

Ejercicio 4

Determinar si las siguientes sentencias son verdaderas o falsas, justificando la respuesta utilizando notación Big-Oh.

- a. 3^n es de $O(2^n)$
- b. $n + \log_2(n)$ es de $O(n)$
- c. $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$
- d. $\begin{cases} 3n+17, n < 100 \\ 317, n \geq 100 \end{cases}$ tiene orden lineal
- e. Mostrar que $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$ es $O(n^5)$
- f. Si $p(n)$ es un polinomio de grado k , entonces $p(n)$ es $O(n^k)$.

4a. 3^n es de $O(2^n)$

$$3^n \leq c \cdot 2^n \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$c=1 \text{ y } n_0=1$$

$$3 \leq 2 \rightarrow \text{absurdo}$$

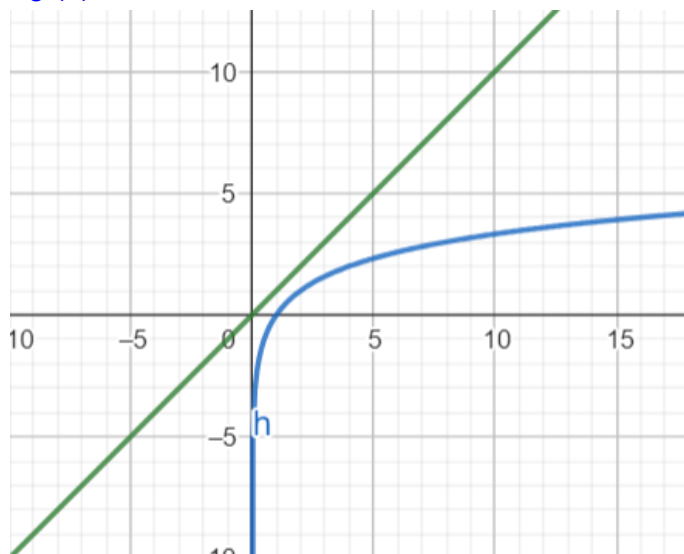
Falso. Porque al ser una función exponencial, a mayor base crece más rápido, por lo tanto, el orden al tener una base más baja, nunca va a poder acotarla.

4b. $n + \log_2(n)$ es de $O(n)$

$$\text{Regla de la suma: } T1(n) + T2(n) = \max(O(f(n)), O(g(n)))$$

Verdadero. Porque n es una función lineal y crece más rápido que una función logarítmica.

n
 $\log_2(n)$



4c. $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$

Falso. Debido que el máximo orden es 10^{20} y no se puede acotar ese máximo al orden de $n^{1/2}$

$$\text{Regla de la suma: } T1(n) + T2(n) = \max(O(f(n)), O(g(n)))$$

4d. Para $n < 100$ tiene orden lineal, pero para los $n \geq 100$ tiene orden constante. Consultar.

4e. Mostrar que $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$ es $O(n^5)$

Verdadero. Por la regla \rightarrow • $T(n)$ es un polinomio de grado k $T(n) = O(n^k)$

De forma analítica:

$$1) \quad 3n^5 \leq c_1 \cdot n^5 \\ c_1 = 3 \text{ y } n_0 = 1$$

$$2) \quad 8n^4 \leq c_2 \cdot n^5 \\ c_2 = 4 \text{ y } n_0 = 2$$

$$3) \quad 2n \leq c_3 \cdot n^5 \\ c_3 = 1 \text{ y } n_0 = 2$$

$$4) \quad 1 \leq c_4 \cdot n^5 \\ c_4 = 1 \text{ y } n_0 = 1$$

$$3n^5 + 8n^4 + 2n + 1 \leq c_1 \cdot n^5 + c_2 \cdot n^5 + c_3 \cdot n^5 + c_4 \cdot n^5 \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$T(n) = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \cdot n^5 \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$T(n) = c \cdot n^5 \text{ para todo } n \geq n_0$$

$$c = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) = 3 + 4 + 1 + 1 = 9$$

$$n_0 = 2 \text{ (tomamos el mayor de todos los } n_0)$$

Por lo tanto, $T(n)$ es de $O(n^5)$.

4f. Si $p(n)$ es un polinomio de grado k , entonces $p(n)$ es $O(n^k)$.

Verdadero. Por la regla.

• $T(n)$ es un polinomio de grado k $T(n) = O(n^k)$