

# Projeto Completo de Redes Ópticas

Fabio de Oliveira Lima, Marcelo de Oliveira Lima  
Marcelo Eduardo Vieira Segatto  
Laboratório de Telecomunicações - UFES  
Vitória - ES - 29055-280  
e-mail: fabiolimath@gmail.com

Renato Tannure Rotta de Almeida  
Instituto Federal do Espírito Santo - IFES  
Serra - ES - 29164-231

**Resumo**—This paper presents a new way to obtain lower bounds to congestion, with very tiny computational's cost, whose efficiency contrasts with the options found in literature. This work presents results of experiments in order to validate the efficiency of this formulation with respect to quality of solutions and computational performance of previous work on the same subject. Also presented is a mixed integer linear programming model for the design of optical communication networks. This is a extensive modeling, which includes the design of logical and physical topology, routing of traffic demands, in addition to routing and wavelength assignment. The formulation supports multiple connections between each pair of network nodes, whether in the physical or logic topology.

## I. INTRODUÇÃO

O interesse por redes ópticas de comunicações se intensificou após o desenvolvimento da tecnologia de multiplexação por comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*). Além de possibilitar a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, em diferentes comprimentos de onda, esta tecnologia permite a implementação de redes com roteamento de tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*). As vantagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e confiabilidade na transmissão de dados.

O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a topologia física da rede. A topologia lógica pode ser reconfigurada com dispositivos ópticos de comutação de comprimentos de onda, em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da necessidade de restauração em caso de falhas. A topologia física de uma WRON pode ser representada por um grafo (Figura 1, item *a*), no qual as arestas equivalem aos enlaces de fibra óptica e os vértices aos nós da rede. A topologia lógica é constituída por caminhos ópticos, que são comprimentos de onda ininterruptos e que podem percorrer diversos enlaces de fibra óptica em sequência e em paralelo até o destino. (Figura 1, item *b*).

O roteamento de tráfego em uma WRON pode ser realizado de duas formas: na camada óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, ou na camada eletrônica, após sua conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados. No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser dinamicamente redirecionados por dispositivos de comutação óptica, com

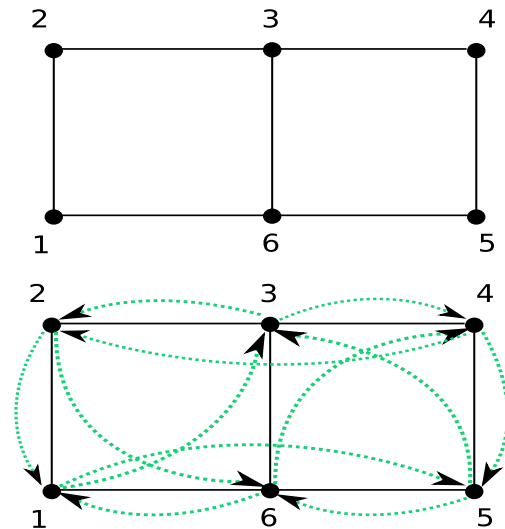


Figura 1. Exemplo de uma rede de 6 nós.

a vantagem da ausência do atraso em filas originado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos.

O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos. Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura [1], o projeto completo de WRON é dividido em quatro sub-problemas, que serão denominados: roteamento de tráfego (TRS - *Traffic Routing Subproblem*), projeto da topologia lógica (LTDS - *Logical Topology Design Subproblem*), roteamento de comprimentos de onda (WRS - *Wavelength Routing Subproblem*) e alocação de comprimentos de onda (WAS - *Wavelength Assignment Subproblem*). Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são associados, bem como os dois últimos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas de VTD (*Virtual Topology Design*) [1] e RWA (*Routing and Wavelength Assignment*) [2].

Uma preocupação em modelagens abrangentes é o controle de várias métricas ao mesmo tempo. Isso é facilitado quando sabe-se como calcular eficientes limites inferiores para alguma delas. No projeto de uma WRON, uma métrica importante é

o congestionamento e o caculo de limites inferiores para ele envolve grande custo computacional [3]. Nos trabalhos encontrados na literatura, no que diz respeito ao congestionamento, encontrar boas soluções é uma tarefa fácil para heurísticas [4]. Todavia, o cálculo de limitantes inferiores (*lower bounds* - LB) que garantam essa qualidade tem elevado custo computacional, sendo esta a parte mais difícil dessa abordagem [5].

