

Limite Inferior para o Tráfego Retransmitido

Fabio de Oliveira Lima, Marcelo de Oliveira Lima
Marcelo Eduardo Vieira Segatto
Laboratório de Telecomunicações - UFES
Vitória - ES - 29055-280
e-mail: fabiolimath@gmail.com

Renato Tannure Rotta de Almeida
Instituto Federal do Espírito Santo - IFES
Serra - ES - 29164-231

Resumo—This paper presents a pioneer way to obtain lower bounds to forwarded traffic, with very tiny computational's cost. This work presents results of experiments in order to validate the efficiency of this method with respect to quality of solutions and computational performance of previous work on the same subject.

I. INTRODUÇÃO

A expansão do uso de redes de fibras ópticas, devido à sua extrema eficiência no transporte de dados em altas taxas de transmissão, motiva o estudo de projetos de operação das mesmas. Uma rede de comunicação é dita óptica quando o meio físico, usado para a transmissão das informações entre os nós da rede, é composto por cabos de fibra óptica.

O projeto e planejamento de redes é realizado através de métodos distintos de acordo com o tipo de tráfego considerado, especificamente com relação à natureza; se é estática ou dinâmica. No caso de tráfego estático, nosso foco de estudo, é assumido *a priori* uma determinada matriz de demanda de tráfego, representando a quantidade média de tráfego que deve ser transferido entre os pares de nós da rede. Considera-se essas demandas como sendo fixas para fins de planejamento, podendo basear-se em levantamentos históricos ou mesmo estudos estimativos [1].

Neste contexto, o desenvolvimento da tecnologia WDM (*Wavelength Division Multiplexing*), permitiu que vários canais independentes compartilhem a mesma fibra óptica, proporcionando um melhor aproveitamento da banda de transmissão disponível nas fibras. Multiplicando a capacidade das ligações físicas das redes, esses canais são transmitidos em diferentes comprimentos de onda [2]. A quantidade de comprimentos de onda que podem ser multiplexados em uma ligação física depende do tipo de cabo de fibra óptica empregado [3].

II. ROTEAMENTO DE TRÁFEGO POR COMPRIMENTOS DE ONDA

A tecnologia de multiplexação por comprimento de onda, além de possibilitar a transmissão de vários sinais pelo mesmo meio, permite a implementação de redes com roteamento de tráfego por comprimentos de onda (WRON - *Wavelength Routed Optical Networks*) [4]. As vantagens desse tipo de rede decorrem de sua infra-estrutura flexível, com elevada capacidade e confiabilidade na transmissão de dados.

Esta arquitetura se utiliza de dispositivos ópticos que permitem o roteamento transparente de tráfego, onde a informação pode ser roteada pelo meio óptico, sem passar para o domínio eletrônico, nos pontos intermediários entre a origem e o destino de uma demanda de tráfego. Temos assim uma camada acima da configuração física da rede, pois um caminho óptico transparente pode ser definido de várias formas sobre a rede. Esta é uma camada servidora, que proverá acesso à rede às camadas clientes que, por sua vez, enxergarão apenas essas ligações transparentes. Portanto há duas camadas: uma eletrônica, formada por roteadores eletrônicos de pacotes de dados interconectados por canais ópticos transparentes, e uma camada óptica, onde o roteamento do tráfego pela rede física é realizado por dispositivos ópticos WDM [4].

Os canais ópticos transparentes, por onde trafegam as demandas de tráfego, são chamados de ligações lógicas. A topologia lógica da rede é assim formada pelo conjunto das ligações lógicas que, bem como a topologia física, é um grafo direcionado [5]. Ela abstrai a estrutura física da rede, pois pode ter uma estrutura totalmente diferente, e faz a ligação entre a camada eletrônica e a óptica.

