

**Fabio de Oliveira Lima**

***UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO  
COMPLETO DE REDES ÓPTICAS***

Vitória – ES

27 de setembro de 2009

## *Resumo*

2 Este trabalho apresenta um novo modelo de programação linear inteira-mista para o projeto  
3 de redes ópticas de comunicação. Trata-se de uma modelagem ampla, que engloba o projeto da  
4 topologia lógica da rede, o roteamento das demandas de tráfego, além do roteamento e alocação  
5 de comprimento de onda aos caminhos ópticos. A formulação suporta múltiplas ligações entre  
6 cada par de nós da rede, seja na topologia física ou virtual. Em sua versão básica, o modelo mi-  
7 nimiza os custos de instalação da rede física e o custo de operação da rede projetada. No entanto,  
8 sua formulação permite a que sejam exploradas diversas métricas, como o congestionamento  
9 da rede, que foi utilizado para comparação com resultados da literatura. Neste trabalho são  
10 apresentados resultados de experimentos com o objetivo de validar a eficiência desta formula-  
11 ção com relação à qualidade das soluções e desempenho computacional de trabalhos anteriores  
12 sobre o mesmo assunto. Também é apresentada uma nova forma, muito eficiente, de se obter  
13 *lower bounds* para o congestionamento.

# *Sumário*

1

2	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
3	<b>1 Projeto de Redes Ópticas Semitransparentes</b>	<b>6</b>
4	1.1 Projeto de Topologias Virtuais . . . . .	7
5	1.2 Roteamento e Alocação de Comprimentos de Onda . . . . .	9
6	<b>2 Trabalhos Anteriores</b>	<b>10</b>
7	<b>3 Modelagem TWA</b>	<b>14</b>
8	3.1 Adaptações do Modelo Básico . . . . .	21
9	<b>4 Lower Bounds</b>	<b>23</b>
10	<b>5 Experimentos Computacionais com o TWA</b>	<b>26</b>
11	5.1 Comparação com o modelo VTD-RWA . . . . .	27
12	5.2 Comparação com o modelo KS . . . . .	30
13	<b>Conclusões</b>	<b>33</b>
14	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>35</b>

# Introdução

A expansão do uso de redes de fibras ópticas, devido à sua extrema eficiência no transporte de dados em altas taxas de transmissão, é a motivação para estudos em projetos de operação das mesmas. Neste contexto, o desenvolvimento da tecnologia *Wavelength Division Multiplexing* (WDM), permitiu que vários canais independentes compartilhem a mesma fibra óptica, proporcionando um melhor aproveitamento da banda de transmissão disponível nas fibras. Multiplicando a capacidade dos enlaces físicos das redes, esses canais são transmitidos em diferentes comprimentos de onda, sendo denominados caminhos ópticos ou ligações lógicas. O conjunto de todas as ligações lógicas é chamado de topologia lógica da rede. Esta arquitetura se utiliza de dispositivos ópticos que permitem o roteamento transparente de tráfego, onde a informação pode ser roteada pelo meio óptico, sem passar para o domínio eletrônico, nos pontos intermediários entre a origem e o destino de uma demanda de tráfego. Temos assim uma camada acima da configuração física da rede, pois uma ligação lógica transparente pode ser definida de várias formas sobre a topologia física da rede. Esta é uma camada servidora, que proverá acesso à rede às camadas clientes que, por sua vez, enxergarão apenas as ligações transparentes. Portanto, em redes ópticas com roteamento de tráfego por comprimentos de onda há duas camadas: uma eletrônica, formada por roteadores eletrônicos de pacotes de dados interconectados por enlaces lógicos transparentes, e uma camada óptica, onde o roteamento do tráfego pela topologia física é realizado por dispositivos ópticos WDM.

Uma rede que só possui rotas transparentes entre nós diretamente conectados por enlaces de fibra óptica, é chamada de rede opaca, onde as ligações lógicas coincidem com as ligações de fibra óptica da rede física. Deste modo, dispositivos ópticos WDM para roteamento de comprimentos de onda não são necessários. Todavia, esta configuração pode não ser a ideal para todos os perfis de demanda de tráfego da rede, pois uma demanda pode ter que percorrer várias ligações até seu destino, se não houver uma ligação transparente direta disponível. Se existe uma ligação transparente entre cada par de nós da rede, a rede é dita totalmente transparente. Neste caso, qualquer demanda de tráfego poderia ser transportada em um único salto pela topologia virtual, sendo processada eletronicamente somente no nó destino. Mas, para configurar uma topologia de rede totalmente transparente, um grande investimento em equipamentos ópticos WDM se faz necessário.

Já é praticamente um consenso que uma rede totalmente óptica de longa distância não seria factível atualmente devido a uma série de dificuldades em compensar degradações na transmissão (RAMAMURTHY; FENG; DATTA, 1999) (MAHER, 2001). Entretanto, é amplamente aceito que uma rede óptica de nova geração será um híbrido entre a rede opaca e a transparente. Este modelo de rede híbrida é comumente chamada de rede semitransparente (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). Algumas estratégias para o projeto de redes semitransparentes de longa distância foram propostas em artigos e livros como (MAHER, 2001) e (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). Esta é uma solução intermediária que define ligações lógicas apenas entre pares de nós convenientes, resultando em uma topologia lógica parcialmente transparente, ou semitransparente. Os roteadores de tráfego da camada eletrônica são responsáveis pela comutação do tráfego entre os diversos caminhos ópticos, que funcionam como enlaces lógicos interligando determinados pares de nós da rede de maneira transparente.

A tecnologia de multiplexação por comprimento de onda, além de possibilitar a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, permite a implementação de redes com roteamento de tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*). As vantagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e confiabilidade na transmissão de dados.

O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a topologia física da rede. A topologia lógica pode ser reconfigurada com dispositivos ópticos de comutação de comprimentos de onda, em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da necessidade de restauração em caso de falhas. A topologia física de uma WRON pode ser representada por um grafo (Figura 3.3, item *a*), no qual as arestas equivalem aos enlaces de fibra óptica e os vértices aos nós da rede. A topologia lógica é constituída por caminhos ópticos, que são comprimentos de onda ininterruptos e que podem percorrer diversos enlaces de fibra óptica em sequência e em paralelo até o destino. (Figura 3.3, item *b*).

O roteamento de tráfego em uma WRON pode ser realizado de duas formas: na camada óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, ou na camada eletrônica, após sua conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados. No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser dinamicamente redirecionados por dispositivos de comutação óptica, com a vantagem da ausência do atraso em filas originado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos. O congestionamento em roteadores eletrônicos está diretamente associado a limitações na qualidade de serviço em redes de comunicações, pois origina atraso e eventuais descartes de pacotes que, sobretudo para as emergentes

1 aplicações em tempo real, devem ser minimizados.

2 O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que  
3 podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na  
4 camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos.  
5 Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso  
6 de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura (RAMASWAMI;  
7 SIVARAJAN, 2002), o projeto completo de WRON é dividido em quatro sub-problemas, que  
8 serão denominados: roteamento de tráfego (TRS - *Traffic Routing Subproblem*), projeto da  
9 topologia lógica (LTDS - *Logical Topology Design Subproblem*), roteamento de comprimentos  
10 de onda (WRS - *Wavelength Routing Subproblem*) e alocação de comprimentos de onda (WAS  
11 - *Wavelength Assignment Subproblem*). Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são  
12 associados, bem como os dois últimos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas  
13 de VTD (*Virtual Topology Design*) (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002) e RWA (*Routing and*  
14 *Wavelength Assignment*) (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000).

15 Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são associados, bem como os dois últi-  
16 mos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas de VTD (*Virtual Topology Design*)  
17 (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002) e RWA (*Routing and Wavelength Assignment*) (ZANG;  
18 JUE; MUKHERJEE, 2000). Mais recentemente, os sub-problemas de TRS e WRS vem também  
19 sendo associados nos trabalhos que abordam o problema de *grooming* de tráfego (RESENDO;  
20 RIBEIRO; CALMON, 2007)

21 A contribuição deste trabalho é a proposição de uma modelagem para o projeto de redes  
22 ópticas, denominada TWA (*Traffic over Wavelength Assignment*), capaz de tratar desde a es-  
23 colha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo a distribuição  
24 de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Conforme  
25 será mostrado na seção seguinte, este modelo possui um reduzido número de variáveis e res-  
26 trições, se comparado a modelos que resolvem apenas o RWA, como os que são tratados em  
27 (JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004). Na literatura o projeto completo, incluindo to-  
28 pologias física e lógica, foi modelado em (XIN; ROUSKAS; PERROS, 2003), possuindo uma  
29 complexidade elevada, que torna o uso de heurísticas uma exigência. O problema modelado  
30 em (XIN; ROUSKAS; PERROS, 2003) possui premissas diferentes do modelo TWA, pois não  
31 trata dos sub-problemas VTD e RWA da mesma maneira, devido a consideração de tecnologias  
32 distintas. Com isso uma comparação direta não é possível. Portanto, como estratégia de teste  
33 do modelo TWA, optamos por considerar a topologia física como conhecida.

34 Também é apresentada neste trabalho uma nova forma de se calcular lower bounds para o

1 congestionamento, de alta qualidade e custo computacional desprezível.

2 O TWA guarda semelhanças com alguns modelos conhecidos (RAMASWAMI; SIVA-  
3 RAJAN, 2002; TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007). Nas modelagens para o WAS  
4 (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), é designado um comprimento de onda a cada caminho  
5 óptico, considerando o seu percurso físico determinado pelo WRS. A configuração dos cami-  
6 nhos ópticos, em termos de quantidade, fonte e destino, é obtida pela solução do VTD. Esta  
7 abordagem de modelos separados para VTD e RWA exige variáveis diferentes para as ligações  
8 lógicas, para suas rotas físicas e para a alocação de comprimentos de onda (ASSIS; WALD-  
9 MAN, 2004).

10 No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. Tendo  
11 sido alocados comprimentos de onda entre pares ordenados de nós com variáveis específicas,  
12 estarão determinadas implicitamente, pelas restrições do modelo, as rotas físicas e as ligações  
13 lógicas entre esses pares de nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em  
14 termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis  
15 adicionais para determinar as rotas físicas e as ligações lógicas, o que simplifica o modelo e o  
16 torna computacionalmente mais tratável.

17 As restrições do TWA, em função das variáveis de alocação de comprimento de onda, de-  
18 terminam a configuração e o roteamento dos caminhos ópticos, o que define as topologias física  
19 e lógica, além da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do  
20 tráfego. Isto é tradicionalmente feito em função das variáveis de topologia lógica e roteamento  
21 de tráfego do VTD (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002), que retorna a matriz de topologia  
22 lógica e as requisições de tráfego designadas a cada um deles. A solução do VTD é então forne-  
23 cida como entrada para o RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), na forma de uma matriz  
24 de requisições de tráfego associadas a caminhos ópticos. Diferenciado-se disso, o TWA possui  
25 restrições para a distribuição do tráfego que também são escritas em função das variáveis de  
26 alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso elimina as restrições de distribuição de  
27 requisições de tráfego do RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000).

