

# UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO COMPLETO DE REDES ÓPTICAS

Fabio de Oliveira Lima<sup>1</sup>, Marcelo de Oliveira Lima<sup>1</sup>  
Marcelo Eduardo Vieira Segatto<sup>1</sup>, Renato Tannure Rotta de Almeida<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratório de Telecomunicações  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) – Caixa Postal 5011  
CEP 29060-970 – Vitória – ES – Brasil

<sup>2</sup>Instituto Federal do Espírito Santo  
Rodovia ES-010 - km 6,5 - Manguinhos - Serra - ES - CEP 29164-231

{fabiolimath,marcelo.olima}@gmail.com, segatto@ele.ufes.br

rtannure@ifes.edu.br

**Abstract.** *This paper presents a new mixed-integer linear programming model for the design of optical communication networks. This is a comprehensive modeling, including wavelength routing and assignment, logical topology design and traffic routing. Regarding the physical and the logical topologies, the formulation supports, respectively, multiple fiber links and lightpaths between each node pair of the network to be designed. The proposed basic modelling considers the minimization of the physical hop count as the optimization criterion. However, to ensure model flexibility, other possible metrics and constraints are already being deployed according to other application of interest. The experimental results validate the efficiency of this formulation concerning solution quality and computing performance.*

**Keywords:** *Combinatorial Optimization. Mixed-integer linear programming. Optical networks design.*

**Resumo.** *Este artigo apresenta um novo modelo de programação linear inteira-mista para o projeto de redes ópticas de comunicação. Trata-se de uma modelagem ampla, que engloba o projeto da topologia lógica da rede, o roteamento das demandas de tráfego, além do roteamento e alocação de comprimento de onda aos caminhos ópticos. A formulação suporta múltiplas ligações entre cada par de nós da rede, seja na topologia física ou virtual. Em sua versão básica, o modelo utiliza a minimização do número de saltos físicos como função objetivo. No entanto, já estão sendo desenvolvidas extensões do modelo básico para definição de outras restrições e funções objetivo, de acordo com a aplicação de interesse. Neste trabalho são apresentados resultados de experimentos com o objetivo de validar a eficiência desta formulação com relação à qualidade das soluções e desempenho computacional.*

**Palavras Chave:** *Otimização Combinatória. Programação linear-inteira mista. Projeto de redes ópticas.*

## 1 Introdução

O interesse pela comunicação através de redes ópticas se intensificou após o desenvolvimento da tecnologia de multiplexação por comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*). Além de possibilitar a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, em diferentes comprimentos de onda, permite a implementação de redes com roteamento de tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*). As vantagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e confiabilidade na transmissão de dados.

O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a topologia física da rede. A topologia lógica pode ser reconfigurada com dispositivos ópticos de comutação de comprimentos de onda, em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da necessidade de restauração em caso de falhas. A topologia física de uma WRON pode ser representada por um grafo (Figura 3, item *a*)), onde as arestas equivalem aos enlaces de fibra óptica e os vértices aos nós da rede. A topologia lógica é constituída por caminhos ópticos, que são comprimentos de onda ininterruptos e que podem percorrer diversos enlaces de fibra óptica em sequência (Figura 3, item *b*)).

O roteamento de tráfego pode ser realizado de duas formas: na camada óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, ou na camada eletrônica, após sua conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados. No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser dinamicamente redirecionados por dispositivos de comutação óptica, com a vantagem da ausência do atraso em filas originado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos. O congestionamento em roteadores eletrônicos está diretamente associado a limitações na qualidade de serviço da transmissão de dados. Sobretudo em aplicações emergentes de transmissão multimídia em tempo real, o atraso em filas e o eventual descarte de pacotes provocado pelo esgotamento de memória disponível para enfileirá-los devem ser minimizados.

O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos. Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura [Ramaswami (2002)], o projeto completo de WRON é subdividido em quatro sub-problemas: roteamento de tráfego (TRS - *Traffic Routing Subproblem*), projeto da topologia lógica (LTDS - *Logical Topology Design Subproblem*), roteamento de comprimentos de onda (WRS - *Wavelength Routing Subproblem*) e alocação de comprimentos de onda (WAS - *Wavelength Assignment Subproblem*). Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são associados, bem como os dois últimos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas de VTD (*Virtual Topology Design*) [Ramaswami (2002)] e RWA (*Routing and Wavelength Assignment*) [Zang (2000)]. Mais recentemente, os sub-problemas de TRS e WRS vem também sendo associados nos trabalhos que abordam o problema de *grooming* de tráfego [Resendo (2007)]

A contribuição deste trabalho é a proposição de uma modelagem para o projeto de redes ópticas, denominada TWA (*Traffic over Wavelength Assignment*), capaz de tratar desde a escolha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo

a distribuição de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Portanto, trata-se de uma formulação MILP mais abrangente do que as encontradas na literatura [Assis (2004), Zang (2000), Jaumard (2004), Ramaswami (2002)] e que permite considerar conjuntamente as métricas e restrições dos problemas VTD e RWA. Destaca-se ainda que este modelo é consideravelmente mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições, se comparado a modelos que resolvem apenas o RWA [Jaumard (2004), Tornatore (2007)].

