Fisica II

UniVR - Dipartimento di Informatica

Fabio Irimie

Indice

1		oduzione Campo e forza	2 2
2	Forz	za elettrostatica	2
	2.1	Materia	3
	2.2	Elettrificazione	4
	2.3	Elettrostatica nel vuoto	7
		2.3.1 Interazione di Coulomb	8
		2.3.2 Sistema di più cariche	9
		2.3.3 Campo elettrostatico	
	2.4	Energia potenziale elettrostatica	

1 Introduzione

L'oggetto principale dello studio di questo costo è la forza elettromagnetica \vec{F}_{em} , più precisamente la **teoria di campo**.

Definizione utile 1.1. La forza è l'interazione tra due oggetti.

In natura esistono solo 4 forze che governano tutto ciò che è misurabile:

- Forza di gravità (osservata quando negli oggetti interagenti c'è massa)
- Forza elettromagnetica (osservata quando negli oggetti interagenti c'è carica)
- Forza elettronucleare forte
- Forza elettronucleare debole

Le ultime due riguardano la materia microscopica. Le prime due invece riguardano la materia macroscopica e sono forze **a lungo raggio**, cioè ha effetto anche a distanza.

Lo studio della forza elettromagnetica si può fare attraverso degli strumenti che approssimano il comportamento delle entità al livello macroscopico senza preoccuparci della natura microscopica.

1.1 Campo e forza

In fisica 1 si sono studiati i concetti delle forze, cioè ciò che agisce su un corpo con una massa, ad esempio la caduta di un grave che è attratto dalla Terra per la forza di gravità. La visione dei campi è una visione più generale e rappresenta la proprietà di un ambiente di interagire con un corpo, ad esempio un **campo** di gravità.

2 Forza elettrostatica

Facendo esperimenti che non sono analizzabili con i concetti della fisica 1 si arriva a capire che c'è una nuova interazione, la **forza elettrostatica** che ha 2 forme:

- Forza attrattiva
- Forza repulsiva

Gli oggetti sono divisi in due classi:

- Carica positiva
- Carica negativa

Gli oggetti della stessa classe si respingono, mentre quelli di classe diversa si respingono.

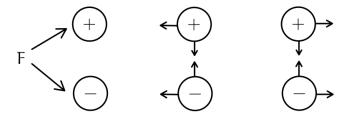


Figura 1: Tipi di carica

Definizione 2.1 (Carica elettrica). È chiamata **carica elettrica** q la proprietà che ha il corpo di esprimere la forza elettrostatica. Le proprietà di questa carica elettrica sono **indipendenti** dal meccanismo che l'ha generata, cioè può essere generata in modo diverso, ma ha sempre le stesse proprietà. Questo implica che la carica è **preesistente** in natura.

2.1 Materia

L'atomo è formato da un nucleo centrale composto da protoni, carichi positivamente, e da neutroni, senza carica. Intorno al nucleo si ha una regione in cui si ha la probabilità di trovare un'altra particella, carica negativamente, chiamata elettrone.

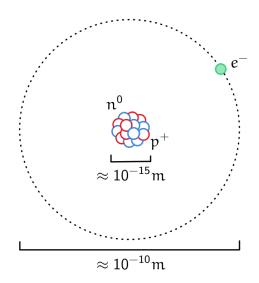


Figura 2: Struttura dell'atomo

La carica totale dell'atomo è nulla, quindi è **neutro** e di conseguenza la carica del nucleo è uguale alla carica degli elettroni, per la precisione il numero di protoni è uguale al numero di elettroni. Z è il numero atomico, cioè il numero di protoni.

Elettrone e protone hanno, in modulo, la stessa carica:

$$|q_{e^-}| = q_{p^+}$$

L'elettrone è una **particella elementare**, indivisibile e la sua carica è detta **carica elementare**, cioè la più piccola unità di carica osservabile e vale:

$$e^- = 1.6 \times 10^{-19} C$$

La carica elettrica in natura è quindi quantizzata, ovvero deve essere un multiplo della carica dell'elettrone. Inoltre la carica non si può generare, si può solo trasferire.

