

# UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO COMPLETO DE REDES ÓPTICAS

Fabio de Oliveira Lima<sup>1</sup>, Marcelo de Oliveira Lima<sup>1</sup>  
Marcelo Eduardo Vieira Segatto<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratório de Telecomunicações  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) – Caixa Postal 5011  
CEP 29060-970 – Vitória – ES – Brasil

{fabiolimath,marcelo.olima}@gmail.com, segatto@ele.ufes.br

**Abstract.** *This paper presents a new formulation as a problem of mixed-integer linear programming for the design of communication optical networks. This is a comprehensive modeling, which includes the network topology design, traffic demands routing, besides the routing of optical paths and allocation of wavelengths to them. The formulation supports multiple links between pairs of network's nodes, either in physical or virtual topology. In its basic version, the model uses the minimization of the number of physical hops as objective function. However, other possible metrics and constraints that complement the formulation are presented, ensuring flexibility for the model, according to the application of interest. Are presented experimental results to validate the efficiency of this formulation with regard to quality and performance computing.*

**Keywords:** *Mixed-integer linear programming. Optical networks design. Networks.*

**Resumo.** *Este artigo apresenta uma nova formulação, na forma de um problema de programação linear-inteira mista, para o projeto de redes ópticas de comunicação. Trata-se de uma modelagem ampla, que engloba o projeto da topologia da rede, o roteamento das demandas de tráfego, além do roteamento dos caminhos ópticos e alocação de comprimentos de onda aos mesmos. A formulação suporta múltiplas ligações entre os pares de nós da rede, seja na topologia física ou virtual. Em sua versão básica, o modelo utiliza a minimização do número de saltos físicos como função objetivo. No entanto, são apresentadas outras possíveis métricas e restrições que complementam a formulação, garantindo uma flexibilidade para o modelo, de acordo com a aplicação de interesse. São apresentados resultados de experimentos para validação da eficiência desta formulação com relação à qualidade e desempenho computacional.*

**Palavras Chave:** *Programação linear-inteira mista. Projeto de redes ópticas. Redes.*

## 1 Introdução

O interesse pela comunicação através de redes ópticas se intensificou após a introdução da tecnologia de multiplexação por comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*), pois ela possibilita a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, sendo cada um modulado em um comprimento de onda específico. Alguns fatores de interesse nesse tipo de rede são: infra-estrutura flexível e elevadas capacidade de transmissão de dados e confiabilidade da rede.

Redes Ópticas WDM com roteamento por comprimento de onda consistem de nós roteadores conectados por enlaces de fibra óptica. A topologia física da rede consiste na interconexão dos nós roteadores através de cabos de fibra óptica, ela pode ser representada por um grafo (Figura 2, item *a*)) onde as arestas equivalem às fibras. A topologia lógica, ou virtual, representa as conexões entre os pares de nós em uma camada superior à física, ela é constituída de caminhos lógicos que são configurados a partir da topologia física, sendo formados por um ou mais enlaces de fibra em sequência (Figura 2, item *b*)).

As informações trafegam ao longo de um caminho lógico no domínio óptico. Caso seja necessário que uma informação trafegue de um caminho lógico para outro, é necessária sua passagem pelo domínio eletrônico no nó intermediário. O tráfego dentro de um caminho lógico é dito transparente. A cada caminho lógico é associado um comprimento de onda.

Técnicas de otimização são largamente empregadas nas pesquisas relativas ao projeto de redes ópticas, as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. O projeto de redes ópticas possui elevada dificuldade de resolução e na literatura ele é normalmente subdividido em dois conhecidos problemas: Projeto da Topologia Virtual e Distribuição de Tráfego (VTD - *Virtual Topology Design*) e Roteamento de Tráfego e Alocação de Comprimentos de Onda (RWA - *Routing and Wavelength Assignment*). O RWA pode ser dividido em dois subproblemas: o roteamento do tráfego (RS - *Routing Subproblem*) e a alocação de comprimentos de onda (WAS - *Wavelength Assignment Subproblem*) [Zang (2000)]. Cada um destes três problemas (VTD, RS e WAS) possuem formulações MILP (*Mixed Integer Linear Problem*) [Ramaswami (2002), Zang (2000)].

Neste trabalho propomos uma modelagem para o projeto de redes ópticas, que denominaremos de TWA (*Traffic on Wavelength Assignment*), capaz de tratar desde a escolha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo a distribuição de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Trata-se de uma formulação MILP mais abrangente do que as encontradas na literatura [Assis (2004), Zang (2000), Jaumard (2004), Ramaswami (2002)] e que permite controlar conjuntamente métricas dos problemas VTD e RWA.