É apresentada neste trabalho a demonstração formal de um novo limite inferior (*lower bound* - LB) para o congestionamento, denominado *Minimum Traffic Bound* (MTB). Nos resultados que serão apresentados na Seção IV, o MTB apresentou alta qualidade pois coincidiu com o ótimo ou ficou muito próximo dele. Além disso, seu custo computacional é desprezível, pois ele é calculado diretamente das demandas de tráfego, através de uma fórmula matemática simples. Isso contrasta com as técnicas para obtenção de LBs para o congestionamento que encontramos na literatura [1]. Até então, obter LBs de boa qualidade para congestionamento tinha custo computacional bem mais elevado do que encontrar boas soluções viáveis [5], [4].

Nos experimentos computacionais, será utilizado uma nova modelagem eficiente para o projeto completo uma WRON que combina o projeto da topologia física com os problemas VTD e RWA. Este modelo é chamado TWA (*Traffic over Wavelength Assignment*) e foi inicialmente proposto por nós em [6]. Ele é capaz de tratar desde a escolha da topologia física da rede até a definição da topologia lógica, incluindo a distribuição de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Possuindo um reduzido número de variáveis e restrições. Outra vantagem é que não são utilizadas variáveis diferentes para a topologia física, topologia lógica, rotas físicas e alocação de comprimentos de onda, como é feito em [7]. No TWA há uma variável chamada componente topológica que consegue acumular todas essas funções.

## II. TRÁFEGO ESTIMADO

Para determinar um LB para o congestionamento, precisamos estimar qual é o mínimo de tráfego que pode ser designado a cada ligação lógica da rede. Não há uma resposta direta, mas podemos fazer uma estimativa olhando cada nó independentemente. Na melhor das hipóteses, todo o tráfego que passa pelas ligações lógicas iniciadas em um nó  $v$  é composto exclusivamente por demandas de tráfego também originadas neste mesmo nó. Analogamente, o tráfego nas ligações lógicas incidentes em  $v$  seria composto por demandas destinadas a ele. Esses são os menores valores possíveis, considerando que todo o tráfego da rede será devidamente enviado e recebido.

Assim, dividindo todo o tráfego originado em  $v$  pelo número de ligações lógicas nele iniciadas, temos uma estimativa do menor tráfego possível nessas ligações lógicas. Analogamente, uma estimativa pode ser feita para o tráfego destinado a  $v$  nas ligações lógicas nele incidentes. Extrapolando isso para toda a rede, a maior dentre essas estimativas seria uma boa candidata a limitante inferior para o congestionamento. Isto porque não é possível que um nó envie menos tráfego do que a soma das

demandas originadas nele. E analogamente, não é possível que um nó receba menos tráfego do que o destinado a ele. O MTB é assim definido como o mínimo dos valores calculados nas equações do conjunto de Dados 1.

Para estabelecer o MTB, consideraremos apenas o número de ligações lógicas iniciando ou terminando em cada nó da rede. Nas modelagens para o VTD, essa é toda a informação disponível sobre a topologia lógica da rede. Mas em modelagens mais abrangentes, como o TWA, isso pode não ser um dado de entrada.

**Dados 1.** Sejam  $\alpha_v$  o número de ligações lógicas originadas em um nó  $v$  e  $\beta_v$  o número de ligações lógicas incidentes em  $v$ . Deste modo:

- 1)  $\Theta_v = \sum_d P_{vd} / \alpha_v$
- 2)  $\Gamma_v = \sum_s P_{sv} / \beta_v$
- 3)  $MTB = \max_v \{\Theta_v, \Gamma_v\}$

## III. MTB - LIMITANTE INFERIOR PARA O CONGESTIONAMENTO

As estimativas comentadas acima, para o tráfego mínimo saindo e chegando em cada ligação lógica incidente ou originada em  $v$ , são  $\Theta_v$  e  $\Gamma_v$ , respectivamente. Por sua vez, o MTB é definido como o máximo entre as estimativas  $\Theta_v$  e  $\Gamma_v$ . O teorema a seguir garante que o MTB é um LB para o congestionamento. Em sua demonstração será necessária a proposição abaixo.

**Proposição 1.** Seja  $\Phi_{v_1 v_2}$  o tráfego em uma ligação lógica  $(v_1, v_2)$ . Dada uma topologia lógica qualquer, sobre a qual foi distribuído o tráfego, tem-se que:

$$(\forall v) (\exists v_1), \text{ tal que, } \alpha_v \neq 0 \implies \Phi_{vv_1} \geq \Theta_v \quad (\text{III.1})$$

$$(\forall v) (\exists v_2), \text{ tal que, } \beta_v \neq 0 \implies \Phi_{v_2 v} \geq \Gamma_v \quad (\text{III.2})$$

*Prova:*

Será provado a seguir que a afirmação em III.1 é verdadeira.