O TWA guarda semelhanças com alguns modelos conhecidos [Ramaswami (2002), Tornatore (2007)]. Nas modelagens para o WAS [Zang (2000)], é designado um comprimento de onda a cada caminho óptico, considerando o seu percurso físico determinado pelo WRS. A configuração dos caminhos ópticos, em termos de quantidade, fonte e destino, são obtidos pela solução do VTD. Esta abordagem exige variáveis diferentes para as ligações lógicas, para as rotas das mesmas e para a alocação de comprimentos de onda [Assis (2004)]. No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. Tendo sido alocados comprimentos de onda entre pares ordenados de nós com variáveis específicas, estarão determinadas implicitamente, pelas restrições do modelo, as rotas físicas e as ligações lógicas entre esses pares de nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis adicionais para determinar as rotas físicas e as ligações lógicas, o que simplifica o modelo e o torna computacionalmente mais tratável.

As restrições do TWA, em função das variáveis de alocação de comprimento de onda, determinam a configuração e o roteamento dos caminhos ópticos, o que define as topologias física e lógica, além da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do tráfego. Isto é tradicionalmente feito em função das variáveis de topologia lógica e roteamento de tráfego do VTD [Ramaswami (2002)], que retorna a matriz de topologia lógica e as requisições de tráfego designadas a cada um deles. A solução do VTD é então fornecida como entrada para o RWA [Zang (2000)], na forma de uma matriz de requisições de tráfego associadas a caminhos ópticos. Diferenciado-se disso, o TWA possui restrições para a distribuição do tráfego que também são escritas em função das variáveis de alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso elimina as restrições de distribuição de requisições de tráfego do RWA [Zang (2000)].

Assim sendo, as variáveis e restrições do TWA consistem em um modelo completo para o projeto de redes ópticas, pois considera todos os seus subproblemas de maneira integrada. Algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes encontrados na literatura [Tornatore (2007), Ramaswami (2002)]. Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente admite múltiplos caminhos ópticos e múltiplas fibras ópticas entre cada par de nós da rede, sem a necessidade de diferenciar cada ligação por uma variável de decisão diferente, como na abordagem utilizada anteriormente em [Ramaswami (2002)].

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 a seguir apresentamos a modelagem básica para TWA, onde são colocadas as restrições fundamentais da formulação proposta. Na Seção 3 são apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e comparações dos mesmos com outros resultados encontrados na literatura.

## 2 Modelagem TWA

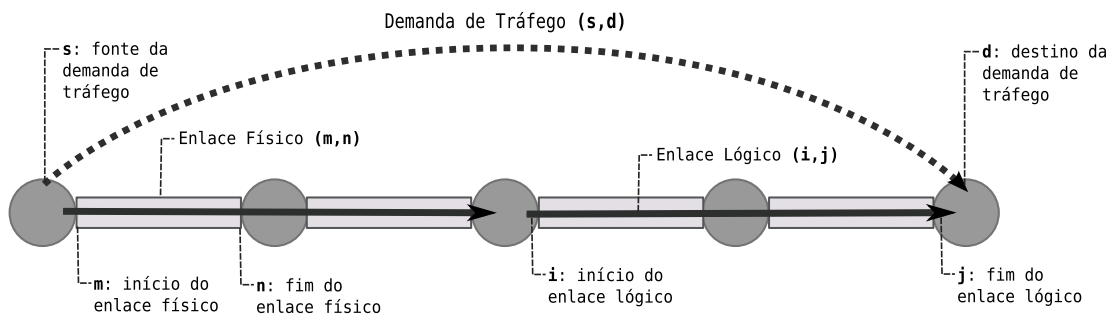
Nesta seção será apresentada a forma básica do modelo TWA, começando pela notação designada aos nós e as constantes que definem uma instância de problema para o modelo. Em seguida serão definidas as variáveis utilizadas para compor as restrições e a função objetivo do modelo, passando-se então à sua descrição. Como os experimentos realizados neste trabalho objetivaram primariamente a comparação da eficiência do TWA com resultados previamente publicados, para efeitos de compatibilidade: o número de saltos físicos na rede foi tomado como função objetivo [Assis (2004)]; o número de comprimentos de onda foi controlado de maneira implícita [Zang (2000)]; e foi considerada a restrição de conservação dos comprimentos de onda ao longo do caminho óptico [Zang (2000)], ou seja, não se admite a conversão de comprimentos de onda na camada óptica da rede.

