Esame 28/09/2022

ESERCIZIO DI ELETTROSTATICA

Considerare i seguenti sistemi:

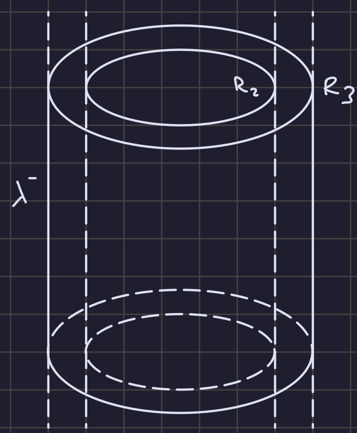
a) un guscio cilindrico indefinito di raggi **R2=0.9cm**, **R3=1cm** sulla cui superficie esterna è stata depositata una densità di carica negativa **λ=-10^{-10} C/m**

$R_2 = 9 \cdot 10^{-3}$ m

$R_3 = 10^{-2}$ m

$\lambda = -10^{-10}$ $\frac{C}{m}$

$Q = \lambda \cdot 2\pi R_3 h$



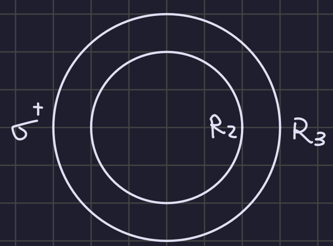
b) un guscio sferico di raggi **R2=0.9cm**, **R3=1cm** sulla cui superficie esterna è stata depositata una densità di carica positiva **σ=10^{-10} C/m^2**

$R_2 = 9 \cdot 10^{-3}$ m

$R_3 = 10^{-2}$ m

$\sigma = 10^{-10}$ $\frac{C}{m^2}$

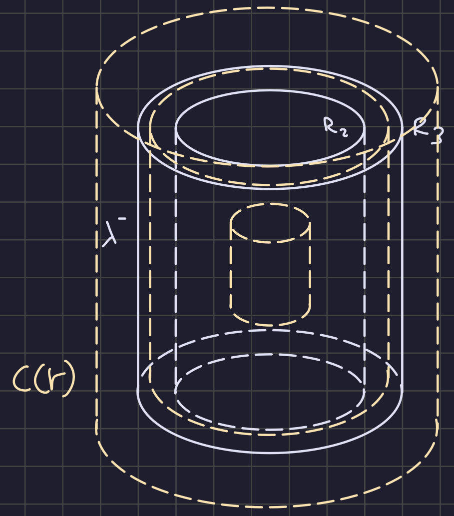
$Q = \sigma \cdot 4\pi R_3^2$

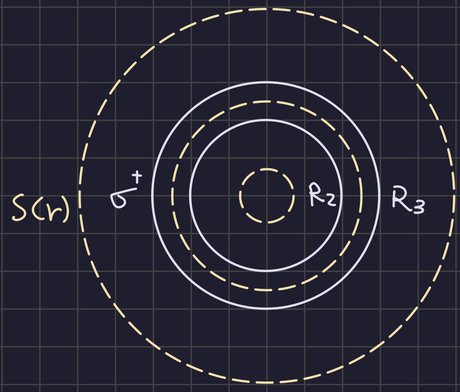


1. Per entrambi i sistemi, si mostri l'applicazione del teorema di Gauss:
   - disegnare le superfici gaussiane e spiegare la scelta
   - ricavare il campo elettrico **E** (MODULO DIREZIONE VERSO!!!) tracciando il grafico **E(r)**
   - disegnare le linee di campo
   - disegnare, in modo schematico, le superfici equipotenziali.

Th Gauss: $\oint_{Sup} \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Il teorema di Gauss vale per qualsiasi superficie, quindi per calcolare il campo elettrico si possono scegliere superfici con simmetrie che agevolano i calcoli. In questo caso visto che il campo è radiale scelgo come superfici di Gauss dei gusci sferici di raggio r per il sistema B e dei cilindri di raggio r per il sistema A. Su queste superfici il campo è costante e si può tirare fuori dall'integrale.





cost.

$$\oint_{C(r)} E_A(r)\,dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E_A(r)\oint_{C(r)} dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E_A(r)\,2\pi r h = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E_A(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 r h}\quad \frac{V}{m}$$

$$\downarrow$$

$$E_A(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_3 \\ \dfrac{\lambda \cdot 2\pi R_3 h}{2\pi\varepsilon_0 r h} = \dfrac{\lambda R_3}{\varepsilon_0 r} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

cost.