Seja  $\Psi_v$  a soma de todo o tráfego nas ligações lógicas iniciadas em  $v$ . O mínimo tráfego que  $v$  pode originar, considerando todas as ligações lógicas iniciadas nele, é composto pelas demandas de tráfego com origem em  $v$ , ou seja,  $\sum_d P_{vd}$ . Considerando que algum tráfego possa ser retransmitido através de  $v$ , após ser processado eletronicamente, conclui-se que:

$$\Psi_v \geq \sum_d P_{vd} \quad (\text{III.3})$$

Seja  $\bar{\Psi}_v$  o tráfego médio das ligações lógicas iniciadas em  $v$ . Se  $\alpha_v \neq 0$ , dividindo os dois lados da inequação em III.3 por  $\alpha_v$ , segue que:

$$\frac{1}{\alpha_v} \cdot \left( \Psi_v \geq \sum_d P_{vd} \right) \Rightarrow \frac{\Psi_v}{\alpha_v} \geq \frac{\sum_d P_{vd}}{\alpha_v} \Rightarrow \bar{\Psi}_v \geq \Theta_v \quad (\text{III.4})$$

Assim, como o tráfego médio é maior ou igual à  $\Theta_v$ , em alguma ligação lógica iniciada em  $v$ , o tráfego é maior ou igual à  $\Theta_v$ . Além de supor que  $\alpha_v \neq 0$ , não foi feita nenhuma outra exigência sobre a topologia lógica ou a distribuição do tráfego. Assim, este resultado é válido para uma topologia lógica qualquer, com qualquer distribuição de tráfego, desde que  $\alpha_v \neq 0$ . Portanto, provou-se que III.1 é válida. A demonstração para III.2 é análoga e será omitida. ■

**Teorema 1** (*Minimum Traffic Bound – MTB*). *Para cada nó  $v$  de uma rede, com matriz de demandas  $P_{sd}$ , se forem dados os números de ligações lógicas originadas ( $\alpha_v$ ) e incidentes ( $\beta_v$ ) em  $v$ , então, um limite inferior para o congestionamento nessa rede é dado por:*

$$MTB = \max_v \left\{ \sum_d (P_{vd}/\alpha_v) \quad , \quad \sum_s (P_{sv}/\beta_v) \right\} \quad (III.5)$$

*Prova:*

Seja  $\lambda_{max}^*$  o valor ótimo do congestionamento, dados os números de ligações lógicas originadas ( $\alpha_v$ ) e incidentes ( $\beta_v$ ) em cada nó  $v$  da rede. Para demonstrar a validade do teorema, devemos demonstrar que  $MTB \leq \lambda_{max}^*$ , o que equivale a mostrar que sejam verdadeiras as inequações a seguir:

$$\Theta_v \leq \lambda_{max}^*, \quad \forall v \quad (III.6)$$

$$\Gamma_v \leq \lambda_{max}^*, \quad \forall v \quad (III.7)$$

Para demonstrar que a inequação III.6 é válida, suponha por absurdo que ela é falsa, ou seja:

$$\exists v, \text{ tal que, } \Theta_v > \lambda_{max}^* \quad (III.8)$$

Do que foi suposto em III.8, como  $\Theta_v > \lambda_{max}^*$ , então  $\alpha_v \neq 0$ . Assim, da conclusão obtida em III.1, para qualquer topologia lógica, com qualquer distribuição de tráfego, segue que:

$$\Theta_v > \lambda_{max}^* \text{ e } (\exists v_1) \Rightarrow \Phi_{vv_1} \geq \Theta_v \Rightarrow \Phi_{vv_1} > \lambda_{max}^* \quad (III.9)$$

Ou seja, supondo que III.8 é falsa, haverá uma ligação lógica com tráfego superior à  $\lambda_{max}^*$ , em qualquer topologia lógica, com qualquer distribuição de tráfego. Mas, isso é absurdo para as soluções ótimas, pois contraria a definição de  $\lambda_{max}^*$ . Isso prova que a inequação III.8 é falsa, ou seja, demonstra que III.6 é verdadeira, como se queria. De modo análogo pode-se verificar a validade da inequação III.7, o que conclui a demonstração do teorema. ■

Note que não foi feita restrição quanto à multiplicidade de ligações lógicas, nem uniformidade do grau lógico. Dizemos que o MTB é um LB para o VTD, pois a única restrição feita é quanto ao conhecimento do número de ligações lógicas iniciando e terminando em cada nó. Em modelagens mais abrangentes, como o TWA, a introdução de mais restrições e variáveis pode fazer com que o ótimo do VTD se torne

inviável. Ainda assim, o MTB será um LB para o congestionamento. Todavia, outras técnicas de obtenção de LB poderiam ser empregadas para explorar o espaço do conjunto de soluções que se tornou inviável. Uma alternativa é a conhecida técnica iterativa apresentada em [1].

