

# UM MODELO EFICIENTE PARA O PROJETO COMPLETO DE REDES ÓPTICAS

Fabio de Oliveira Lima · Marcelo de Oliveira Lima · Marcelo Eduardo Vieira Segatto ·  
Elias Silva de Oliveira · Renato Tannure Rotta de Almeida

the date of receipt and acceptance should be inserted later

**Resumo** Este artigo apresenta um novo modelo de programação linear inteira-mista para o projeto de redes ópticas de comunicação. Trata-se de uma modelagem ampla, que engloba o projeto da topologia lógica da rede, o roteamento das demandas de tráfego, além do roteamento e alocação de comprimento de onda aos caminhos ópticos. A formulação suporta múltiplas ligações entre cada par de nós da rede, seja na topologia física ou virtual. Em sua versão básica, o modelo minimiza os custos de instalação da rede física e o custo de operação da rede projetada. No entanto, sua formulação permite a que sejam exploradas diversas métricas, como o congestionamento da rede, que foi utilizado para comparação com resultados da literatura. Neste trabalho são apresentados resultados de experimentos com o objetivo de validar a eficiência desta formulação com relação à qualidade das soluções e desempenho computacional de trabalhos anteriores sobre o mesmo assunto. Também é apresentada uma nova forma, muito eficiente, de se obter *lower bounds* para o congestionamento.

**Keywords** Otimização Combinatória · Programação linear-inteira mista · Projeto de redes ópticas

## 1 Introdução

O interesse por redes ópticas de comunicações se intensificou após o desenvolvimento da tecnologia de multiplexação por

comprimento de onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*). Além de possibilitar a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, em diferentes comprimentos de onda, esta tecnologia permite a implementação de redes com roteamento de tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*). As vantagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e confiabilidade na transmissão de dados.

O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a topologia física da rede. A topologia lógica pode ser reconfigurada com dispositivos ópticos de comutação de comprimentos de onda, em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da necessidade de restauração em caso de falhas. A topologia física de uma WRON pode ser representada por um grafo (Figura 3, item *a*)), onde as arestas equivalem aos enlaces de fibra óptica e os vértices aos nós da rede. A topologia lógica é constituída por caminhos ópticos, que são comprimentos de onda ininterruptos e que podem percorrer diversos enlaces de fibra óptica em sequência e em paralelo até o destino. (Figura 3, item *b*)).

O roteamento de tráfego em uma WRON pode ser realizado de duas formas: na camada óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, ou na camada eletrônica, após sua conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados. No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser dinamicamente redirecionados por dispositivos de comutação óptica, com a vantagem da ausência do atraso em filas originado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos. O congestionamento em roteadores eletrônicos está diretamente associado a limitações na qualidade de serviço em redes de comunicações, pois origina atraso e eventuais descartes de pacotes que, sobretudo para as emergentes aplicações em tempo real, devem ser minimizados.

---

F.O. Lima (✉) · M.O. Lima · M.E.V. Segatto · E.S. Oliveira  
Universidade Federal do Espírito Santo, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Laboratório de Telecomunicações, P.O. Box 5011, zip 29060-970, Vitória - ES, Brasil  
E-mail: fabiolimath@gmail.com

R.T.R. Almeida  
Instituto Federal do Espírito Santo, Rodovia ES-010 - km 6,5 - Manginhos, zip 29164-231, Serra - ES, Brasil

O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos. Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura [5], o projeto completo de WRON é dividido em quatro sub-problemas, que serão denominados: roteamento de tráfego (TRS - *Traffic Routing Subproblem*), projeto da topologia lógica (LTDS - *Logical Topology Design Subproblem*), roteamento de comprimentos de onda (WRS - *Wavelength Routing Subproblem*) e alocação de comprimentos de onda (WAS - *Wavelength Assignment Subproblem*).

Tradicionalmente, os dois primeiros sub-problemas são associados, bem como os dois últimos, compondo, respectivamente, os conhecidos problemas de VTD (*Virtual Topology Design*) [5] e RWA (*Routing and Wavelength Assignment*) [9]. Mais recentemente, os sub-problemas de TRS e WRS vem também sendo associados nos trabalhos que abordam o problema de *grooming* de tráfego [6]

A contribuição principal deste trabalho é a proposição de uma nova modelagem para o projeto de redes ópticas, denominada TWA (*Traffic over Wavelength Assignment*), capaz de tratar desde a escolha da topologia física da rede até a definição da topologia virtual, incluindo a distribuição de tráfego, a definição das rotas físicas e a alocação de comprimentos de onda. Portanto, trata-se de uma formulação MILP abrangente que permite considerar conjuntamente as métricas e restrições dos problemas VTD e RWA. Destaca-se ainda que este modelo é consideravelmente mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições, se comparado a modelos que resolvem apenas o RWA [2]. Também é apresentada neste trabalho uma nova forma de se calcular lower bounds para o congestionamento, de alta qualidade e custo computacional desprezível.