$$\oint_{S(r)} E_B(r)\,dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

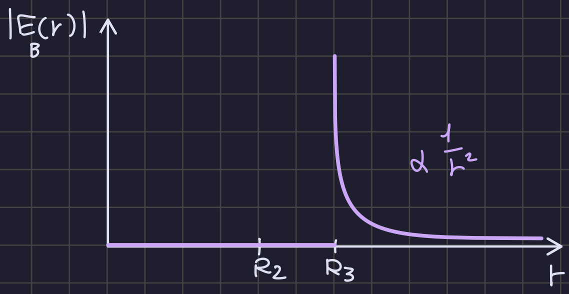
$$E_B(r)\oint_{S(r)} dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

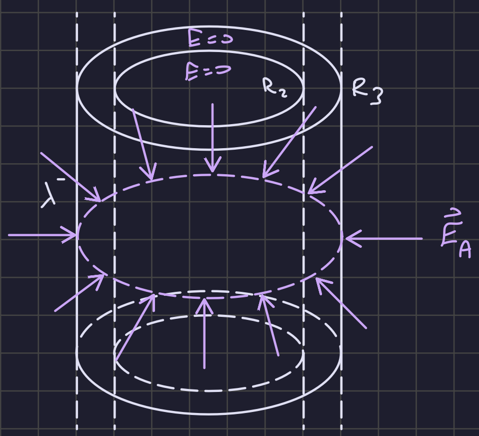
$$E_B(r)\,4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

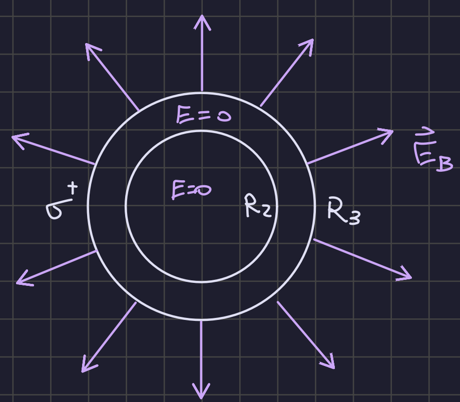
$$E_B(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\quad \frac{V}{m}$$

$$\downarrow$$

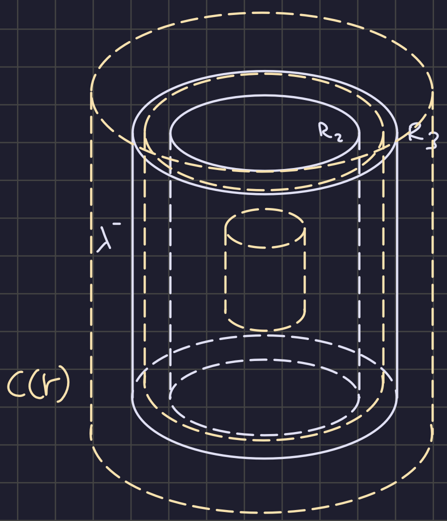
$$E_B(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_3 \\ \dfrac{\sigma \cdot 4\pi R_3^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{\sigma R_3^2}{\varepsilon_0 r^2} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

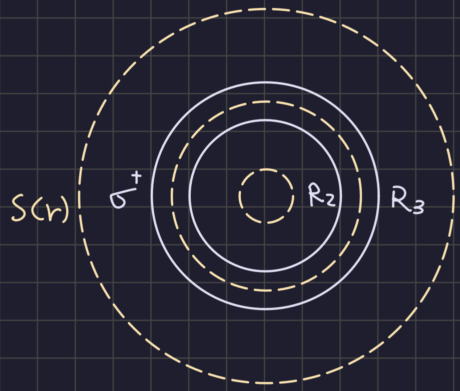






Le superfici equipotenziali sono le stesse superfici usate per Gauss:





Si consideri il **solo sistema B)**, nel vuoto.

All'interno del guscio viene depositata una sfera di raggio **R1=0.1cm** su cui è depositata una quantità di carica uguale alla carica presente nella superficie R3.

2. descrivere il sistema all'equilibrio e calcolare la nuova distribuzione di carica
3. disegnare le linee di campo