O MTB foi aqui estabelecido em sua forma mais geral, considerando que cada nó pode possuir quantidades diferentes de ligações lógicas originadas ou incidentes, entretanto, na literatura é comum considerar que os nós da rede possuem grau lógico uniforme [1]. Neste caso, o MTB consiste no valor máximo do conjunto das somas das demandas originadas ou recebidas em cada nó, dividido pelo grau lógico da rede. Portanto, convém apresentar uma formulação mais direcionada para implementações. Isso é feito a seguir no Lema 1.

**Lema 1.** *Se a rede possui grau lógico uniforme  $G$ , o MTB pode ser definido da seguinte forma:*

$$MTB = \frac{1}{G} \cdot \max_v \left\{ \sum_d P_{vd}, \sum_s P_{sv} \right\}$$

#### IV. TESTES COMPUTACIONAIS

Para avaliar a qualidade do MTB, que consiste na principal contribuição deste trabalho, testes computacionais foram realizados utilizando o modelo TWA, proposto anteriormente por nós em outro trabalho [6]. Nos testes apresentados nesta seção, para resolver os modelos de programação inteira mista, foi utilizado o programa SCIP (*Solving Constraint Integer Programs*), com as instâncias no formato FreeMPS. A versão do SCIP usada utiliza internamente o CLP (*Coin-or Linear Programming*) para resolver subproblemas de programação linear. O programa GLPK (*GNU Linear Programming Kit*) foi utilizado para converter em MPS (*Mathematical Programming System*) o código AMPL do TWA [6], antes de ser passado ao SCIP. Na resolução dos modelos de programação linear inteira mista a precisão nos cálculos adotada foi de  $10^{-6}$ .

Os resultados dos experimentos computacionais realizados são comparados com os publicados em [5], onde foi proposto um modelo para a resolução integrada do VTD e RWA, que será chamado de KS. Este trabalho utilizou outra técnica para o cálculo de LBs, que será descrita adiante nesta seção. Para podermos produzir resultados passíveis de comparação, a topologia física da rede é um dado de entrada. As duas abordagens serão comparadas em termos do esforço computacional e da qualidade das soluções quanto às métricas de interesse. São elas: o número de comprimentos de onda disponíveis em cada ligação física ( $W$ ); o grau lógico da rede ( $G$ ); e o congestionamento.

O computador onde foram executados os experimentos desta seção possui a seguinte configuração: *desktop PC*; executando o sistema operacional *GNU/Linux Ubuntu*, versão 9.04 *32bits*; equipada com processador *Intel Pentium®4 3.00GHz* de 2 núcleos, com *2048KB* de *cache* e *1.5GB* de *RAM*.

Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA [6], as restrições de controle do grau lógico (Restrições IV.8 e IV.7). Como nos testes feitos em [5] não é permitida multiplicidade de ligações

lógicas, também será adotada a restrição de limitação de multiplicidade IV.9, retirando do TWA a capacidade de lidar com múltiplas ligações lógicas. Permitindo assim avaliar o TWA sobre as mesmas hipóteses utilizadas com o modelo KS.

Da mesma forma que no modelo KS, também será utilizado o congestionamento como função objetivo, por isso será necessária também a Restrição IV.2. Como aqui é feito controle do grau lógico, é aplicável o limitante inferior para o congestionamento MTB, demonstrado na seção anterior. Neste caso, ele pode ser calculado pela fórmula do Lema 1, que por sua simplicidade, pôde ser escrita em AMPL e incluída diretamente na definição da Variável 3, abaixo.

Como os resultados em [5] foram produzidos para topologias físicas sem multiplicidade, será adotado  $K = 1$  no modelo TWA [6]. Portanto, a definição dos componentes topológicos é modificada, deixando de ser uma variável inteira, passando a ser binária, pois agora compõem uma topologia física sem multiplicidade. Como limitação de capacidade ( $Cap$ ) foram usados os limitantes superiores (UB - *upper bounds*) obtidos em [5], denotados por  $\lambda_{max}^{UB}$ .