Definizione 2.2 (Legge di conservazione della carica). In un sistema isolato, cioè che non interagisce con altri sistemi, la carica totale Q si conserva.

I componenti della materia hanno due comportamenti:

- Conduttore: ad esempio il metallo, in cui gli elettroni sono liberi di muoversi
- **Dielettrico** (isolante): ad esempio il vetro, in cui le cariche non sono libere di muoversi, quindi vincolate, cioè non si riesce a strappare gli elettroni dall'atomo. Se si avvicina una carica positiva al dielettrico si avrà una deformazione delle cariche, ma non si ha una separazione di carica:

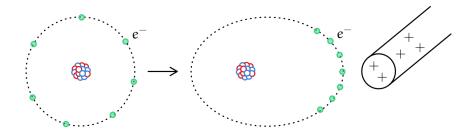


Figura 3: Deformazione delle cariche

2.2 Elettrificazione

L'elettrificazione è il trasferimento di carica da un corpo all'altro. Ci sono 3 meccanismi di elettrificazione:

• **Strofinio**: Si prende una bacchetta di vetro e un panno di lana e si strofina la bacchetta. La bacchetta, inizialmente, non è carica e meccanicamente con lo strofinio si strappano gli elettroni dagli atomi. La bacchetta diventa carica positivamente e il panno negativamente. Si avranno quindi le cariche q⁺ della bacchetta e q⁻ del panno. Per la legge di conservazione della carica si ha:

$$|q^{-}| = q^{+}$$

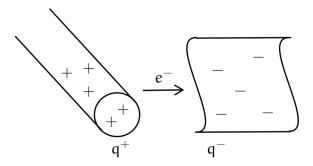


Figura 4: Strofinio

• Induzione elettrostatica: Con la precedente bacchetta caricata positivamente si avvicina un oggetto metallico e si nota che le cariche negative -Q del metallo si avvicinano il più possibile alla bacchetta respingendo le cariche positive +Q creando una **separazione di carica per induzione**. La carica totale rimane nulla perchè non sono migrati elettroni.

$$| - Q | = +Q$$

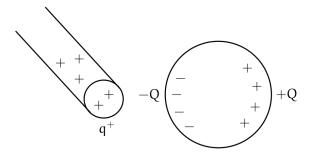


Figura 5: Induzione elettrostatica

Se si allontana l'oggetto metallico si avrà una separazione meno potente.

L'**elettroscopio** si usa per misurare la carica elettrica. È un oggetto metallico collegato a delle lamelle metalliche chiamate foglie:

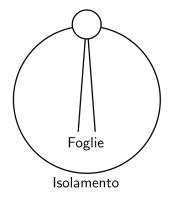


Figura 6: Elettroscopio

Si misura la carica avvicinando la bacchetta e si osserva la forza repulsiva tra le foglie dovuta alla repulsione tra le cariche positive della bacchetta e dell'elletroscopio:

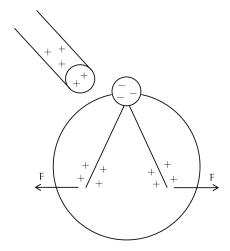


Figura 7: Elettroscopio durante una misurazione

Se si allontana la bacchetta la separazione delle foglie diminuisce.

• **Contatto** Se si prende un oggetto metallico caricato positivamente e si mette a contatto con un filo conduttore le cariche si sposteranno sul filo, elettrificandolo:



Figura 8: Elettrificazione per contatto

Se si attacca il filo a terra l'oggetto si scarica perchè le cariche migrano verso la terra, cioè un conduttore immensamente più grande e quindi la carica si distribuisce su tutta la superficie della terra e sull'oggetto metallico rimane una carica **approssimativamente nulla**:

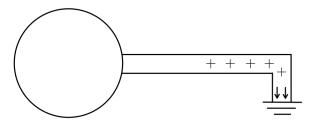


Figura 9: Scarica a terra

2.3 Elettrostatica nel vuoto

Fatti sperimentali:

Si crea un esperimento che permette di osservare il fenomeno che si vuole modellare. Si prende una bilancia di torsione formata da un filo torcente a cui è appesa un'asta con una carica q_1^+ su un'estremità. Se si avvicina una carica dello stesso segno q_2^+ si osserva che viene applicata una forza repulsiva \vec{F}_{el} che fa torcere il filo con un momento torcente:

$$\tau_{\text{filo}} = (k\theta) = \tau_{\text{el}} = \vec{d} \times \vec{F}$$

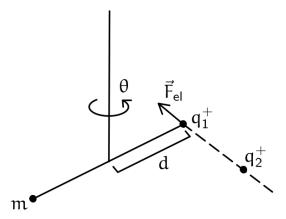


Figura 10: Bilancia di torsione

2.3.1 Interazione di Coulomb

Dai fatti sperimentali si nota che il modulo della forza è proporzionale al prodotto delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra le cariche:

$$|F_{el}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Si osserva anche che la forza elettrica F_{el} è una forza **centrale**, cioè la forza è diretta lungo la retta che congiunge le due cariche.

k è la costante di Coulomb e vale:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

dove ε_0 è la costante dielettrica del vuoto. L'unità di misura della carica è il Coulomb:

$$[q] = C$$

Consideriamo la terna cartesiana con due cariche positive q_1^+ e q_2^+ descritte dai raggi vettori \vec{r}_1 e \vec{r}_2 . Sulla carica q_2^+ viene applicata una forza \vec{F}_{12}

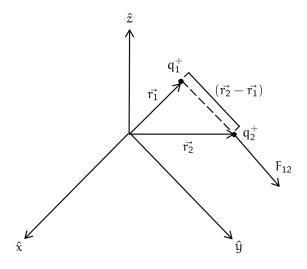


Figura 11: Forza elettromagnetica

Notazione:

- \bullet Chiamo il vettore che va da \vec{r}_1 a \vec{r}_2 $\vec{r}_{12}.$
- Il versore è indicato con \hat{r} e rappresenta il vettore unitario:

$$\hat{ ext{r}} = rac{ec{ ext{r}}}{|ec{ ext{r}}|}$$

Calcoliamo la forza \vec{F}_{12} che agisce su q_2^+ da $q_1^+\colon$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right)^2} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r_{12}^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad [N]$$

2.3.2 Sistema di più cariche

Con più cariche si osserva che vale il principio di sovrapposizione, cioè due fenomeni si sommano in modo lineare; e vale la terza legge di Newton, cioè l'azione-reazione $\left(\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}\right)$.

Consideríamo un sistema discreto con n cariche q_1, q_2, \ldots, q_n e osserviamo la carica q_0 . Ognuna di queste cariche sarà descritta dal suo raggio vettore.

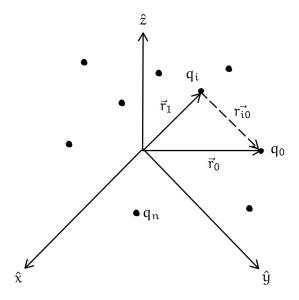


Figura 12: Forza elettromagnetica con più cariche

La forza che la carica q_i agisce su q_0 è:

$$\vec{F}_{i0} = \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\hat{r}_{i0}}{r_{i0}^2}$$

dove $\vec{r}_{i0} = \vec{r}_0 - \vec{r}_i.$

Applichiamo questa formula osservando una ad una tutte le cariche come fatto per q_0 per calcolare la forza totale applicata sulla carica q_0 :

$$\vec{F}_{tot} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\hat{r}_{i0}}{r_{i0}^2} \quad [N]$$

Questa forza ha direzione uguale alla somma delle forze.

Un'informazione si propaga con una **velocità finita**, cioè non istantaneamente. La velocità massima di propagazione è la velocità della luce c e vale:

$$c=3\times 10^8\,\frac{m}{s}$$

Consideriamo lo stesso sistema di cariche, ma con la carica q_0 spostata ad una distanza molto lontana e di considerare le altre cariche come cariche che si muovono. Si osserva che le cariche che si muovono cambiano il valore della forza \vec{F}_{tot} e dalla formula si vede che la forza cambia istantaneamente, ma in realtà la forza viene trasmessa dopo un tempo di propagazione (che la formula non tiene in considerazione).