**Notação 1.** Os índices  $m, n, s, d, i, j \in \{1, \dots, N\}$  representam os nós da rede, onde os pares ordenados  $(m, n)$ ,  $(s, d)$  e  $(i, j)$  indicam respectivamente ligações físicas, demandas de tráfego e ligações lógicas, com  $m \neq n$ ,  $s \neq d$  e  $i \neq j$ . O índice  $w \in \{1, \dots, W\}$  representa os comprimentos de onda disponíveis.

**Dados 1.** Uma instância para o modelo TWA é definida por:

1.  $N$  = Número de nós da rede.
2.  $W$  = Número máximo de comprimentos de onda admitido por fibra.
3.  $H$  = Grau físico máximo de entrada e saída de cada nó.
4.  $K$  = Multiplicidade física máxima admitida entre os pares de nós.
5.  $Cap$  = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
6.  $C_{m,n}$  = Custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós  $(m, n)$ .
7.  $T$  = Custo por unidade de fluxo.
8.  $P_{s,d}$  = Demanda de tráfego, com origem  $s$  e destino  $d$ .
9.  $A_s = \sum_d P_{s,d}$  = Soma de todas as demandas de tráfego, com origem  $s$ .

A Figura 1 ilustra os diferentes escopos dos índices associados aos nós da rede, com relação aos enlaces físicos  $(m, n)$ , lógicos  $(i, j)$  e demandas de tráfego  $(s, d)$ . Esta notação segue a convenção comumente utilizada em trabalhos anteriores [Mukherjee (1997), Ramaswami (2002)]. É importante dizer que, como esta modelagem suporta múltiplas fibras e caminhos ópticos entre cada par de nós, os pares  $(m, n)$  e  $(s, d)$  representam conjuntos de possíveis ligações físicas e lógicas, respectivamente. Esses conjuntos não serão explicitamente controlados, sendo esse um dos motivos da eficiência do modelo.

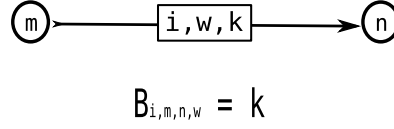


**Figura 1.** Representação gráfica da notação associada aos nós da rede.

A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada de *componente da Topologia Generalizada* (ou simplesmente *componente topológica*), é representada graficamente na Figura 2 e formalmente definida na Variável 1. Ela

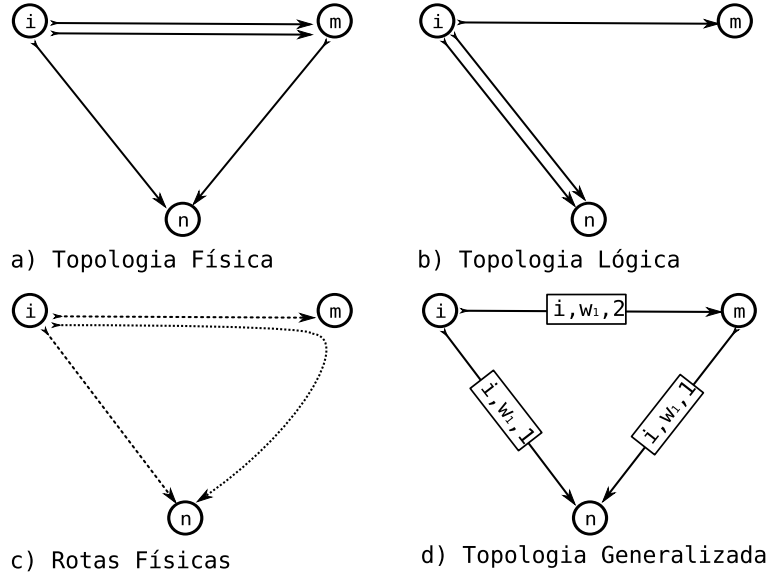
sozinha representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de onda utilizado.

**Variável 1.** Seja  $B_{i,m,n,w} = k$  uma componente topológica iniciada em  $m$ , incidente em  $n$ , com origem  $i$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $k$ . Onde  $k \in \{0, \dots, K\}$  e  $i \neq n, \forall (i, m, n)$ .