28 Assim sendo, as variáveis e restrições do TWA consistem em um modelo completo para  
29 o projeto de redes ópticas, pois considera todos os seus subproblemas de maneira integrada.  
30 Algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu  
31 roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes  
32 encontrados na literatura (TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007; RAMASWAMI; SI-  
33 VARAJAN, 2002). Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente admite  
34 múltiplos caminhos ópticos e múltiplas fibras ópticas entre cada par de nós da rede, sem a neces-

1 sidade de diferenciar cada ligação por uma variável de decisão diferente, como na abordagem  
2 utilizada anteriormente em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

3 O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na Seção 3 a seguir apresentamos  
4 a modelagem básica para TWA, onde são colocadas as restrições fundamentais da formulação  
5 proposta. Na Seção 4 é apresentada uma adaptação do modelo TWA para a minimização do  
6 congestionamento, juntamente com uma nova forma de calcular *lower bounds*. Na Seção 5 são  
7 apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e comparações dos  
8 mesmos com outros resultados encontrados na literatura.



# 1 *Projeto de Redes Ópticas Semitransparentes*

3 O projeto e planejamento de redes é realizado através de métodos distintos de acordo com  
4 o tipo de tráfego considerado, especificamente com relação a natureza estática ou dinâmica.  
5 No caso de tráfego estático, nosso foco de estudo, é assumido a priori uma determinada matriz  
6 de demanda de tráfego, representando a quantidade de tráfego que deve ser transferido entre os  
7 pares de nós da rede. Considera-se essas demandas como sendo fixas para fins de planejamento,  
8 podendo basear-se em levantamentos históricos ou mesmo estudos estimativos.

9 Os canais de comunicação entre os pares de nós, por onde trafegam as demandas de tráfego,  
10 são os caminhos ópticos, que devem ser estabelecidos, formando a topologia virtual da rede. Um  
11 caminho óptico é formado por uma ou mais conexões ponto a ponto. Entre o início e o término  
12 de um caminho óptico podem existir nós intermediários, pelos quais as demandas de tráfego  
13 passam (são roteadas) de forma transparente, isto é, no domínio óptico. Por simplicidade, é  
14 assumido que todos os canais possuem a mesma capacidade.

15 Todos os nós da rede são equipados com OXCs (*Optical Cross-Connect*) (ZANG; JUE;  
16 MUKHERJEE, 2000). Cada caminho óptico inicia e termina nos respectivos OXCs de seus nós  
17 de início e término. O roteamento dos caminhos ópticos ao longo dos nós da rede é realizado  
18 através dos OXCs dos nós por onde eles passam.

19 Não é considerada capacidade de conversão de comprimentos de onda, dessa forma a res-  
20 trição de continuidade de comprimentos de onda deve ser respeitada. Dessa forma, em todos as  
21 fibras por onde um caminho óptico passa, ele deve utilizar o mesmo comprimento de onda.

22 A camada óptica, que provê caminhos ópticos às camadas clientes, se tornou a principal  
23 camada de transmissão nos *backbones* das redes de telecomunicações. Neste contexto, a camada  
24 óptica pode ser vista como uma camada servidora e as camadas que vem acima dela, fazendo  
25 uso dos serviços oferecidos pela camada óptica, podem ser vistas como camadas cliente.

26 Uma rede óptica é transparente quando não existe regeneração eletrônica dos caminhos óp-

1 ticos durante o seu percurso fim-a-fim, enquanto uma rede óptica é opaca quando cada caminho  
 2 óptico é regenerado em todos os nós pelo qual transita na rede. Uma rede óptica transparente  
 3 não tem apenas restrições severas relacionadas com degradações acumuladas, mas também com  
 4 monitoração de performance, isolamento de falhas, gerenciamento centralizado, continuidade de  
 5 comprimento de onda entre outras (BALA, 2000). Usando redes ópticas semitransparentes, é  
 6 possível alcançar uma performance muito próxima aos das redes opacas em termos de bloqueio  
 7 de novas requisições, porém com grande economia nos custos, e menos complexidade do que  
 8 uma rede completamente óptica. Em suma, redes semitransparentes oferecem o melhor dos do-  
 9 mínios ópticos e eletrônicos sem comprometer as principais características de cada uma dessas  
 10 tecnologias (BALA, 2000).

## 11 1.1 Projeto de Topologias Virtuais

12 No estudo de formas eficientes de distribuição de tráfego em redes ópticas, uma carac-  
 13 terística da rede que influencia fortemente no resultado da distribuição é a sua *topologia*. A  
 14 *topologia virtual* (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002), ou *lógica*, de uma rede óptica é com-  
 15 posta por caminhos ópticos (*enlaces lógicos*) que abstraem a estrutura física da rede, e pode  
 16 ser representada por um grafo orientado (CORMEN, 2002). Em redes WDM a topologia física  
 17 determina apenas o percurso físico (distância) dos caminhos ópticos. A topologia física de uma  
 18 rede óptica pode ser representada por um grafo não orientado (BOAVENTURA, 2001) onde os  
 19 vértices representam os nós da rede e as arestas os *links* físicos que unem estes nós.

20 O *grau lógico* de *entrada* ou de *saída* de um nó é o número máximo de enlaces lógicos que  
 21 podem se originar ou terminar nele, respectivamente. Fixado um valor de grau lógico ( $\Delta$ ) para  
 22 a rede, todos os nós deverão ter o mesmo valor de grau lógico de entrada e saída. Uma das  
 23 representações usuais para a topologia virtual de uma rede óptica é sua matriz de adjacências  
 24 ( $b$ ); uma matriz com entradas binárias, onde  $b_{i,j} = 1$ , se houver uma ligação lógica partindo  
 25 do nó  $i$  e terminando no nó  $j$ , e  $b_{i,j} = 0$  caso contrário. Entre os nós origem e destino de uma  
 26 ligação lógica podem existir nós e passagem, onde a conexão do nó anterior e o posterior é feita  
 27 de modo transparente, sem conversão eletro-óptica (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

28 Na Figura 1.1 temos o exemplo de uma topologia física e uma topologia lógica, para uma  
 29 rede óptica de seis nós, com grau lógico dois.

30 Uma topologia virtual conexa (CORMEN, 2002) de grau lógico um é chamada de *anel*. Na  
 31 Figura 1.2 encontramos exemplos de topologias virtuais em anel.

32 A matriz de tráfego  $\Lambda$ , especifica as demandas de tráfego  $\Lambda^{(s,d)}$  entre cada par fonte-destino

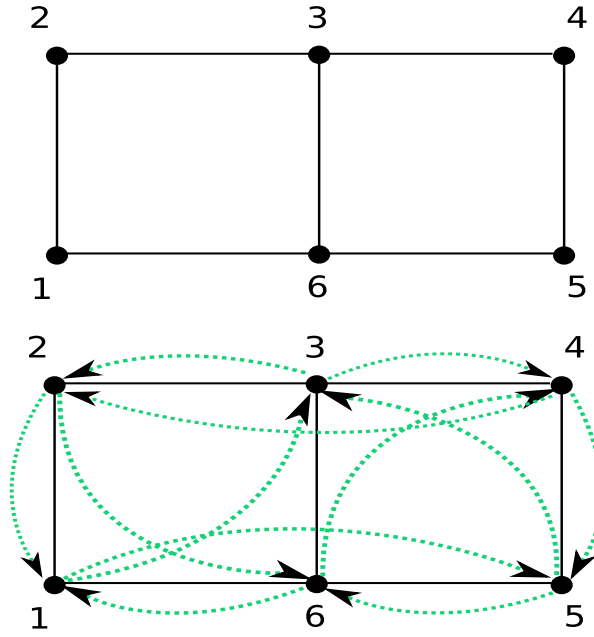


Figura 1.1: Exemplos para uma rede óptica com 6 nós. (a) Topologia física. (b) Topologia virtual, com grau lógico dois, nesta rede.

1  $(s, d)$  dos  $n$  nós da rede. Em geral, as demandas de tráfego  $\Lambda^{(s,d)}$  podem ser transportadas  
 2 por mais de um caminho óptico entre  $(s, d)$ . E podem ser divididas em parcelas, utilizando  
 3 caminhos ópticos diferentes para escoar uma demanda. A ligação lógica, entre dois nós  $(i, j)$ ,  
 4 é aqui representada por  $\alpha_{ij}$ . A parcela de tráfego, da uma demanda  $\Lambda^{(s,d)}$ , passando por  $\alpha_{ij}$  é  
 5 chamada componente de tráfego, é representada por  $\lambda_{ijsd}$ .

6 Trabalhos realizados anteriormente apontam a mesma *função objetivo* (RAMASWAMI;  
 7 SIVARAJAN, 1996) para este problema que estamos tratando; a minimização do *congestionamento*.  
 8 O congestionamento é a quantidade de tráfego designado ao caminho óptico mais car-

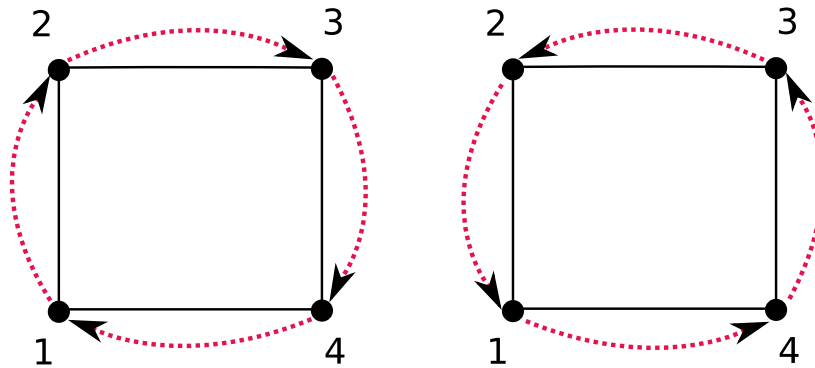


Figura 1.2: Exemplos, para uma rede óptica com 4 nós, de duas topologias em anel, com grau lógico unitário.

1 regado da rede. Ao minimizar o congestionamento a tendência é distribuir igualmente o tráfego  
2 entre todos os caminhos ópticos. Este critério garante que não haja subutilização ou sobrecarga  
3 nos enlaces lógicos que formam a topologia virtual da rede. A sobrecarga causa aumento do  
4 atraso em filas e conseqüente diminuição do *throughput* (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

5 O VTD consiste na determinação de quais nós serão interligados diretamente. A topologia  
6 virtual é base para a solução do problema de distribuição de tráfego. Uma solução deste pro-  
7 blema consiste em determinar uma topologia virtual e a forma como as demandas de tráfego  
8 serão escoadas através da concatenação dos diversos caminhos ópticos.