O que caracterizou as WRON como uma nova geração de redes ópticas foi a possibilidade de se implementar uma topologia lógica totalmente reconfigurável sobre a estrutura física da rede. A topologia lógica é configurada nos dispositivos ópticos de comutação de comprimentos de onda, e pode ser modificada em função da sazonalidade das demandas de tráfego, bem como da necessidade de restauração em caso de falhas.

O roteamento de tráfego em uma WRON é realizado de duas formas: na camada óptica da rede, que se denomina roteamento transparente, e na camada eletrônica, após sua conversão de sinal óptico para elétrico para processamento em roteadores de pacotes de dados. No roteamento transparente, os comprimentos de onda podem ser redirecionados nos dispositivos de comutação óptica, com a vantagem da ausência do atraso em filas originado pelo congestionamento em roteadores eletrônicos. Este congestionamento está diretamente associado à limitações na qualidade de serviço em redes de comunicações, pois origina atraso e eventuais descartes de pacotes que, sobretudo para as emergentes aplicações em tempo real, devem ser minimizados [6].

Em uma WRON, para permitir conexões transparentes, os nós da rede precisarão ser equipados com dispositivos ópticos

WDM capazes de realizar roteamento de tráfego por comprimentos de onda. Dois tipos mais comuns de equipamentos utilizados são o OADM (*Optical Add-Drop Multiplexer*) e o OXC (*Optical Cross-Connect*). O OADM é um equipamento mais simples e de menor custo em comparação com o OXC [3]. Os múltiplos comprimentos de onda são combinados em um único sinal óptico por um multiplexador WDM (*Mux*) na saída dos dispositivos ópticos WDM, e da mesma forma são separados na entrada por um demultiplexador WDM (*Demux*).

Atualmente, é amplamente aceito que uma rede óptica mais eficiente é uma combinação entre a rede opaca e a transparente. Este modelo de rede híbrida é comumente chamada de rede semitransparente [7]. Algumas estratégias para o projeto de redes semitransparentes de longa distância foram propostas em artigos e livros como [8] e [7]. Esta é uma solução intermediária que define ligações lógicas apenas entre pares de nós convenientes, resultando em uma topologia lógica parcialmente transparente. Usando redes ópticas semitransparentes, é possível alcançar uma performance muito próxima aos das redes opacas em termos de bloqueio de novas requisições, porém com grande economia nos custos, e menos complexidade do que uma rede completamente óptica. Em suma, redes semitransparentes oferecem o melhor dos domínios óptico e eletrônico sem comprometer as principais características de cada uma dessas tecnologias [9].

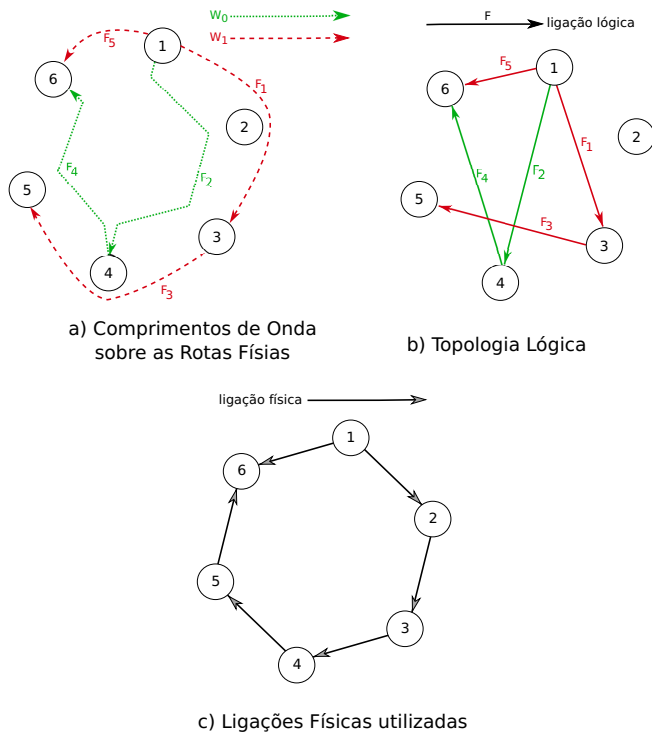


Figura 1. Rotas físicas e alocação de comprimentos de onda.