**Figura 2. Representação gráfica de uma componente topológica.**

Numa componente da topologia generalizada  $B_{i,m,n,w} = k$ , o índice  $i$  representa o nó de origem das  $k$  ligações lógicas que, passando por uma das ligações físicas iniciadas em  $m$  e incidentes em  $n$ , usa o comprimento de onda  $w$ . Em outras palavras, *uma componente topológica  $B_{i,m,n,w} = k$  é iniciada em  $m$ , incidente em  $n$ , com origem  $i$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $k$ .* Esse vocabulário será usado no restante do texto.



**Figura 3. Exemplo da interpretação das componentes topológicas.**

Na Figura 3, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com origem no nó  $i$  e com o mesmo comprimento de onda  $w_1$ . No item d) desta figura, o valor 2 da componente que liga os nós  $(i, m)$  é interpretado como duas ligações físicas entre esses nós, representadas no item a). No item b), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós  $(i, n)$ , onde uma delas passa de forma transparente pelo nó  $m$ , como indicado no item c). Note ainda que, no item d), dois caminhos lógicos incidentes em  $m$  mas apenas um iniciado. Isso indica que uma ligação lógica termina em  $m$ , enquanto a outra segue adiante.

A indexação atribuída às variáveis  $B_{i,m,n,w}$  especificam apenas o nó  $i$ , que é onde se iniciam os enlaces lógicos representados. Isto significa que estas variáveis agregam todas as ligações lógicas originadas em  $i$  que utilizam o enlace físico  $(m, n)$  e o comprimento de onda  $w$ , independente do nó  $j$  em que terminam estas ligações lógicas. Esta técnica consiste em uma abordagem bastante conhecida para a representação de variáveis



em problemas de distribuição de fluxo em redes. Em [Tornatore (2007)], este conceito de agregação de tráfego é aplicado como meio de simplificação do modelo, reduzindo substancialmente o número de variáveis dos problemas resultantes. No TWA, esta agregação cumpre o mesmo papel de simplificação, cabendo às restrições do modelo garantir implicitamente a terminação correta destas ligações lógicas agregadas nas variáveis  $B_{i,m,n,w}$ .

Considerando que  $B_{i,m,n,w} = k$  para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações lógicas originadas em  $i$  no comprimento de onda  $w$ , passando por  $k$  enlaces físicos distintos entre o par de nós  $(m, n)$ . Neste caso, cada um desses  $k$  enlaces físicos terá que ser uma fibra óptica distinta interligando o mesmo par de nós  $(m, n)$ , pois haveria interferência se houvessem dois sinais ópticos originados por fluxos de tráfego diferentes se propagando no mesmo sentido, na mesma fibra, com o mesmo comprimento de onda. Note que  $K$  limita apenas a multiplicidade dos enlaces físicos, ou seja, o número de fibras ópticas dispostas em paralelo entre dois nós  $(m, n)$ . Mesmo que  $K = 1$ , o que torna  $B_{i,m,n,w}$  uma variável binária, as diversas ligações lógicas entre um par  $(i, j)$  poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou ainda, mais de um comprimento de onda em uma mesma fibra. Se  $\forall i, k = 0$  para qualquer  $w$  então o enlace físico  $(m, n)$  não é utilizado, portanto, não é necessário.

A Restrição (1) garante a continuidade dos percursos e a conservação dos comprimentos de onda. Se o número de componentes topológicas incidentes em  $m$  for maior que o número de iniciadas, não originadas nele, essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam em  $m$ . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura a rastreabilidade das ligações lógicas desde sua origem, a partir das componentes topológicas agregadas.

**Variável 2.** Seja  $D_{m,n} \in \{0, \dots, K\}$  o número de ligações físicas entre o par de nós  $(m, n)$ .

**Variável 3.** Seja  $q_{s,i,j} \in [0, 1]$  a fração de fluxo originado em  $s$ , passando pela ligação lógica  $(i, j)$ , com  $s \neq j$ .

$$\sum_n B_{i,n,m,w} \geq \sum_n B_{i,m,n,w}, \quad \forall (i, m, w), \text{ com } i \neq m. \quad (1)$$

$$\sum_i B_{i,m,n,w} \leq D_{m,n}, \quad \forall (m, n, w). \quad (2)$$

$$\sum_n D_{m,n} \leq H, \quad \forall m \quad \text{e} \quad \sum_m D_{m,n} \leq H, \quad \forall n. \quad (3)$$

$$\sum_s q_{s,i,j} \cdot A_s \leq Cap \cdot \left( \sum_{m,w} B_{i,m,j,w} - \sum_{n,w} B_{i,j,n,w} \right), \quad \forall (i, j). \quad (4)$$

$$\sum_j q_{s,s,j} = 1, \quad \forall s \quad \text{e} \quad \sum_i q_{s,i,d} - \sum_j q_{s,d,j} = \frac{P_{s,d}}{A_s}, \quad \forall (s, d). \quad (5)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{i,m,n,w} B_{i,m,n,w}. \quad (6)$$

Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada, para fins de controle do grau físico, é necessário uma variável adicional, que é

definida na Variável 2. Se  $D_{m,n} = 0$ , não há ligações físicas entre o par  $(m, n)$ , mas se  $D_{m,n} = k$ , para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações físicas entre o par  $(m, n)$ . Se a topologia física for fixada, isto é, informada como um dado de entrada, as componentes da topologia generalizada  $B_{i,m,n,w}$ , com  $D_{m,n} = 0$ , devem ser retiradas da modelagem. Isto deve ser considerado em todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido.

Quando  $D_{m,n}$  for dado de entrada do problema, a Restrição (2) limita a multiplicidade física das componentes, por outro lado, quando a  $D_{m,n}$  é variável, ela apenas registra em  $D_{m,n}$  a multiplicidade física alcançada pelas componentes da topologia generalizada. Se a topologia física é livre, a Restrição (3) é necessária para o controle do grau físico de saída e entrada em cada nó, caso contrário esta restrição pode ser desconsiderada.

Para determinada o roteamento de tráfego são usadas as variáveis de fração de fluxo agregado definidas na Variável 3 e determinadas pela Restrição (4). Como podem haver múltiplas ligações lógicas entre um par  $(i, j)$ , o tráfego entre um par de nós deverá ser limitado pela capacidade de uma ligação lógica multiplicada pelo número de ligações lógicas em questão, todavia, esse número é desconhecido *a priori*. Mas ele é calculado na Restrição 4, para as ligações lógicas originadas em  $i$ , como a quantidade de componentes topológicas incidentes em  $j$  ( $B_{i,m,j,w}$ , *forall*( $m, w$ )), diminuído do número de componentes topológicas iniciadas em  $j$  ( $B_{i,j,n,w}$ , *forall*( $n, w$ )). Note que aqui foi explorada a diferença entre a origem e o início de uma componente topológica, conforme o vocabulário introduzido na definição da Variável 1.

A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (5), que também garante o envio e a entrega das demandas de tráfego. As equações da Restrição (5) são semelhantes, em sua forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD [Ramaswami (2002)]. Todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma determinada fração de fluxo de tráfego pode ser transportada simultaneamente por mais de uma ligação lógica entre o par  $(i, j)$ , por exemplo: em comprimentos de onda diferentes em um mesmo enlace físico  $(m, n)$  que interliga diretamente  $(i, j)$ ; ou por rotas físicas disjuntas entre os nós  $(i, j)$ , neste último caso, independente do comprimento de onda.

Uma métrica importante para o projeto de redes ópticas é o número de saltos físicos da topologia [Assis (2004)]. Este valor é minimizado na Função Objetivo (6), através da soma de todas as componentes topológicas, pois cada componente topológica representa um salto físico. Uma propriedade importante desta abordagem é que ela controla o aparecimento de ciclos na topologia generalizada. Opcionalmente essa soma poderia ser apenas limitada por um valor, através de uma restrição, se outra função objetivo for mais apropriada.

Quando a topologia física é um dado de entrada, o número de pares  $(m, n)$  válidos é da ordem de  $N \cdot H$ . Assim o número de componentes da topologia generalizada será da ordem de  $N^2 \cdot H \cdot W$ , semelhante aos modelos mais enxutos para RWA [Jaumard (2004)]. Considerando  $H$  e  $W$  constantes, a ordem de grandeza do número de variáveis deste modelo será  $N^2$ , similar a de modelos que resolvem apenas o VTD [Ramaswami (2002)].

## 2.1 Ligações Lógicas em cada Fibra e Grau Lógico

Dada a abrangência do modelo básico, diversas métricas poderiam ser controladas ou diretamente minimizadas, conforme a aplicação. Apresentamos agora como podem ser incluídos dois parâmetros de controle bem conhecidos e que serão utilizados nos experimentos

computacionais da Seção 3.