## 9 **1.2 Roteamento e Alocação de Comprimentos de Onda**

## 2 *Trabalhos Anteriores*

O problema de projetar uma rede óptica, a partir de uma topologia física conhecida, pode ser formulado como um problema de programação inteira mista (MILP), sendo definida uma métrica de interesse a ser otimizada. Esse problema já foi amplamente estudado, tendo sido propostas heurísticas para resolvê-lo, sendo conhecidamente NP-difícil. As diferentes abordagens partem de considerações específicas sobre as demandas de tráfego, métrica otimizada, entre outras. Quando as demandas de tráfego são assumidas como sendo estáticas, caso adotado neste trabalho, todas as demandas a serem transmitidas entre os pares de nós da rede são conhecidas a priori e fixas. Neste caso, o objetivo normalmente é a minimização de algum recurso da rede, tendo como exemplos: número de comprimentos de onda utilizados, capacidade dos canais de comunicação, número de tranceptores e processamento eletrônico.

O projeto de uma topologia virtual foi formulado como um problema de otimização em (MUKHERJEE et al., 1996). Os autores formularam o problema de projeto de topologia lógica como um problema de otimização não linear. A função objetivo considerada a minimização do atraso na transmissão e do máximo fluxo em um enlace, sendo este último conhecido como o congestionamento da rede. Os autores subdividem o problema em quatro subproblemas: 1) determinação da topologia lógica; 2) roteamento dos caminhos ópticos sobre a topologia física; 3) alocação de comprimentos de onda às rotas; 4) roteamento das componentes de tráfego (pacotes) na topologia lógica. Nos experimentos apresentados, os autores consideram apenas os subproblemas 1 e 4. A meta-heurística Simulated annealing foi utilizada na resolução do subproblema 1 e “flow deviation” para o subproblema 4. As desvantagens desta abordagem são as seguintes. 1) Se a rede é grande, então, usando a abordagem Simulated Annealing vai ser muito caro computacionalmente. 2) Não se trata de uma abordagem integrada para resolver os quatro subproblemas, mas sim considera os subproblemas um e quatro de forma independente.

Em (BANERJEE; MUKHERJEE, 2000) é apresentada uma formação MILP para o projeto completo da topologia virtual de redes ópticas WDM com conversão de comprimentos de onda. Vale ressaltar que em redes equipadas com conversores de comprimentos de onda, o problema torna-se menos complexo pois a restrição de continuidade dos comprimentos de onda não é

1 aplicada. O objetivo neste trabalho era minimizar a distância média dos saltos dos pacotes de  
2 dados. É assumido tráfego baseado em pacotes na rede. A formulação ILP apresentada, in-  
3 clui a definição dos caminhos ópticos, seu roteamento físico e a alocação de tráfego sobre os  
4 mesmos. Com o objetivo de tornar o problema tratável, a restrição de continuidade de compri-  
5 mentos de onda foi relaxada, considerando que todos os nó possuem capacidade de conversão  
6 de comprimentos de onda. Devido a complexidade/dificuldade de obter soluções ótimas com  
7 o modelo ILP, nos experimentos, o processo de otimização (usando CPLEX) foi interrompido  
8 após algumas iterações.

9 Em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 1996) os autores formularam uma modelagem MILP  
10 para o projeto de topologia virtual com o objetivo de minimizar congestionamento. Não existe  
11 restrição quanto ao número de comprimentos de onda utilizados. A desvantagem desta aborda-  
12 gem é que a topologia física torna-se irrelevante para o projeto da topologia lógica, pois não é  
13 resolvido o RWA.

14 Em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001) é feita uma modelagem MILP que minimiza  
15 congestionamento em redes sem conversores de comprimentos de onda. Segundo os autores,  
16 esta formulação não é computacionalmente tratável, sendo métodos heurísticos propostos. O  
17 Modelo MILP é relaxado e executado iterativamente por 25 vezes usando um plano de corte.  
18 As variáveis que representam a topologia virtual e os percursos físicos são arredondadas, en-  
19 quanto uma heurística de alocação de comprimentos de onda é aplicada para atribuir compri-  
20 mentos de onda individualmente aos caminhos ópticos. O tráfego é roteado pela topologia  
21 virtual utilizando uma formulação linear (LP) consistindo somente das restrições de tráfego do  
22 MILP relaxado. Uma das desvantagens desse método é que supondo que existam  $W$  compri-  
23 mentos de onda disponíveis em cada fibra, o MILP relaxado obtém uma solução que satisfaz  
24 esta restrição. No entanto, sendo que o algoritmo de alocação de comprimentos de onda, que  
25 é aplicado subsequentemente, obtém soluções subótimas, não há garantia de uma alocação de  
26 comprimentos de onda com sucesso, respeitando o limite de  $W$  comprimentos de onda. Como  
27 resultado, o método não retorna necessariamente soluções viáveis para todos os casos.

28 (BANERJEE; MUKHERJEE, 1997) Os autores formularam o problema de projeto de topo-  
29 logia lógica como um problema linear que considera os nós da rede equipados com conversores  
30 de comprimento de onda. A função objetivo da formulação é a minimização do comprimento  
31 dos saltos nos enlaces lógicos, com a possibilidade de redução do número de conversores de  
32 comprimentos de onda utilizados e, dessa forma, esta formulação poderia ser aproximada para  
33 uma formulação sem conversão. As deficiências desta formulação são: 1) ela produz resulta-  
34 dos razoáveis somente se a matriz de tráfego for equilibrada, sendo esta uma consequência da

1 função objetivo não incluir variáveis de tráfego; 2) trabalha bem somente se a topologia física  
2 for densa em termos do número de arestas. Note que se a topologia física for esparsa (com  
3 poucas arestas) então o número de conversores de comprimento de onda utilizados aumentará  
4 (poucas rotas alternativas) e a topologia lógica resultante pode não refletir o tráfego entre os nós.  
5 A restrição de continuidade dos comprimentos de onda não foi utilizada nesta formulação.

6 O Artigo (TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007) trata de métodos exatos para o  
7 planejamento e otimização de redes WDM multifibras, em especial ILP. É proposta uma for-  
8 mulação para o problema de otimização chamado de “source formulation“, nela, todo o fluxo  
9 é agragado em relação do nó de origem. Esta formulação é equivalente à conhecida “flow  
10 formulation“, porém permite uma redução relevante no número de variáveis e restrições, repre-  
11 sentando uma redução no tempo computacional e ocupação de memória durante a execução.  
12 Com relação a conversão de comprimentos de onda, os casos extremos são tratados, quando to-  
13 dos os nós possuem capacidade de converter todos os comprimentos de onda, e quando nenhum  
14 nó possui capacidade de conversão de comprimento de onda, sendo exigida a restrição de conti-  
15 nuidade de comprimentos de onda. O trabalho propõe a otimização da topologia virtual de uma  
16 rede física multifibra, com o objetivo de minimização de custo: o número de fibras por enlace  
17 necessárias para suportar uma matriz de tráfego pré-estabelecida é a variável a ser minimizada,  
18 tendo como dado de entrada o número de comprimentos de onda por fibra.

19 (SKORIN-KAPOV; KOS, 2005) Este trabalho envolve o projeto de topologias virtuais sem  
20 utilização de conversores de comprimento de onda. O método proposto utiliza uma heurística e  
21 é avaliado através de algumas possibilidades de funções objetivo, sendo analisadas as vantagens  
22 e desvantagens para cada critério de medição. Os resultados apresentados foram gerados a partir  
23 de experimentos com redes de tamanhos variados e para características de tráfego uniforme e  
24 não uniforme.

25 (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000) Este estudo detalha o problema de roteamento e alo-  
26 cação de comprimentos de onda (RWA) em redes ópticas WDM, especialmente para redes que  
27 operam com a restrição de continuidade de comprimentos de onda, ou seja, não utilizam con-  
28 versores. É apresentada uma revisão de várias abordagens e métodos apresentadas na literatura,  
29 abrangendo modelagens MILP e heurísticas.

30 (ASSIS; WALDMAN, 2004) Este trabalho propõe um algoritmo iterativo, que faz uso de  
31 programação linear, para resolver os problemas VTD e RWA de forma integrada. A solução do  
32 VTD gera requisições para um conjunto de caminhos, representados pela topologia virtual, que  
33 devem ser roteados pela topologia física. Os caminhos são alocados de maneira a minimizar  
34 critérios de otimização. A estratégia foi testada para redes com características distintas, mas

- 1 não sendo considerado qualquer tipo de conversão de comprimentos de onda.



### 3 Modelagem TWA

Neste capítulo será apresentada a forma básica do modelo TWA, começando pela notação designada aos nós e as constantes que definem uma instância de problema para o modelo. Em seguida serão definidas as variáveis utilizadas para compor as restrições e a função objetivo do modelo, passando-se então à sua descrição. A função objetivo adotada na formulação básica é a minimização dos custos de instalação e operação da rede, valendo-se da capacidade do modelo escolher também a topologia física da rede. Além disso, o número de comprimentos de onda foi controlado de maneira implícita (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000); e foi considerada a restrição de conservação dos comprimentos de onda ao longo do caminho óptico (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), ou seja, não se admite a conversão de comprimentos de onda na camada óptica da rede.

**Notação 1.** Os índices  $m, n, s, d, i, j \in \{1, \dots, N\}$  representam os nós da rede, e os pares ordenados  $(m, n)$ ,  $(s, d)$  e  $(i, j)$  indicam respectivamente ligações físicas, demandas de tráfego e ligações lógicas, com  $m \neq n$ ,  $s \neq d$  e  $i \neq j$ . O índice  $w \in \{1, \dots, W\}$  representa os comprimentos de onda disponíveis.

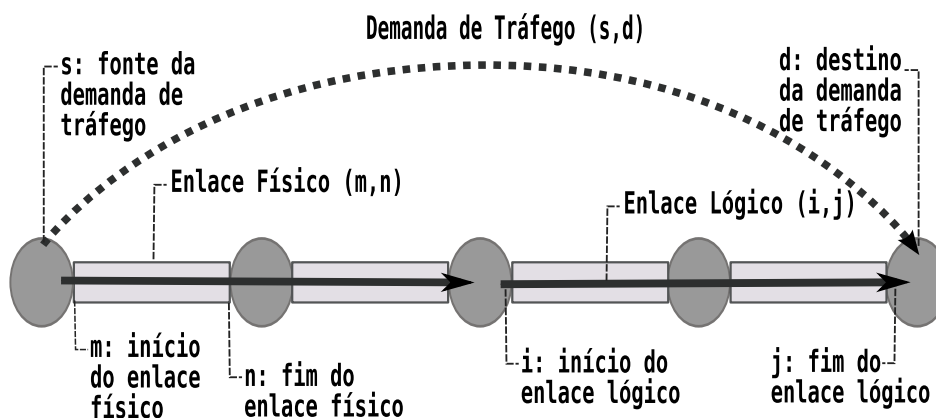


Figura 3.1: Representação gráfica da notação associada aos nós da rede.

A Figura 3.1 ilustra os diferentes escopos dos índices associados aos nós da rede, com relação aos enlaces físicos  $(m, n)$ , lógicos  $(i, j)$  e demandas de tráfego  $(s, d)$ . Esta notação

segue a convenção comumente utilizada em trabalhos anteriores (MUKHERJEE, 1997; RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). É importante dizer que, como esta modelagem suporta múltiplas fibras e caminhos ópticos entre cada par de nós, os pares  $(m, n)$  e  $(s, d)$  representam conjuntos de possíveis ligações físicas e lógicas, respectivamente. Esses conjuntos não serão explicitamente controlados, sendo esse um dos motivos da eficiência do modelo.