**Dados 2.** Uma instância para o modelo TWA fica aqui definida por:

- 1)  $N$  = Número de nós da rede.
- 2)  $W$  = Máximo de comprimentos de onda em uma ligação física.
- 3)  $G$  = Grau lógico da rede.
- 4)  $Cap = \lambda_{max}^{UB}$ , capacidade de tráfego de cada ligação lógica.
- 5)  $P_{sd}$  = Demanda de tráfego, com origem  $s$  e destino  $d$ .
- 6)  $D_{mn}$  = Ligação Física, com origem  $m$  e destino  $n$ , com  $D_{mn} = D_{nm}$ .
- 7)  $A_s = \sum_d P_{sd}$  = Tráfego agregado pela origem  $s$ .
- 8)  $Q_{sd} = P_{sd}/A_s$  = Fração de  $A_s$  correspondente à Demanda de tráfego  $P_{sd}$ .

**Variável 1** (Versão sem multiplicidade física). Seja  $B_{iw}^{mn} \in \{0, 1\}$ , com  $i \neq n$ , um componente do conjunto das ligações lógicas com origem  $i$  e comprimento de onda  $w$ , que utilizam a ligação física  $(m, n)$ .

**Variável 2.** Seja  $q_{sw}^{ij} \in [0, 1]$  a fração do fluxo originado em  $s$ , passando pelas ligações lógicas entre o par  $(i, j)$  com comprimento de onda  $w$ , onde  $s \neq j$ .

**Variável 3.**  $\lambda_{max}$  = Congestionamento, tráfego na ligação lógica mais carregada da rede, com  $\lambda_{max} \geq MTB$ .

#### Função Objetivo

- Congestionamento:

$$\text{Minimize: } \lambda_{max} \quad (IV.1)$$

#### Restrições

- Definição do Congestionamento:

$$\lambda_{max} \geq \sum_{sw} q_{sw}^{ij} \cdot A_s, \quad \forall (i, j) \quad (IV.2)$$

- Continuidade de Comprimentos de Onda, com  $i \neq v$ :

$$\sum_s q_{sw}^{iv} A_s \leq \lambda_{max}^{UB} \left( \sum_m B_{iw}^{mv} - \sum_n B_{iw}^{vn} \right), \forall (i, v, w) \quad (IV.3)$$

- Topologia Física:

$$\sum_i B_{iw}^{mn} \leq D_{mn}, \quad \forall (m, n, w) \quad (IV.4)$$

- Conservação de Fluxo:

$$\sum_{jw} q_{vw}^{vj} = 1, \quad \forall v \quad (IV.5)$$

$$\sum_{iw} q_{sw}^{iv} - \sum_{jw} q_{sw}^{vj} = Q_{sv}, \quad \forall (s, v), \text{ com } s \neq v \quad (IV.6)$$

- Controle do Grau lógico:

$$\sum_{wn} B_{vw}^{vn} \leq G, \quad \forall v \quad (IV.7)$$

$$\sum_{iwm} B_{iw}^{mv} - \sum_{iwn} B_{iw}^{vn} \leq G, \quad \forall v, i \neq v \quad (IV.8)$$

- Limitação de Multiplicidade de Ligações Lógicas:

$$\sum_{wm} B_{iw}^{mv} - \sum_{wn} B_{iw}^{vn} \leq 1, \quad \forall (i, v), i \neq v \quad (IV.9)$$

Assim como foi feito para produzir os resultados em [5], aqui as instâncias são definidas pelo grau lógico. A estratégia adotada para produzir resultados com o modelo TWA consiste apenas em executar as instâncias do modelo com o SCIP, até que seja encontrada a primeira solução viável, sem recorrer a heurísticas. Semelhante ao que foi feito em [6], configurando as instâncias com valores aceitáveis para as métricas de interesse, de modo que, qualquer solução viável encontrada fosse satisfatória. Para cada grau lógico, o interesse aqui, como em [5], é minimizar o congestionamento utilizando o menor número possível de comprimentos de onda.

Em [5], os valores viáveis e *lower bounds* produzidos para o congestionamento já são bastante próximos. Portanto, esses valores viáveis são bons *upper bounds*, e foram usados como tal na restrição de limitação de capacidade do TWA (Restrição IV.3).

Como *lower bound* foi usado o MTB, conforme foi comentado no início da seção. Dada a forma trivial como é feita a determinação do MTB, o tempo gasto para determiná-lo para cada instância é inferior à 0.01 segundos. Portanto foi desconsiderado na contagem de tempo do método.