A cada ligação lógica deverá ser atribuído um caminho na topologia física; seu o canal óptico transparente, comumente chamado de rota física [10]. Por sua vez, em cada ligação física deste caminho deverá ser alocado um comprimento de onda para esta ligação lógica. Se os nós da rede possuírem

capacidade de conversão entre comprimentos de onda, às ligações físicas ao longo da rota física poderão ser atribuídos comprimentos de onda distintos [11]. Se esta hipótese não é considerada, todas as ligações físicas deverão utilizar o mesmo comprimento de onda ao longo da rota física. Esta limitação é conhecida como restrição de continuidade de comprimento de onda [10], e será a hipótese considerada neste trabalho.

No item *a* da Figura 1 está um exemplo de rotas físicas e comprimentos de onda atribuídos às ligações lógicas do item *b*. Esse é o roteamento das ligações lógicas sobre a topologia física, requisitadas pelo projeto da topologia lógica, e a alocação de comprimentos de onda a cada rota [10].

Na Figura 1, no item *c*, estão representadas as ligações físicas que foram utilizadas para estabelecer a topologia lógica para uma rede óptica de 6 nós. Observe que em alguns casos dois comprimento de onda compartilham a mesma ligação física. Isso ocorre graças a tecnologia WDM. Mas, como estamos considerando que cada fibra óptica pode ser utilizada em um sentido apenas, duas ou mais ligações lógicas só podem compartilhar uma mesma ligação física no mesmo sentido e utilizando comprimentos de onda diferentes [10].

Em redes semitransparentes, como não há ligações lógicas entre todos os pares de nós da rede, as demandas de tráfego podem precisar compor caminhos sobre a topologia lógica, utilizando mais de uma ligação lógica. Neste caso, haverá ainda conversão eletrônica nos nós intermediários, e o projeto da topologia lógica é quem deve cuidar de evitar que muito tráfego deve ser destinado para esses casos. Em geral, as demandas de tráfego podem ainda ser subdivididas e transportadas paralelamente por mais de um caminho sobre a topologia lógica [12].

O projeto de WRON deve levar em conta seus custos de implementação e operação, que podem ser colocados, resumidamente, em função dos recursos de transmissão requeridos na camada óptica e a capacidade de processamento e armazenamento dos roteadores eletrônicos [6]. Para tanto, técnicas de otimização são largamente empregadas e as soluções propostas fazem uso de métodos exatos e heurísticas, separadamente ou em conjunto. Na literatura, o projeto completo de WRONs é dividido em quatro sub-problemas, que serão denominados: roteamento de tráfego (TR - *Traffic Routing*), projeto da topologia lógica (LTD - *Logical Topology Design*), roteamento de comprimentos de onda (WR - *Wavelength Routing*) e alocação de comprimentos de onda (WA - *Wavelength Assignment*) [7], [9], [9].

O projeto da topologia lógica, VTD, que inclui a distribuição do tráfego e escolha da topologia lógica, é modelado na literatura como um problema de programação inteira mista (MILP - *Mixed Integer Linear Problem*) [12], [9]. No entanto esses modelos se mostraram intratáveis mesmo para instâncias pequenas, com menos de 20 nós. Assim, heurísticas foram propostas para sua resolução [12]. Escolhida uma topologia lógica, a próxima etapa é distribuir sobre seus caminhos o tráfego da matriz de demandas, o sub-problema TR. Isoladamente, este pode ser modelado como um problema de programação linear [12], que pode ser resolvido em tempo

polinomial [5].