**Dados 1.** Uma instância para o modelo TWA é definida por:

1.  $N$  = Número de nós da rede.
2.  $W$  = Máximo de comprimentos de onda por fibra.
3.  $K$  = Multiplicidade física máxima entre os pares de nós.
4.  $Cap$  = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
5.  $C_{mn}$  = Custo de uma ligação física orientada  $(m, n)$ .
6.  $T$  = Custo por unidade de fluxo.
7.  $P_{sd}$  = Demanda de tráfego, com origem  $s$  e destino  $d$ .
8.  $A_s = \sum_d P_{sd}$  e  $Q_{sd} = P_{sd}/A_s$ .

A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada de *componente da Topologia Generalizada* (ou simplesmente *componente topológica*), é representada graficamente na Figura 3.2 e formalmente definida na Variável 1. Ela sozinha representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de onda utilizado.

**Variável 1.** Seja  $B_{iw}^{mn} = k \in \{0, \dots, K\}$ , com  $i \neq n$ , uma componente do conjunto das ligações lógicas com origem  $i$  e comprimento de onda  $w$ , que utilizam  $k$  ligações físicas entre os nós  $m$  e  $n$ .

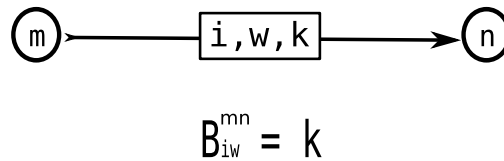


Figura 3.2: Representação gráfica de uma componente topológica.

Numa componente da topologia generalizada  $B_{iw}^{mn} = k$ , o índice  $i$  representa o nó de origem das  $k$  ligações lógicas que, passando por uma das ligações físicas iniciadas em  $m$  e incidentes

em  $n$ , usa o comprimento de onda  $w$ . Conforme a terminologia utilizada neste trabalho daqui por diante, uma componente topológica  $B_{iw}^{mn} = k$  é iniciada em  $m$ , incidente em  $n$ , com origem  $i$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $k$ .

Considerando que  $B_{iw}^{mn} = k$  para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações lógicas originadas em  $i$  no comprimento de onda  $w$ , passando por  $k$  enlaces físicos distintos entre o par de nós  $(m, n)$ . Neste caso, cada um desses  $k$  enlaces físicos terá que ser uma fibra óptica distinta interligando o mesmo par de nós  $(m, n)$ , pois haveria interferência se houvessem dois sinais ópticos originados por fluxos de tráfego diferentes se propagando no mesmo sentido, na mesma fibra, com o mesmo comprimento de onda. Note que  $K$  limita apenas a multiplicidade dos enlaces físicos, ou seja, o número de fibras ópticas dispostas em paralelo entre dois nós  $(m, n)$ . Mesmo que  $K = 1$ , o que torna  $B_{iw}^{mn}$  uma variável binária, as diversas ligações lógicas entre um par  $(i, j)$  poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou ainda, mais de um comprimento de onda em uma mesma fibra. Se  $\forall i, k = 0$  para qualquer  $w$ , então nenhum enlace físico entre o par de nós  $(m, n)$  é utilizado, ou seja  $B_{im}^{nw} = 0, \forall (i, w)$ .

Na Figura 3.3, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com origem no nó  $i$  e com o mesmo comprimento de onda  $w_1$ . No item  $d$ ) desta figura, o valor 2 da componente que liga os nós  $(i, m)$  é interpretado como duas ligações físicas entre esses nós, representadas no item  $a$ ). No item  $b$ ), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós  $(i, n)$ , onde uma delas passa de forma transparente pelo nó  $m$ , como indicado no item  $c$ ). Note ainda que, no item  $d$ ), há dois caminhos lógicos incidentes em  $m$  mas apenas um iniciando. Isso indica que uma ligação lógica termina em  $m$ , enquanto a outra segue adiante.

A definição das componentes topológicas não deixa claro aonde terminam as ligações lógicas. Sua finalização será garantida implicitamente pelas restrições do modelo. Isso reflete a agregação do roteamento dos comprimentos de onda, similar a trabalhos encontradas na literatura (JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004).

A indexação atribuída às variáveis  $B_{iw}^{mn}$  especificam apenas o nó  $i$ , que é onde se iniciam os enlaces lógicos representados. Isto significa que estas variáveis agregam todas as ligações lógicas originadas em  $i$  que utilizam o enlace físico  $(m, n)$  e o comprimento de onda  $w$ , independente do nó  $j$  em que terminam estas ligações lógicas. Esta técnica consiste em uma abordagem bastante conhecida para a representação de variáveis em problemas de distribuição de fluxo em redes. Em (TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007), este conceito de agregação de tráfego é aplicado como meio de simplificação do modelo, reduzindo substancialmente o número de variáveis dos problemas resultantes. No TWA, esta agregação cumpre o mesmo papel de simplificação, cabendo às restrições do modelo garantir implicitamente a terminação correta

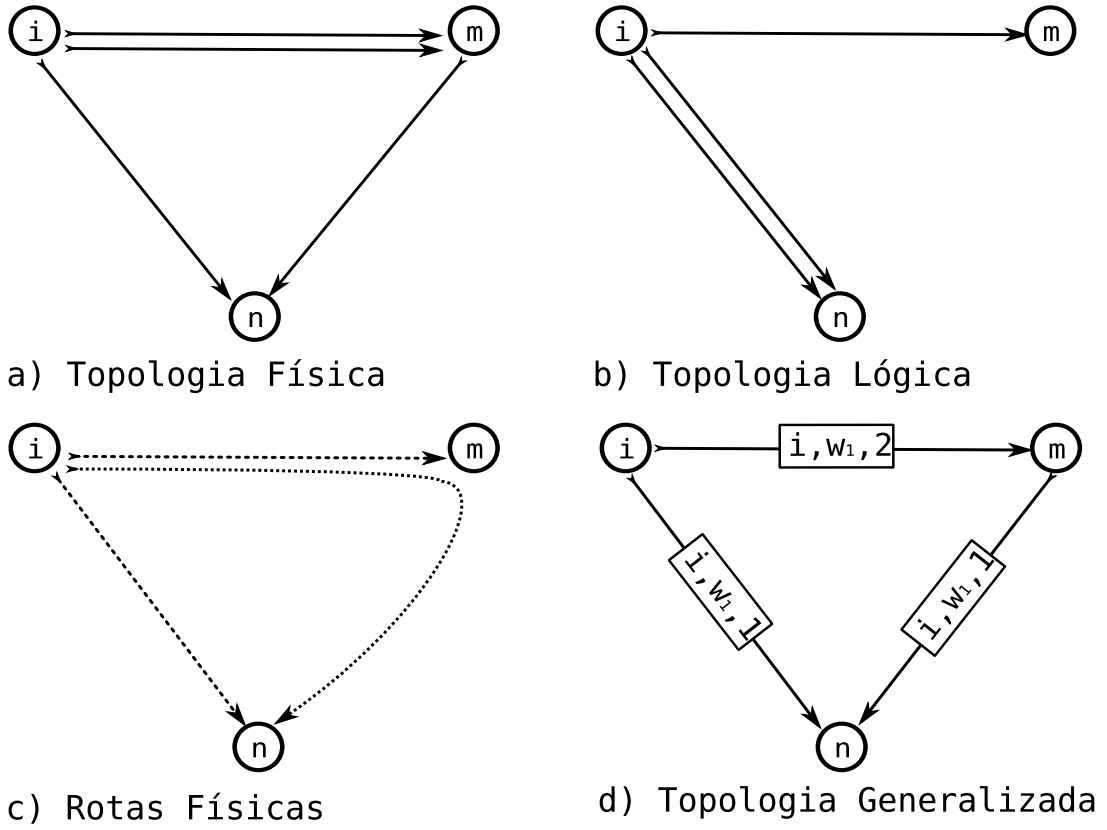


Figura 3.3: Exemplo da interpretação das componentes topológicas.

1 destas ligações lógicas agregadas nas variáveis  $B_{iw}^{mn}$ .

2 As Variáveis 2 e 3 completam as definições necessárias para apresentarmos a forma básica  
3 do modelo TWA, expresso nas Restrições de (3.1) à (3.4).

4 **Variável 2.** Seja  $D_{mn} \in \{0, \dots, K\}$  o número de ligações físicas entre o par de nós  $(m, n)$ .

5 **Variável 3.** Seja  $q_{sw}^{ij} \in [0, 1]$  a fração de fluxo originado em  $s$ , passando pelas ligações lógicas  
6 entre o par  $(i, j)$ , no comprimento de onda  $w$ , com  $s \neq j$ .

$$\sum_s q_{sw}^{ij} \cdot A_s \leq Cap \cdot \left( \sum_m B_{iw}^{mj} - \sum_n B_{iw}^{in} \right), \forall (i, j, w) \quad (3.1)$$

$$\sum_i B_{iw}^{mn} \leq D_{mn}, \forall (m, n, w) \quad (3.2)$$

$$\sum_{jw} q_{sw}^{sj} = 1, \forall s \quad \text{and} \quad \sum_{iw} q_{sw}^{id} - \sum_{jw} q_{sw}^{dj} = Q_{sd}, \forall (s, d) \quad (3.3)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{mn} C_{mn} \cdot D_{mn} + \sum_{si,jw} T \cdot q_{sw}^{ij} \cdot A_s \quad (3.4)$$

1 A Restrição (3.1) acumula múltiplas funções: garante a continuidade dos percursos lógicos  
 2 e a conservação dos comprimentos de onda; controla a capacidade de tráfego dos canais lógicos,  
 3 que também pode ser um *upper bound* para o congestionamento; e anula as frações de fluxo  
 4 agregado nas ligações lógicas não utilizadas.

5 Se o número de componentes topológicas incidentes em  $m$  for maior que o número de  
 6 iniciadas, não originadas nele, essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam  
 7 em  $m$ . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura  
 8 a rastreabilidade das ligações lógicas desde sua origem, a partir das componentes topológicas  
 9 agregadas.

10 Para resolver o sub-problema de roteamento de tráfego, são definidas as variáveis de fração  
 11 de fluxo agregado (Variável 3), utilizadas na Restrição (3.1). Como podem haver múltiplas  
 12 ligações lógicas entre um par  $(i, j)$ , o tráfego entre um par de nós deverá ser limitado pela  
 13 capacidade de uma ligação lógica multiplicada pelo número de ligações lógicas em questão.  
 14 Na Restrição 3.1, este número é representado, para as ligações lógicas entre o par  $(i, j)$ , como  
 15 a quantidade de componentes topológicas incidentes em  $j$  ( $\sum_{mw} B_{iw}^{mj}$ ), diminuído do número de  
 16 componentes topológicas iniciadas em  $j$  ( $\sum_{nw} B_{iw}^{jn}$ ).