No modelo TWA o número de ligações lógicas é implicitamente limitado pela capacidade física do nó  $m$  de realizar ligações lógicas, que é a capacidade do *Optical switch* de receber ou originar conexões [Zang (2000)]. Todavia, o número de transceptores em um nó, pode ser menor que essa capacidade [Zang (2000), Ramaswami (2002)]. Assumimos que todos os nós tem o mesmo número de transceptores, que é chamado de grau lógico ( $Gl$ ), que também passa a ser um dado de entrada. Para controlar o grau lógico de saída e entrada em cada nó, é necessária a Restrição 7, que deve ser adicionada ao modelo básico.

Outro controle muito usado nas modelagens de RWA, é o número máximo de ligações lógicas por fibra  $L$  (Dados 2) [Zang (2000), Jaumard (2004)]. Este parâmetro limita a densidade da multiplexação de comprimentos de onda por enlace físico, um importante aspecto de Redes Ópticas WDM. Este limite é implementado pela Restrição (8).

**Dados 2.** *Constantes adicionais:*

1.  $Gl = \text{Grau Lógico}$ .
2.  $L = \text{Número máximo de ligações lógicas em cada fibra}$ .

$$\sum_{w,n} B_{m,m,n,w} \leq Gl, \quad \text{e} \quad \sum_{i,n,w} B_{i,n,m,w} - \sum_{i,n,w} B_{i,m,n,w} \leq Gl, \quad \forall m, \text{ com } i \neq m. \quad (7)$$

$$\sum_{i,w} B_{i,m,n,w} \leq L, \quad \forall (m, n). \quad (8)$$

### 3 Experimentos Computacionais

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda a modelagem do TWA foi descrita em AMPL<sup>®</sup> (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - [www.ampl.com](http://www.ampl.com)), de modo que facilmente possa ser adaptada para várias finalidades. O código fonte AMPL<sup>®</sup> está disponível para consulta, comentários e download

Assim, para uma determinada aplicação, basta limitar por um valor aceitável as métricas de interesse, dentre as muitas que esta modelagem suporta, e selecionar uma função objetivo, até de menor relevância. Deste modo, com a ajuda de um *solver*, a primeira solução viável encontrada já seria suficiente para o que se foi pretendido. Assim, o trabalho de implementação é reduzido a apenas uma acertada calibração do modelo.

Deste modo, produzimos resultados que pudessem ser comparados com o modelo proposto em [Assis (2004)] para a resolução integrada do VTD e RWA, cuja formulação é baseada nas modelagens clássicas desses problemas [Ramaswami (2002), Zang (2000)], o qual denominaremos VTD-RWA. Nos resultados que iremos confrontar, são considerados: o grau lógico da rede ( $Gl$ ), o número de ligações lógicas em cada fibra ( $L$ ), o número de comprimentos de onda disponíveis em cada ligação física ( $W$ ) e o número de saltos físicos na topologia ( $S$ ). Esses parâmetros são comumente tratados nas investigações a cerca do RWA [Zang (2000)]. Também é controlado o congestionamento, que é uma conhecida métrica para o VTD. Isso é feito através da clássica heurística HLDA



[Ramaswami (2002), Lima (2004)], gerando uma solução para o VTD que alimenta as etapas seguintes do procedimento, conforme apresentado em [Assis (2004)]. Para cada grau lógico, o HLDA produz de forma determinística uma topologia lógica, baseado na matriz de demandas. A solução para o VTD é completada distribuindo o tráfego sobre esta topologia, através de um modelo de programação linear [Ramaswami (2002)].

Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na Seção 2, as restrições de controle do grau lógico (Restrição 7) e a de limitação do número de ligações lógicas em cada fibra (Restrição 8). Esta formulação específica é denominada de TWA-*a*. Para controlar a qualidade das soluções quanto ao congestionamento, foram obtidas topologias virtuais com uma implementação da heurística HLDA. Para cada uma destas topologias, foi distribuído o tráfego e calculado o congestionamento através do *solver* do *software* GLPK (*GNU Linear Programming Kit* - [www.gnu.org/software/glpk/](http://www.gnu.org/software/glpk/)), utilizando uma versão do modelo clássico para o VTD [Ramaswami (2002)]. O valor de congestionamento obtido, arredondado para cima, foi usado como a capacidade dos canais lógicos, na Restrição (4). Para cada instância, esse procedimento levou menos de um segundo, portanto não será considerado na contagem de tempo de processamento dos nossos resultados.

A estratégia adotada foi, partindo do menor grau lógico ( $Gl = 1$ ), fixar nos valores mínimos o número de comprimentos de onda e a limitação de ligações das fibras ( $W = 1$  e  $L = 1$ ), minimizando o número de saltos ( $S$ ). Um *solver* para problemas MILP é instanciado com essa configuração. Enquanto o *solver* retornar que o problema é insolúvel [Mukherjee (1997)],  $L$  será incrementado até o seu limite, que é o valor atual de  $W$ . Quando  $L$  não puder ser aumentado ( $L = W$ ), então  $W$  o será, e assim por diante. Se uma solução viável é encontrada, o *solver* é interrompido, a solução é registrada e o grau lógico é incrementado, dando continuidade ao processo.