Uma métrica importante no VTD é o processamento eletrônico, que está diretamente associado a quantidade de tráfego que é retransmitido por mais de uma ligação lógica, antes de chegar ao seu destino. Esse tráfego tem de ser processado nos roteadores eletrônicos de tráfego nos nós intermediários, o que influencia no dimensionamento dos mesmos, além de gerar atraso em filas [13]. A distribuição do tráfego deve tentar enviar a maior parte do tráfego por caminhos compostos apenas por uma ligação lógica, de modo a evitar excessivo processamento eletrônico.

Nos trabalhos encontrados na literatura, no que diz respeito ao tráfego retransmitido, encontrar boas soluções não é uma tarefa difícil [13]. Todavia, não há técnicas para o cálculo de limitantes inferiores (*lower bounds* - LB) que garantam essa qualidade, sendo esta a parte mais difícil dessa abordagem [13]. Apresentamos na seção a seguir uma nova técnica para a obtenção de *lower bounds* para o tráfego retransmitido. Ela é uma fórmula de cálculo direto, que denominamos *Forwarded Traffic Bound* (FTB), fornecendo um LB de alta qualidade para o Forwarded, com custo computacional muito pequeno, cuja eficiência é testada em instâncias encontradas na literatura [12].

III. TRÁFEGO RETRANSMITIDO

O tráfego retransmitido na rede é todo aquele que, passando por uma ligação lógica entre o par (i, j) , não se originou no nó i . Isso ocorre em redes semitransparentes, pois não há ligações lógicas entre todos os pares de nós da rede, fazendo com que algumas demandas de tráfego tenham que traçar caminhos sobre a topologia lógica. Obviamente, todas as demandas de tráfego tem de ser roteadas por caminhos com no mínimo um salto, esse é o tráfego mínimo que há na rede. Todo o resto depende do projeto da topologia lógica e a consecutiva distribuição do tráfego.

Para estabelecer um limite inferior para o tráfego retransmitido, é necessário estimar o número mínimo de vezes que o tráfego pode ser repetido até chegar ao destino. Além disso, é preciso considerar a quantidade de tráfego. Pois, como a rede é semitransparente, não há ligações lógicas suficientes para rotear todas as demandas com um único salto. Portanto, para se obter uma configuração mínima para o tráfego retransmitido, deve-se dar preferência a rotear primeiro as maiores demandas. Mas a quantidade de demandas que podem ser atendidas, com um salto apenas, é igual ao número de ligações lógicas de saída no nó de origem.

IV. TRÁFEGO ESTIMADO

Ordenando as linhas da matriz de demandas, da maior entrada para a menor, seja $\bar{\Omega}_{st}$ a t -ésima maior demanda de tráfego com origem em s . Assim, a maior quantidade de tráfego originado em s que pode ser atendido com apenas um salto é:

$$\sum_{t=1}^{\alpha_s} \bar{\Omega}_{st} \quad (IV.1)$$

Onde α_s é o número de ligações lógicas iniciadas em s . Estas demandas, na melhor das hipóteses, poderiam ser entregues no destino sem retransmitir tráfego. Seja $\{j_1, j_2, \dots, j_{\alpha_s}\}$ o conjunto de nós destino das ligações lógicas originadas em s . Assim, a quantidade de tráfego que pode ser atendido com dois saltos é dada por:

$$\sum_{t=1}^{\alpha_s} \sum_{h=1}^{\alpha_{j_t}} \bar{\Omega}_{s(\alpha_s+h)} \quad (IV.2)$$

Note que as demandas são somadas a partir de $\alpha_s + 1$, pois devem ser ignoradas aquelas que podem ser entregues em um salto apenas, já somadas na equação IV.1. O tráfego somado na equação IV.2 já teria que ser retransmitido ao menos uma vez, já constituindo obrigatoriamente uma parte do tráfego retransmitido. Todavia, ao se tratar do projeto da rede, a topologia lógica não foi definida. Assim, não se sabe a quais nós j_t a origem s será conectada por ligações lógicas. Portanto, mesmo que os valores α_{j_t} já sejam definidos *a priori*, o somatório IV.2 não poderia ser obtido antes de se conhecer a topologia lógica. Isso pode ser contornado assumindo que a rede possui grau lógico de saída uniforme para todos os nós g .