17 Isto é suficiente para modelar a distribuição do tráfego, embora na implementação real de  
 18 múltiplas rotas físicas entre um mesmo par de nós  $(i, j)$ , alguns detalhes ainda carecem ser  
 19 decididos, pois podem haver mais de uma maneira de configura-los. Um exemplo disso é dado  
 20 na Figura 3.4, onde o conjunto de componentes topológicas dado permite duas possibilidades  
 21 de configuração dos percursos lógicos. Essas situações podem ser tratadas considerando outros  
 22 fatores, como a distância entre os nós. Mas são questões de menor complexidade, se a topologia  
 23 generalizada já estiver decidida, e podem ser resolvidas na fase de configuração da rede. Isso  
 24 não influencia na modelagem e portanto não será tratado aqui.

25 Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada,  
 26 para fins de controle do custo de instalação da rede física, é necessário novas incógnitas. Para  
 27 este fim, é definida a Variável 2, que registra em  $D_{mn}$  a multiplicidade física alcançada pelas  
 28 componentes topológicas. Se  $D_{mn} = 0$ , não há ligações físicas entre o par  $(m, n)$ , mas se  $D_{mn} =$   
 29  $k$ , para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações físicas entre o par  $(m, n)$ .

30 Pela forma como  $D_{mn}$  é calculada na Restrição 2, a rigor, seu valor poderia ser maior do  
 31 que é determinado pelas componentes topológicas. Mas isso não ocorre quando o número de

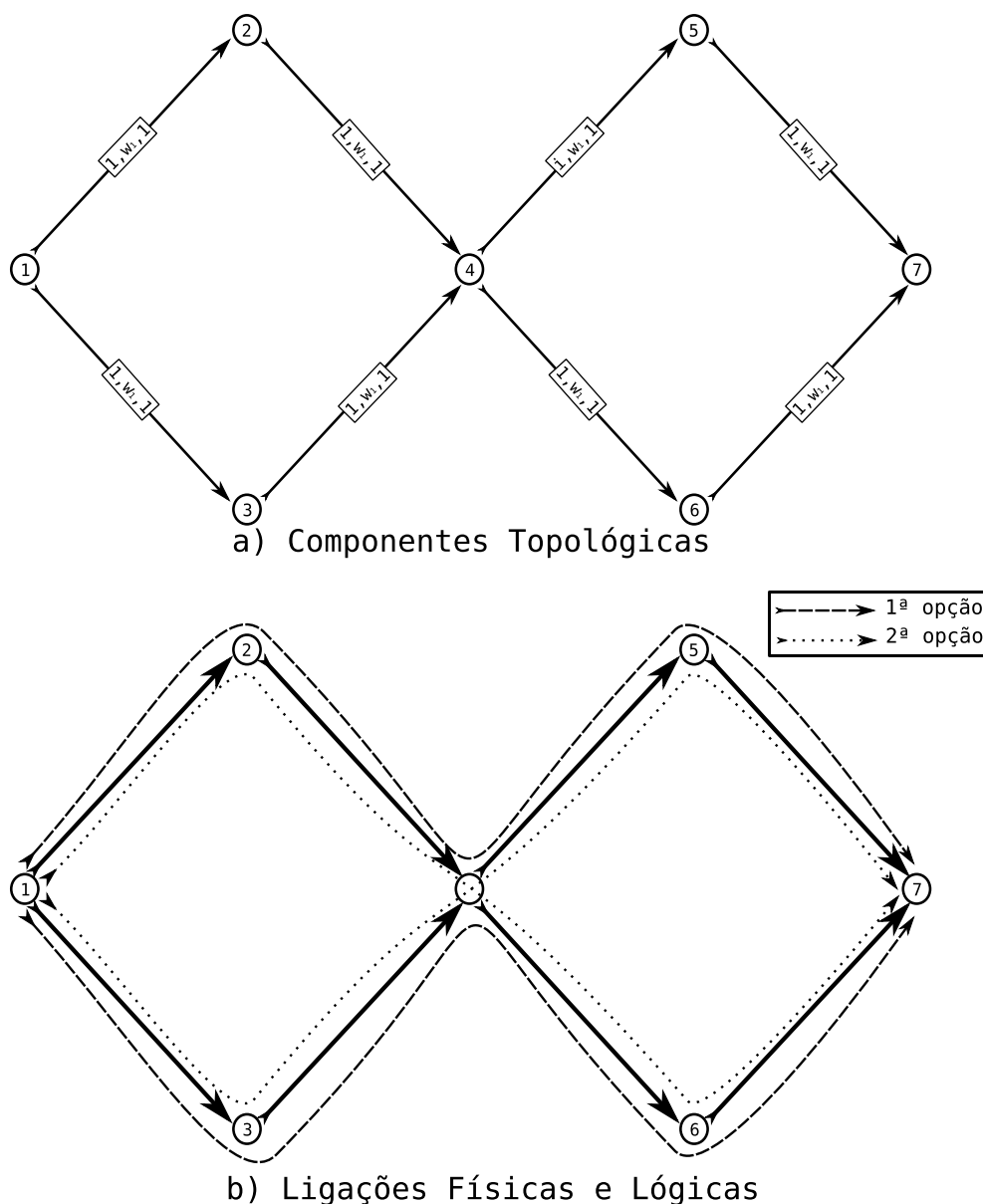


Figura 3.4: Duas possibilidades de interpretação das componentes topológicas.

1 ligações físicas for minimizado na função objetivo.

2 Se  $D_{mn}$  for dado de entrada do problema, a Restrição (3.2) limita a multiplicidade física das  
 3 componentes topológicas  $B_{im}^{nw}$ . Ainda neste caso, se  $D_{mn} = 0$  para um certo par  $(m, n)$ , devem  
 4 ser retiradas da modelagem as variáveis  $B_{im}^{nw}$  correspondentes. Isto deve ser considerado em  
 5 todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido.

6 A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (3.3), que também garante o envio e  
 7 a entrega das demandas de tráfego. As equações da Restrição (3.3) são semelhantes, em sua  
 8 forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD (RAMASWAMI; SIVARAJAN,  
 9 2002). Todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma determinada fração de

1 fluxo de tráfego pode ser subdividida e transportada simultaneamente por mais de uma ligação  
 2 lógica entre o par  $(i, j)$ . Por exemplo, em comprimentos de onda diferentes em um mesmo  
 3 enlace físico  $(m, n)$  que interliga diretamente  $(i, j)$ , ou por rotas físicas disjuntas entre os nós  
 4  $(i, j)$ , neste último caso, independente do comprimento de onda.

5 Uma métrica importante no projeto da redes ópticas é a minimização dos custos de insta-  
 6 lação e operação (MUKHERJEE, 1997). O custo de instalação  $C_{mn}$  é o custo associado a uma  
 7 ligação física orientada entre o par de nós  $(m, n)$ . O custo de operação  $T$  é definido como o  
 8 custo por unidade de fluxo  $(\sum_{si,jw} T \cdot q_{sw}^{ij} \cdot A_s)$ . Este último pode ser dividido em duas partes, uma  
 9 constante ( $Tc = \sum_{sd} T \cdot P_{sd}$ ), formada pelas demandas de tráfego (que necessariamente deverão  
 10 ser roteadas), e outra variável ( $Tv = T, i \neq s$ ), composta pelo tráfego adicional que é gerado, ou  
 11 seja, o tráfego retransmitido.

12 Por essa razão, minimizar o custo por unidade de fluxo é equivalente a minimizar o tráfego  
 13 retransmitido na rede, o que por sua vez, equivale a minimizar o processamento eletrônico de  
 14 tráfego dos nós da rede (ALMEIDA et al., 2006). Soma-se a isso o fato de que é necessária nesta  
 15 modelagem a Restrição (3.1), de limitação da capacidade  $Cap$  dos canais lógicos. Deste modo,  
 16 limitando o congestionamento na rede e minimizando o processamento, temos uma abordagem  
 17 mais eficiente, quanto ao custo computacional, para o projeto da topologia virtual em compara-  
 18 ção com a minimização do congestionamento da rede (ALMEIDA et al., 2006; RAMASWAMI;  
 19 SIVARAJAN, 2002).

20 Se não for necessário ponderar o custo por unidade de fluxo, basta fazer  $T = 1$ , e se não for  
 21 necessário considerar o custo total de instalação ( $CI = \sum_{mn} C_{mn} \cdot D_{mn}$ ), basta fazer  $C_{mn} = 0$  para  
 22 todo  $(m, n)$ . Deste modo seria simplesmente um modelo de minimização do processamento,  
 23 com limitação do congestionamento (ALMEIDA et al., 2006). A função objetivo, que é a  
 24 minimização do custo total  $R = CI + Tc + Tv$ , é dada explicitamente pela Restrição 3.4.

25 Quando a topologia física é um dado de entrada, o número de pares  $(m, n)$  válidos é da  
 26 ordem de  $N \cdot H$ . Assim o número de componentes da topologia generalizada será da ordem de  
 27  $N^2 \cdot H \cdot W$ , semelhante aos modelos mais enxutos para RWA (JAUMARD; MEYER; THION-  
 28 GANE, 2004). Considerando  $H$  e  $W$  constantes, a ordem de grandeza do número de variáveis  
 29 deste modelo será  $N^2$ , similar a de modelos que resolvem apenas o VTD (RAMASWAMI;  
 30 SIVARAJAN, 2002).

31 Como o número de componentes topológicas é  $N^3 \cdot W$  e o número de restrições é  $\Theta(N^2 \cdot W)$ ,  
 32 o número de variáveis do modelo é da ordem de  $\Theta(N^3 \cdot W)$ . Quando a topologia física é um dado  
 33 de entrada, sendo  $H$  o número total de ligações físicas da rede, então o número de componentes  
 34 da topologia generalizada será  $N \cdot H \cdot W$ . Supondo uma topologia física conexa, temos  $H > N$

(CORMEN, 2002). Assim, o número de variáveis do modelo será  $\Theta(N \cdot H \cdot W)$ , semelhante aos modelos mais enxutos para resolver apenas o RWA (JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004).

### 3.1 Adaptações do Modelo Básico

Dada a abrangência do modelo básico, diversas métricas poderiam ser controladas ou diretamente minimizadas, conforme a aplicação. Apresentamos agora como podem ser incluídos parâmetros de controle bem conhecidos e que serão utilizados nos experimentos computacionais dos Capítulos 5.1 e 5.2.

Uma métrica importante para o projeto de redes ópticas é o número de saltos físicos da topologia (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000). Este valor é minimizado na Função Objetivo (3.9), através da soma de todas as componentes topológicas, pois cada componente topológica representa um salto físico. Uma propriedade importante desta abordagem é que ela evita o aparecimento de ciclos na topologia generalizada. O ideal seria minimizar a distância percorrida por cada enlace lógico, o que controlaria a degradação do sinal óptico. Minimizar o número total de saltos é adotado por uma questão de compatibilidade com os resultados encontrados em (ASSIS; WALDMAN, 2004), que serão usados na comparação dos experimentos computacionais do Capítulo 5.1.