Destaca-se ainda que este modelo é consideravelmente mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições, sendo inferior ao dos modelos mais enxutos que resolvem apenas o RWA [Jaumard (2004), Tornatore (2007)]. E sob certas circunstâncias, chega a ser similar ao da modelagem clássica que trata apenas do VTD [Ramaswami (2002)].

Esta é uma nova modelagem, mas que guarda semelhanças com alguns modelos conhecidos [Ramaswami (2002), Tornatore (2007)]. Nas modelagens para o WAS

[Zang (2000)], é alocado um comprimento de onda sobre um caminho determinado pelo RS. Caminho este, que é escolhido para atender uma determinada ligação lógica, proveniente da solução do VTD, sobre a rede física. Esta abordagem exige variáveis diferentes para as ligações lógicas, para as rotas das mesmas e para a alocação de comprimentos de onda [Assis (2004)]. No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. É dada total liberdade para as variáveis de alocação de comprimentos de onda, sem ter que obedecer às ligações físicas, lógicas ou rotas pré estabelecidas. Pois, tendo sido alocado um comprimento de onda entre um par ordenado de nós através de algum caminho na rede, estará determinado implicitamente uma rota física pela rede e uma ligação lógica entre esses nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis adicionais para determinar as rotas e as ligações lógicas.

Deste modo, quase todo o problema já está mapeado: roteamento dos caminhos ópticos e definição das topologias física e lógica, além é claro da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do tráfego. Isto é tradicionalmente feito sobre as variáveis de ligação lógica, dentro do VTD [Ramaswami (2002)], o que retorna a matriz de requisições, que é a entrada para o RWA [Zang (2000)]. Mas aqui faremos diferente, as restrições para a distribuição do tráfego também serão escritas em função das variáveis de alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso eliminará as restrições de distribuição de requisições de tráfego do RWA [Zang (2000)].

As variáveis e restrições citadas acima fornecem um modelo completo para o projeto de redes ópticas. Nesse modelo algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes encontrados na literatura [Tornatore (2007), Ramaswami (2002)]. Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente suporta multi caminhos e multi fibras entre um mesmo par de nós da rede.

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 a seguir apresentamos a modelagem básica para TWA, onde são colocadas as restrições fundamentais da formulação proposta. Na Seção 3 mostraremos como adaptar o modelo básico para outros casos de uso, permitindo o controle ou a minimização direta de várias métricas. Na Seção 4 são apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e comparações dos mesmos com outros resultados encontrados na literatura.

## 2 Modelagem TWA

A seguir será apresentada a forma básica do modelo TWA. A função objetivo aqui considerada é o número de saltos físicos na rede [Assis (2004)], e implicitamente também é controlado o número de comprimentos de onda [Zang (2000)]. Será considerada a restrição de conservação dos comprimentos de onda ao longo do caminho óptico [Zang (2000)], ou seja, não trabalharemos com a hipótese de conversão de comprimentos de onda. A seguir, no conjunto de Dados 1, listamos as constantes que definem uma instância para o modelo.

**Dados 1.** *Uma instância para o modelo TWA é definida por:*

1.  $N$  = Número de nós da rede.
2.  $W$  = Número máximo de comprimentos de onda admitido por fibra.
3.  $H$  = Grau físico máximo de entrada e saída de cada nó.

4.  $M$  = Multiplicidade física máxima admitida entre os pares de nós.
5.  $Cap$  = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
6.  $C_{i,j}$  = Custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós  $(i, j)$ .
7.  $T$  = Custo por unidade de fluxo.
8.  $P_{i,j}$  = Demanda de tráfego, com origem  $i$  e destino  $j$ .

A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada de *componente da Topologia Generalizada* (ou simplesmente *componente topológica*), é representada graficamente na Figura 1 e formalmente definida na Variável 1. Ela sozinha representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de onda utilizado. O par ordenado  $(s, d)$  representa uma ligação lógica origem em  $s$  e fim em  $d$ .

**Notação 1.** Os índices  $i, j, s, d \in \{1, \dots, N\}$  representam os nós da rede, onde os pares ordenados  $(i, j)$  e  $(s, d)$  indicam respectivamente ligações físicas e ligações lógicas, com  $i \neq j$  e  $s \neq d$ . O índice  $w \in \{1, \dots, W\}$  representa os comprimentos de onda disponíveis.

**Variável 1.** Seja  $B_{s,i,j,w} \in \{0, \dots, M\}$  uma componente topológica, com  $s \neq j, \forall (s, i, j)$ .

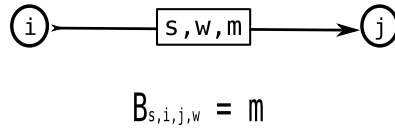


Figura 1. Representação gráfica de uma componente topológica.

