Elaborazione di Segnali e Immagini (ESI)
LABORATORIO

Lezione 5

Manuele Bicego

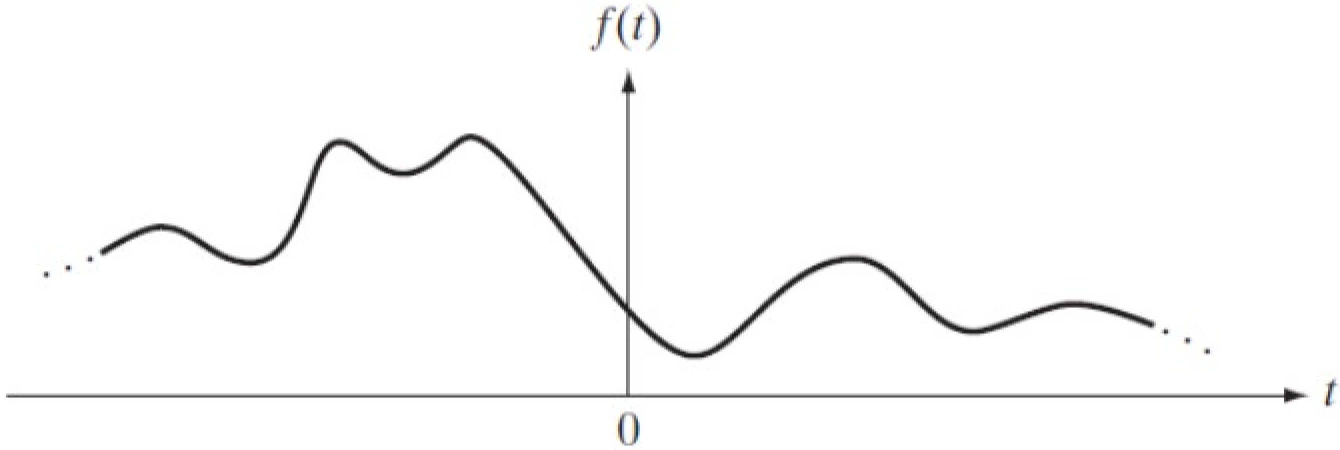
Corso di Laurea in Informatica

Dipartimento di Informatica - Università di Verona

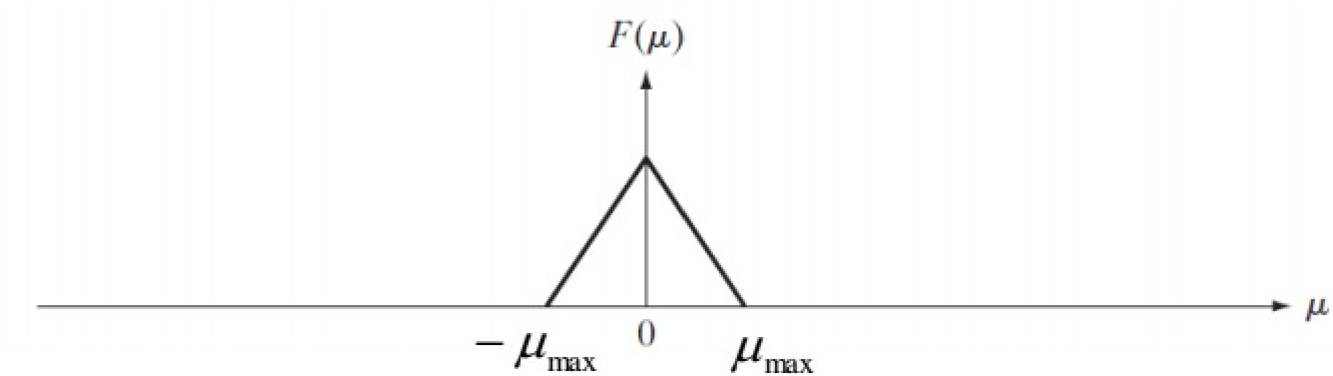
Trasformata di Fourier Discreta 1D

Trasformata di Fourier: descrizione di un segnale nel dominio del tempo e nel dominio delle frequenze