Nas modelagens para o WAS [9], é designado um comprimento de onda a cada caminho óptico, considerando o seu percurso físico determinado pelo WRS. A configuração dos caminhos ópticos, em termos de quantidade, fonte e destino, é obtida pela solução do VTD. Esta abordagem de modelos separados para VTD e RWA exige variáveis diferentes para as ligações lógicas, para suas rotas físicas e para a alocação de comprimentos de onda [3].

No modelo que será apresentado neste trabalho, propomos uma visão diferente. Tendo sido alocados comprimentos de onda entre pares ordenados de nós com variáveis específicas, estarão determinadas implicitamente, pelas restrições do modelo, as rotas físicas e as ligações lógicas entre esses pares de nós. Escrevendo todas as restrições do RWA e do VTD apenas em termos dessas variáveis de alocação de comprimentos de onda, não serão necessárias variáveis adicio-

onais para determinar as rotas físicas e as ligações lógicas, o que simplifica o modelo e o torna computacionalmente mais tratável.

As restrições do TWA, em função das variáveis de alocação de comprimento de onda, determinam a configuração e o roteamento dos caminhos ópticos, o que define as topologias física e lógica, além da alocação de comprimentos de onda. Resta apenas resolver a distribuição do tráfego. Isto é tradicionalmente feito em função das variáveis de topologia lógica e roteamento de tráfego do VTD [5], que retorna a matriz de topologia lógica e as requisições de tráfego designadas a cada um deles. A solução do VTD é então fornecida como entrada para o RWA [9], na forma de uma matriz de requisições de tráfego associadas a caminhos ópticos. Diferenciado-se disso, o TWA possui restrições para a distribuição do tráfego que também são escritas em função das variáveis de alocação de comprimentos de onda. Na prática, isso elimina as restrições de distribuição de requisições de tráfego do RWA [9].

Assim sendo, as variáveis e restrições do TWA consistem em um modelo completo para o projeto de redes ópticas, pois considera todos os seus subproblemas de maneira integrada. Algumas vantagens foram incorporadas, a principal delas é que a distribuição do tráfego e seu roteamento são feitos com variáveis agregadas, de forma similar a modelos menos abrangentes encontrados na literatura [8,5]. Outra característica é que o modelo aqui apresentado naturalmente admite múltiplos caminhos ópticos e múltiplas fibras ópticas entre cada par de nós da rede, sem a necessidade de diferenciar cada ligação por uma variável de decisão diferente, como na abordagem utilizada anteriormente em [5].

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 a seguir apresentamos a modelagem básica para TWA, onde são colocadas as restrições fundamentais da formulação proposta. Na Seção 3 é apresentada uma adaptação do modelo TWA para a minimização do congestionamento, juntamente com uma nova forma de calcular *lower bounds*. Na Seção 4 são apresentados resultados computacionais obtidos através desta modelagem e comparações dos mesmos com outros resultados encontrados na literatura.

## 2 Modelagem TWA

Nesta seção será apresentada a forma básica do modelo TWA, começando pela notação designada aos nós e as constantes que definem uma instância de problema para o modelo. Em seguida serão definidas as variáveis utilizadas para compor as restrições e a função objetivo do modelo, passando-se então à sua descrição. A função objetivo adotada na formulação básica é a minimização dos custos de instalação e operação da rede, valendo-se da capacidade do modelo escolher também a topologia física da rede. Além disso, o número de comprimentos de onda foi controlado de maneira implícita [9]; e foi considerada a restrição de conservação dos comprimentos de

onda ao longo do caminho óptico [9], ou seja, não se admite a conversão de comprimentos de onda na camada óptica da rede.

**Notação 1** Os índices  $m, n, s, d, i, j \in \{1, \dots, N\}$  representam os nós da rede, onde os pares ordenados  $(m, n)$ ,  $(s, d)$  e  $(i, j)$  indicam respectivamente ligações físicas, demandas de tráfego e ligações lógicas, com  $m \neq n$ ,  $s \neq d$  e  $i \neq j$ . O índice  $w \in \{1, \dots, W\}$  representa os comprimentos de onda disponíveis.

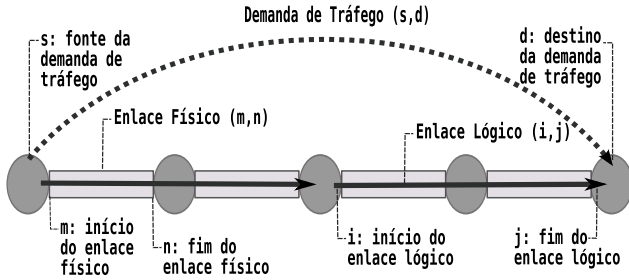


Figura 1 Representação gráfica da notação associada aos nós da rede.

A Figura 1 ilustra os diferentes escopos dos índices associados aos nós da rede, com relação aos enlaces físicos  $(m, n)$ , lógicos  $(i, j)$  e demandas de tráfego  $(s, d)$ . Esta notação segue a convenção comumente utilizada em trabalhos anteriores [4,5]. É importante dizer que, como esta modelagem suporta múltiplas fibras e caminhos ópticos entre cada par de nós, os pares  $(m, n)$  e  $(s, d)$  representam conjuntos de possíveis ligações físicas e lógicas, respectivamente. Esses conjuntos não serão explicitamente controlados, sendo esse um dos motivos da eficiência do modelo.