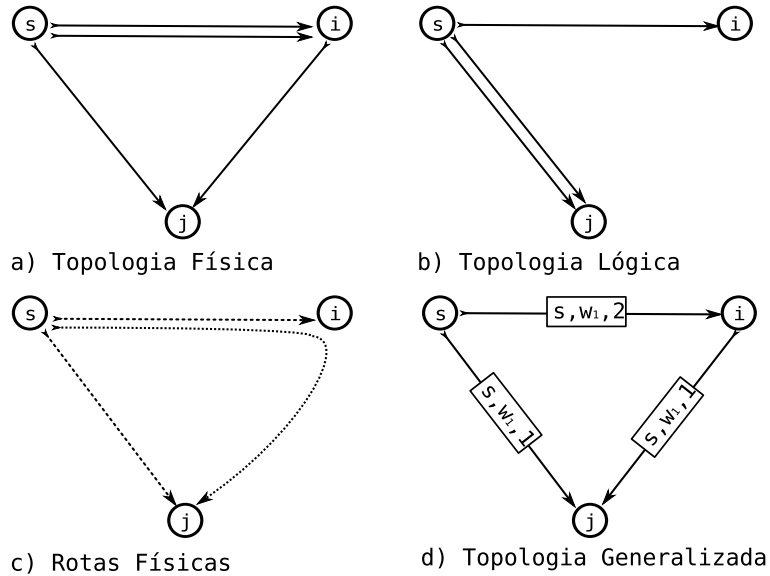


Figura 2. Exemplo da interpretação das componentes topológicas.

Numa componente da topologia generalizada  $B_{s,i,j,w} = m$ , o índice  $s$  representa o nó de origem das  $m$  ligações lógicas que, passando por uma das ligações físicas iniciadas em  $i$  e incidentes em  $j$ , usa o comprimento de onda  $w$ . Em outras palavras, *uma componente topológica  $B_{s,i,j,w} = m$  é iniciada em  $i$ , incidente em  $j$ , com origem  $s$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $m$* . Esse vocabulário será usado no restante do texto.

Na Figura 2, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com origem no nó  $s$  e com o mesmo comprimento de onda  $w_1$ . No item  $d$ ) desta

figura, o valor 2 da componente que liga os nós  $(s, i)$  é interpretado como duas ligações físicas entre esses nós, representadas no item  $a$ ). No item  $b$ ), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós  $(s, j)$ , onde uma delas passa de forma transparente pelo nó  $i$ , como indicado no item  $c$ ). Note ainda que, no item  $d$ ), dois caminhos lógicos incidentes em  $i$  mas apenas um iniciado. Isso indica que uma ligação lógica termina em  $i$ , enquanto a outra segue adiante.

A definição das componentes topológicas não deixa claro aonde terminam as ligações lógicas. Sua finalização será garantida implicitamente pelas restrições do modelo. Se  $B_{s,i,j,w} = 0$ , na ligação física  $(i, j)$  (que pode então não existir), não existem ligações lógicas iniciadas em  $s$ , passando por  $(i, j)$ , usando o comprimento de onda  $w$ .

Por outro lado, se  $B_{s,i,j,w} = m$ , para algum  $m \in \{0, \dots, M\}$ , existem  $m$  ligações lógicas originadas em  $s$  no comprimento de onda  $w$ , passando por  $m$  ligações físicas distintas entre o par de nós  $(i, j)$  (que agora obrigatoriamente existem). Note que  $M$  limita apenas a multiplicidade dos enlaces físicos. Mesmo que  $M = 1$  ( $B_{s,i,j,w}$  será uma variável binária), as ligações lógicas entre um par  $(s, d)$  poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou ainda, mais de um comprimento de onda em uma mesma fibra.

**Variável 2.** Seja  $D_{i,j} \in \{0, \dots, M\}$  o número de ligações físicas entre o par de nós  $(i, j)$ .

**Variável 3.** Seja  $q_{i,s,d} \in [0, 1]$  a fração de fluxo agregado do nó  $i$ , passando pela ligação lógica  $(s, d)$ , com  $i \neq d$ .

$$\sum_j (B_{s,j,i,w} - B_{s,i,j,w}) \geq 0, \quad \forall (s, i, w), \text{ com } s \neq i. \quad (1)$$

$$\sum_s B_{s,i,j,w} \leq D_{i,j}, \quad \forall (i, j, w). \quad (2)$$

$$\sum_j D_{i,j} \leq H, \quad \forall i \quad \text{e} \quad \sum_i D_{i,j} \leq H, \quad \forall j. \quad (3)$$

$$\sum_{i,j} (q_{i,s,d} \cdot P_{i,j}) \leq Cap \cdot \sum_{j,w} (B_{s,j,d,w} - B_{s,d,j,w}), \quad \forall (s, d). \quad (4)$$

$$\sum_d q_{s,d,s} = 1, \quad \forall s \quad \text{e} \quad \sum_s q_{i,s,j} - \sum_d q_{i,j,d} = \frac{P_{i,j}}{\sum_j P_{i,j}}, \quad \forall (i, j). \quad (5)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{s,i,j,w} B_{s,i,j,w}. \quad (6)$$