$R_1 = 10^{-3}\ m$

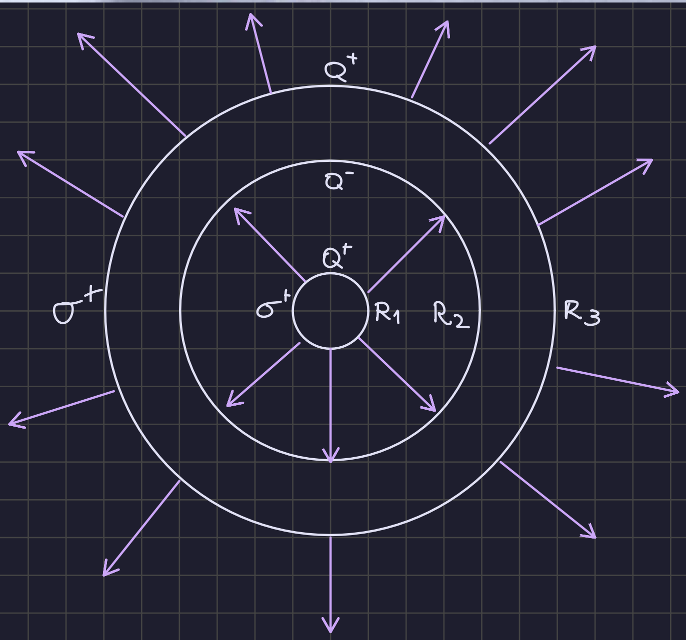
$R_2 = 9 \cdot 10^{-3}\ m$

$R_3 = 10^{-2}\ m$

$\sigma = 10^{-10}\ \frac{C}{m^2}$

$Q_{R_3} = \sigma \cdot 4\pi R_3^2$

$Q_{R_1} = \sigma \cdot 4\pi R_1^2$



All'interno del guscio sferico si forma un campo indotto, mentre all'esterno questo campo indotto si somma a quello che già esisteva all'esterno

$$Q_{est} = Q_{R1} + Q_{R3} = \sigma \cdot 4\pi \left(R_3^2 + R_1^2\right)\ C$$

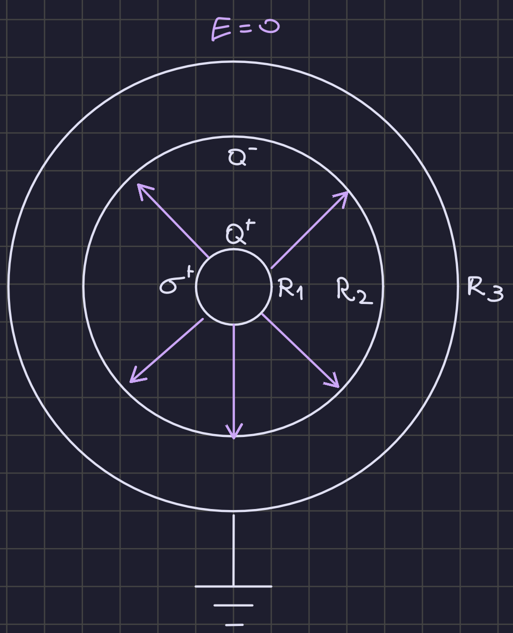
$$\sigma_{R3} = \frac{Q_{est}}{4\pi R_3^2} = \frac{\sigma \cdot \cancel{4\pi}\left(R_3^2 + R_1^2\right)}{\cancel{4\pi} R_3^2} = \frac{\sigma\ \cancel{R_3^2}}{\cancel{R_3^2}} + \frac{\sigma\ R_1^2}{R_3} = \sigma\left(1 + \frac{R_1^2}{R_3^2}\right)\ \frac{C}{m^2}$$

$$Q_{int} = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 < r < R_3 \\ Q_{R1} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \\ Q_{est} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \qquad [C]$$

$$E_B(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{Q_{R1}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \\ \dfrac{Q_{est}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \qquad \left[\frac{V}{m}\right]$$

La sfera esterna viene scaricata a terra:

4. calcolare l'energia **U** del sistema



$$U_{TOT} = U_{int} + U_{est}$$

$$= U_{int} + 0$$

$$= \int_{Vol} \mu_E \, d\tau \qquad \tau = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$d\tau = 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 E(r)^2 \, 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{Q_{R1}^2}{4^2\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\cancel{\varepsilon_0} \frac{Q_{R1}^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cancel{4\pi r^2} dr$$

$$= \frac{Q_{R1}^2}{8\pi\varepsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2}\, dr$$

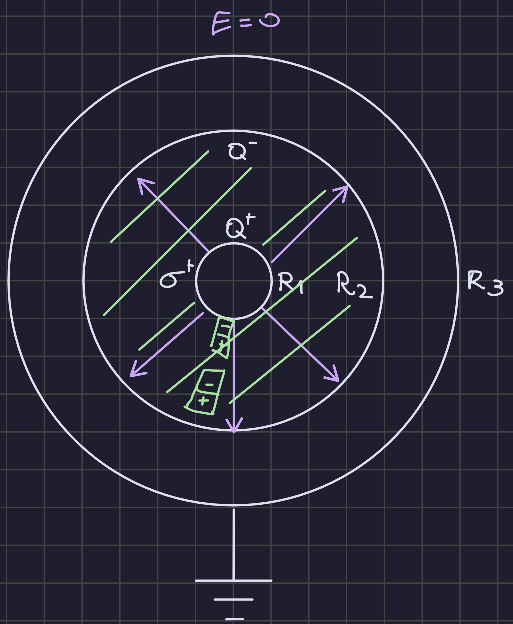
$$= \frac{Q_{R1}^2}{8\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) \quad [J]$$

$$= 6.3 \cdot 10^{-18} \ J$$

Lo spazio interno è ora riempito di materiale dielettrico lineare di costante dielettrica **K=2**