**Dados 1** Uma instância para o modelo TWA é definida por:

1.  $N$  = Número de nós da rede.
2.  $W$  = Máximo de comprimentos de onda por fibra.
3.  $H$  = Grau físico máximo de entrada e saída de cada nó.
4.  $K$  = Multiplicidade física máxima entre os pares de nós.
5.  $Cap$  = Capacidade de tráfego de cada canal lógico.
6.  $C_{mn}$  = Custo de uma ligação física orientada  $(m, n)$ .
7.  $T$  = Custo por unidade de fluxo.
8.  $P_{sd}$  = Demanda de tráfego, com origem  $s$  e destino  $d$ .
9.  $A_s = \sum_d P_{sd}$  e  $Q_{sd} = P_{sd}/A_s$ .

A variável central do modelo, a partir da qual todas as demais serão definidas, chamada de *componente da Topologia Generalizada* (ou simplesmente *componente topológica*), é representada graficamente na Figura 2 e formalmente definida na Variável 1. Ela sozinha representa as topologias lógica e física, o trajeto físico das ligações lógicas e o comprimento de onda utilizado.

**Variável 1** Seja  $B_{iw}^{mn} = k$  uma componente topológica iniciada em  $m$ , incidente em  $n$ , com origem  $i$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $k$ . Onde  $k \in \{0, \dots, K\}$  e  $i \neq n$ ,  $\forall (i, m, n)$ .

Numa componente da topologia generalizada  $B_{iw}^{mn} = k$ , o índice  $i$  representa o nó de origem das  $k$  ligações lógicas que, passando por uma das ligações físicas iniciadas em  $m$  e incidentes em  $n$ , usa o comprimento de onda  $w$ . Conforme a terminologia utilizada neste trabalho daqui por diante, uma componente topológica  $B_{iw}^{mn} = k$  é iniciada em  $m$ , incidente em  $n$ , com origem  $i$ , comprimento de onda  $w$  e valor  $k$ .

Na Figura 3, temos um exemplo de interpretação das componentes topológicas, todas com origem no nó  $i$  e com o mesmo comprimento de onda  $w_1$ . No item  $d$ ) desta figura, o valor 2 da componente que liga os nós  $(i, m)$  é interpretado como duas ligações físicas entre esses nós, representadas no item  $a$ ). No item  $b$ ), vemos uma ligação lógica dupla entre os nós  $(i, n)$ , onde uma delas passa de forma transparente pelo nó  $m$ , como indicado no item  $c$ ). Note ainda que, no item  $d$ ), dois caminhos lógicos incidentes em  $m$  mas apenas um iniciado. Isso indica que uma ligação lógica termina em  $m$ , enquanto a outra segue adiante.

A indexação atribuída às variáveis  $B_{iw}^{mn}$  especificam apenas o nó  $i$ , que é onde se iniciam os enlaces lógicos representados. Isto significa que estas variáveis agregam todas as ligações lógicas originadas em  $i$  que utilizam o enlace físico  $(m, n)$  e o comprimento de onda  $w$ , independente do nó  $j$  em que terminam estas ligações lógicas. Esta técnica consiste em uma abordagem bastante conhecida para a representação de variáveis em problemas de distribuição de fluxo em redes. Em [8], este conceito de agregação de tráfego é aplicado como meio de simplificação do modelo, reduzindo substancialmente o número de variáveis dos problemas resultantes. No TWA, esta agregação cumpre o mesmo papel de simplificação, cabendo às restrições do modelo garantir

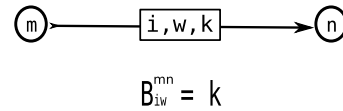


Figura 2 Representação gráfica de uma componente topológica.

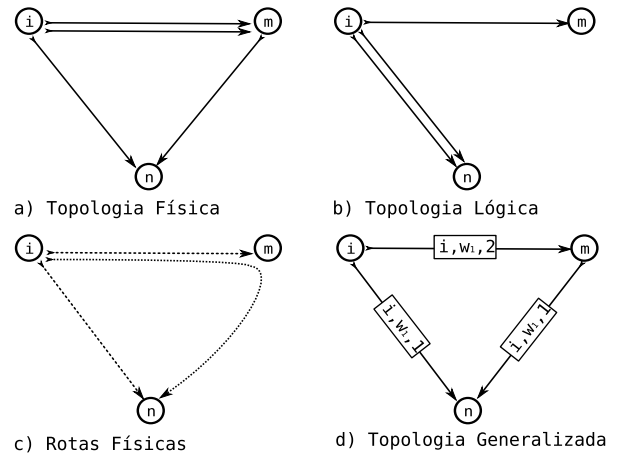


Figura 3 Exemplo da interpretação das componentes topológicas.

implicitamente a terminação correta destas ligações lógicas agregadas nas variáveis  $B_{iw}^{mn}$ .