A Restrição (1) garante a continuidade dos percursos e a conservação dos comprimentos de onda. Se o número de componentes de ligações lógicas incidentes em  $i$  for maior que o número de iniciadas, não originadas nele, essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam em  $i$ . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura a rastreabilidade de uma componente da topologia generalizada até a origem da ligação lógica.

Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada, para fins de controle do grau físico, é necessário uma variável adicional, que é definida na Variável 2. Se  $D_{i,j} = 0$ , não há ligações físicas entre o par  $(i, j)$ , mas se  $D_{i,j} = m$ , para algum  $m \in \{0, \dots, M\}$ , existem  $m$  ligações físicas entre o par  $(i, j)$ . Se a topologia física for fixada, isto é, informada como um dado de entrada, as componentes da topologia generalizada  $B_{s,i,j,w}$ , com  $D_{i,j} = 0$ , devem ser retiradas da modelagem. Isto deve ser considerado em todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido.

Quando  $D_{i,j}$  é fixa, a Restrição (2) limita a multiplicidade física das componentes, por outro lado, quando a  $D_{i,j}$  é variável, ela apenas registra em  $D_{i,j}$  a multiplicidade física alcançada pelas componentes da topologia generalizada. Se a topologia física é livre, a Restrição (3) é necessária para o controle do grau físico de saída e entrada em cada nó, caso contrário esta restrição pode ser desconsiderada.

Para a distribuição do tráfego são usadas as variáveis de fração de fluxo agregado definidas na Variável 3 e determinadas pela Restrição (4). Como podem haver múltiplos canais lógicos entre um par  $(s, d)$ , o tráfego entre um par de nós é limitado pela capacidade de um canal lógico multiplicada pelo número de ligações lógicas em questão. Esse número é obtido da quantidade de componentes topológicas originadas em  $s$  e incidentes em  $d$ , diminuído do número de componentes topológicas iniciadas em  $d$  e originadas em  $s$ .

A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (5), que também garante o envio e a entrega das demandas de tráfego. As equações da Restrição (5) são semelhantes, em sua forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD [Ramaswami (2002)]. todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma fração de fluxo pode representar vários canais ópticos entre o par  $(s, d)$ .

Uma métrica importante para o projeto de redes ópticas é o número de saltos físicos da topologia [Assis (2004)]. Este valor é minimizado na Função Objetivo (6), através da soma de todas as componentes topológicas, pois cada componente topológica representa um salto físico. Uma propriedade importante desta abordagem, é que ela controla o aparecimento de ciclos na topologia generalizada. Opcionalmente essa soma poderia ser apenas limitada por um valor, através de uma restrição, se outra função for mais apropriada.

Quando a topologia física é um parâmetro, o número de pares  $(i, j)$  válidos é da ordem de  $N \cdot H$ . Assim o número de componentes da topologia generalizada será da ordem de  $N^2 \cdot H \cdot W$ , semelhante aos modelos mais enxutos para RWA [Jaumard (2004)]. Considerando  $H$  e  $W$  constantes, a ordem de grandeza do número de variáveis deste modelo será  $N^2$ , similar a de modelos que resolvem apenas o VTD [Ramaswami (2002)].

### 3 Extensões à Modelagem Básica

Nesta Seção são apresentados outros casos de uso da modelagem TWA. Apresentamos como podem ser incluídos outros parâmetros de controle bem conhecidos e que não foram incluídos na formulação básica da seção anterior. Além disso, são consideradas outras opções para a função objetivo.

Algumas vezes ao longo desta seção será necessário considerar a capacidade física do nó  $i$  de realizar ligações lógicas (Dados 2), que é a capacidade do *Optical switch* de receber ou originar ligações [Zang (2000)].



**Dados 2.** Se a topologia física é uma variável do modelo ( $D_{i,j}$ ), o grau físico de entrada e saída  $H$  é considerado uniforme para a rede e  $CapLog_i = H \cdot W$ . Caso seja de interesse fixar a topologia física, passando a mesma como parâmetro do modelo,  $CapLog_i = \sum_j D_{i,j} \cdot W$ .