Dominio
del tempo

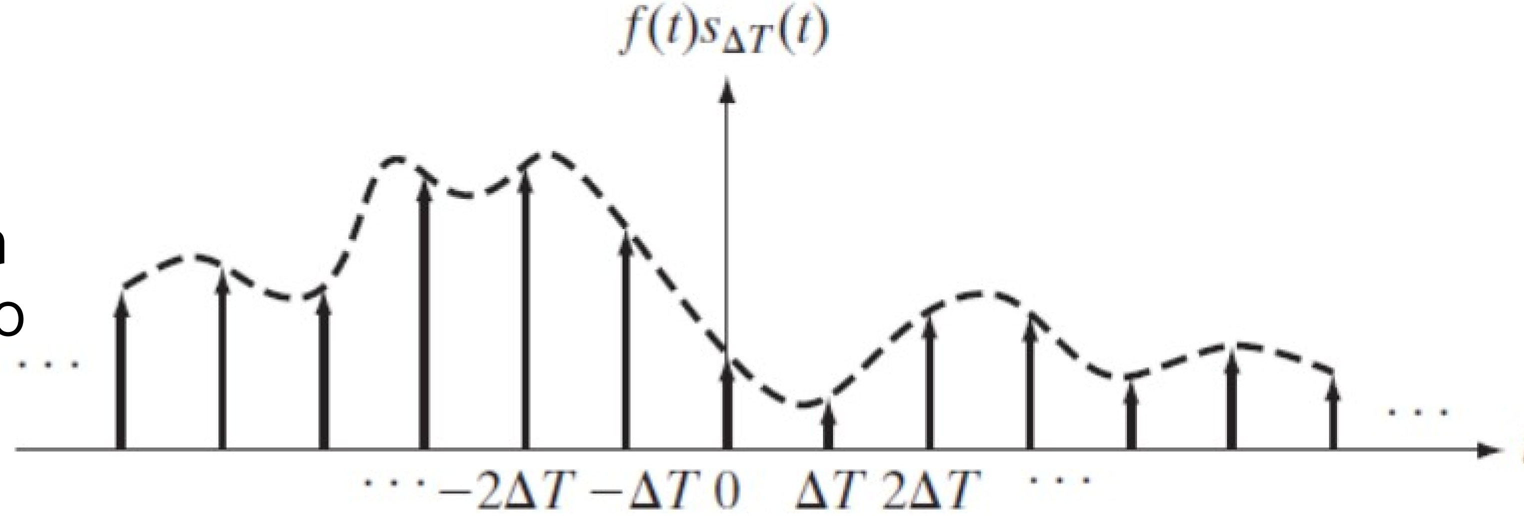


Dominio
delle frequenze

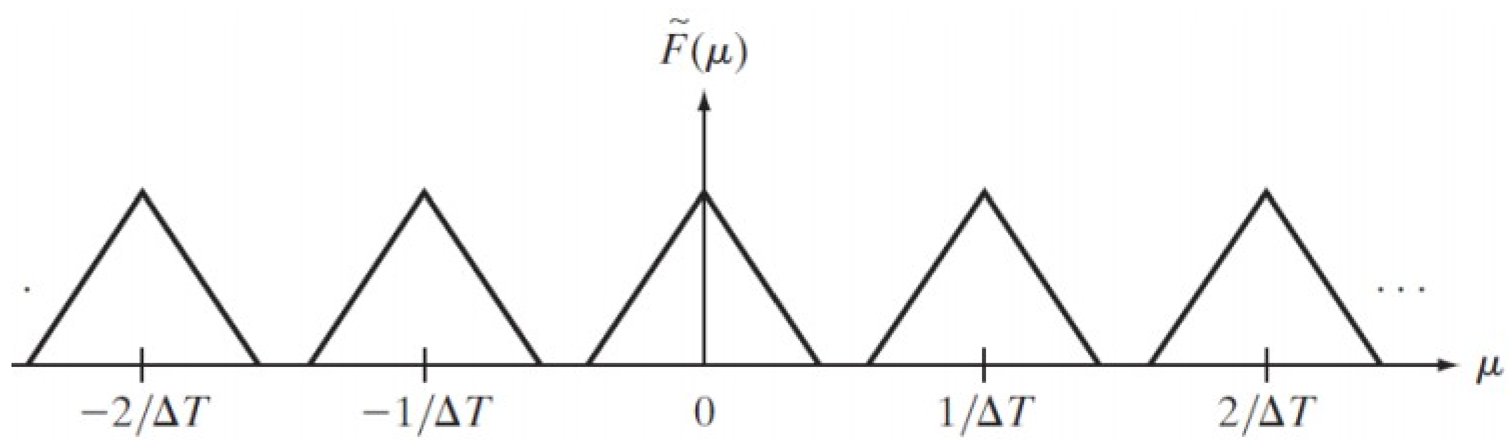


Cosa succede in un calcolatore? Campionamento e trasformata di Fourier discreta (DFT)

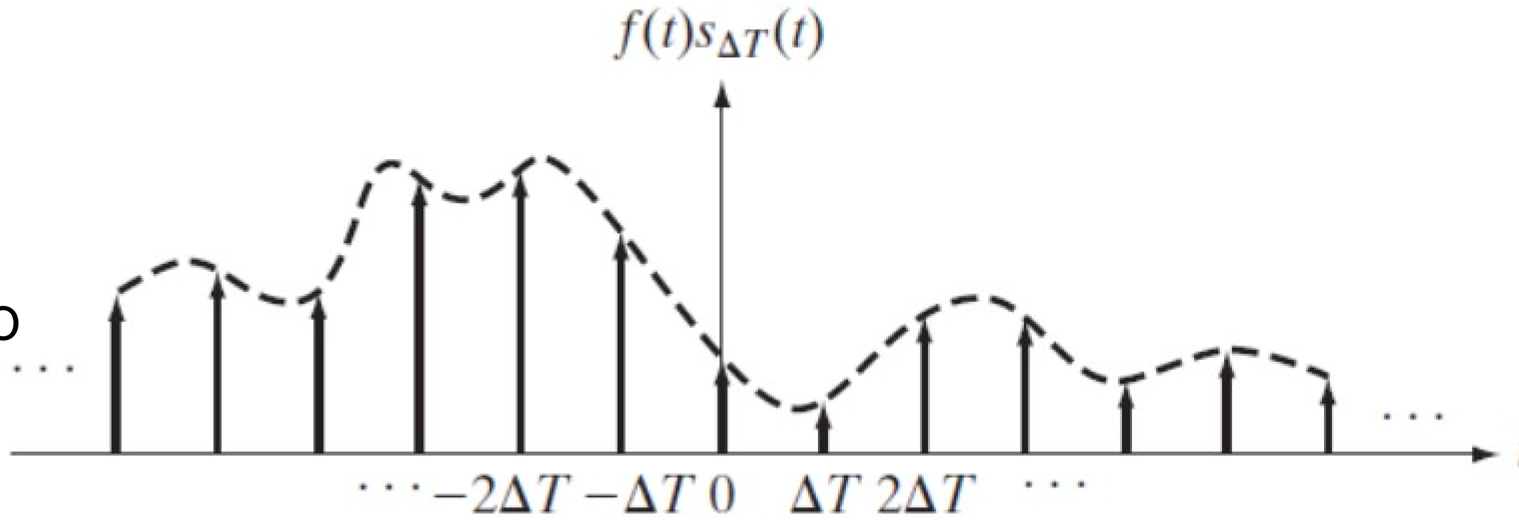
Campionamento del segnale originale: prendo un punto ogni DeltaT (frequenza di campionamento fs: 1/DeltaT)