Considerando que  $B_{iw}^{mn} = k$  para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações lógicas originadas em  $i$  no comprimento de onda  $w$ , passando por  $k$  enlaces físicos distintos entre o par de nós  $(m, n)$ . Neste caso, cada um desses  $k$  enlaces físicos terá que ser uma fibra óptica distinta interligando o mesmo par de nós  $(m, n)$ , pois haveria interferência se houvessem dois sinais ópticos originados por fluxos de tráfego diferentes se propagando no mesmo sentido, na mesma fibra, com o mesmo comprimento de onda. Note que  $K$  limita apenas a multiplicidade dos enlaces físicos, ou seja, o número de fibras ópticas dispostas em paralelo entre dois nós  $(m, n)$ . Mesmo que  $K = 1$ , o que torna  $B_{iw}^{mn}$  uma variável binária, as diversas ligações lógicas entre um par  $(i, j)$  poderão usar múltiplos trajetos físicos, ou ainda, mais de um comprimento de onda em uma mesma fibra. Se  $\forall i, k = 0$  para qualquer  $w$  então o enlace físico  $(m, n)$  não é utilizado, portanto, não é necessário.

As Variáveis 2 e 3 completam as definições necessárias para apresentarmos a forma básica do modelo TWA, expresso nas Restrições de (1) à (5).

**Variável 2** Seja  $D_{mn} \in \{0, \dots, K\}$  o número de ligações físicas entre o par de nós  $(m, n)$ .

**Variável 3** Seja  $q_{sw}^{ij} \in [0, 1]$  a fração de fluxo originado em  $s$ , na ligação lógica  $(i, j)$ , no comprimento de onda  $w$ , com  $s \neq j$ .

$$\sum_s q_{sw}^{ij} \cdot A_s \leq \text{Cap} \cdot \left( \sum_{mw} B_{iw}^{mj} - \sum_{nw} B_{iw}^{jn} \right), \forall (i, j, w) \quad (1)$$

$$\sum_i B_{iw}^{mn} \leq D_{mn}, \forall (m, n, w) \quad (2)$$

$$\sum_n D_{mn} \leq H, \forall m \quad \text{and} \quad \sum_m D_{mn} \leq H, \forall n \quad (3)$$

$$\sum_{jw} q_{sw}^{sj} = 1, \forall s \quad \text{and} \quad \sum_{iw} q_{sw}^{id} - \sum_{jw} q_{sw}^{dj} = Q_{sd}, \forall (s, d) \quad (4)$$

$$\text{Minimize: } \sum_{mn} C_{mn} \cdot D_{mn} + \sum_{sd} T \cdot P_{sd} + \sum_{si,jw} T \cdot q_{sw}^{ij} \cdot A_s, i \neq s \quad (5)$$

A Restrição (1) acumula múltiplas funções: garante a continuidade dos percursos lógicos e a conservação dos comprimentos de onda; controla a capacidade de tráfego dos canais lógicos, que também pode ser um *upper bound* para o congestionamento; e anula as frações de fluxo agregado nas ligações lógicas não utilizadas.

Se o número de componentes topológicas incidentes em  $m$  for maior que o número de iniciadas, não originadas nele, essa diferença é o número de ligações lógicas que terminam em  $m$ . É deste modo que a finalização das ligações lógicas pode ser mapeada. Isso assegura a rastreabilidade das ligações lógicas desde sua origem, a partir das componentes topológicas agregadas.

Para resolver o sub-problema de roteamento de tráfego, são definidas as variáveis de fração de fluxo agregado (Variável 3), utilizadas na Restrição (1). Como podem haver múltiplas ligações lógicas entre um par  $(i, j)$ , o tráfego entre um par de nós deverá ser limitado pela capacidade de uma ligação lógica multiplicada pelo número de ligações lógicas em questão. Na Restrição 1, este número é representado, para as ligações lógicas entre o par  $(i, j)$ , como a quantidade de componentes topológicas incidentes em  $j$  ( $B_{iw}^{mj}, \forall (m, w)$ ), diminuído do número de componentes topológicas iniciadas em  $j$  ( $B_{iw}^{jn}, \forall (n, w)$ ).

Apesar da topologia física ser determinada pelas componentes da topologia generalizada, para fins de controle do grau físico, é necessário uma variável adicional, que é definida na Variável 2. Se  $D_{mn} = 0$ , não há ligações físicas entre o par  $(m, n)$ , mas se  $D_{mn} = k$ , para algum  $k \in \{0, \dots, K\}$ , existem  $k$  ligações físicas entre o par  $(m, n)$ . Se a topologia física for fixada, isto é, informada como um dado de entrada, as componentes da topologia generalizada  $B_{iw}^{mn}$ , com  $D_{mn} = 0$ , devem ser retiradas da modelagem. Isto deve ser considerado em todo o modelo e daqui por diante toma-se como subentendido.