Nas situações em que o problema era insolúvel, o *solver* determinou isso em menos de um segundo, dificultando a separação dos tempos de leitura e de execução. Portanto estes tempos não foram computados. Essas situações em que o modelo precisou ser calibrado, que chamaremos de *Instância Insolúvel* ( $I$ ), fazem parte do método e são registradas conjuntamente com os resultados.

Como, nesta modelagem,  $W$  está diretamente relacionado a quantidade de variáveis, é mais conveniente começar com  $W = 1$ . Disso decorre a escolha de também começarmos com  $Gl = 1$  e  $L = 1$ . A maior precedência para a incrementação é dada ao  $Gl$ , pois variando este temos instâncias diferentes. A menor precedência ficou para  $W$ , pois quanto menor ele for menores precisarão ser os custos de instalação da rede. Na posição intermediária fica  $L$ , pois, minimizando-o, maximizamos a disponibilidade da rede.

Foram executados dois testes computacionais, com uma rede de 6 nós e com uma rede de 12 nós [Assis (2004)]. Os resultados foram compilados nas Tabelas 2 e 3, cujas legendas estão resumidas na Tabela 1. Todos os testes foram executados em um *notebook PC* (*Linux Ubuntu 8.04*, 32bits), equipado com processador *Sempron Mobile 3500+* (1.8GHz, 512KB) e 2GB DDR2 (533MHz).

Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - [scip.zib.de](http://scip.zib.de)) para encontrar as soluções viáveis. Além de calcular a capacidade dos canais ópticos ( $Cap$ ), como foi descrito acima, o GLPK também foi usado para interpretar o mo-

---

$GL$	=	Grau Lógico
$L$	=	Limitação de Ligações lógicas das Fibras
$W$	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
$S$	=	Número de Saltos Físicos
$t$	=	Tempo em segundos para encontrar a primeira solução viável
$Cap$	=	Capacidade de Tráfego de Cada Canal Óptico
$I$	=	Instância Insolúvel

---

**Tabela 1. Legendas para as Tabelas 2 e 3.**

delo AMPL, gerando a entrada de dados para o SCIP. Vale observar que o SCIP e o GLPK são *softwares* livres, de código fonte aberto e de distribuição gratuita. Os resultados que serão confrontados com os nossos foram produzidos com o ILOG CPLEX<sup>®</sup> ([www.ilog.com/products/cplex](http://www.ilog.com/products/cplex)), uma ferramenta comercial.

Os resultados para a rede de 6 nós foram compilados na Tabela 2. A primeira coluna registra o grau lógico de cada instância ( $Gl$ ), que neste caso foram 5. Da segunda até a quarta coluna ( $L$ ,  $W$  e  $S$ ) estão os resultados de [Assis (2004)] e da quinta à sétima estão os resultados obtidos com a metodologia descrita acima.. Note que em todas as instâncias foram obtidos resultados melhores.

	VTD-RWA			TWA- $a$					
$Gl$	$L$	$W$	$S$	$L$	$W$	$S$	$t$	$Cap$	$I$
1	1	1	09	1	1	06*	00	08	0
2	2	2	18	1	1	11*	03	03	0
3	2	2	32	1	1	14*	00	02	0
4	3	3	41	2	2	25*	10	01	2
5	4	5	50	3	3	46*	00	01	2

**Tabela 2. Resultados para a rede de 6 nós. \*: Solução Ótima.**

A oitava coluna da Tabela 2 traz o tempo , em segundos, que o *solver* levou para encontrar a primeira solução viável ( $t$ ). Um fato importante é que em todas as instâncias desta bateria de testes, este tempo foi suficiente para determinar a otimalidade da solução viável encontrada. Essa possibilidade, além do interesse teórico, corrobora para a eficiência do método aqui aplicado. Em [Assis (2004)] não são encontradas soluções ótimas e não foi informado o tempo gasto nesta etapa.

Ainda na Tabela 2, na nona coluna temos a capacidade do canal óptico ( $Cap$ ) e por fim, na última coluna temos o histórico das tentativas de calibração do modelo, do tipo Instância Insolúvel ( $I$ ). Nesta coluna, um *zero* significa que os resultados registrados nesta mesma linha foram conseguidos na primeira rodada do *solver*. Analogamente, um número diferente de zero significa a quantidade de vezes em que foram encontradas instâncias insolúveis, antes da execução que proveu o resultado expresso nesta linha.