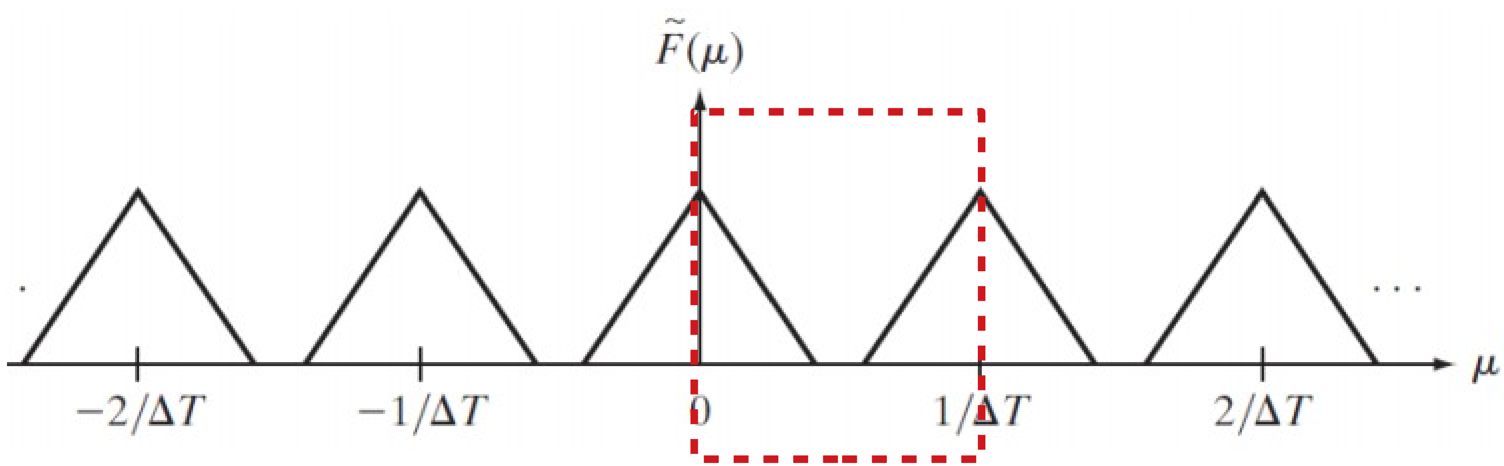
Trasformata di Fourier discreta: repliche dello spettro di frequenza, una ogni fs



Campionamento del segnale originale: prendo un punto ogni DeltaT (frequenza di campionamento fs: 1/DeltaT)

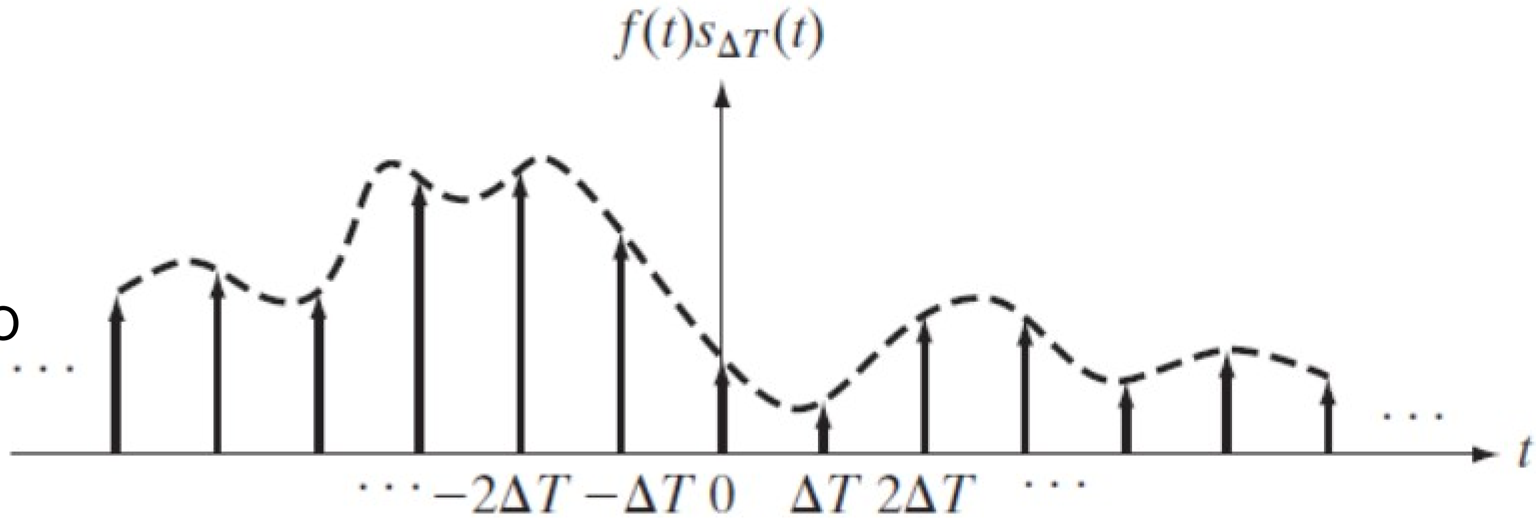


Trasformata di Fourier discreta: repliche dello spettro di frequenza, una ogni fs