Quando  $D_{mn}$  for dado de entrada do problema, a Restrição (2) limita a multiplicidade física das componentes, por outro lado, quando a  $D_{mn}$  é variável, ela apenas registra em  $D_{mn}$  a multiplicidade física alcançada pelas componentes da topologia generalizada. Se a topologia física é livre, a Restrição (3) é necessária para o controle do grau físico de saída e entrada em cada nó, caso contrário esta restrição pode ser desconsiderada.

A conservação de fluxo é assegurada pela Restrição (4), que também garante o envio e a entrega das demandas de tráfego. As equações da Restrição (4) são semelhantes, em sua forma, às encontradas na modelagem agregada para o VTD [5]. Todavia, sua interpretação é sutilmente diferente, pois aqui uma determinada fração de fluxo de tráfego pode ser transportada simultaneamente por mais de uma ligação lógica entre o par  $(i, j)$ . Por exemplo, em comprimentos de onda diferentes em um mesmo enlace físico  $(m, n)$  que interliga diretamente  $(i, j)$ , ou por rotas físicas disjuntas entre os nós  $(i, j)$ , neste último caso, independente do comprimento de onda.

Uma métrica importante no projeto da redes ópticas é a minimização dos custos de instalação e operação [4]. O custo de instalação  $C_{mn}$  é o custo associado a uma ligação física orientada entre o par de nós  $(m, n)$ . O custo de operação  $T$  é definido como o custo por unidade de fluxo. Este último pode ser dividido em duas partes, uma constante ( $T_c = \sum_{sd} T \cdot P_{sd}$ ), formada pelas demandas de tráfego (que necessariamente deverão ser roteadas), e outra variável ( $\sum_{si,jw} T \cdot q_{sw}^{ij} \cdot A_s, i \neq s$ ), composta pelo tráfego adicional que é gerado, ou seja, o tráfego retransmitido.

Por essa razão, minimizar o custo por unidade de fluxo é equivalente a minimizar o tráfego retransmitido na rede, o que por sua vez, equivale a minimizar o processamento eletrônico de tráfego dos nós da rede [1]. Soma-se a isso o fato de que é necessária nesta modelagem a Restrição (1), de limitação da capacidade  $Cap$  dos canais lógicos. Deste modo, limitando o congestionamento na rede e minimizando o processamento, temos uma abordagem mais eficiente, quanto ao custo computacional, para o projeto da topologia virtual em comparação com a minimização do congestionamento da rede [1,5].

Se não for necessário ponderar o custo por unidade de fluxo, basta fazer  $T = 1$ , e se não for necessário considerar o custo total de instalação ( $CI = \sum_{mn} C_{mn} \cdot D_{mn}$ ), basta fazer  $C_{mn} = 0$  para todo  $(m, n)$ . Deste modo seria simplesmente um modelo de minimização do processamento, com limitação do congestionamento [1]. A função objetivo, que é a minimização do custo total  $R = CI + Tc + Tv$ , é dada explicitamente pela Restrição 5.

Quando a topologia física é um dado de entrada, o número de pares  $(m, n)$  válidos é da ordem de  $N \cdot H$ . Assim o número de componentes da topologia generalizada será da ordem de  $N \cdot H \cdot W$ , semelhante aos modelos mais enxutos para RWA [2]. Considerando  $H$  e  $W$  constantes, a ordem de grandeza do número de variáveis deste modelo será  $N$ , similar a de modelos que resolvem apenas o VTD [5].

## 2.1 Grau Lógico e Congestionamento

Dada a abrangência do modelo básico, diversas métricas poderiam ser controladas ou diretamente minimizadas, conforme a aplicação. Apresentamos agora como podem ser incluídos outros parâmetros de controle bem conhecidos e que serão utilizados nos experimentos computacionais da Seção 4.

No modelo TWA o número de ligações lógicas é implicitamente limitado pela capacidade física do nó  $m$  de realizar ligações lógicas, que é a capacidade do *Optical switch* de receber ou originar conexões [9]. Todavia, o número de transceptores em um nó, pode ser menor que essa capacidade [9,5]. Assumimos que todos os nós tem o mesmo número de transceptores, que é chamado de grau lógico ( $Gl$ ), que também passa a ser um dado de entrada. Para controlar o grau lógico de saída e entrada em cada nó, é necessária a Restrição 6, que deve ser adicionada ao modelo básico.

A Restrição (7) acrescenta a limitação da multiplicidade das ligações lógicas ( $Ml$ ) ao modelo TWA, que é indiretamente limitada pelo grau lógico. Para não usar multiplicidade nas ligações lógicas, basta fazer  $Ml = 1$ . Como a multiplicidade das ligações lógicas fica implícita para as variáveis de distribuição de tráfego, não é possível minimizar diretamente o tráfego em cada canal. Portanto, para minimizar o conges-

tionamento, seriam necessárias novas variáveis para contabilizar o tráfego em cada ligação lógica. Isso pode ser contornado adotando a Restrição (7), com  $Ml = 1$ . Deste modo, pode-se minimizar o congestionamento através da Restrição (8), adicionando também ao modelo básico a Variável (4).