5. calcolare le cariche di Polarizzazione

$K=2$



$$\sigma_{Pol}(R_1) = E(R_1)\frac{K-1}{K} = \frac{Q_{R1}}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\frac{K-1}{K} = 5.6 \ \frac{C}{m^2}$$

$$\sigma_{Pol}(R_2) = E(R_2)\frac{K-1}{K} = \frac{Q_{R1}}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}\frac{K-1}{K} = 7 \cdot 10^{-2} \ \frac{C}{m^2}$$

ESERCIZIO DI MAGNETOSTATICA

Un cavo conduttore di raggio R_1=5mm è percorso da una corrente elettrica stazionaria i=10mA parallela all'asse e distribuita uniformemente sulla superficie.

1. Si mostri l'applicazione del teorema di Ampere.
   - disegnare le linee amperiane e spiegare la scelta
   - ricavare il campo magnetico B (MODULO DIREZIONE VERSO!!!) tracciando il grafico B(r)
   - disegnare le linee di campo

$R_1 = 5 \cdot 10^{-3}\ m$

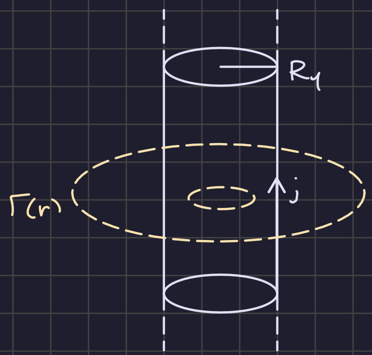
$i = 10^{-2}\ A$

$j = \dfrac{i}{\pi R_1^2}$

$$i_c = j \cdot \pi r^2 = \frac{i}{\cancel{\pi} R_1^2} \cdot \cancel{\pi} r^2 = \frac{i r^2}{R_1^2}$$

$$\text{Th Ampere: } \oint_\Gamma \vec{B}\, d\vec{l} = Q_{libere}$$

Per calcolare il campo magnetico bisogna scegliere delle linee amperiane su cui il campo è costante per poterlo tirare fuori dall'integrale. In questo caso le linee amperiane sono cerchi di raggio r



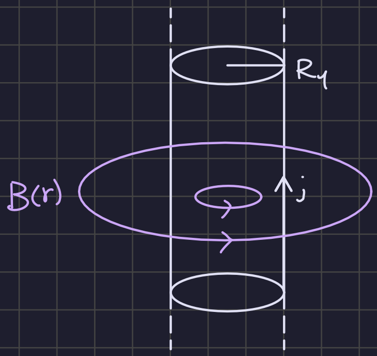
$$\oint_{\Gamma(r)} B(r)\, dr = \mu_0 i_c$$

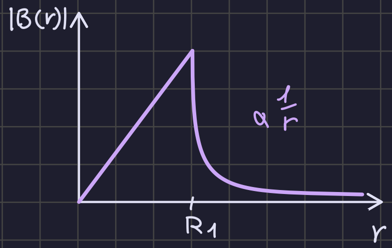
$$B(r) \int_{\Gamma(r)} dr = \mu_0 i_c$$

$$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 i_c$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi r} \qquad i_c = \begin{cases} \dfrac{i r}{R_1^2} & \text{se } r < R_1 \\ i & \text{se } r \geq R_1 \end{cases}$$

$$B(r) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2} & \text{se } r < R_1 \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r} & \text{se } r \geq R_1 \end{cases} \qquad [T]$$

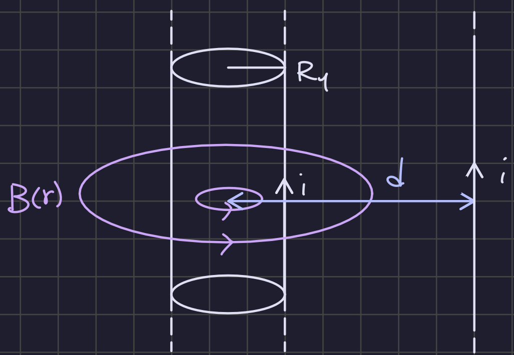




A distanza **d=5m** dall'asse del conduttore viene posto, parallelo ad esso, un filo percorso dalla stessa corrente **i** .