Com o mesmo arranjo de colunas descrito acima, a Tabela 3 trás os resultados para a rede de 12 nós. Desta vez temos 6 instâncias, do grau lógico 1 até o 6. Aqui também foram obtidos melhores resultados para o trio  $L$ ,  $W$  e  $S$ . Nesta etapa, os resultados

$Gl$	VTD-RWA			TWA- $a$					
	$L$	$W$	$S$	$L$	$W$	$S$	$t$	$Cap$	$I$
1	1	1	032	1	1	013*	016	35	0
2	2	2	052	1	1	027	031	10	0
3	3	3	078	2	2	066	176	04	2
4	4	4	104	2	2	074	070	03	0
5	4	4	130	3	3	108	133	02	2
6	5	5	147	3	3	091	003	02	0

**Tabela 3. Resultados para a rede de 12 nós. \*: Solução Ótima.**

de [Assis (2004)] foram obtidos com 6 horas de execução, enquanto os resultados com o modelo TWA levaram 7.2 minutos para serem produzidos.

Mesmo quando não foi encontrado o valor ótimo para  $S$ , através de método utilizado, a otimalidade está garantida para os parâmetros  $L$  e  $W$ . Em particular, note que apenas a variação de  $W$  importou nos resultados, pois  $L$  sempre teve de ser setado no seu valor máximo ( $L = W$ ). Um detalhe importante é que para a primeira instância da rede de 12 nós ( $Gl = 1$ ) o *solver* também foi capaz de provar a otimalidade para a primeira solução viável. O que demonstra que o modelo mantém razoável desempenho mesmo com uma rede de maior porte. Com esses resultados mostramos a viabilidade da técnica aqui proposta, técnica esta que é totalmente baseada no modelo apresentado neste trabalho.

## 4 Conclusão

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confronto de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, de forma semelhante a outros modelos da literatura [Ramaswami (2002), Tornatore (2007)].

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi a minimização do número de saltos físicos dos caminhos ópticos. Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em [Assis (2004)], aonde as redes hipotéticas consideradas possuem 6 e 12 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções e de desempenho computacional.

A abrangência da modelagem e o desempenho computacional obtido, viabilizam variadas extensões à modelagem básica. Dada a capacidade do modelo de escolher a topo-

logia física, uma aplicação imediata seria atribuir custos de instalação e operação às variáveis e utilizar o custo total como função objetivo [Thomadsen (2005)]. Outras funções objetivo de trivial implementação seriam: o número máximo de ligações lógicas em cada fibra; o número total de transceptores na rede, ou em cada fibra [Zang (2000)]; o processamento eletrônico total da rede [Almeida (2006)]; e o congestionamento da rede.

Esse trabalho pode ser amplamente estendido, especialmente com relação a experimentos, pois a formulação desenvolvida cria possibilidade de realização de testes variados, de acordo com as restrições e função objetivo que deseja-se utilizar. Do ponto de vista conceitual, uma oportunidade imediata para trabalhos futuros seria a consideração de conversão de comprimentos de onda.

## Referências

- Almeida, R. T. R., Calmon, L. C., Segatto, M. E. V., and Oliveira, E. S. (2006). Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10.
- Assis, K. D. R. and Waldman, H. (2004). Topologia Virtual e Topologia Física de Redes Ópticas: Uma Proposta de Projeto Integrado. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações* v. 19.
- Jaumard, B., Meyer, C., and Thiongane, B. (2004). Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD - G-2004-66*.
- Lima, M. O., Oliveira, E., Pereira, L. C. B., de Almeida, R. T., and Segatto, M. E. V. (2004). Estratégias com Algoritmos Híbridos para Projeto de Redes Ópticas. XXXVI *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Mukherjee, B. (1997). *Optical Communication Networks*. McGraw-Hill.
- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks: a practical perspective*. Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2<sup>nd</sup> edition.
- Resendo, L. C., Ribeiro, M. R. N., and Calmon, L. C. (2007). Efficient Grooming-Oriented Heuristic Solutions for Multi-Layer Mesh Networks. *Journal of Microwaves and Optoelectronics*.
- Thomadsen, T. (2005). Hierarchical Network Design. *PHD tesis in Informatics and Mathematical Modelling - Technical University of Denmark*.
- Tornatore, M., Maier, G., and Pattavina, A. (2007). WDM network design by ILP models based on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 15., No. 3, pp. 709-720, July.
- Zang, H., Jue, J. P., and Mukherjee, B. (2000). A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine* vol.1.