido em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), mas com demanda de tempo desprezível. Esse é um resultado expressivo, frente aos 125 minutos, em média, gastos com o método iterativo (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). Em 62% das instâncias, o MTB equivale ao ótimo. E mesmo quando o ótimo diferiu do MTB, no pior caso, o MTB ficou menos de 5% abaixo do ótimo. Por fim vale ressaltar que foram obtidas soluções ótimas para 70% das instâncias com o $TWAc_1$, contra 37% dos resultados para o modelo KS.

O tempo demandado pelo SCIP para obter os resultados aqui apresentados são altos, se comparados ao desempenho de heurísticas para o congestionamento no projeto encontradas na literatura (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001; SKORIN-KAPOV; KOS, 2005). Todavia, esses resultados corroboram para eficiência do modelo TWA. Pois, seu reduzido número de variáveis e equações, possibilitou obter tais soluções sem que para isso fosse necessário recorrer à heurísticas.

Conclusões

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confronto de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, semelhante a outros modelos da literatura (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002; TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007).

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi a minimização do número de saltos físicos dos caminhos ópticos.

Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em (ASSIS; WALDMAN, 2004) e (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), aonde as redes consideradas possuem 6, 12 e 14 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções e ao desempenho computacional.

Foi possível provar a otimalidade, da primeira solução viável encontrada, para todas as instâncias da rede de 6 nós e em uma das instâncias da rede de 12 nós. Além disso, em todas as instâncias de ambas as redes foram obtidos melhores resultados para os parâmetros controlados, em relação aos resultados confrontados. Para a rede de 6 nós, em média, obtivemos uma redução de 43% no número de comprimentos de onda necessário e 34% no número de saltos físicos. Mesmo não provando a otimalidade para todas as instâncias da rede de 12 nós, alcançamos em média as mesmas porcentagens de melhoria do resultado conseguidas para a rede de 6

1 nós. Resta destacar que os resultados para a rede de 12 nós foram produzidos em 7.2 minutos,
 2 uma demanda de tempo pequena, se comparada às 6 horas do experimento com o qual foram
 3 comparados.

4 Para a rede de 14 nós foram feitos testes com duas matrizes de demandas de tráfegos, que
 5 são instâncias clássicas da literatura (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996). Para ambas matri-
 6 zes foram obtidos resultados melhores do que os encontrados na literatura para os parâmetros
 7 controlados (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001). Além disso, para 70% das instâncias
 8 foram obtidas soluções ótimas. O tempo demandado para produzir estes últimos resultados foi
 9 alto, em comparação ao desempenho das heurísticas utilizadas na literatura (SKORIN-KAPOV;
 10 KOS, 2005), todavia deve-se ressaltar o fato de que não foram utilizadas heurísticas nem ferra-
 11 mentas comerciais.

12 Os modelos encontrados na literatura, com funcionalidades semelhantes ao TWA, possuem
 13 uma maior ordem de grandeza do número de variáveis binárias. Sendo este um importante
 14 fator para se avaliar o quão tratável é um modelo. Tanto o modelo encontrado em (ASSIS;
 15 WALDMAN, 2004) como o modelo encontrado em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001)
 16 têm número de variáveis binárias da ordem de $\Theta(N^4 \cdot W \cdot G)$, supondo grau lógico uniforme
 17 para toda a rede como G . Ainda assim, estes modelos devem receber a topologia física da rede
 18 como um parâmetro.

19 Em sua versão mais geral, o TWA é capaz de resolver também a topologia física da rede,
 20 com número de variáveis binárias $\Theta(TWA)$ da ordem de $\Theta(N^3 \cdot W \cdot K)$, onde K é a multiplici-
 21 dade máxima dos enlaces físicos. Todavia, nos resultados que foram alvo de comparação neste
 22 trabalho, não há multiplicidade de enlaces físicos. Neste caso, se a topologia física fosse ainda
 23 uma das variáveis do modelo, teríamos que $\Theta(TWA) = \Theta(N^3 \cdot W)$.

24 Se a topologia física for um dado de entrada, então $\Theta(TWA)$ estará entre $o(N^2 \cdot W)$ e $O(N^3 \cdot$
 25 $W)$, dependendo da quantidade de ligações físicas na rede, que é razoável supor se encontrar
 26 entre N e N^2 . Mais precisamente, sendo H a quantidade de ligações físicas na rede pré-existente,
 27 segue que $\Theta(TWA) = \Theta(N \cdot W \cdot H)$.