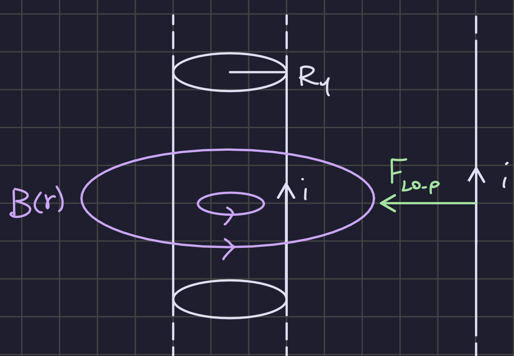
2. Calcolare la forza **F** agente sul filo (MODULO DIREZIONE VERSO!!!)

$d = 5m$



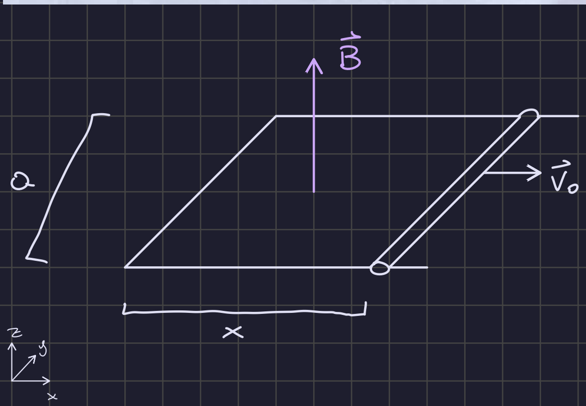
Legge di Laplace $F_{Lap} = i\, d\vec{l} \times \vec{B}$

$$F_{Lap} = i \cdot B(d)$$
$$= i \, \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$
$$= \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d}$$
$$= 4 \cdot 10^{-12} \; N$$



ESERCIZIO DI INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Un circuito a U vincolato nel piano XY e formato da due binari paralleli ad X distanti **a=1cm**, ha una parte mobile libera di scorrere senza attrito, in direzione x. Nello spazio è presente un campo magnetico stazionario e uniforme **B=0.5T** in direzione normale al circuito (fig.). Il tratto mobile viene tenuto in moto con velocità $\mathbf{v_0}$**=0.5ms**$^{-1}$ lungo x costante.

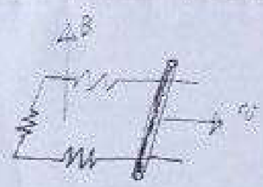


$a = 10^{-2}\ m$

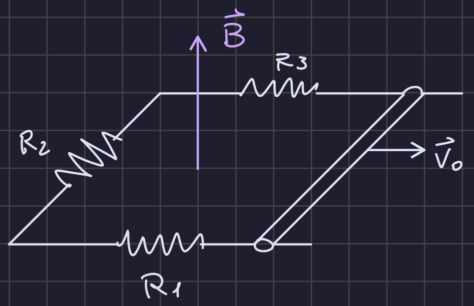
$B = 5 \cdot 10^{-1}\ T$

$v_0 = 5 \cdot 10^{-1}\ \frac{m}{s}$ COST.

Si trascuri ogni fenomeno di autoinduzione.
Il circuito viene chiuso con le resistenze di **R1=5kΩ**, **R1=2kΩi**, **R1=2kΩ** collegate come in figura



1- Calcolare la corrente indotta nella barretta $\mathbf{i_{ind}}$
2- Calcolare il bilancio energetico nei diversi elementi del sistema



$R_1 = 5 \cdot 10^3\ \Omega$

$R_2 = 2 \cdot 10^3\ \Omega$

$R_3 = 2 \cdot 10^3\ \Omega$

Legge del flusso elementare di Laplace:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

$\phi(B) = B \cdot ax \quad [Wb]$

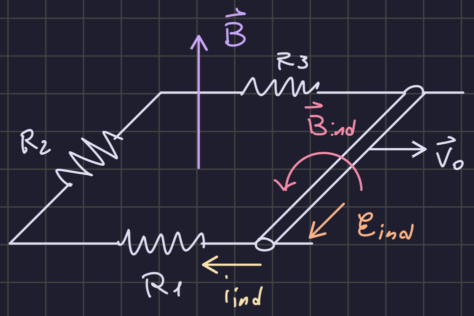
$\mathcal{E}_{ind} = -Bav = -2.5 \cdot 10^{-3} \quad [T]$