Definidos UBs para o congestionamento, há um valor mínimo para  $W$  de modo que a instância não seja insolúvel. Este mínimo é encontrado testando valores no modelo TWA com o SCIP, a partir de 1, incrementando até encontrá-lo. Mas, como foi feito em [6], encontrado o  $W$  mínimo para um determinado  $G$ , nos graus lógicos superiores a  $G$  o  $W$

mínimo será maior ou igual. Portanto, procurando o mínimo do menor grau lógico para o maior, a busca não precisará ser feita do começo. Além disso, o SCIP foi capaz de identificar as instâncias insolúveis em menos de um segundo em cada tentativa. Portanto esse tempo de busca do  $W$  mínimo também será desconsiderado. Deste modo, como será visto a seguir, ao se procurar o  $W$  mínimo de cada instância, ocorreu no máximo uma tentativa sem sucesso.

Em [5] foram feitos testes para uma rede de 14 nós estudada nesta seção. O objetivo central, para cada grau lógico, é minimizar o congestionamento utilizando o menor número de comprimentos de onda possível. Segundo os autores, a formulação KS não é computacionalmente tratável para este caso, o que justificou a proposição de um método heurístico. Ele consiste na aplicação da heurística LPLDA [3], seguida de dois algoritmos de arredondamento, finalizando com um algoritmo de coloração de grafos [8]. A heurística LPLDA é baseada em um método iterativo para construção de limitantes inferiores para o congestionamento (ILB - *Iterative Lower Bound*), descrito a seguir. Esta técnica é a melhor na literatura, em relação a proximidade com soluções viáveis encontradas. Todavia ela possui elevado custo computacional.

O ILB consiste em substituir a restrição equivalente à IV.2, do modelo KS, pela Restrição IV.10 a seguir, onde  $\lambda_{max}^{LB_0}$  é qualquer limitante inferior (LB) para  $\lambda_{max}$ , podendo ser zero. Em seguida são relaxadas as variáveis inteiras, permitindo assumir qualquer valor entre o máximo e o mínimo de seu domínio. Por exemplo, uma variável binária tem domínio  $\{0,1\}$ , relaxando-a da forma indicada ela poderá assumir qualquer valor real entre 0 e 1. Deste modo, o modelo MILP se torna um LP (*linear problem*). A Restrição IV.10 não influencia no modelo MILP, mas no relaxado sim, forçando que o ótimo da versão LP seja maior ou igual à  $\lambda_{max}^{LB_0}$ . Como o ótimo de uma versão relaxada é menor ou igual ao ótimo do modelo de minimização original [9], segue que o ótimo da versão relaxada é também um limitante inferior para  $\lambda_{max}$ . Assim, denotando o ótimo do modelo relaxado por  $\lambda_{max}^{LB_1}$  e substituindo  $\lambda_{max}^{LB_0}$  por ele em IV.10, será produzido um novo LB, que pode ser chamado de  $\lambda_{max}^{LB_2}$ . Deste modo, iterativamente pode-se ir melhorando o LB original, o que constitui o método iterativo.

#### Restrição

- Plano de Corte para o Congestionamento:

$$\lambda_{max} \geq \lambda_{ijr} + \lambda_{max}^{LB_0} \cdot (1 - b_{ijr}), \quad \forall (i, j, r) \quad (IV.10)$$

Este é iterado 25 vezes, valor suficiente para se convergir o LB satisfatoriamente, conforme foi determinado em [3]. Em [5], cada iteração do ILB levou em média 5 minutos. Esses resultados foram produzidos em um computador IBM 43P/RS6000 com a *IBM's Optimization Subroutine Library (OSL)*.

A seguir é detalhado o procedimento usado para criar resultados com o modelo TWA.

- 1) A partir de  $G = 1$ , com  $MTB \leq \lambda_{max} \leq \lambda_{max}^{UB}$ , procura-se pelo  $W$  mínimo a partir de 1, testando esses valores no modelo TWA com o SCIP.

- 2) O SCIP é executado para cada valor de  $W$ , até que retorne que a instância é insolúvel, ou é interrompido quando encontra uma solução viável.
- 3) Se o  $W$  atual é inviável, ele é incrementado, e uma nova tentativa é feita.
- 4) Se o  $W$  atual é viável, a solução é registrada,  $G$  é incrementado e passa-se a procurar o  $W$  mínimo para  $G + 1$  a partir do valor atual.

Nas Tabelas II e III são confrontados os resultados obtidos com o TWA e os encontrados em [5], para o modelo KS. As legendas utilizadas nessas tabelas são descritas na Tabela I. Quando o valor de congestionamento corresponde ao ótimo da instância, ele é marcado com um asterisco.

Tabela I  
LEGENDAS PARA AS TABELAS II E III.