### 3.1 Grau Lógico e Multiplicidade de Ligações Lógicas

No modelo TWA o número de ligações lógicas é implicitamente limitado por  $CapLog_i$ . Todavia, o número de receptores ou transmissores em um nó, pode ser menor que essa capacidade [Zang (2000), Ramaswami (2002)]. Assumimos que todos os nós tem o mesmo número de receptores e transmissores, que é chamado de grau lógico ( $Gl$ ), que também passa a ser um dado de entrada. Para controlar o grau lógico, são necessárias duas restrições que devem ser adicionadas ao modelo básico: a Restrição (7) que controla o grau lógico de saída; e a Restrição (8) que controla o grau lógico de entrada.

A Restrição (9) acrescenta a limitação da multiplicidade das ligações lógicas ( $Ml$ ) ao modelo TWA. Ela já é indiretamente limitada por  $CapLog_i$  ou pelo grau lógico. Para não usar multiplicidade nas ligações lógicas, basta fazer  $Ml = 1$ .

**Dados 3.**  $Grau\ Lógico = Gl \leq CapLog_i, \quad \forall i$ .

**Dados 4.**  $Ml = Multiplicidade\ das\ Ligações\ Lógicas$ .

$$\sum_{w,j} B_{s,s,j,w} \leq Gl, \quad \forall s. \quad (7)$$

$$\sum_{s,j,w} B_{s,j,i,w} - \sum_{s,j,w} B_{s,i,j,w} \leq Gl, \quad \forall i, \text{ com } s \neq i. \quad (8)$$

$$\sum_{j,w} B_{s,j,i,w} - \sum_{j,w} B_{s,i,j,w} \leq Ml, \quad \forall (s,i), \text{ com } s \neq i. \quad (9)$$

### 3.2 Custos de Instalação e Operação

Uma métrica importante no projeto da redes ópticas é a minimização dos custos de instalação e operação [Mukherjee (1997)]. O custo de instalação  $C_{i,j}$  é o custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós  $(i, j)$ . O custo de operação  $T$  é definido como o custo por unidade de fluxo. Este último pode ser dividido em duas partes, uma constante ( $Tc = \sum_{i,j} T \cdot P_{i,j}$ ), formada pelas demandas de tráfego (que necessariamente deverão ser roteadas), e outra variável ( $Tv = \sum_{i,j,s,d} T \cdot q_{i,s,d} \cdot P_{i,j}$ ), composta pelo tráfego adicional que é gerado, ou seja, o tráfego retransmitido.

Por essa razão, minimizar o custo por unidade de fluxo é equivalente a minimizar o tráfego retransmitido na rede, o que por sua vez, equivale a minimizar o processamento eletrônico de tráfego dos nós da rede [Almeida (2006)]. Soma-se a isso o fato de que é necessária nesta modelagem a Restrição (4), de limitação da capacidade  $Cap$  dos canais lógicos. Deste modo, limitando o congestionamento na rede e minimizando o processamento, temos uma abordagem mais eficiente, quanto ao custo computacional, para o projeto da topologia virtual em comparação com a minimização do congestionamento da rede [Almeida (2006), Ramaswami (2002)].

Se não for necessário ponderar o custo por unidade de fluxo, basta fazer  $T = 1$ , e se não for necessário considerar o custo total de instalação ( $CI = \sum_{i,j} C_{i,j} \cdot D_{i,j}$ ), basta fazer  $C_{i,j} = 0$  para todo  $(i, j)$ . Deste modo seria simplesmente um modelo de minimização do processamento, com limitação do congestionamento [Almeida (2006)]. A função objetivo, que é a minimização do custo total  $R = CI + Tc + Tv$ , é dada explicitamente pela restrição a seguir.

$$\text{Minimize: } R = CI + Tc + Tv = \sum_{i,j} C_{i,j} \cdot D_{i,j} + \sum_{i,j} T \cdot P_{i,j} + \sum_{i,j,s,d} T \cdot q_{i,s,d} \cdot P_{i,j}. \quad (10)$$

### 3.3 Congestionamento

Como foi comentado na Seção 2, a multiplicidade das ligações lógicas fica implícita para as variáveis de distribuição de tráfego. Deste modo, não é possível minimizar diretamente o tráfego em cada canal. Portanto, para minimizar o congestionamento, são necessárias novas variáveis para contabilizar o tráfego em cada canal.

A fração de tráfego  $f_{s,r,d}$  (Variável 4) é semelhante a Variável 3 (fração de fluxo), com a diferença de que a Variável 4 separa o fluxo por canal, e a anterior considerava todos os canais. Por sua vez, a ligação lógica  $F_{s,r,d}$  (Variável 5) mapeia cada canal óptico em uma ligação lógica independente.

**Notação 2.** O índice  $r \in \{1, \dots, CapLog_{s,d}\}$  enumera os possíveis múltiplos canais lógicos entre par  $(s, d)$ , onde  $CapLog_{s,d}$  é o mínimo entre  $CapLog_s$  e  $CapLog_d$ .