Per la legge di lenz la forza elettromagnetica indotta si oppone alla variazione del flusso

$R_{eq} = \sum_{i=1}^{3} R_i = 9 \cdot 10^3\ \Omega$

$\mathcal{E} = iR \rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$i_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R_{eq}} = \frac{-Bav_0}{R_{eq}} = -2.8 \cdot 10^{-7}\ A$



$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = V \cdot i$

Potenza erogata: $P_\mathcal{E} = V_\mathcal{E}\, i$

$$= \mathcal{E}_{ind}\, i$$

$$= Bav \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

$$= Bav \frac{Bav}{R_{eq}}$$

$$= \frac{B^2 a^2 v^2}{R_{eq}^2}$$

Potenza dissipata $P_{R_{eq}} = V_\mathcal{E}\, i$

$$= R_{eq}\, i\, i$$

$$= R_{eq}\, i^2$$

$$= R_{eq} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}\right)^2$$

$$= R_{eq} \cdot \left(\frac{Bav}{R_{eq}}\right)^2$$

$$= \cancel{R_{eq}} \frac{B^2 a^2 v^2}{R_{eq}^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{B^2 a^2 v^2}{R_{eq}} \quad [W]$$

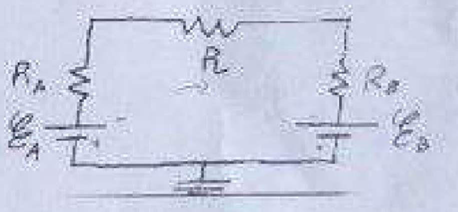
Potenza meccanica asta: $P_{asta} = F \cdot v$

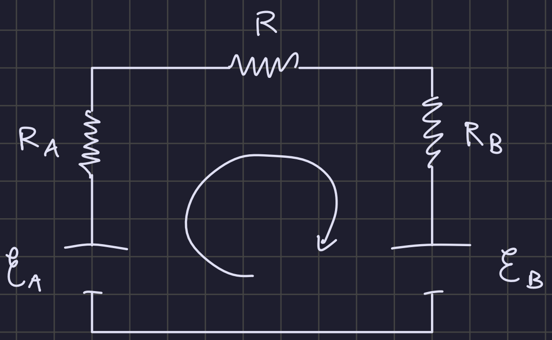
$$= Bai\, v$$

$$= \frac{Bav}{R_{eq}} \cdot Ba\, v$$

$$= \frac{B^2 a^2 v^2}{R_{eq}^2}$$

3- Impostare le leggi di Kirchhoff per il circuito in figura





$$\mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B = R_A + R + R_B$$

Secondo tentativo

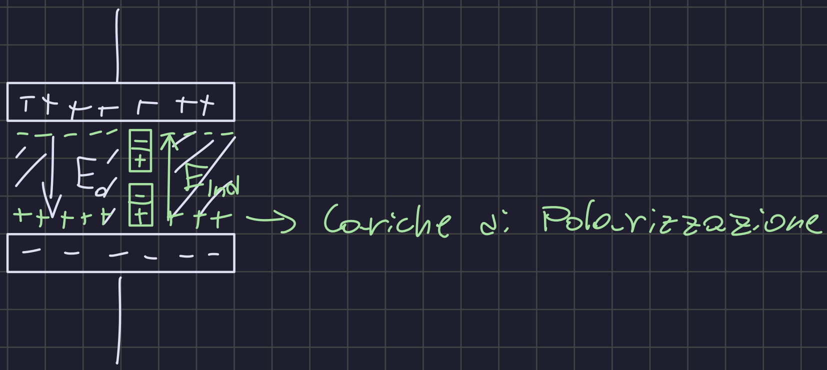
QUESITI DI TEORIA

A. Discutere l'elettrostatica nei dielettrici, partendo dall'esperimento del condensatore

B. Scrivere l'espressione della Forza a cui è soggetta una particella carica in presenza diun campo elettrico e di un campo magnetico tra loro ortogonali.
(NB Mostrare il disegno con vettori.)