Sigla	Significado
$G$	Grau Lógico
KS	Resultados obtidos em [5]
TWA	Resultados do método aqui proposto
$W$	Mínimo viável para o número de comprimentos de onda
$LB$	<i>Lower Bound</i> para o congestionamento obtido para o KS
$UB$	<i>Upper Bound</i> para o congestionamento obtido para o KS
MTB	<i>Minimum Traffic Bound</i>
MILP	Resultados obtidos pelo SCIP para o TWA
$T$	Tempo em minutos gasto com o SCIP

Para ambas as matrizes de demanda da NSFNET [5], foram obtidos melhores resultados com o TWA, em comparação com os resultados para o modelo KS, tanto para o valor de congestionamento quanto para o número de comprimentos de onda utilizados. Além disso, foram obtidas soluções ótimas para 70% das instâncias com o TWA, contra 37% dos resultados para o modelo KS. Em 62% das instâncias, o MTB equivale ao ótimo. E mesmo quando o MTB não corresponde ao ótimo, no pior caso, o MTB ficou menos de 5% abaixo do UB.

Tabela II  
RESULTADOS PARA A MATRIZ P1. \* ÓTIMO ALCANÇADO.

P1	KS			TWA			
$G$	$W$	$LB$	$UB$	$W$	MTB	MILP	$T$
2	4	126.74	145.74	2	126.87	143.66	451
3	4	84.58	*84.58	3	84.58	*84.58	221
4	4	63.43	70.02	3	63.44	69.17	8
5	5	50.74	50.94	4	50.75	50.82	225
6	6	42.29	44.39	4	42.29	43.54	24
7	6	36.25	36.43	5	36.25	*36.25	65
8	7	31.72	31.77	6	31.72	*31.72	102
9	9	28.19	28.37	7	28.19	*28.19	131
10	9	25.37	25.64	8	25.37	25.53	72
11	11	23.00	23.08	9	23.07	23.31	200
12	12	21.27	21.39	11	21.14	21.35	140
13	13	20.24	20.25	13	19.52	*20.25	16

Outro fato importante é qualidade alcançada pelo MTB em todas as instâncias, praticamente igual ao *lower bound* obtido em [5], mas calculado em menos de 0.01 segundos. Esse é um resultado expressivo, frente aos 125 minutos, em média, gastos com o método iterativo.

Nas Tabelas II e III, os resultados retirados de [5], são aqueles que produziram o melhor valor para o congestionamento.

Tabela III  
RESULTADOS PARA A MATRIZ  $P_2$ . \* ÓTIMO ALCANÇADO.

$P_2$	KS			TWA			
	$G$	$W$	$LB$	$UB$	$W$	MTB	MILP
2	2	284.26	389.93		1	284.66	*292.31
3	4	189.76	217.80		2	189.78	*189.78
4	3	142.33	152.99		2	142.33	*142.33
5	4	113.87	*113.87		3	113.87	*113.87
6	5	94.89	*94.89		3	94.89	*94.89
7	6	81.33	*81.33		4	81.33	*81.33
8	6	71.17	*71.17		4	71.17	*71.17
9	9	62.15	63.26		5	63.26	*63.26
10	10	56.93	*56.93		6	56.93	*56.93
11	10	51.75	*51.75		6	51.75	*51.75
12	13	47.44	*47.44		7	47.44	*47.44
13	13	43.79	*43.79		7	43.79	*43.79

Como foi comentado na seção anterior, o valor de  $W$  utilizado nesses resultados pode não ser o mínimo. E de fato não são, pois em todos os casos foram obtidos melhores valores para  $W$  com o TWA. Além disso, dado o método utilizado para produzir estes resultados, o  $W$  utilizado sempre é o mínimo para o UB adotado.

O tempo demandado pelo SCIP para obter os resultados aqui apresentados são altos, se comparados ao desempenho de heurísticas para determinar topologia lógicas encontradas na literatura [5], [4]. Todavia, esses resultados evidenciam a eficiência do modelo TWA, pois, seu reduzido número de variáveis e equações possibilitou obter soluções melhores, sem que para isso fosse necessário recorrer a heurísticas.

Para 70% das instâncias foram obtidas soluções ótimas. O tempo demandado para produzir estes últimos resultados foi alto, em comparação ao desempenho das heurísticas utilizadas na literatura [4]. Todavia deve-se ressaltar o fato de que não foram utilizadas heurísticas nem ferramentas comerciais nos experimentos realizados neste trabalho.