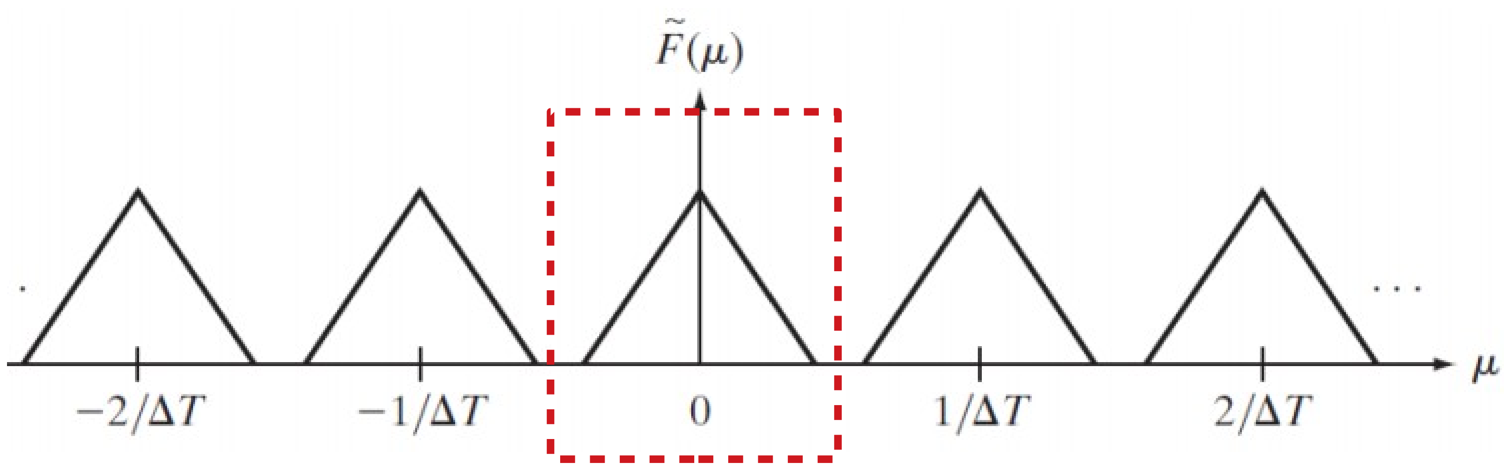


fft di matlab mi ritorna questo pezzo: se il segnale originale ha N punti ho N bin in frequenza : da 0 a fs-step (con step fs/N)

Campionamento del segnale originale: prendo un punto ogni DeltaT (frequenza di campionamento fs: 1/DeltaT)



Trasformata di Fourier discreta: repliche dello spettro di frequenza, una ogni fs



Con fftshift posso ottenere questo: N bins da -fs/2 a fs/2-step (sempre con step fs/N)

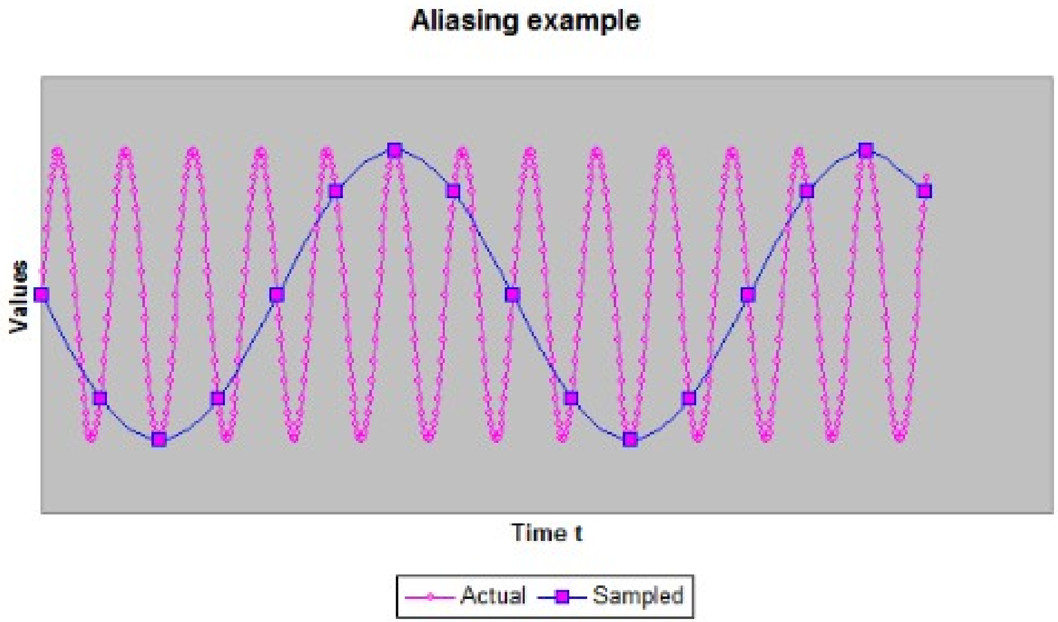
Trasformata di Fourier discreta 1D

- Vediamo come si calcola in Matlab:
- Esempio 1 nel file **`Lezione5_EserciziPrincipali.m`**
  - Si definisce una sinusoide a 20 Hz;
  - Si campiona a 100Hz;
  - Si osserva lo spettro di magnitudo con picco a 20 Hz.