C. Scrivere l'espressione dell'energia di dipolo elettrico

A. L'esperimento del condensatore consiste nel inserire del dielettrico tra le due lastre.



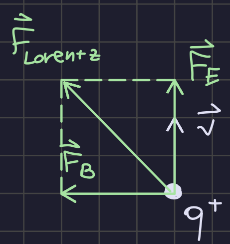
Si osserva che in un condensatore si forma un campo è che va dal + al −, però quando si aggiunge un dielettrico si formano dei dipoli che si allineano formano delle cariche di polarizzazione negative sulla lastra carica positivamente e cariche di polarizzazione positive sulla lastra carica negativamente. Questi dipoli creano un campo indotto opposto al campo del condensatore e per il principio di sovrapposizione i due campi si sommano e si avrà che il campo elettrico in un dielettrico diminuisce secondo questa formula:

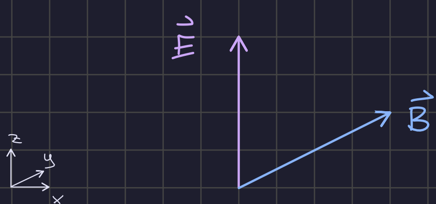
$$E_K = \frac{E_0}{K}$$

dove k è la costante dielettrica

B. La forza che agisce su una particella carica immersa in un campo elettrico e uno magnetico è la forza di Lorentz:

$$\vec{F}_{Lorentz} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$



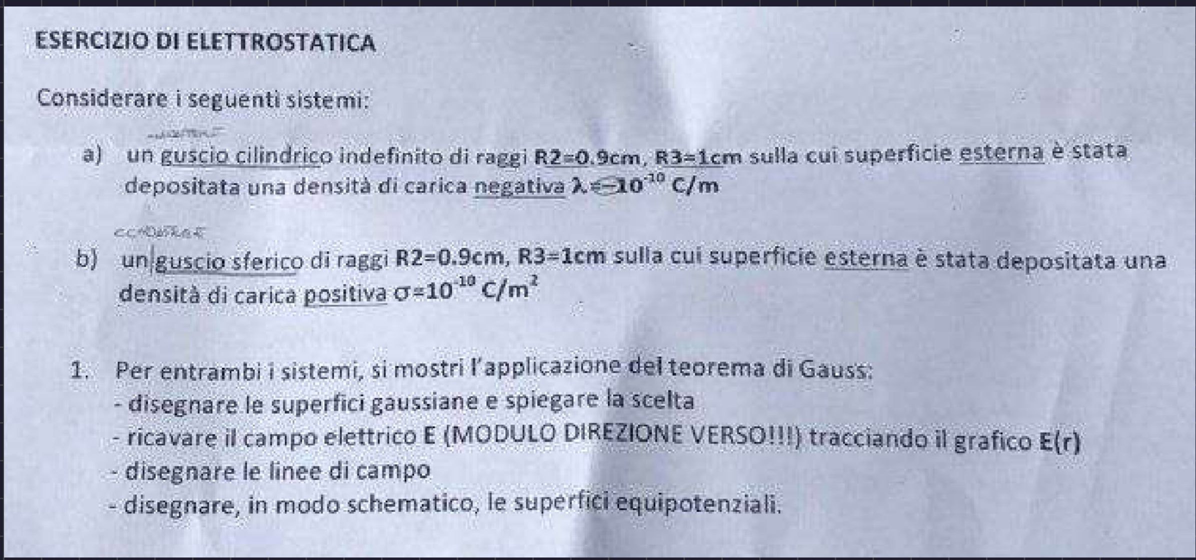


C. L'energia di un sistema di N cariche discrete è:

$$U = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i \quad [J]$$

In un dipolo è:

$$U = \frac{1}{2}\sum_i \sum_{j\neq i} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 d} \quad [J]$$



ESERCIZIO DI ELETTROSTATICA

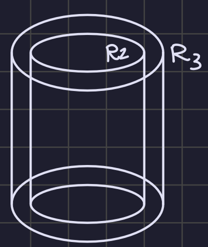
Considerare i seguenti sistemi:

a) un guscio cilindrico indefinito di raggi **R2=0.9cm**, **R3=1cm** sulla cui superficie esterna è stata depositata una densità di carica negativa **λ=-10^{-10} C/m**

b) un guscio sferico di raggi **R2=0.9cm**, **R3=1cm** sulla cui superficie esterna è stata depositata una densità di carica positiva **σ=10^{-10} C/m^2**

1. Per entrambi i sistemi, si mostri l'applicazione del teorema di Gauss:
   - disegnare le superfici gaussiane e spiegare la scelta
   - ricavare il campo elettrico **E** (MODULO DIREZIONE VERSO!!!) tracciando il grafico **E(r)**
   - disegnare le linee di campo
   - disegnare, in modo schematico, le superfici equipotenziali.

Sistema a.