Outro controle muito usado nas modelagens de RWA, é o número máximo de ligações lógicas por fibra  $L$  (Dados 2) (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000; JAUMARD; MEYER; THIONGANE, 2004). Este parâmetro limita a densidade da multiplexação de comprimentos de onda por enlace físico, um importante aspecto de Redes Ópticas WDM. Este limite é implementado pela Restrição (3.5).

No modelo TWA o número de ligações lógicas é implicitamente limitado pela capacidade física do nó  $m$  de realizar ligações lógicas, que é a capacidade do *Optical switch* de receber ou originar conexões (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000). Todavia, o número de transceptores em um nó, pode ser menor que essa capacidade (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000; RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). Assumimos que todos os nós tem o mesmo número de transceptores, que é chamado de grau lógico ( $Gl$ ), que também passa a ser um dado de entrada. Para controlar o grau lógico de saída e entrada em cada nó, é necessária a Restrição 3.6, que deve ser adicionada ao modelo básico.

A Restrição (3.7) acrescenta a limitação da multiplicidade das ligações lógicas ( $Ml$ ) ao modelo TWA, que é indiretamente limitada pelo grau lógico. Para não usar multiplicidade nas



1 ligações lógicas, basta fazer  $Ml = 1$ .

2 Como a multiplicidade das ligações lógicas fica implícita para as variáveis de distribuição  
3 de tráfego, não é possível minimizar diretamente o tráfego em cada canal. Portanto, para mi-  
4 nimizar o congestionamento, seriam necessárias novas variáveis para contabilizar o tráfego em  
5 cada ligação lógica. Isso pode ser contornado adotando a Restrição (3.7), com  $Ml = 1$ . Deste  
6 modo, pode-se minimizar o congestionamento através da Restrição (3.8), adicionando também  
7 ao modelo básico a Variável (4) e a Função Objetivo (3.10).

8 **Dados 2.** Constantes adicionais:

9 1.  $Gl = \text{Grau Lógico}$ .

10 2.  $L = \text{Número máximo de ligações lógicas em cada fibra}$ .

11 3.  $Ml = \text{Multiplicidade das Ligações Lógicas}$ .

12 **Variável 4.** Seja  $\lambda_{max}$  o congestionamento da rede.

$$\sum_{i,w} B_{i,m,n,w} \leq L, \quad \forall (m,n). \quad (3.5)$$

$$\sum_{wn} B_{mw}^{mn} \leq Gl \quad \text{and} \quad \sum_{inw} B_{iw}^{nm} - \sum_{inw} B_{iw}^{mn} \leq Gl, \forall m, i \neq m \quad (3.6)$$

$$\sum_{nw} B_{iw}^{nm} - \sum_{nw} B_{iw}^{mn} \leq Ml, \forall (i,m), i \neq m \quad (3.7)$$

$$\lambda_{max} \geq \sum_{sw} q_{sw}^{ij} \cdot A_s, \forall (i,j), Ml = 1 \quad (3.8)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{i,m,n,w} B_{i,m,n,w}. \quad (3.9)$$

$$\text{Minimize: } \lambda_{max} \quad (3.10)$$

## 1 **4 Lower Bounds**

2

3 Nos trabalhos encontrados na literatura, no que diz respeito ao congestionamento, encontrar  
 4 boas soluções é uma tarefa fácil para heurísticas (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001;  
 5 SKORIN-KAPOV; KOS, 2005). Todavia, o cálculo de *lower bounds* (LB) que garantam essa  
 6 qualidade tem elevado custo computacional, sendo esta a parte mais difícil dessa abordagem.  
 7 Apresentamos aqui uma nova técnica para a obtenção de *lower bounds* para o congestionamento  
 8 que joga por terra essa dificuldade. Ela é uma formula de cálculo direto, que denominamos  
 9 *Minimum Traffic Bound* (MTB), fornecendo um LB de alta qualidade para o congestionamento,  
 10 com custo computacional desprezível.

11 Para determinar um LB para o congestionamento, precisamos enxergar qual é o mínimo  
 12 de tráfego que pode ser encontrado em cada ligação lógica da rede. Não há uma resposta  
 13 direta, mas podemos fazer uma estimativa olhando cada nó independentemente. Na melhor das  
 14 hipóteses, todo o tráfego que passa pelas ligações lógicas originadas em um nó  $m$  é composto  
 15 exclusivamente pelas demandas de tráfego desse nó. Analogamente, o tráfego nas ligações  
 16 lógicas incidentes em  $m$  seria composto pelas demandas destinadas a ele.

17 Assim, intuitivamente, dividindo todo o tráfego originado (incidente) em  $m$  pelo máximo de  
 18 ligações lógicas originadas (incidentes) em  $m$ , temos o menor tráfego possível nessas ligações  
 19 lógicas. Extrapolando isso para toda a rede, o maior dentre esses valores seria um bom candidato  
 20 a *lower bound* para o congestionamento. Pois não é possível que um nó envie menos tráfego  
 21 do que a soma das demandas originadas nele. Analogamente, não é possível que um nó receba  
 22 menos tráfego do que o destinado a ele. O MTB é assim definido como o mínimo dos valores  
 23 calculados nas equações do conjunto de Dados (4).

24 Para estabelecer o MTB, consideraremos apenas o número de ligações lógicas iniciando ou  
 25 terminando em cada nó da rede. Nas modelagens para o VTD, essa é toda a informação que  
 26 sobre a topologia da rede. Mas em modelagens mais abrangentes como o TWA, isso pode não  
 27 ser um dado de entrada.

28 ejam  $\alpha_i$  o número de ligações lógicas iniciadas em um nó  $i$  e  $\beta_j$  o número de ligações

1 lógicas finalizadas em um nó  $j$ . Deste modo:

$$2 \quad 1. \quad \Theta_i = \sum_n D_{in} / \alpha_i \quad \text{and} \quad \Gamma_j = \sum_m D_{mj} / \beta_j$$

$$3 \quad 2. \quad \Omega_{ij} = \max_{ij}(\Theta_i, \Gamma_j) \quad \text{and} \quad MTB = \max_{ij}(\Omega_{ij})$$

4 **Teorema 1** (*Minimum Traffic Bound – MTB*). *Se o número de ligações lógicas iniciadas e*  
 5 *finalizadas em cada nó da rede são parâmetros de entrada, então o MTB, definido no conjunto*  
 6 *de Dados 4, é um lower bound para o congestionamento.*

7 *Demonstração.* Seja  $\lambda_{max}^*$  o valor ótimo do congestionamento. Devemos demonstrar que  $MTB \leq$   
 8  $\lambda_{max}^*$ , o que equivale a mostrar que  $\Omega_{ij} \leq \lambda_{max}^*, \forall (i, j)$ . Para isso é suficiente que sejam verda-  
 9 deiras as inequações a seguir:

$$(i) \quad \Theta_i \leq \lambda_{max}^*, \forall i \quad \text{and} \quad (ii) \quad \Gamma_j \leq \lambda_{max}^*, \forall j$$

10 Suponha por absurdo que a inequação (i) é falsa, ou seja,  $\exists i$  tal que  $\Theta_i > \lambda_{max}^*$ . O mínimo  
 11 tráfego que  $i$  pode originar, considerando todas as ligações lógicas iniciadas nele, é composto  
 12 pelas demandas de tráfego com origem em  $i$ , ou seja,  $\sum_n D_{in}$ . Seja  $\Psi_i$  a soma de todo o tráfego  
 13 nas ligações lógicas iniciadas em  $i$ , em uma solução viável qualquer. Deste modo,  $\Psi_i \geq \sum_n D_{in}$ ,  
 14 considerando que algum tráfego possa ser retransmitido através de  $i$ . Seja  $\bar{\Psi}_i$  o tráfego médio  
 15 entre as ligações lógicas iniciadas em  $i$ . Segue que:

$$\bar{\Psi}_i = \frac{\Psi_i}{\alpha_i} \geq \frac{\sum_n D_{in}}{\alpha_i} = \Theta_i$$

16 Ou seja,  $\bar{\Psi}_i \geq \Theta_i$ . Portanto,  $\exists j$  tal que  $\Phi_{ij} \geq \Theta_i$ , onde  $\Phi_{ij}$  é o tráfego na ligação lógica  $(i, j)$ .  
 17 Como  $\Theta_i > \lambda_{max}^*$ , segue que,  $\Phi_{ij} > \lambda_{max}^*$  para qualquer solução viável. O que é absurdo para  
 18 as soluções ótimas, pois contraria a definição de  $\lambda_{max}^*$ , como o tráfego da ligação lógica mais  
 19 carregada. Isso prova que a inequação (i) é verdadeira, e de modo análogo pode-se verificar a  
 20 validade da inequação (ii). □ □

21 Note que não foi feita restrição quanto à multiplicidade de ligações lógicas. Estamos con-  
 22 siderando portanto o caso mais geral do VTD.

23 Dizemos que o MTB é um LB para o VTD, pois a única restrição feita é quanto ao co-  
 24 nhecimento do número de ligações lógicas iniciando e terminando em cada nó. Em modelagens  
 25 mais abrangentes, como o TWA, a introdução de mais restrições e variáveis pode fazer com que

1 o ótimo do VTD se torne inviável. Ainda assim, o MTB será um LB para o congestionamento,  
2 todavia, outras técnicas de obtenção de LB poderiam ser empregadas para explorar o espaço  
3 do conjunto de soluções que se tornou inviável. Uma alternativa é a conhecida técnica iterativa  
4 apresentada em (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

5 Em última análise, o MTB explora a possibilidade da ligação lógica mais carregada da  
6 rede transportar predominantemente tráfego que não foi ou não será retransmitido. Apesar de  
7 aparentemente ingênua, essa é uma suposição muito acertada, posto que na maioria dos testes  
8 feitos o MTB equivale ao ótimo, como será visto no Capítulo 5.

## 5 Experimentos Computacionais com o TWA

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda a modelagem do TWA foi descrita em AMPL® (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - [www.ampl.com](http://www.ampl.com)), de modo que facilmente possa ser adaptada para várias finalidades. Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - [scip.zib.de](http://scip.zib.de)) para resolver o modelo MILP do TWA. Para interpretar o código AMPL, gerando a entrada de dados para o SCIP, foi usado o GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - [www.gnu.org/software/glpk/](http://www.gnu.org/software/glpk/)). Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte aberto e de distribuição gratuita.

Os resultados dos experimentos computacionais realizados com o TWA são comparados, neste capítulo, com os publicados em (ASSIS; WALDMAN, 2004) e (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), aonde foram propostos modelos para a resolução integrada do VTD e RWA.

A modelagem encontrada em (ASSIS; WALDMAN, 2004) é baseada nas modelagens clássicas desses problemas (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002; ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000), o qual denominaremos **VTD-RWA**. Este trabalho propõe um algoritmo iterativo, que faz uso de programação linear, para resolver os problemas VTD e RWA de forma integrada. A solução do VTD gera requisições para um conjunto de caminhos, representados pela topologia virtual, que devem ser roteados pela topologia física. Os caminhos são alocados de maneira a minimizar critérios de otimização. A estratégia foi testada para redes com características distintas, mas não sendo considerado conversão de comprimentos de onda.