**Dados 2** *Sejam  $Gl$  o Grau Lógico e  $Ml$  a Multiplicidade das Ligações Lógicas.*

**Variável 4** *Seja  $\lambda_{max}$  o congestionamento da rede.*

$$\sum_{wn} B_{mw}^{mn} \leq Gl \quad \text{and} \quad \sum_{inw} B_{iw}^{nm} - \sum_{inw} B_{iw}^{mn} \leq Gl, \forall m, i \neq m \quad (6)$$

$$\sum_{nw} B_{iw}^{nm} - \sum_{nw} B_{iw}^{mn} \leq Ml, \forall (i, m), i \neq m \quad (7)$$

$$\text{Minimize: } \lambda_{max} \geq \sum_{sw} q_{sw}^{ij} \cdot A_s, \forall (i, j), Ml = 1 \quad (8)$$

## 3 Lower Bounds

Nos trabalhos encontrados na literatura, no que diz respeito ao congestionamento, encontrar boas soluções é uma tarefa fácil para heurísticas [3,7]. Todavia, o cálculo de *lower bounds* (LB) que garantam essa qualidade tem elevado custo computacional, sendo esta a parte mais difícil dessa abordagem. Apresentamos aqui uma nova técnica para a obtenção de *lower bounds* para o congestionamento que joga por terra essa dificuldade. Ela é uma formula de cálculo direto, que denominamos *Minimum Traffic Bound* (MTB), fornecendo um LB de alta qualidade para o congestionamento, com custo computacional desprezível.

**Dados 3** *Sejam  $\alpha_i$  o número de ligações lógicas iniciadas em um nó  $i$  e  $\beta_j$  o número de ligações lógicas finalizadas em um nó  $j$ . Deste modo:*

$$\begin{aligned} 1. \quad \Theta_i &= \sum_n D_{in} / \alpha_i \quad \text{and} \quad \Gamma_j = \sum_m D_{mj} / \beta_j \\ 2. \quad \Omega_{ij} &= \max_{ij}(\Theta_i, \Gamma_j) \quad \text{and} \quad MTB = \max_{ij}(\Omega_{ij}) \end{aligned}$$

**Theorem 1 (Minimum Traffic Bound – MTB)** *Se o número de ligações lógicas iniciadas e finalizadas em cada nó da rede são parâmetros de entrada, então o MTB, definido no conjunto de Dados 3, é um lower bound para o congestionamento.*

**Demonstração** Seja  $\lambda_{max}^*$  o valor ótimo do congestionamento. Devemos demonstrar que  $MTB \leq \lambda_{max}^*$ , o que equivale a mostrar que  $\Omega_{ij} \leq \lambda_{max}^*, \forall (i, j)$ . Para isso é suficiente que sejam verdadeiras as inequações a seguir:

$$(i) \quad \Theta_i \leq \lambda_{max}^*, \forall i \quad \text{and} \quad (ii) \quad \Gamma_j \leq \lambda_{max}^*, \forall j$$

Suponha por absurdo que a inequação (i) é falsa, ou seja,  $\exists i$  tal que  $\Theta_i > \lambda_{max}^*$ . O mínimo tráfego que  $i$  pode originar,

considerando todas as ligações lógicas iniciadas nele, é composto pelas demandas de tráfego com origem em  $i$ , ou seja,  $\sum_n D_{in}$ . Seja  $\Psi_i$  a soma de todo o tráfego nas ligações lógicas iniciadas em  $i$ , em uma solução viável qualquer. Deste modo,  $\Psi_i \geq \sum_n D_{in}$ , considerando que algum tráfego possa ser retransmitido através de  $i$ . Seja  $\bar{\Psi}_i$  o tráfego médio entre as ligações lógicas iniciadas em  $i$ . Segue que:

$$\bar{\Psi}_i = \frac{\Psi_i}{\alpha_i} \geq \frac{\sum_n D_{in}}{\alpha_i} = \Theta_i$$

Ou seja,  $\bar{\Psi}_i \geq \Theta_i$ . Portanto,  $\exists j$  tal que  $\Phi_{ij} \geq \Theta_i$ , onde  $\Phi_{ij}$  é o tráfego na ligação lógica  $(i, j)$ . Como  $\Theta_i > \lambda_{max}^*$ , segue que,  $\Phi_{ij} > \lambda_{max}^*$  para qualquer solução viável. O que é absurdo para as soluções ótimas, pois contraria a definição de  $\lambda_{max}^*$ , como o tráfego da ligação lógica mais carregada. Isso prova que a inequação (i) é verdadeira, e de modo análogo pode-se verificar a validade da inequação (ii).  $\square$

Note que não foi feita restrição quanto à multiplicidade de ligações lógicas. Estamos considerando portanto o caso mais geral do VTD.

Dizemos que o MTB é um LB para para o VTD, pois a única restrição feita é quanto ao conhecimento do número de ligações lógicas iniciando e terminando em cada nó. Em modelagens mais abrangentes, como o TWA, a introdução de mais restrições e variáveis pode fazer com que o ótimo do VTD se torne inviável. Ainda assim, o MTB será um LB para o congestionamento, todavia, outras técnicas de obtenção de LB poderiam ser empregadas para explorar o espaço do conjunto de soluções que se tornou inviável. Uma alternativa é a conhecida técnica iterativa apresentada em [5].