Aliasing

- **Aliasing**: problema che occorre quando non si campiona il segnale con una frequenza “sufficiente” (teorema del campionamento)

Sampling limits the maximum attainable frequency in DT



Assuming the sampling step $T_s=1$, the maximum attainable frequency is $F_{max}=F_s/2$ that is $F_{max}=1/2$
This corresponds to $T_{min}=2$ that is 2 samples/period

Teorema del campionamento

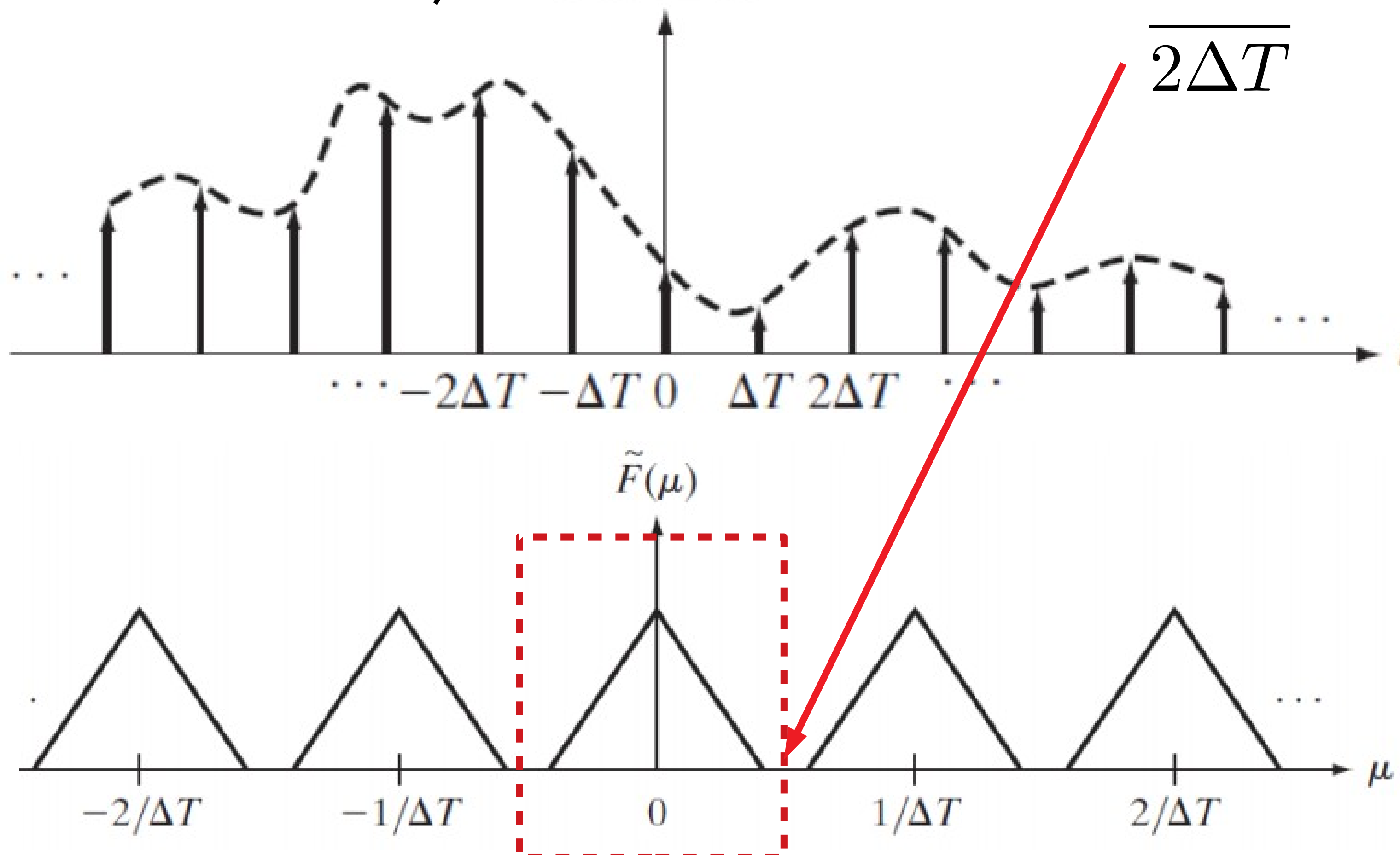
- Un segnale reale continuo f(t), limitato in banda, può essere ricostruito senza errori completamente dai suoi campioni se essi sono acquisiti con un tempo di campionamento tale per cui:

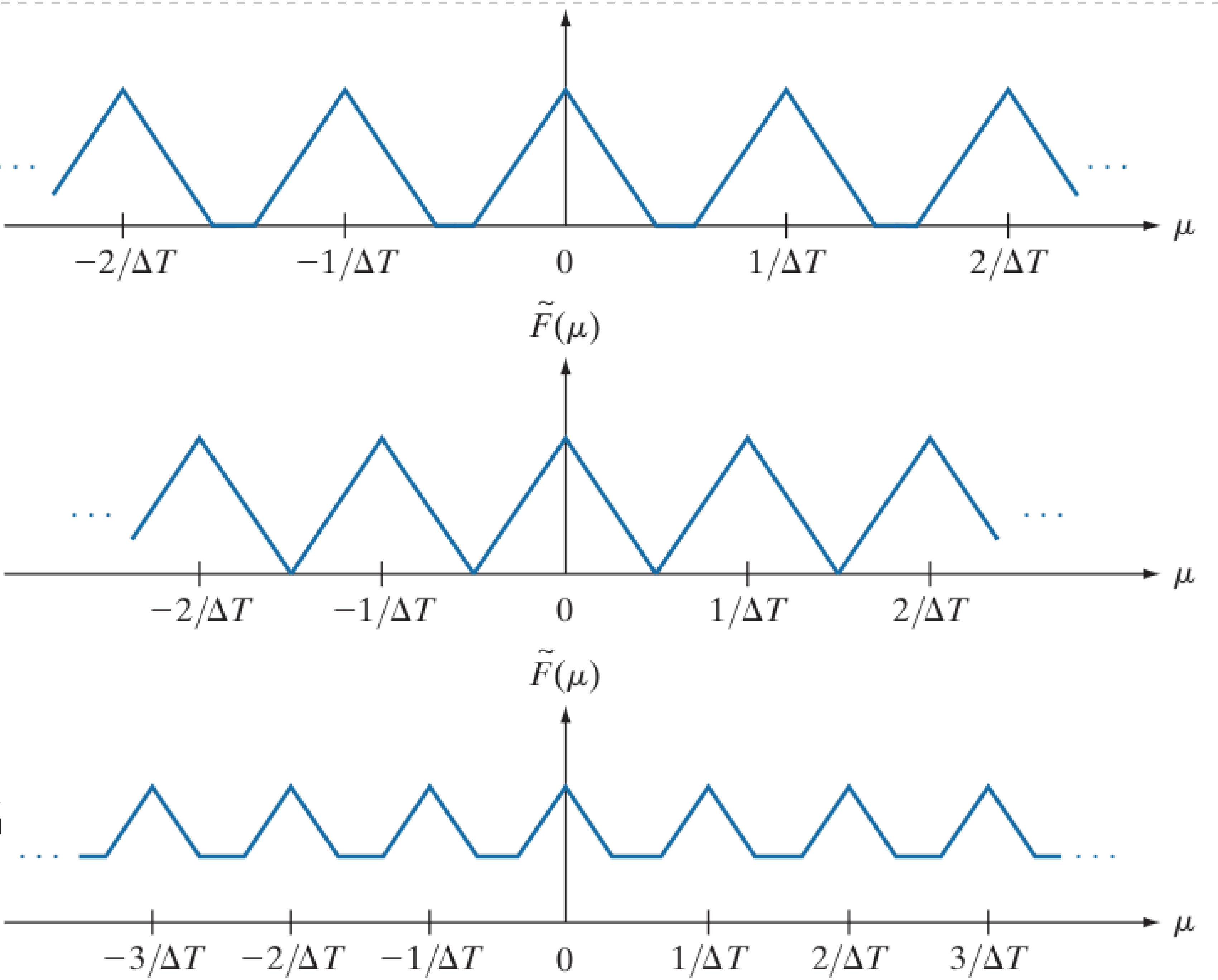
$$\frac{1}{\Delta T} = \mu_s > 2\mu_{\mathrm{MAX}}$$

- cioè se nel tempo adotto una frequenza di campionamento mu_s almeno doppia (+ε) rispetto alla frequenza massima del segnale mu_max

In pratica: se si sottocampiona troppo (DeltaT troppo grande) si perdono le informazioni sul segnale

Perchè? Più grande è DeltaT più vicine sono le repliche nello spettro: perché non ci sia sovrapposizione occorre non scendere sotto 1/2DeltaT (cioè frequenza di campionamento > 2mumax)