Para os resultados publicados em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), é feita uma modelagem MILP que minimiza congestionamento em redes sem conversores de comprimentos de onda, o qual denominaremos **KS**. Segundo os autores, esta formulação não é computacionalmente tratável, sendo métodos heurísticos propostos. O Modelo MILP é relaxado e executado iterativamente por 25 vezes usando um plano de corte. As variáveis que representam a to-

1 pologia virtual e os percursos físicos são arredondadas, enquanto uma heurística de alocação  
 2 de comprimentos de onda é aplicada para atribuir comprimentos de onda individualmente aos  
 3 caminhos ópticos. O tráfego é roteado pela topologia virtual utilizando uma formulação linear  
 4 (LP) consistindo somente das restrições de tráfego do MILP relaxado. Uma das desvantagens  
 5 desse método é que supondo que existam  $W$  comprimentos de onda disponíveis em cada fibra,  
 6 o MILP relaxado obtém uma solução que satisfaz esta restrição. No entanto, sendo que o algo-  
 7 ritmo de alocação de comprimentos de onda, que é aplicado subsequentemente, obtém soluções  
 8 subótimas, não há garantia de uma alocação de comprimentos de onda com sucesso, respeitando  
 9 o limite de  $W$  comprimentos de onda. Como resultado, o método não retorna necessariamente  
 10 soluções viáveis para todos os casos.

## 11 5.1 Comparação com o modelo VTD-RWA

12 Nos resultados que iremos confrontar, são considerados: o grau lógico da rede ( $GI$ ), o  
 13 número de ligações lógicas em cada fibra ( $L$ ), o número de comprimentos de onda disponíveis  
 14 em cada ligação física ( $W$ ) e o número de saltos físicos na topologia ( $S$ ). Esses parâmetros são  
 15 comumente tratados nas investigações a cerca do RWA (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000).

16 Também é controlado o congestionamento, que é uma conhecida métrica para o VTD. Isso  
 17 é feito através da clássica heurística HLDA (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002; LIMA et  
 18 al., 2004), gerando uma solução para o VTD que alimenta as etapas seguintes do procedimento,  
 19 conforme apresentado em (ASSIS; WALDMAN, 2004). Para cada grau lógico, o HLDA produz  
 20 de forma determinística uma topologia lógica, baseado na matriz de demandas. A solução para  
 21 o VTD é completada distribuindo o tráfego sobre esta topologia, através de um modelo de  
 22 programação linear (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

23 Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica  
 24 do TWA, mostrada na Seção 3, as restrições de controle do grau lógico (Restrição 3.6) e a de li-  
 25 mitação do número de ligações lógicas em cada fibra (Restrição 3.5). Esta formulação específica  
 26 é denominada de TWA- $a$ . Para controlar a qualidade das soluções quanto ao congestionamento,  
 27 foram obtidas topologias virtuais com uma implementação da heurística HLDA. Para cada uma  
 28 destas topologias, foi distribuído o tráfego e calculado o congestionamento através do *solver*  
 29 do *software* GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - [www.gnu.org/software/glpk/](http://www.gnu.org/software/glpk/)), utilizando  
 30 uma versão do modelo clássico para o VTD (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). O valor de  
 31 congestionamento obtido, arredondado para cima, foi usado como a capacidade dos canais ló-  
 32 gicos, na Restrição (3.1). Para cada instância, esse procedimento levou menos de um segundo,

1 portanto não será considerado na contagem de tempo de processamento dos nossos resultados.

2 A estratégia adotada foi, partindo do menor grau lógico ( $Gl = 1$ ), fixar nos valores mínimos  
3 o número de comprimentos de onda e a limitação de ligações das fibras ( $W = 1$  e  $L = 1$ ),  
4 minimizando o número de saltos ( $S$ ). Um solver para problemas MILP é instanciado com essa  
5 configuração. Enquanto o solver retornar que o problema é insolúvel (MUKHERJEE, 1997),  $L$   
6 será incrementado até o seu limite, que é o valor atual de  $W$ . Quando  $L$  não puder ser aumentado  
7 ( $L = W$ ), então  $W$  o será, e assim por diante. Se uma solução viável é encontrada, o solver é  
8 interrompido, a solução é registrada e o grau lógico é incrementado, dando continuidade ao  
9 processo.

10 Nas situações em que o problema era insolúvel, o solver determinou isso em menos de  
11 um segundo, dificultando a separação dos tempos de leitura e de execução. Portanto estes  
12 tempos não foram computados. Essas situações em que o modelo precisou ser calibrado, que  
13 chamaremos de *Instância Insolúvel (I)*, fazem parte do método e são registradas conjuntamente  
14 com os resultados.

15 Como, nesta modelagem,  $W$  está diretamente relacionado a quantidade de variáveis, é mais  
16 conveniente começar com  $W = 1$ . Disso decorre a escolha de também começarmos com  $Gl = 1$   
17 e  $L = 1$ . A maior prioridade para a incrementação é dada ao  $Gl$ , pois variando este temos instân-  
18 cias diferentes. A menor precedência ficou para  $W$ , pois quanto menor ele for menores precisa-  
19 rão ser os custos de instalação da rede. Na posição intermediária fica  $L$ , pois, minimizando-o,  
20 maximizamos a disponibilidade da rede.

21 Utilizamos o solver SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - [scip.zib.de](http://scip.zib.de)) para encon-  
22 trar as soluções viáveis. Além de calcular a capacidade dos canais ópticos ( $Cap$ ), como foi  
23 descrito acima, o GLPK também foi usado para interpretar o modelo AMPL, gerando a entrada  
24 de dados para o SCIP. Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte  
25 aberto e de distribuição gratuita. Os resultados que serão confrontados com os nossos foram  
26 produzidos com o ILOG CPLEX® ([www.ilog.com/products/cplex](http://www.ilog.com/products/cplex)), uma ferramenta comer-  
27 cial.

28 Foram executados dois testes computacionais, com uma rede de 6 nós e com uma rede de 12  
29 nós (ASSIS; WALDMAN, 2004). Os resultados foram compilados nas Tabelas 5.2 e 5.3, cujas  
30 legendas estão resumidas na Tabela 5.1. Todos os testes foram executados em um *notebook*  
31 *PC (Linux Ubuntu 8.04, 32bits)*, equipado com processador *Sempron Mobile 3500+* (1.8GHz,  
32 512KB) e 2GB DDR2 (533MHz).

33 Os resultados para a rede de 6 nós foram compilados na Tabela 5.2. A primeira coluna

$GL$	=	Grau Lógico
$L$	=	Limitação de Ligações lógicas das Fibras
$W$	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
$S$	=	Número de Saltos Físicos
$t$	=	Tempo em segundos para encontrar a primeira solução viável
$Cap$	=	Capacidade de Tráfego de Cada Canal Óptico
$I$	=	Instância Insolúvel

Tabela 5.1: Legendas para as Tabelas 5.2 e 5.3.

registra o grau lógico de cada instância ( $GL$ ), que neste caso foram 5. Da segunda até a quarta coluna ( $L$ ,  $W$  e  $S$ ) estão os resultados de (ASSIS; WALDMAN, 2004) e da quinta à sétima estão os resultados obtidos com a metodologia descrita acima.. Note que em todas as instâncias foram obtidos resultados melhores.

	VTD-RWA			TWA- $a$					
$GL$	$L$	$W$	$S$	$L$	$W$	$S$	$t$	$Cap$	$I$
1	1	1	09	1	1	06*	00	08	0
2	2	2	18	1	1	11*	03	03	0
3	2	2	32	1	1	14*	00	02	0
4	3	3	41	2	2	25*	10	01	2
5	4	5	50	3	3	46*	00	01	2

Tabela 5.2: Resultados para a rede de 6 nós. \*: Solução Ótima.

A oitava coluna da Tabela 5.2 traz o tempo, em segundos, que o *solver* levou para encontrar a primeira solução viável ( $t$ ). Um fato importante é que em todas as instâncias desta bateria de testes, este tempo foi suficiente para determinar a otimalidade da solução viável encontrada. Essa possibilidade, além do interesse teórico, corrobora para a eficiência do método aqui aplicado. Em (ASSIS; WALDMAN, 2004) não são encontradas soluções ótimas e não foi informado o tempo gasto nesta etapa.

Ainda na Tabela 5.2, na nona coluna temos a capacidade do canal óptico ( $Cap$ ) e por fim, na última coluna temos o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Instância Insolúvel ( $I$ ). Nesta coluna, um *zero* significa que os resultados registrados nesta mesma linha foram conseguidos na primeira execução do *solver*. Analogamente, um número diferente de zero significa a quantidade de vezes em que foram encontradas instâncias insolúveis, antes da execução que proveu o resultado expresso nesta linha.

Com o mesmo arranjo de colunas descrito acima, a Tabela 5.3 trás os resultados para a rede de 12 nós. Desta vez temos 6 instâncias, do grau lógico 1 até o 6. Aqui também foram obtidos



$Gl$	VTD-RWA			TWA- $a$					
	$L$	$W$	$S$	$L$	$W$	$S$	$t$	$Cap$	$I$
1	1	1	032	1	1	013*	016	35	0
2	2	2	052	1	1	027	031	10	0
3	3	3	078	2	2	066	176	04	2
4	4	4	104	2	2	074	070	03	0
5	4	4	130	3	3	108	133	02	2
6	5	5	147	3	3	091	003	02	0

Tabela 5.3: Resultados para a rede de 12 nós. \*: Solução Ótima.

1 melhores resultados para o trio  $L$ ,  $W$  e  $S$ . Nesta etapa, os resultados de (ASSIS; WALDMAN,  
2 2004) foram obtidos com 6 horas de execução, enquanto os resultados com o modelo TWA  
3 levaram 7.2 minutos para serem produzidos.

4 Mesmo quando não foi encontrado o valor ótimo para  $S$ , através do método utilizado, a  
5 otimalidade está garantida para os parâmetros  $L$  e  $W$ . Em particular, note que apenas a variação  
6 de  $W$  influenciou nos resultados, pois  $L$  sempre teve de ser fixado no seu valor máximo ( $L = W$ ).  
7 Um detalhe importante é que, para a primeira instância da rede de 12 nós ( $Gl = 1$ ), o *solver*  
8 também foi capaz de provar a otimalidade para a primeira solução viável. Isto demonstra que  
9 o modelo TWA mantém desempenho aceitável mesmo com uma rede de maior porte. Com  
10 esses resultados mostramos a viabilidade da técnica aqui proposta, técnica esta que é totalmente  
11 baseada no modelo apresentado neste trabalho.

## 12 5.2 Comparação com o modelo KS

13 Nos resultados que iremos confrontar, é considerado o grau lógico da rede ( $Gl$ ), não há  
14 multiplicidade de ligações lógicas e a função objetivo é o congestionamento. Para produzir re-  
15 sultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na  
16 Seção 3: as Restrições (3.6) de controle do grau lógico; a Restrição (3.7) de controle de multi-  
17 plicidade de ligações lógicas, com  $M = 1$ ; e a Restrição (3.8) que determina o congestionamento  
18 como função objetivo. Esta formulação específica é denominada de  $TWAc_1$ .

