Ejercicio 4

Determinar si las siguientes sentencias son verdaderas o falsas, justificando la respuesta utilizando notación Big-Oh.

a. 3^n es de $O(2^n)$

b. $n + \log_2(n)$ es de $O(n)$

c. $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$

d. $\begin{cases} 3n + 17, n < 100 \\ 317, n \geq 100 \end{cases}$ tiene orden lineal

e. Mostrar que $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$ es $O(n^5)$

f. Si $p(n)$ es un polinomio de grado k, entonces $p(n)$ es $O(n^k)$.

4a. 3^n es de $O(2^n)$

$3^n <= c * 2^n$ para todo $n >= n_0$

c=1 y $n_0=1$

3 <= 2 —> absurdo

Falso. Porque al ser una función exponencial, a mayor base crece más rápido, por lo tanto, el orden al tener una base más baja, nunca va a poder acotarla.

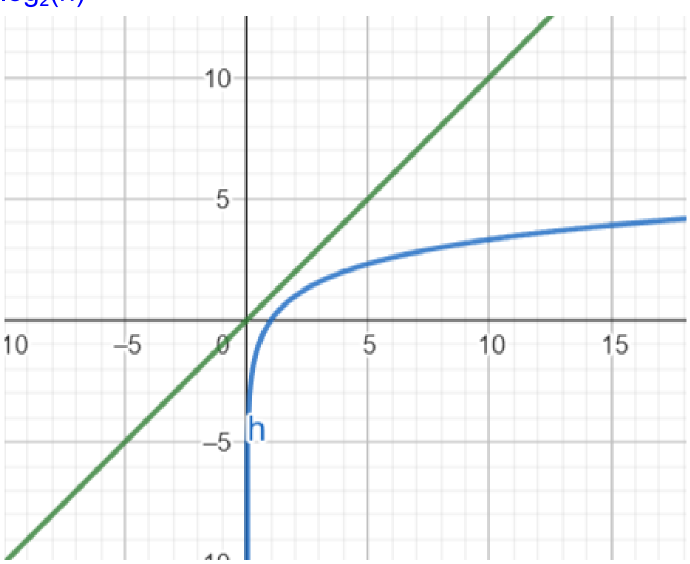
4b. $n + \log_2(n)$ es de $O(n)$

Regla de la suma: 1. T1 (n)+T2 (n)=max(O(f(n)),O(g(n)))

Verdadero. Por que n es una función lineal y crece más rápido que una función logarítmica.

n

$\log_2(n)$



4c. $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$

Falso. Debido que el maximo orden es 10^{20} y no se puede acotar ese maximo al orden de $n^{1/2}$

Regla de la suma: 1 (n)+T2 (n)=max(O(f(n)),O(g(n)))

4d. Para n < 100 tiene orden lineal, pero para los n >= 100 tiene orden constante.Consultar.

d. $\begin{cases} 3n+17, n<100 \\ 317, n \geq 100 \end{cases}$ tiene orden lineal

4e. Mostrar que $p(n)=3n^5 + 8n^4 + 2n +1$ es $O(n^5)$

- T(n) = logk (n) O(n) para cualquier k. Verdadero.

1) $3n^5 <= c_1 * n^5$
   $c_1=3$ y $n_0=1$

2) $8n^4 <= c_2 * n^5$
   $c_2=4$ y $n_0=2$

3) $2n <= c_3 * n^5$
   $c_3=1$ y $n_0=2$

4) $1 <= c_4 * n^5$
   $c_4=1$ y $n_0=1$

$3n^5 + 8n^4 + 2n +1 <= c_1 * n^5 + c_2 * n^5 + c_3 * n^5 + c_4 * n^5$ para todo $n>=n_0$
$T(n) = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) * n^5$ para todo $n>= n_0$
$T(n) = c * n^5$ para todo $n>= n_0$
$c = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) = 3 + 4 + 1 + 1 = 9$
$n_0 = 2$ (tomamos el mayor de todos los n_0)
Por lo tanto, T(n) es de $O(n^5)$.

4f. Si p(n) es un polinomio de grado k, entonces p(n) es O(n k).
Verdadero. Por la regla.
- T(n) es un polinomio de grado k T(n) = O(n k)