Questa problematica si risolve con il concetto di campo elettrostatico.

2.3.3 Campo elettrostatico

Dalla formula della forza elettrostatica si può notare che la forza è proporzionale alla carica osservata q_0 :

$$ec{\mathsf{F}}_{\mathsf{tot}} = \sum_{i=1}^{n} rac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot rac{\hat{r}_{i0}}{r_{i0}^2} \propto q_0$$

Quindi la forza è proporzionale alla carica osservata e dalla distanza di questa carica:

$$\vec{F}=q_0\vec{E}\left(\vec{r}_0\right)$$

Dove \vec{E} è il **campo elettrostatico posizionato in** r_0 della carica osservata q_0 . La proprietà importante è che il campo è definito anche se altre cariche non sono presenti.

Prendiamo in considerazione il seguente sistema in cui la particella Q è la **sorgente** di campo e la particella q è la carica di prova:

$$\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r})$$

$$\vec{\mathsf{E}}\left(\mathsf{r}\right) = \frac{\vec{\mathsf{F}}}{\mathsf{q}}$$

Questa è la **definizione operativa** di campo, cioè serve una carica di prova per misurare il campo.

Definizione 2.3. Il campo di una singola carica puntiforme Q, posizionata per comodità nell'origine, considerata una particella di test q ad una distanza \vec{r} è definito come:

$$\vec{E}\left(\vec{r}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\hat{r}}{r^2} \quad \left[\frac{N}{C}\right]$$

Definizione 2.4. Il campo di un sistema discreto di n cariche q_1, q_2, \ldots, q_n è definito come:

$$\vec{E}\left(\vec{r}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \hat{r}_i \quad \left[\frac{N}{C}\right]$$

per il principio di sovrapposizione.

Definizione utile 2.1. Il lavoro elementare è definito come:

$$dL = \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

dove \vec{dl} è il vettore spostamento.

• Il lavoro non dipende dal percorso, ma solo dai punti di inizio e fine.

• Il lavoro in un percorso chiuso è nullo:

$$\oint \vec{dl} = 0$$

• Esiste una funzione di stato U tale che il lavoro per andare da A a B è uguale al negativo del lavoro per andare da B a A:

$$\exists U \mid L_{AB} = -\Delta U$$

dove U è l'energia potenziale.

2.4 Energia potenziale elettrostatica

La **forza elettrostatica** \vec{F}_{el} è una forza **conservativa**, cioè il lavoro per spostare una carica da un punto A a un punto B è indipendente dal percorso e dipende solo dai punti di inizio e fine.

Per calcolare il lavoro per spostare una carica q da un punto A a un punto B si usa la seguente formula:

$$\begin{split} L_{AB} &= \int_A^B d\vec{L} = \int_{\text{curva}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \cdot \hat{\underline{r}} \cdot \vec{d}\vec{l} \\ &= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_A}^{r_B} \\ &= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A} \right) \\ &= -\Delta U \end{split}$$

dove U è l'energia potenziale elettrostatica:

$$U = \frac{Q\,q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r} + \text{costante} \quad [J]$$

Se poniamo l'energia all'infinito uguale a 0, allora U è il lavoro che fa il campo (la forza elettrostatica) per allontanare una particella all'infinito, cioè per distruggere il sistema:

$$U_{-\infty}=0 \rightarrow U=\frac{Q \, q}{4 \pi \epsilon_0 r}=-\left(U_{\infty}-U_{\rm r}\right) \label{eq:U-model}$$

- Con cariche uguali l'energia è positiva perchè la forza è repulsiva e si allontana la carica verso l'infinito.
- Con cariche opposte l'energia è negativa perchè la forza è attrattiva e si avvicina la carica allontanandosi dall'infinito.