19 Nas Tabelas 5.5 e 5.6 são confrontados os resultados obtidos com o  $TWAc_1$  e os encontra-  
20 dos em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), com o modelo KS. Para cada grau lógico,  
21 são exibidos: na coluna MILP, o valor de congestionamento obtido executando o modelo MILP  
22 do  $TWAc_1$  com o SCIP; na coluna  $T$ , o tempo gasto pelo SCIP para chegar a essa solução; na  
23 coluna  $W$ , o número de comprimentos de onda utilizados pelo  $TWAc_1$ ; e na coluna MTB, o

Tabela 5.4: Legendas para as Tabelas 5.5 e 5.6.

$GL$	=	Grau Lógico
$W$	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
MTB	=	<i>Minimum Traffic Bound</i>
MILP	=	Resultados obtidos pelo SCIP
$T$	=	Tempo em minutos gasto com o SCIP
KS	=	Melhores resultados com o modelo KS
$LB$	=	Lower Bound para o congestionamento
$UB$	=	Uper Bound para o congestionamento

Tabela 5.5: Resultados para a matriz  $P1$ . \*: Ótimo alcançado.

$P1$	TWAc <sub>1</sub>				KS		
$Gl$	$W$	$T_{(m)}$	MTB	MILP	$LB$	$UB$	$W$
2	2	451	126.87	143.66	126.74	145.74	4
3	3	221	84.58	*84.58	84.58	*84.58	4
4	3	8	63.44	69.17	63.43	70.02	4
5	4	225	50.75	50.82	50.74	50.94	5
6	4	24	42.29	43.54	42.29	44.39	6
7	5	65	36.25	*36.25	36.25	36.43	6
8	6	102	31.72	*31.72	31.72	31.77	7
9	7	131	28.19	*28.19	28.19	28.37	9
10	8	72	25.37	25.53	25.37	25.64	9
11	9	200	23.07	23.31	23.00	23.08	11
12	11	140	21.14	21.35	21.27	21.39	12
13	13	16	19.52	*20.25	20.24	20.25	13

1 *Minimum Traffic Bound* para cada instância. Também são exibidos, para o modelo KS, na co-  
2 luna  $UB$ , as melhores soluções para o congestionamento encontradas em (KRISHNASWAMY;  
3 SIVARAJAN, 2001), e nas colunas  $LB$  e  $W$ , os respectivos *lower bounds* e número de compri-  
4 mentos de onda utilizados pelo KS. Quando o valor de congestionamento corresponde ao ótimo  
5 da instância, ele é marcado com um asterisco.

6 Nos resultados para a modelagem KS, para cada instância, o cálculo do  $LB$  levou em mé-  
7 dia 125 minutos utilizando o método iterativo encontrado em (RAMASWAMI; SIVARAJAN,  
8 2002). O *upper bound* ( $UB$ ) foi obtido por meio de uma heurística, levando menos de um mi-  
9 nuto. Portanto, a otimalidade só pôde ser garantida nesses resultados quando o valor viável  
10 encontrado era igual ao *lower bound* obtido. Esses resultados foram produzidos com a *IBM's*  
11 *Optimization Subroutine Library (OSL)* em um computador IBM 43P/RS6000.

12 Para ambas as matrizes, foram obtidos melhores resultados com o TWAc<sub>1</sub>, em compara-  
13 ção com os resultados para o modelo KS, tanto para o valor de congestionamento quanto para

Tabela 5.6: Resultados para a matriz P2. \*: Ótimo alcançado.

P2	TWA <sub>C1</sub>				KS		
Gl	W	T <sub>(m)</sub>	MTB	MILP	LB	UB	W
2	1	152	284.66	*292.31	284.26	389.93	2
3	2	4.4	189.78	*189.78	189.76	217.80	4
4	2	2	142.33	*142.33	142.33	152.99	3
5	3	4	113.87	*113.87	113.87	*113.87	4
6	3	3.9	94.89	*94.89	94.89	*94.89	5
7	4	4.3	81.33	*81.33	81.33	*81.33	6
8	4	6.8	71.17	*71.17	71.17	*71.17	6
9	5	20.9	63.26	*63.26	62.15	63.26	9
10	6	20.1	56.93	*56.93	56.93	*56.93	10
11	6	23.2	51.75	*51.75	51.75	*51.75	10
12	7	23.1	47.44	*47.44	47.44	*47.44	13
13	7	14.8	43.79	*43.79	43.79	*43.79	13

o número de comprimentos de onda utilizados. Outro fato importante é qualidade alcançada pelo MTB em todas as instâncias, praticamente igual ao *lower bound* obtido em (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), mas com demanda de tempo desprezível. Esse é um resultado expressivo, frente aos 125 minutos, em média, gastos com o método iterativo (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002). Por fim vale ressaltar que foram obtidas soluções ótimas para 70% das instâncias com o TWA<sub>C1</sub>, contra 37% dos resultados para o modelo KS.

Em 62% das instâncias, o MTB equivale ao ótimo. E mesmo quando o ótimo diferiu do MTB, no pior caso, o MTB ficou menos de 5% abaixo do ótimo.

O tempo demandado pelo SCIP para obter os resultados aqui apresentados são altos, se comparados ao desempenho de heurísticas para o congestionamento no projeto encontradas na literatura (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001; SKORIN-KAPOV; KOS, 2005). Todavia, esses resultados corroboram para eficiência do modelo TWA. Pois, seu reduzido número de variáveis e equações, possibilitou obter tais soluções sem que para isso fosse necessário recorrer à heurísticas.

## Conclusões

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confronto de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, semelhante a outros modelos da literatura (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002; TORNATORE; MAIER; PATTAVINA, 2007).

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi a minimização do número de saltos físicos dos caminhos ópticos. Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em (ASSIS; WALDMAN, 2004) e (KRISHNASWAMY; SIVARAJAN, 2001), aonde as redes consideradas possuem 6, 12 e 14 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções e ao desempenho computacional.

Foi possível provar a otimalidade, da primeira solução viável encontrada, para todas as instâncias da rede de 6 nós e em uma das instâncias da rede de 12 nós. Além disso, em todas as instâncias de ambas as redes foram obtidos melhores resultados para os parâmetros controlados, em relação aos resultados confrontados. Para a rede de 6 nós, em média, obtivemos uma redução de 43% no número de comprimentos de onda necessário e 34% no número de saltos físicos. Mesmo não provando a otimalidade para todas as instâncias da rede de 12 nós, alcançamos em média as mesmas porcentagens de melhoria do resultado conseguidas para a rede de 6 nós. Resta destacar que os resultados para a rede de 12 nós foram produzidos em 7.2 minutos,

1 uma demanda de tempo pequena, se comparada às 6 horas do experimento com o qual foram  
2 comparados.

3 A abrangência da modelagem e o desempenho computacional obtido viabilizam, em tra-  
4 balhos futuros, extensões à modelagem básica. Dada a capacidade do modelo de determinar  
5 a topologia física, uma aplicação imediata seria atribuir custos de instalação e operação às va-  
6 riáveis e utilizar o custo total como função objetivo (MUKHERJEE, 1997). Outras funções  
7 objetivo de trivial implementação seriam: o número máximo de ligações lógicas em cada fibra;  
8 o número total de transceptores na rede, ou em cada fibra (ZANG; JUE; MUKHERJEE, 2000);  
9 o processamento eletrônico total da rede (ALMEIDA et al., 2006); e o congestionamento da  
10 rede (RAMASWAMI; SIVARAJAN, 2002).

# Referências Bibliográficas

- ALMEIDA, R. T. R. et al. Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10, 2006.
- ASSIS, K. D. R.; WALDMAN, H. Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19, 2004.
- BALA, K. *Transparent, opaque and hybrid optical networking*. [S.l.]: Optical Networks, vol. 1, p. 10, 2000.
- BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: Linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. In: *INFOCOM '97: Proceedings of the INFOCOM '97. Sixteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Driving the Information Revolution*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1997. p. 269. ISBN 0-8186-7780-5.
- BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, v. 8, n. 5, p. 598–607, 2000. ISSN 1063-6692.
- BOAVENTURA, P. O. *Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos*. [S.l.]: Editora Edgard Blcher, São Paulo, 2 Ed., 2001.
- CORMEN, H. *Algoritmos: teoria e prática*. [S.l.]: Elsevier, 2002.
- JAUMARD, B.; MEYER, C.; THIONGANE, B. Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD - G-2004-66*, 2004.
- KRISHNASWAMY, R.; SIVARAJAN, K. Design of logical topologies: a linear formulation for wavelength-routed optical networks with no wavelength changers. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 9, n. 2, p. 186–198, Apr 2001. ISSN 1063-6692.
- LIMA, M. O. et al. Estratégias com Algoritmos Híbridos para Projeto de Redes Ópticas. *XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2004.
- MAHER, A. Transmission Efficient Design and Management of Wavelength Routed Optical Networks. *Kluwer Academic Publishers*, 2001.
- MUKHERJEE, B. *Optical Communication Networks*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997.
- MUKHERJEE, B. et al. Some principles for designing a wide-area wdm optical network. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 4, n. 5, p. 684–696, Oct 1996. ISSN 1063-6692.
- RAMAMURTHY, B.; FENG, H.; DATTA. Transparent vs. opaque vs. translucent wavelength routed optical networks. *Optical Fiber Communication Technical Digest*, 1999.

- 1 RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. Design of Logical Topologies for Wavelength Routed  
2 Optical Networks. *IEEE J. Sel. Areas Commun.* vol. 14 pag. 840-851, 1996.
- 3 RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical Networks: a practical perspective*. 2<sup>nd</sup>. ed.  
4 [S.l.]: Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2002.
- 5 RESENDO, L. C.; RIBEIRO, M. R. N.; CALMON, L. C. Efficient Grooming-Oriented  
6 Heuristic Solutions for Multi-Layer Mesh Networks. *Journal of Microwaves and*  
7 *Optoelectronics*, 2007.
- 8 SKORIN-KAPOV, N.; KOS, M. Heuristic algorithms considering various objectives for  
9 virtual topology design in wdm optical networks. In: *International Conference on on*  
10 *Telecommunication Systems, Modeling and Analysis*, 2005. [S.l.: s.n.], 2005.
- 11 TORNATORE, M.; MAIER, G.; PATTAVINA, A. WDM network design by ILP models based  
12 on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 15., No. 3, pp. 709-720,  
13 July, 2007.
- 14 XIN, Y.; ROUSKAS, G. N.; PERROS, H. G. On the physical and logical topology design of  
15 large-scale optical networks. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 21, n. 4, p. 904, 2003. Disponível  
16 em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=JLT-21-4-904>>.
- 17 ZANG, H.; JUE, J. P.; MUKHERJEE, B. A Review of Routing and Wavelength Assignment  
18 Approaches for Wavelength Routed Optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine*  
19 vol.1, 2000.