**Variável 4.** Fração de Tráfego  $= f_{s,r,d} \in [0, 1]$ : variável contínua.

**Variável 5.** Ligação Lógica  $= F_{s,r,d} \in \{0, 1\}$ : variável binária.

**Variável 6.**  $F_{max}$  = Fração de tráfego do canal mais carregado da rede (congestionamento).

$$\sum_{j,w} B_{s,j,i,w} - \sum_{j,w} B_{s,i,j,w} = \sum_r F_{s,r,d}, \quad \forall (s, i), \text{ com } s \neq i. \quad (11)$$

$$F_{s,r,d} \geq f_{s,r,d}, \quad \forall (s, r, d). \quad (12)$$

$$\sum_i q_{i,s,d} \cdot \sum_j P_{i,j} = Cap \cdot \left( \sum_r f_{s,r,d} \right), \quad \forall (s, d). \quad (13)$$

$$F_{max} \geq f_{s,r,d}, \quad \forall (s, r, d). \quad (14)$$

$$\text{Minimize: } F_{max}. \quad (15)$$

A Restrição (11) determina as ligações lógicas  $F_{s,r,d}$  em termos das componentes topológicas. Em seguida, a Restrição (12) define a fração do tráfego em cada canal, limitado pela existência do canal. Para as variáveis definidas nesta seção, é necessária a nova



restrição de limitação da capacidade (13), que substitui a Restrição (4). Por fim, definimos o congestionamento ( $F_{max}$ ) na Variável 6 e a Restrição (14) determina  $F_{max}$  em termos das frações de tráfego em cada canal. Deste modo, a Função Objetivo (15) agora consiste em minimizar  $F_{max}$ . Apesar das novas variáveis introduzidas nesta seção, a ordem de grandeza no número de variáveis continua sendo comandada pelas componentes topológicas.

### 3.4 Ligações Lógicas em cada Fibra

Um controle muito usado nas modelagens de RWA [Zang (2000), Jaumard (2004)], é o número máximo  $L$  (Variável 7) de ligações lógicas por fibra. Caso seja fixada, ela pode ser usada para limitar cada ligação física, como é feito pela Restrição (16), ou minimizado diretamente como função objetivo. Caso a Restrição (16) seja adotada, a capacidade física dos nós realizarem ligações lógicas ( $CapLog_i$ ) será modificada para  $H \cdot L$ , se a topologia física é livre, ou  $\sum_j D_{i,j} \cdot L$ , caso a topologia física seja fixada.

**Variável 7.**  $L =$  Número máximo de ligações lógicas em cada fibra.

$$\sum_{s,w} B_{s,i,j,w} \leq L, \quad \forall(i, j). \quad (16)$$

## 4 Experimentos Computacionais

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda a modelagem do TWA, incluindo os casos de uso da Seção 3, foi descrita em AMPL<sup>®</sup> (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - [www.ampl.com](http://www.ampl.com)), de modo que facilmente possa ser adaptada para várias finalidades. Assim, para uma determinada aplicação, basta limitar por um valor aceitável as métricas de interesse, dentre as muitas que esta modelagem suporta, e selecionar uma função objetivo, até de menor relevância. Deste modo, com a ajuda de um *solver*, a primeira solução viável encontrada já seria suficiente para o que se foi pretendido. Assim, o trabalho de implementação é reduzido a apenas uma acertada calibração do modelo.

Deste modo, produzimos resultados que pudessem ser comparados com o modelo proposto em [Assis (2004)] para a resolução integrada do VTD e RWA, cuja formulação é baseada nas modelagens clássicas desses problemas [Ramaswami (2002), Zang (2000)], o qual denominaremos VTD-RWA. Nos resultados que iremos confrontar, são considerados: o grau lógico da rede ( $G_l$ ), o número de ligações lógicas em cada fibra ( $L$ ), o número de comprimentos de onda disponíveis em cada ligação física ( $W$ ) e o número de saltos físicos na topologia ( $S$ ). Esses parâmetros são comumente tratados nas investigações a cerca do RWA [Zang (2000)]. Também é controlado o congestionamento, que é uma conhecida métrica para o VTD. Isso é feito através da clássica heurística HLDA [Ramaswami (2002), Lima (2004)], gerando uma solução para o VTD que alimenta as etapas seguintes do procedimento, conforme apresentado em [Assis (2004)]. Para cada grau lógico, o HLDA produz de forma determinística uma topologia lógica, baseado na matriz de demandas. A solução para o VTD é completada distribuindo o tráfego sobre esta topologia, através de um modelo de programação linear [Ramaswami (2002)].

Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na Seção 2, as restrições de controle do grau lógico (Seção

3.1) e a de limitação do número de ligações lógicas em cada fibra (Seção 3.4). Esta formulação específica é denominada de TWA- $a$ . Para controlar a qualidade das soluções quanto ao congestionamento, foram obtidas topologias virtuais com uma implementação da heurística HLDA. Para cada uma destas topologias, foi distribuído o tráfego e calculado o congestionamento através do *solver* do *software* GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - [www.gnu.org/software/glpk/](http://www.gnu.org/software/glpk/)), utilizando uma versão do modelo clássico para o VTD [Ramaswami (2002)]. O valor de congestionamento obtido, arredondado para cima, foi usado como a capacidade dos canais lógicos, na Restrição (4). Para cada instância testada, todo esse procedimento levou menos de um segundo, portanto não será considerado na contagem de tempo de processamento dos nossos resultados.

A estratégia adotada foi, partindo do menor grau lógico ( $Gl = 1$ ), fixar nos valores mínimos o número de comprimentos de onda e a limitação de ligações das fibras ( $W = 1$  e  $L = 1$ ), minimizando o número de saltos ( $S$ ). Um *solver* para problemas MILP é instanciado com essa configuração. Enquanto o *solver* retornar que o problema é insolúvel [Mukherjee (1997)],  $L$  será incrementado até o seu limite, que é o valor atual de  $W$ . Quando  $L$  não puder ser aumentado ( $L = W$ ), então  $W$  o será, e assim por diante.

Se o *solver* não encontrar uma solução viável dentro de 400 segundos, então ele é abortado e é aplicado o mesmo procedimento de quando a solução é insolúvel. Isso é feito com o objetivo de “afrouxar” as restrições de modo que o *solver* possa encontrar uma solução viável mais rapidamente, sacrificando um pouco a qualidade das restrições. Se uma solução viável é encontrada, dentro da janela de 400 segundos, o *solver* é interrompido, a solução é registrada e o grau lógico é incrementado, dando continuidade ao processo.

Nas situações em que o problema era insolúvel, o *solver* determinou isso em poucos segundos, dificultando a separação dos tempos de leitura e de execução. Portanto eles também não foram computados. Os casos em que o *solver* retorna que o problema é insolúvel chamaremos de *Instância Insolúvel* ( $I$ ), e naqueles em que o *solver* não encontrar uma solução viável dentro de 400 segundos, chamaremos de *Tentativa Falha* ( $F$ ). Essas situações em que o modelo precisou ser calibrado fazem parte do método e são registradas conjuntamente com os resultados.

Foram executados dois testes computacionais, com uma rede de 6 nós e com uma rede de 12 nós [Assis (2004)]. Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - [scip.zib.de](http://scip.zib.de)) para encontrar as soluções viáveis. Além de calcular a capacidade dos canais ópticos ( $Cap$ ), como foi descrito acima, o GLPK também foi usado para interpretar o modelo AMPL, gerando a entrada de dados para o SCIP. Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte aberto, e de distribuição gratuita. Os resultados que serão confrontados com os nossos foram produzidos com o ILOG CPLEX® ([www.ilog.com/products/cplex](http://www.ilog.com/products/cplex)), uma ferramenta comercial.

Os resultados para a rede de 6 nós foram compilados na Tabela 1. A primeira coluna registra o grau lógico de cada instância ( $Gl$ ), que neste caso foram 5. Da segunda até a quarta coluna ( $L$ ,  $W$  e  $S$ ) estão os resultados de [Assis (2004)] e da quinta à sétima estão os resultados obtidos com a metodologia descrita acima. Note que em todas as instâncias foram obtidos resultados melhores.

A oitava coluna da Tabela 1 traz o tempo, em segundos, que o *solver* levou para encontrar a primeira solução viável ( $t$ ). Um fato importante é que em todas as instâncias

| Gl | VTD-RWA |   |    | TWA- <i>a</i> |   |     |    |     |   |
|----|---------|---|----|---------------|---|-----|----|-----|---|
|    | L       | W | S  | L             | W | S   | t  | Cap | I |
| 1  | 1       | 1 | 09 | 1             | 1 | 06* | 00 | 08  | 0 |
| 2  | 2       | 2 | 18 | 1             | 1 | 11* | 03 | 03  | 0 |
| 3  | 2       | 2 | 32 | 1             | 1 | 14* | 00 | 02  | 0 |
| 4  | 3       | 3 | 41 | 2             | 2 | 25* | 10 | 01  | 2 |
| 5  | 4       | 5 | 50 | 3             | 3 | 46* | 00 | 01  | 2 |

**Tabela 1. Resultados para a rede de 6 nós. \*: Solução Ótima.**

desta bateria de testes, este tempo foi suficiente para determinar a otimalidade da solução viável encontrada. Essa possibilidade, além do interesse teórico, corrobora para a eficiência do método aqui aplicado. Em [Assis (2004)] não são encontradas soluções ótimas e não foi informado o tempo gasto nesta etapa.