## V. CONCLUSÃO

O novo *lower bound* para o congestionamento introduzido por este trabalho, o MTB, demonstrou ser muito eficiente. A sua principal vantagem é possuir demanda de processamento computacional desprezível, com demanda de tempo da ordem de milissegundos. As técnicas conhecidas até então [3], podem exigir mais de 1 hora para se chegar a um resultado de qualidade semelhante [5]. Nos testes realizados, na maioria das instâncias (62%) conseguiu-se provar a otimalidade graças ao MTB. Mesmo quando o MTB não correspondeu ao ótimo, no pior caso, ele ficou menos de 5% abaixo do *upper bound*.

Em última análise, o MTB explora a possibilidade da ligação lógica mais carregada da rede transportar predominantemente tráfego que não foi ou não será retransmitido. De fato, se  $(i, j)$  é a ligação mais carregada da rede, o ideal é que a maior parte de seu tráfego seja destinado ao nó onde esta ligação lógica incide ( $j$ ). Pois do contrário, muito tráfego seria retransmitido ao longo da rede, congestionando outras ligações. Isso leva a crer que o nó  $j$  pode ter muito tráfego a receber da rede. Por outro lado, quanto mais tráfego

for originário de  $i$ , ouve menos retransmissão antes de chegar nele.

Tem-se aí duas tendências que podem dominar a ligação lógica  $(i, j)$ :  $j$  é o destino principal na rede, ou  $i$  é o principal gerador de tráfego. É razoável que uma delas prevaleça. Por exemplo, se  $j$  precisa receber mais tráfego do que  $i$  origina, seria melhor  $i$  escoar esse tráfego por outra saída, que não  $j$ . Estendendo essa ideia a todo o projeto da topologia lógica é de esperar que, na solução ótima, grandes emissores de tráfego tendem a não iniciar uma ligação lógica com destino a um grande receptor de tráfego. E mesmo quando isso ocorresse, seria razoável que as duas tendências não concorressem numa mesma ligação lógica, mas sim, que a mais fraca tomasse caminhos alternativos.

Deste modo, procurar por um LB se resumiria a encontrar a tendência mais forte, seja de emissão ou recepção. Essa é a ideia por trás do MTB, que apenas investiga a matriz de demandas de tráfego atrás da maior tendência. Esta suposição revelou-se válida empiricamente, posto que na maioria dos testes feitos o MTB equivale ao ótimo. Logo, esse comportamento tem uma relação direta com o grau lógico de entrada e saída dos nós.

Mas há um ponto fraco nessa linha de pensamento. Ela depende que o tráfego na ligação lógica mais carregada seja predominantemente caracterizado por sua tendência dominante. Isso tende a ser mais certo quanto mais assimétrica for matriz de demandas. Mas, se esta for fortemente uniforme, com pouca variação entre o tamanho da demandas, a quantidade de tráfego a ser retransmitida na rede superará com facilidade as tendências individuais de cada nó. Portanto, é esperado que a qualidade do LB fornecido pelo MTB seja melhor em cenários de tráfego assimétrico. Todavia, nos testes realizados na Seção IV, mesmo para uma matriz com demandas uniformemente distribuídas, o MTB se mostrou bem eficiente.

## REFERÊNCIAS

- [1] RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical Networks: a practical perspective*. 2<sup>nd</sup>. ed. [S.l.]: Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2002.
- [2] ZANG, H.; JUE, J. P.; MUKHERJEE, B. A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed Optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine* vol.1, 2000.
- [3] RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. Design of Logical Topologies for WavelengthRouted Optical Networks. *IEEE J. Sel. Areas Commun.* vol. 14 pag. 840 851, 1996.
- [4] SKORIN-KAPOV, N.; KOS, M. Heuristic algorithms considering various objectives for virtual topology design in wdm optical networks. In: *International Conference on on Telecommunication Systems, Modeling and Analysis*, 2005. [S.l.: s.n.], 2005.
- [5] KRISHNASWAMY, R.; SIVARAJAN, K. Design of logical topologies: a linear formulation for wavelength-routed optical networks with no wavelength changers. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 9, n. 2, p. 186–198, Apr 2001. ISSN 1063-6692.
- [6] LIMA, F. O. et al. Um Modelo Eficiente para o Projeto Completo de Redes Ópticas. *XLI SBPO - XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Porto Seguro, BA*, 2009.
- [7] ASSIS, K. D. R.; WALDMAN, H. Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19, 2004.
- [8] CORMEN, H. *Algoritmos: teoria e prática*. [S.l.]: Elsevier, 2002.
- [9] BEASLEY, J. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*. [S.l.: s.n.], 1992.