Se $g = 1$, a estimativa de um LB para o tráfego retransmitido fica mais simples. A maior demanda com origem em s , na melhor das hipóteses, poderia ser roteada com um salto sobre a topologia lógica, sem gerar tráfego retransmitido. A segunda maior, no melhor caso, poderia ser roteada com dois saltos, gerando o seu valor em tráfego retransmitido. A terceira maior poderia ser roteada com três saltos, gerando duas vezes o seu valor de tráfego retransmitido, assim por diante. Somando essa estimativa para todos os nós da rede, resulta na soma IV.3 a seguir.

$$\sum_{s=1}^n \sum_{h=2}^{n-1} (h-1) \cdot \bar{\Omega}_{sh} \quad (IV.3)$$

Se $g > 1$, o somatório IV.2 poderia ser rescrito, independente dos nós j_t , como é feito a seguir. Este é o máximo tráfego que pode ser retransmitido apenas uma vez.

$$\sum_{t=1}^{g^2} \bar{\Omega}_{s(g+t)} \quad (IV.4)$$

Analogamente, podemos somar também as demais demandas, multiplicando-as pelo número mínimo de vezes que podem ser retransmitidas. Para o máximo tráfego que pode ser entregue sem retransmissão são somadas g demandas, e para o tráfego que pode ser retransmitido uma vez, foram somadas g^2 demandas, assim, para as que podem ser retransmitidas duas vezes deverão ser somadas g^3 demandas, assim por diante. Mas o número de termos somados é $n - 1$, o número de destinos possíveis a partir de s . Assim, há um valor R_z , soma de uma progressão geométrica, que limita o número de termos somados, definido pela equação IV.5.

$$R_z = \sum_{h=1}^z g^h = g^1 + g^2 + g^3 + \dots + g^z \geq n - 1 \quad (\text{IV.5})$$

Para determinar o número de somas, é necessário encontrar o menor valor z que satisfaz a equação IV.5. Isso é feito a seguir:

$$\begin{aligned} g^1 + g^2 + g^3 + \dots + g^z &\geq n - 1 \\ 1 + g^1 + g^2 + g^3 + \dots + g^z &\geq n \\ \frac{g^{z+1} - 1}{g - 1} &\geq n \\ g \cdot g^z - 1 &\geq n \cdot (g - 1) \\ g \cdot g^z &\geq 1 + n \cdot (g - 1) \\ g^z &\geq [1 + n \cdot (g - 1)]/g \\ z &\geq \log_g \left[\frac{1 + n \cdot (g - 1)}{g} \right] \\ z &\geq \log_g [1 + n \cdot (g - 1)] - \log_g [g] \\ z &\geq \log_g [1 + n \cdot (g - 1)] - 1 \end{aligned}$$

Portanto o valor de z procurado é dado pela equação IV.6

$$z = \lceil \log_g [1 + n \cdot (g - 1)] \rceil - 1 \quad (\text{IV.6})$$

Na equação IV.5, o termo g^1 estava associado às demandas que podem ser roteadas sem retransmissão, que não integram a estimativa de tráfego retransmitido. Portanto haverão $z - 1$ somas, e o número de termos somados na última delas é g^z , se $R_z = n - 1$, ou $n - 1 - R_{z-1}$, caso contrário. Uma definição que atende aos dois casos é $\nu_z = \min\{g^z, n - 1 - R_{z-1}\}$. As demais somas têm limite g^h , onde $h \in \{2, \dots, z - 1\}$. Assim, a estimativa para o mínimo tráfego retransmitido é dado na equação IV.7 a seguir.

$$\sum_{t=1}^{g^2} 1 \cdot \overline{\Omega}_{s(t+R_1)} + \dots + \sum_{t=1}^{\nu_z} (z - 1) \cdot \overline{\Omega}_{s(t+R_{z-1})} \quad (\text{IV.7})$$