Ainda na Tabela 1, na nona coluna temos a capacidade do canal óptico ( $Cap$ ) e por fim, na última coluna temos o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Instância Insolúvel ( $I$ ). Nesta coluna, um *zero* significa que os resultados registrados nesta mesma linha foram conseguidos na primeira rodada do *solver*. Analogamente, um número diferente de zero significa a quantidade de vezes em que foram encontradas instâncias insolúveis, antes da execução que proveu o resultado expresso nesta linha. Para a rede de 6 nós não ocorreram tentativas de calibração do modelo do tipo Tentativa Falha ( $F$ ).

Com o mesmo arranjo de colunas descrito acima, a Tabela 2 trás os resultados para a rede de 12 nós. Desta vez temos 6 instâncias, do grau lógico 1 até o 6. Outra diferença é que esta tabela trás uma coluna a mais, a última. Ela representa o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Tentativa Falha ( $F$ ).

| Gl | VTD-RWA |   |     | TWA- <i>a</i> |   |     |     |     |   |   |
|----|---------|---|-----|---------------|---|-----|-----|-----|---|---|
|    | L       | W | S   | L             | W | S   | t   | Cap | I | F |
| 1  | 1       | 1 | 32  | 1             | 1 | 13* | 027 | 35  | 0 | 0 |
| 2  | 2       | 2 | 52  | 1             | 1 | 27  | 034 | 10  | 0 | 0 |
| 3  | 3       | 3 | 78  | 2             | 3 | 72  | 160 | 04  | 2 | 1 |
| 4  | 4       | 4 | 104 | 2             | 3 | 65  | 120 | 03  | 0 | 0 |
| 5  | 4       | 4 | 130 | 3             | 3 | 98  | 190 | 02  | 1 | 0 |
| 6  | 5       | 5 | 147 | 3             | 3 | 84  | 037 | 02  | 0 | 0 |

**Tabela 2. Resultados para a rede de 12 nós. \*: Solução Ótima.**

Aqui também foram obtidos melhores resultados para o trio  $L$ ,  $W$  e  $S$ . Nesta etapa, os resultados de [Assis (2004)] foram obtidos com 6 horas de execução, enquanto os resultados com o modelo SIGLA levaram menos de 17 minutos para serem produzidos. Neste tempo estão computados os tempos de cada instância, mais o tempo de um Tentativa Falha que ocorreu para  $Gl = 3$ . Um detalhe importante é que para a primeira instância ( $Gl = 1$ ) o *solver* também foi capaz de provar a otimalidade para a primeira solução viável. O que demonstra que o modelo mantém razoável desempenho mesmo com uma rede de maior porte. Com esses resultados mostramos a viabilidade da técnica aqui proposta, técnica esta que é totalmente baseada no modelo apresentado neste trabalho.

## 5 Conclusão

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confronto de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, de forma semelhante a outros modelos da literatura [Ramaswami (2002), Tornatore (2007)].

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi a minimização do número de saltos físicos dos caminhos ópticos. Outras possibilidades de restrições e funções objetivo foram apresentadas como opções de aplicação da formulação.

Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em [Assis (2004)], aonde as redes hipotéticas consideradas possuem 6 e 12 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções e de desempenho computacional.

Esse trabalho pode ser amplamente estendido, especialmente com relação a experimentos, pois a formulação desenvolvida cria possibilidade de realização de testes variados, de acordo com as restrições e função objetivo que deseja-se utilizar. Do ponto de vista conceitual, uma oportunidade imediata para trabalhos futuros seria a consideração de conversão de comprimentos de onda.

## Referências

- Almeida, R. T. R., Calmon, L. C., Segatto, M. E. V., and Oliveira, E. S. (2006). Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10.
- Assis, K. D. R. and Waldman, H. (2004). Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19.
- Jaumard, B., Meyer, C., and Thiongane, B. (2004). Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD - G-2004-66*.
- Lima, M. O., Oliveira, E., Pereira, L. C. B., de Almeida, R. T., and Segatto, M. E. V. (2004). Estratégias com Algoritmos Híbridos para Projeto de Redes Ópticas. *XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Mukherjee, B. (1997). *Optical Communication Networks*. McGraw-Hill.

- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks: a practical perspective*. Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2<sup>nd</sup> edition.
- Tornatore, M., Maier, G., and Pattavina, A. (2007). WDM network design by ILP models based on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 15., No. 3, pp. 709-720, July.
- Zang, H., Jue, J. P., and Mukherjee, B. (2000). A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine vol.1*.