Em última análise, o MTB explora a possibilidade da ligação lógica mais carregada da rede transportar predominantemente tráfego que não foi ou não será retransmitido. Apesar de aparentemente ingênua, essa é uma suposição muito acertada, posto que na maioria dos testes feitos o MTB equivale ao ótimo, como será visto na Seção 4.

## 4 Experimentos Computacionais

Para avaliar a pertinência desta nova abordagem, testes computacionais foram realizados. Toda a modelagem do TWA foi descrita em AMPL<sup>®</sup> (*A Modeling Language for Mathematical Programming* - [www.ampl.com](http://www.ampl.com)), de modo que facilmente possa ser adaptada para várias finalidades. Utilizamos o *solver* SCIP (*Solving Constraint Integer Programs* - [scip.zib.de](http://scip.zib.de)) para resolver o modelo MILP do TWA.

Os resultados dos experimentos computacionais realizados com o TWA são comparados, nesta seção, com os publicados em [3], onde foi proposto um modelo para a resolução integrada do VTD e RWA. Este trabalho anterior é baseado nas modelagens clássicas desses problemas [5,9], o qual denominaremos KS. Esses resultados foram produzidos com a

**Tabela 1** Legendas para as Tabelas 2 e 3.

$GL$	=	Grau Lógico
$W$	=	Número de comprimentos de onda disponíveis
MTB	=	<i>Minimum Traffic Bound</i>
MILP	=	Resultados obtidos pelo SCIP
$T$	=	Tempo em minutos gasto com o SCIP
KS	=	Melhores resultados encontrados em [3]
$LB$	=	Lower Bound para o congestionamento em [3]
$UB$	=	Uper Bound para o congestionamento em [3]

*IBM's Optimization Subroutine Library (OSL)* em um computador IBM 43P/RS6000.

Nos resultados que iremos confrontar, é considerado o grau lógico da rede ( $GL$ ), não há multiplicidade de ligações lógicas e a função objetivo é o congestionamento. Para produzir resultados passíveis de comparação, são acrescentadas à modelagem básica do TWA, mostrada na Seção 2: as Restrições (6) de controle do grau lógico; a Restrição (7) de controle de multiplicidade de ligações lógicas, com  $M = 1$ ; e a Restrição (8) que determina o congestionamento como função objetivo. Esta formulação específica é denominada de  $TWAc_1$ .

Nas Tabelas 2 e 3 são confrontados os resultados obtidos com o  $TWAc_1$  e os encontrados em [3], com o modelo KS. Para cada grau lógico, são exibidos: na coluna MILP, o valor de congestionamento obtido executando o modelo MILP do  $TWAc_1$  com o SCIP; na coluna  $T$ , o tempo gasto pelo SCIP para chegar a essa solução; na coluna  $W$ , o número de comprimentos de onda utilizados pelo  $TWAc_1$ ; e na coluna MTB, o *Minimum Traffic Bound* para cada instância. Também são exibidos, para o modelo KS, na coluna  $UB$ , as melhores soluções para o congestionamento encontradas em [3], e nas colunas  $LB$  e  $W$ , os respectivos *lower bounds* e número de comprimentos de onda utilizados pelo KS. Quando o valor de congestionamento corresponde ao ótimo da instância, ele é marcado com um asterisco.

Nos resultados para a modelagem KS, para cada instância, o cálculo do LB levou em média 125 minutos utilizando o método iterativo encontrado em [5]. O *upper bound* (UB) foi obtido por meio de uma heurística, levando menos de um minuto. Portanto, a otimalidade só pôde ser garantida nesses resultados quando o valor viável encontrado era igual ao *lower bound* obtido.

Para ambas as matrizes, foram obtidos melhores resultados com o  $TWAc_1$ , em comparação com os resultados para o modelo KS, tanto para o valor de congestionamento quanto para o número de comprimentos de onda utilizados. Outro fato importante é qualidade alcançada pelo MTB em todas as instâncias, praticamente igual ao *lower bound* obtido em [3], mas com demanda de tempo desprezível. Esse é um resultado expressivo, frente aos 125 minutos, em média, gastos com o método iterativo[5]. Por fim vale ressaltar que foram obti-

**Tabela 2** Resultados para a matriz P1[3]. \*: Ótimo alcançado.

P1	TWA <sub>c1</sub>				KS[3]		
	W	T <sub>(m)</sub>	MTB	MILP	LB	UB	W
2	2	451	126.87	143.66	126.74	145.74	4
3	3	221	84.58	*84.58	84.58	*84.58	4
4	3	8	63.44	69.17	63.43	70.02	4
5	4	225	50.75	50.82	50.74	50.94	5
6	4	24	42.29	43.54	42.29	44.39	6
7	5	65	36.25	*36.25	36.25	36.43	6
8	6	102	31.72	*31.72	31.72	31.77	7
9	7	131	28.19	*28.19	28.19	28.37	9
10	8	72	25.37	25.53	25.37	25.64	9
11	9	200	23.07	23.31	23.00	23.08	11
12	11	140	21.14	21.35	21.27	21.39	12
13	13	16	19.52	*20.25	20.24	20.25	13