μ
−2/ΔT
−1/ΔT
0
1/ΔT
2/ΔT
F̃(μ)
μ
−2/ΔT
−1/ΔT
0
1/ΔT
2/ΔT
F̃(μ)
μ
−3/ΔT
−2/ΔT
−1/ΔT
0
1/ΔT
2/ΔT
3/ΔT

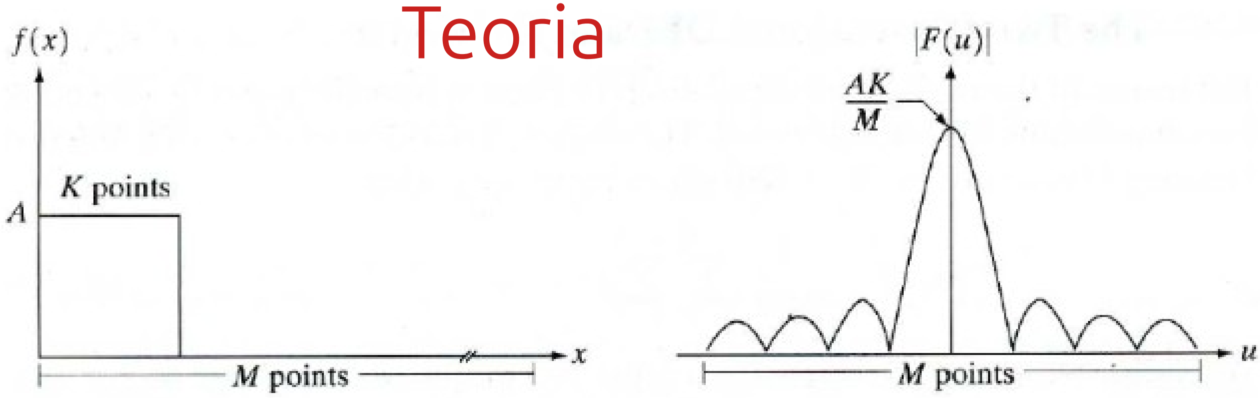
ALIASING

Esercizi principali

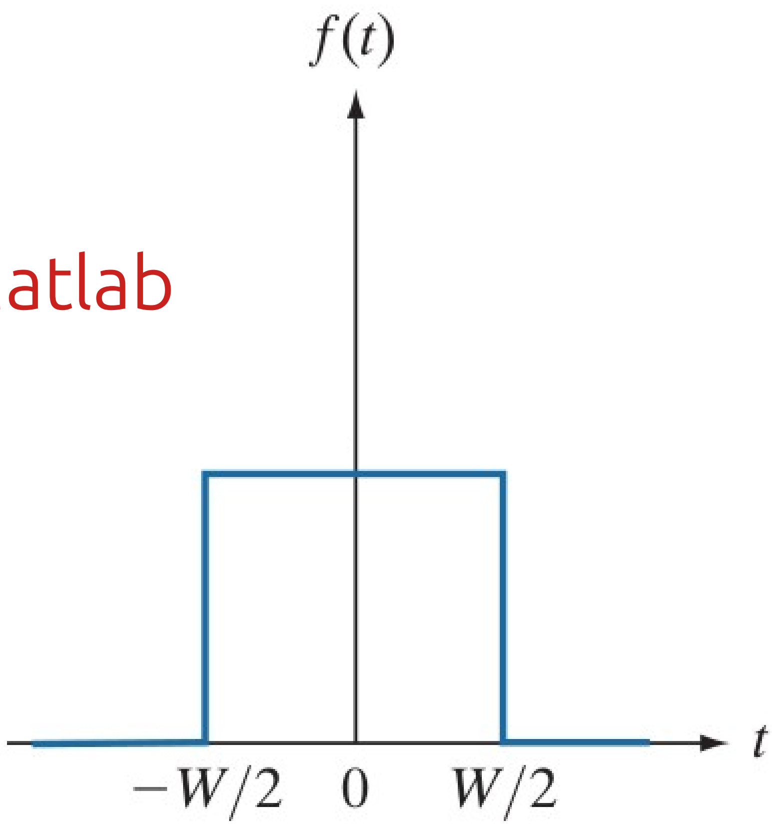
Esercizio 1

- Analizzare tramite la Trasformata di Fourier Discreta un segnale BOX
  - Creare un'onda rettangolare di 1 secondo con una frequenza di campionamento di 500 Hz e una lunghezza di 0.2 s (funzione **`rectpuls`** – si veda l'help)
  - Calcolare la DFT e visualizzarne lo spettro di ampiezza e di fase (con riordinamento)
  - Controllare che il risultato ottenuto per lo spettro di ampiezza corrisponda a quanto spiegato in teoria