Note que trocando os limites dos somatórios g^h por ν_h , não haveria alteração, pois nenhum desses valores pode ultrapassar $n - 1 - R_{h-1}$. Além disso, convém redefinir as demandas ordenadas ($\overline{\Omega}_{st}$) de modo a incluir $t + R_{h-1}$, para simplificar a notação. Isso é feito na equação IV.8, aplicando a soma de progressões geométricas para substituir o fator R_{h-1} . O mesmo é feito na equação IV.9, que redefine ν_z em termos de h , para ser usada em todos os somatórios.

$$\overline{X}_{st}^h = \overline{\Omega}_{sy}, \text{ onde } y_{th} = t - 1 + \frac{g^h - 1}{g - 1} \quad (\text{IV.8})$$

$$\nu_h = \min \left\{ g^h, n - \frac{g^h - 1}{g - 1} \right\} \quad (\text{IV.9})$$

Assim, podemos reescrever as somas em IV.7 como é feito na equação IV.10. Esta equação estima a melhor forma possível de se distribuir o tráfego de modo a evitar gerar tráfego retransmitido. Somando esta estimativa para todos os nós da rede, tem-se portanto um limite inferior para o tráfego retransmitido.

$$\sum_{h=2}^z \sum_{t=1}^{\nu_h} (h - 1) \cdot \overline{X}_{st}^h \quad (\text{IV.10})$$

V. LIMITE INFERIOR PARA O TRÁFEGO RETRANSMITIDO

Toda a construção da seção anterior pode ser feita olhando para as demandas que devem ser entregues em cada nó d , inversamente ao que foi feito até aqui. Assim, um limite inferior para o tráfego retransmitido pode ser definido em relação ao tráfego que deve ser recebido por cada nó. Portanto há um LB definido pelo envio do tráfego, e outro definido pela recepção. O maior entre eles é ainda um *lower bound* para o tráfego retransmitido, denominado FTB (*Forwarded Traffic Bound*), enunciado no Teorema 1. Para demonstrá-lo, será necessário o lema 1 a seguir, que garante a existência de um tipo particular de solução ótima para o tráfego retransmitido, onde não há subdivisão das demandas de tráfego por múltiplos caminhos sobre a topologia lógica.

Lema 1. *Há uma solução ótima para o tráfego retransmitido sem bifurcação de tráfego.*

Proof: Seja ξ uma solução ótima para o tráfego retransmitido. Suponha que para cada par (s, d) , $\{1, 2, \dots, k, \dots\}$ são os possíveis caminhos entre esses nós sobre a topologia lógica de ξ . Sejam P_{sd}^k a fração de P_{sd} que foi roteada pelo caminho k , e p_{sd}^k o número de saltos em k . Deste modo, se existem dois caminhos k_1 e k_2 tais que $P_{sd}^{k_1} \neq 0$ e $P_{sd}^{k_2} \neq 0$, com $k_1 \neq k_2$, suponha que $p_{sd}^{k_1} > p_{sd}^{k_2}$. Assim, existe uma solução viável ξ' onde o tráfego sobre k_1 pode ser alocado em k_2 . Logo o tráfego retransmitido em ξ' seria menor que em ξ , o que é absurdo. A mesma conclusão se chega para o caso de $p_{sd}^{k_1} < p_{sd}^{k_2}$, portanto, $p_{sd}^{k_1} = p_{sd}^{k_2}$. Segue que, alocando o tráfego sobre k_1 no caminho k_2 , temos uma solução viável onde o tráfego retransmitido é igual ao de ξ , ou seja, também ótima. Estendendo isso a todos as bifurcações presentes na solução ξ , temos uma solução ótima derivada, onde não há bifurcação de tráfego. ■