**Tabela 3** Resultados para a matriz P2[3]. \*: Ótimo alcançado.

P2	TWA <sub>c1</sub>				KS[3]		
	W	T <sub>(m)</sub>	MTB	MILP	LB	UB	W
2	1	152	284.66	*292.31	284.26	389.93	2
3	2	4.4	189.78	*189.78	189.76	217.80	4
4	2	2	142.33	*142.33	142.33	152.99	3
5	3	4	113.87	*113.87	113.87	*113.87	4
6	3	3.9	94.89	*94.89	94.89	*94.89	5
7	4	4.3	81.33	*81.33	81.33	*81.33	6
8	4	6.8	71.17	*71.17	71.17	*71.17	6
9	5	20.9	63.26	*63.26	62.15	63.26	9
10	6	20.1	56.93	*56.93	56.93	*56.93	10
11	6	23.2	51.75	*51.75	51.75	*51.75	10
12	7	23.1	47.44	*47.44	47.44	*47.44	13
13	7	14.8	43.79	*43.79	43.79	*43.79	13

das soluções ótimas para 70% das instâncias com o TWA<sub>c1</sub>, contra 37% dos resultados para o modelo KS.

Em 62% das instâncias, o MTB equivale ao ótimo. E mesmo quando o ótimo diferiu do MTB, no pior caso, o MTB ficou menos de 5% abaixo do ótimo.

O tempo demandado pelo SCIP para obter os resultados aqui apresentados são altos, se comparados ao desempenho de heurísticas para o congestionamento no projeto encontradas na literatura [3,7]. Todavia, esses resultados corroboram para eficiência do modelo TWA. Pois, seu reduzido número de variáveis e equações, possibilitou obter tais soluções sem que para isso fosse necessário recorrer à heurísticas.

## 5 Conclusão

Uma formulação MILP foi apresentada para o projeto de redes ópticas com roteamento por comprimento de onda, englobando as restrições dos problemas VTD e RWA, possibilitando o confrontamento de métricas de ambas as modelagens. Esta formulação é mais abrangente que as apresentadas na literatura e possui a vantagem de ser mais tratável no que se refere ao número de variáveis e restrições.

Para garantir uma complexidade computacional equivalente a de modelos que englobam apenas os problemas VTD e RWA separadamente, a principal consideração que a formulação faz é a utilização das variáveis topológicas, que sintetizam variáveis distintas das formulações tradicionais, além da forma agregada com que é feita a distribuição do tráfego e o roteamento dos canais ópticos, de forma semelhante a outros modelos da literatura [5,8].

O modelo foi apresentado inicialmente em uma forma básica, contendo as restrições e variáveis consideradas essenciais para a resolução do projeto completo, que engloba a escolha da topologia física, definição da topologia virtual, distribuição de tráfego, definição das rotas físicas e alocação dos comprimentos de onda. Nessa modelagem básica a função objetivo adotada foi o custo de instalação e operação da rede a ser projetada. Para validar experimentalmente a formulação, foram realizados testes comparativos com os resultados apresentados em [3], aonde a rede considerada possui 14 nós. Os resultados obtidos foram consideravelmente expressivos, com relação à qualidade das soluções.

## Referências

1. Almeida, R.T.R., Calmon, L.C., Segatto, M.E.V., Oliveira, E.S. (2006). Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking* 3, 2–10
2. Jaumard, B., Meyer, C., Thiongane, B. (2004). Comparison of ILP Formulations for the RWA Problem. *Les Cahiers du GERAD*
3. Krishnaswamy, R.M., Sivarajan, K.N. (2001). Design of Logical Topologies: A Linear Formulation for Wavelength-Routed Optical Networks with No Wavelength Changers. *IEEE/ACM Transactions on Networking* 9(2)
4. Mukherjee, B. (1997). *Optical Communication Networks*. McGraw-Hill, New York
5. Ramaswami, R., Sivarajan, K.N. (2002). *Optical Networks: a practical perspective*, 2<sup>nd</sup> edn. Morgan Kaufmann
6. Resendo, L.C., Ribeiro, M.R.N., Calmon, L.C. (2007). Efficient Grooming-Oriented Heuristic Solutions for Multi-Layer Mesh Networks. *Journal of Microwaves and Optoelectronics*
7. Skorin-Kapov, N. (2007). A new objective criterion and rounding techniques for determining virtual topologies in optical networks. *IEEE Communications Letters*
8. Tornatore, M., Maier, G., Pattavina, A. (2007). WDM network design by ILP models based on flow aggregation. *IEEE/ACM Transactions on Networking* 15(3), 709–720
9. Zang, H., Jue, J.P., Mukherjee, B. (2000). A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine* 1