28 O novo *lower bound* para o congestionamento introduzido por este trabalho, o MTB, de-
 29 mostrou ser muito eficiente. Pois, possui demanda de tempo computacional desprezível, frente
 30 ao alto custo das técnicas conhecidas até então (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996). Além
 31 disso, na maioria das instâncias em que conseguimos provar a otimalidade (62%), o MTB coin-
 32 cidiu com o ótimo. E mesmo quando o MTB diferiu do ótimo, no pior caso, ele ficou menos de
 33 5% abaixo deste. Apenas este resultado já muda o cenário para o problema VTD, tornando este
 34 um problema bem mais tratável. Uma vez que, obter bons resultados a partir de heurísticas não

1 é tarefa difícil no VTD, conforme a literatura (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996).

2 A abrangência da modelagem e o desempenho computacional obtido viabilizam, em tra-
3 balhos futuros, extensões à modelagem básica. Dada a capacidade do modelo de determinar
4 a topologia física, uma aplicação imediata seria atribuir custos de instalação e operação às va-
5 riáveis e utilizar o custo total como função objetivo (MUKHERJEE, 1997). Outras funções
6 objetivo de trivial implementação seriam: o número máximo de ligações lógicas em cada fibra;
7 o número total de transceptores na rede, ou em cada fibra (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000);
8 o processamento eletrônico total da rede (ALMEIDA et al., 2006); e o congestionamento da
9 rede (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

Referências Bibliográficas

- ALMEIDA, R. T. R. et al. Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10, 2006.
- ASSIS, K. D. R.; WALDMAN, H. Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19, 2004.
- BALA, K. *Transparent, opaque and hybrid optical networking*. [S.l.]: Optical Networks, vol. 1, p. 10, 2000.
- BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: Linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. In: *INFOCOM '97: Proceedings of the INFOCOM '97. Sixteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Driving the Information Revolution*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1997. p. 269. ISBN 0-8186-7780-5.
- BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, v. 8, n. 5, p. 598–607, 2000. ISSN 1063-6692.
- BOAVENTURA, P. O. *Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos*. [S.l.]: Editora Edgard Blcher, São Paulo, 2 Ed., 2001.
- CORMEN, H. *Algoritmos: teoria e prática*. [S.l.]: Elsevier, 2002.
- JAUMARD, B.; MEYER, C.; THIONGANE, B. Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD - G-2004-66*, 2004.
- KRISHNASWAMY, R.; SIVARAJAN, K. Design of logical topologies: a linear formulation for wavelength-routed optical networks with no wavelength changers. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 9, n. 2, p. 186–198, Apr 2001. ISSN 1063-6692.
- LIMA, M. O. et al. Estratégias com Algoritmos Híbridos para Projeto de Redes Ópticas. *XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2004.
- MAHER, A. *Transmission Efficient Design and Management of Wavelength Routed Optical Networks*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- MUKHERJEE, B. *Optical Communication Networks*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997.
- MUKHERJEE, B. et al. Some principles for designing a wide-area wdm optical network. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 4, n. 5, p. 684–696, Oct 1996. ISSN 1063-6692.
- RAMAMURTHY, B.; FENG, H.; DATTA. Transparent vs. opaque vs. translucent wavelength routed optical networks. *Optical Fiber Communication Technical Digest*, 1999.

- 1 RAMASWAMI, R.; SASAKI, G. Multiwavelength Optical Networks with Limited Wavelength
2 Conversion. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 6, NO. 6, December, 1998.
- 3 RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. Design of Logical Topologies for WavelengthRouted
4 Optical Networks. *IEEE J. Sel. Areas Commun.* vol. 14 pag. 840 851, 1996.
- 5 RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical Networks: a practical perspective*. 2nd. ed.
6 [S.l.]: Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2002.
- 7 RESENDO, L. C.; RIBEIRO, M. R. N.; CALMON, L. C. Efficient Grooming-Oriented
8 Heuristic Solutions for Multi-Layer Mesh Networks. *Journal of Microwaves and*
9 *Optoelectronics*, 2007.
- 10 SKORIN-KAPOV, N.; KOS, M. Heuristic algorithms considering various objectives for
11 virtual topology design in wdm optical networks. In: *International Conference on on*
12 *Telecommunication Systems, Modeling and Analysis*, 2005. [S.l.: s.n.], 2005.
- 13 TORNATORE, M.; MAIER, G.; PATTAVINA, A. WDM network design by ILP models based
14 on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 15., No. 3, pp. 709-720,
15 July, 2007.
- 16 XIN, Y.; ROUSKAS, G. N.; PERROS, H. G. On the physical and logical topology design of
17 large-scale optical networks. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 21, n. 4, p. 904, 2003. Disponível
18 em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=JLT-21-4-904>>.
- 19 ZANG, H.; JUE, J. P.; MUKHERJEE, B. A Review of Routing and Wavelength Assignment
20 Approaches for Wavelength Routed Optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine*
21 vol.1, 2000.