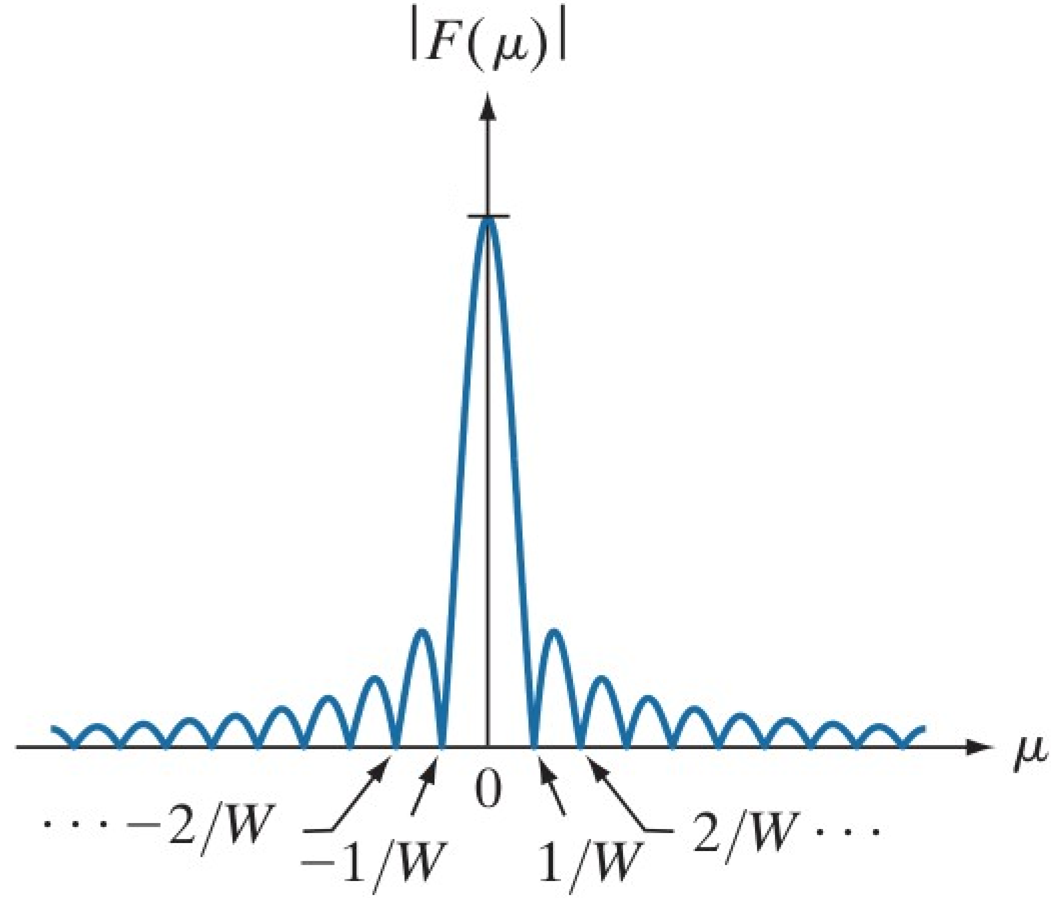
Teoria



Matlab



Funzione Box



Spettro di ampiezza

Esercizio 1

- (Se si vuole): provare ad effettuare la stessa analisi su un segnale audio registrato direttamente in MATLAB, della durata di 4 secondi (si veda la seconda lezione)

  (nota: probabilmente in delta non funziona, fate una prova anche con degli auricolari)

- Suggerimento: partire dalla traccia in **`Lezione5_EserciziPrincipali.m`**

Esercizio 2

- Verificare il fenomeno dell'aliasing. In particolare:
  - partire dal segnale sinusoidale **`sin(2*pi*fsig*t)`**, dove **`fsig = 10`** è la frequenza del segnale
  - campionare un secondo di segnale ad una determinata frequenza ed effettuare l'analisi di Fourier (provare con le seguenti frequenze: [200, 100, 40, 30, 20, 15, 10])
  - Per quali di queste avviene il fenomeno dell'aliasing (cioè non riesco a ricostruire lo spettro)? E' corretto rispetto alla teoria?

Esercizi extra

Esercizio 3

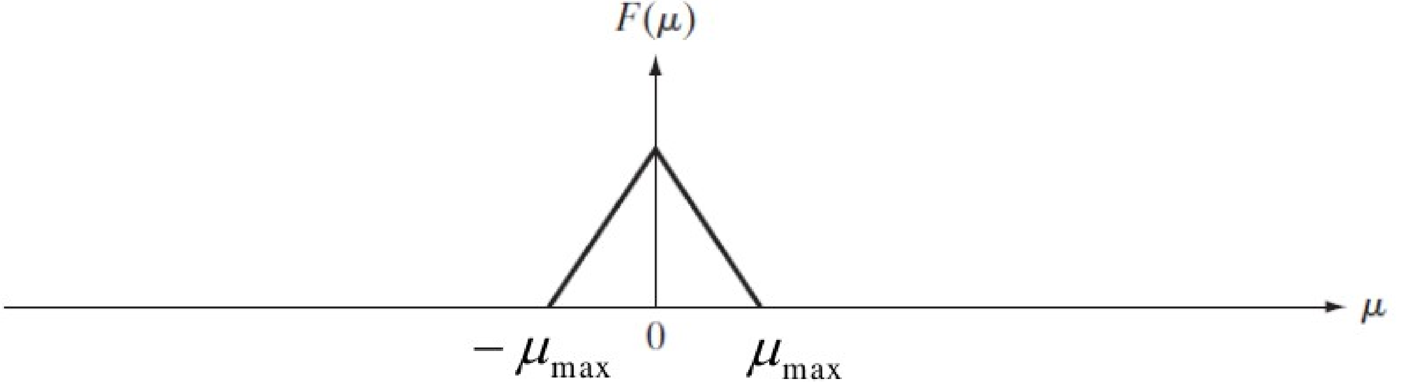
- Caricare il segnale in **`Voice.mat`** (f è il segnale, fs la frequenza di campionamento)
- Effettuare un'analisi di Fourier (calcolare e visualizzare lo spettro di ampiezza)
- Operare un sottocampionamento
  - Suggerimento: per fare sottocampionamento con fattore D si può prendere solo un sottoinsieme di punti, uno ogni D
  - Exe: f segnale originale, f(1:2:end) segnale in cui prendo un punto ogni due (cioè con un fattore di sottocampioamento D=2)
  - La frequenza di campionamento corrispondente è fs/D

Esercizio 3

- Effettuare nuovamente l'analisi di Fourier, visualizzando lo spettro di ampiezza risultante
- A che livello di sottocampionamento si avverte un aliasing sonoro?
  - Utilizzare la funzione **sound** per ascoltare il segnale originale e il segnale sottocampionato (se non funzionano gli speaker provate ad utilizzare gli auricolari)
  - Confrontare gli spettri di ampiezza del segnale originale e del segnale sottocampionato

Esercizio 4

- Caricare il segnale nel file '**SegnaleBL.mat**':
  - f1: segnale della durata di 1 secondo;
  - mu_s1: frequenza di campionamento;
- Effettuare l'analisi di Fourier
- Visualizzare il segnale e lo spettro di ampiezza: verificare che si tratti effettivamente di un segnale in banda limitata (spettro di ampiezza a forma di triangolo)



Esercizio 4

- Sottocampionare il segnale, effettuare l'analisi di Fourier e verificare l'effetto di aliasing nello spettro di ampiezza (visualizzare sia il segnale sottocampionato che lo spettro di ampiezza)
- Domanda: fino a che fattore di sottocampionamento si può evitare aliasing?

Altri esempi da guardare

- Nel file **`Lezione5_EserciziExtra.m`** sono presenti ulteriori esercizi (già svolti) per approfondire l'argomento:
  - Esempio 3: COSENO CON SFASAMENTO E OPERAZIONE DI PADDING
  - Esempio 4 - ANALISI FFT SU SEGNALE REALE