Teorema 1 (*Forwarded Traffic Bound – FTB*). *Dada uma rede com grau lógico uniforme g . Sejam $\overline{\Omega}_{st}$ e $\underline{\Omega}_{td}$ demandas de tráfego, respectivamente: a t -ésima maior com origem s e a t -ésima maior com destino d . Se $g > 1$, sejam z , ν_h , y , \overline{X}_{st}^h e \underline{X}_{td}^h como definidos a seguir:*

$$z = \lceil \log_g [1 + n \cdot (g - 1)] \rceil - 1$$

$$\nu_h = \min \left\{ g^h, n - \frac{g^h - 1}{g - 1} \right\}$$

$$y_{th} = t - 1 + \frac{g^h - 1}{g - 1}$$

$$\bar{X}_{st}^h = \bar{\Omega}_{sy}$$

$$\underline{X}_{td}^h = \underline{\Omega}_{yd}$$

Assim, são limites inferiores para o tráfego retransmitido nessa rede:

$$FTB^+ = \sum_{s=1}^n \sum_{h=2}^z \sum_{t=1}^{\nu_h} (h-1) \cdot \bar{X}_{st}^h$$

$$FTB^- = \sum_{s=1}^n \sum_{h=2}^z \sum_{t=1}^{\nu_h} (h-1) \cdot \underline{X}_{td}^h$$

Se $g = 1$, FTB^+ e FTB^- são dados por:

$$FTB^+ = \sum_{s=1}^n \sum_{h=2}^{n-1} (h-1) \cdot \bar{\Omega}_{sh}$$

$$FTB^- = \sum_{s=1}^n \sum_{h=2}^{n-1} (h-1) \cdot \underline{\Omega}_{hd}$$

Enfim, o limite inferior para o tráfego retransmitido FTB é definido como:

$$FTB = \max\{ FTB^+, FTB^- \}$$

Proof: Além do que foi discutido nas explicações anteriores ao enunciado do teorema, para estabelecer o FTB como um LB para o tráfego retransmitido, é suficiente demonstrar que não é possível haver um valor viável inferior a ele. Considere uma solução ótima não bifurcada ξ , onde o número de saltos utilizado por cada demanda é p_{sd} . Por abuso de notação, ξ representa tanto a solução quanto seu valor ótimo. Deste modo, deve-se mostrar que $\xi \geq FTB^+$ e $\xi \geq FTB^-$. Para isso, seja \bar{h}_{sd} tal que $P_{sd} = \bar{X}_{st}^h$, para algum t , ou seja, \bar{h}_{sd} é o número de saltos associado à P_{sd} no cálculo do FTB^+ .

Se $p_{sd} \geq \bar{h}_{sd}$, para todo par (s, d) , então $\xi \geq FTB^+$. Agora, se $p_{sd} < \bar{h}_{sd}$ para alguma demanda P_{sd} , então, ela tomará o lugar de outra de maior valor na ordenação determinada pelo FTB^+ . Pois esta ordenação só leva em conta a capacidade dos nós realizarem ligações lógicas. Se a demanda P_{sd} em ξ tomar uma posição de ordem menor que \bar{h}_{sd} , as possibilidades de conexão dos nós exigirão que outra demanda, de maior valor, tome uma posição de ordem maior do que a considerada no cálculo do FTB^+ . Ou seja, irá existir $P_{s_1 d_1}$, com $P_{s_1 d_1} \geq P_{sd}$, tal que $p_{s_1 d_1} > \bar{h}_{s_1 d_1}$, de modo que as posições galgadas por P_{sd} , terão de ser perdidas por alguma $P_{s_1 d_1}$. Ou seja:

$$\bar{h}_{sd} - p_{sd} = p_{s_1 d_1} - \bar{h}_{s_1 d_1}$$

Multiplicando P_{sd} à esquerda e $P_{s_1 d_1}$ à direita, tem-se que:

$$P_{sd} \cdot (\bar{h}_{sd} - p_{sd}) \leq (p_{s_1 d_1} - \bar{h}_{s_1 d_1}) \cdot P_{s_1 d_1}$$

$$P_{sd} \cdot \bar{h}_{sd} - P_{sd} \cdot p_{sd} \leq P_{s_1 d_1} \cdot p_{s_1 d_1} - P_{s_1 d_1} \cdot \bar{h}_{s_1 d_1}$$

$$P_{sd} \cdot \bar{h}_{sd} + P_{s_1 d_1} \cdot \bar{h}_{s_1 d_1} \leq P_{sd} \cdot p_{sd} + P_{s_1 d_1} \cdot p_{s_1 d_1}$$

Ou seja, o tráfego retransmitido gerado por P_{sd} e $P_{s_1 d_1}$ é maior em ξ do que no FTB^+ . Isso é válido para toda demanda P_{sd} tal que $p_{sd} < \bar{h}_{sd}$, portanto, se isso ocorrer, tem-se que $\xi \geq FTB^+$. Um raciocínio análogo pode ser feito para o FTB^- mas será omitido. ■

VI. QUALIDADE DO FTB

Para avaliar a qualidade do limite inferior fornecido pelo FTB, ele foi determinado para instâncias clássicas da literatura. Ele foi escrito em AMPL[®] (*A Modeling Language for Mathematical Programming*) e calculado para as matrizes P_1 e P_2 da NSFNET, uma conhecida rede, largamente utilizada na literatura [12], [14], [13]. O código AMPL foi interpretado com o GLPK (*GNU Linear Program Kit*).

VII. CONCLUSÃO

The conclusion goes here.

REFERÊNCIAS

- [1] MUKHERJEE, B. et al. Some principles for designing a wide-area wdm optical network. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 4, n. 5, p. 684–696, Oct 1996. ISSN 1063-6692.
- [2] MUKHERJEE, B. *Optical Communication Networks*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997.
- [3] XIN, Y.; ROUSKAS, G. N.; PERROS, H. G. On the physical and logical topology design of large-scale optical networks. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 21, n. 4, p. 904, 2003.
- [4] BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: Linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. In: *INFOCOM '97: Proceedings of the INFOCOM '97. Sixteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Driving the Information Revolution*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1997. p. 269. ISBN 0-8186-7780-5.
- [5] CORMEN, H. *Algoritmos: teoria e prática*. [S.l.]: Elsevier, 2002.
- [6] BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. Wavelength-routed optical networks: linear formulation, resource budgeting tradeoffs, and a reconfiguration study. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, v. 8, n. 5, p. 598–607, 2000. ISSN 1063-6692.
- [7] RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical Networks: a practical perspective*. 2nd. ed. [S.l.]: Morgan Kaufmann Pub. Inc., San Francisco, 2002.
- [8] MAHER, A. *Transmission Efficient Design and Management of Wavelength Routed Optical Networks*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [9] BALA, K. *Transparent, opaque and hybrid optical networking*. [S.l.]: Optical Networks, vol. 1, p. 10, 2000.
- [10] ZANG, H.; JUE, J. P.; MUKHERJEE, B. A Review of Routing and Wavelength Assignment Approaches for Wavelength Routed Optical WDM Networks. *Optical Networks Magazine vol.1*, 2000.
- [11] RAMASWAMI, R.; SASAKI, G. Multiwavelength Optical Networks with Limited Wavelength Conversion. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 6, NO. 6, December, 1998.
- [12] RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. Design of Logical Topologies for WavelengthRouted Optical Networks. *IEEE J. Sel. Areas Commun.* vol. 14 pag. 840 851, 1996.
- [13] ALMEIDA, R. T. R. et al. Design of Virtual Topologies for Large Optical Networks Through an Efficient MILP Formulation. *Optical Switching and Networking*, v. 3, p. 2-10, 2006.
- [14] KRISHNASWAMY, R.; SIVARAJAN, K. Design of logical topologies: a linear formulation for wavelength-routed optical networks with no wavelength changers. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, v. 9, n. 2, p. 186–198, Apr 2001. ISSN 1063-6692.