$R_2 = 9\cdot10^{-3}\,m$

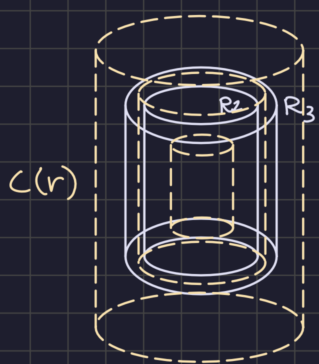
$R_3 = 10^{-2}\,m$

$\lambda = -10^{-10}\,\frac{C}{m}$

$Q = \lambda\cdot 2\pi R_3 h = -8.5\cdot10^{-12}\,C \quad (h=1)$

Th Gauss: $\Phi(\vec{E}) = \oint_{sup} \vec{E}\,ds = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Per calcolare il campo elettrico bisogna scegliere delle superfici Gaussiane su cui sia costante. In questo caso siccome la simmetria è cilindrica il campo è costante su gusci cilindrici di raggio r



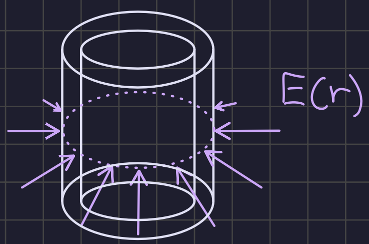
$$\oint_{C(r)} \overset{cost}{E(r)}\,dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

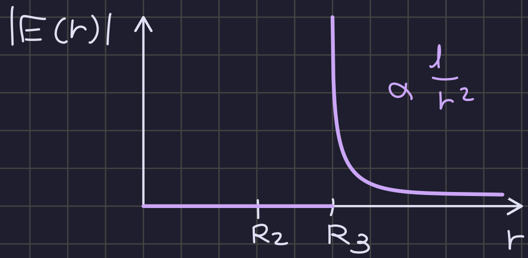
$$E(r)\oint_{C(r)} dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r)\,2\pi r h = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

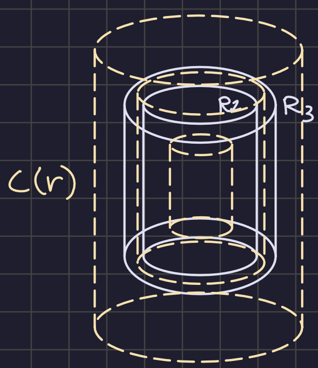
$$E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 r h} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$Q_{int} = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_3 \\ Q & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \quad [C] \longrightarrow \quad E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_3 \\ \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r h} = \dfrac{\lambda\, \cancel{2\pi} R_3 \cancel{h}}{\varepsilon_0 \cancel{2\pi} r \cancel{h}} = \dfrac{\lambda R_3}{\varepsilon_0 r} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$





Le superfici equipotenziali sono le superfici di gauss, perchè su queste superfici il campo è costante e di conseguenza anche il potenziale.

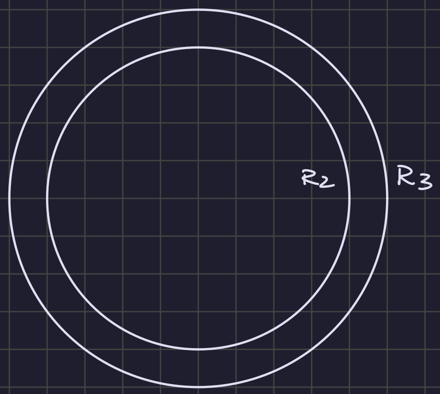


Sistema 6

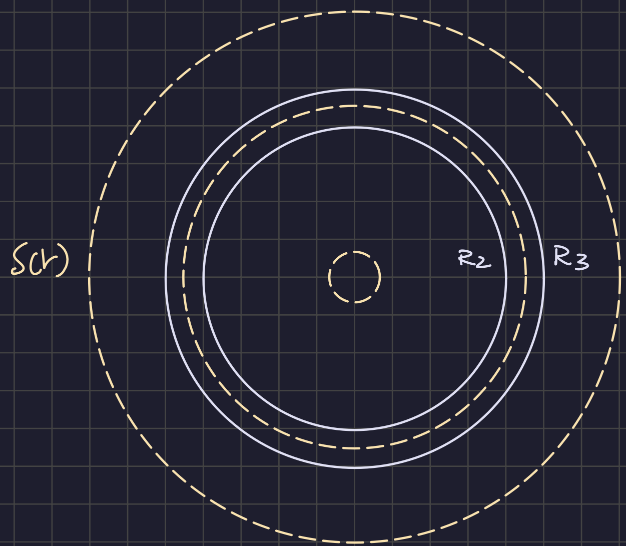
$\sigma = 10^{-10} \frac{C}{m}$

$Q = \sigma \cdot 4\pi R_3^2$

$= 1.2 \cdot 10^{-13} C$



Come superfici gaussiane scelgo dei gusci sferici di raggio r siccome la simmetria è sferica e il campo è radiale. Su queste superfici il campo è costante.

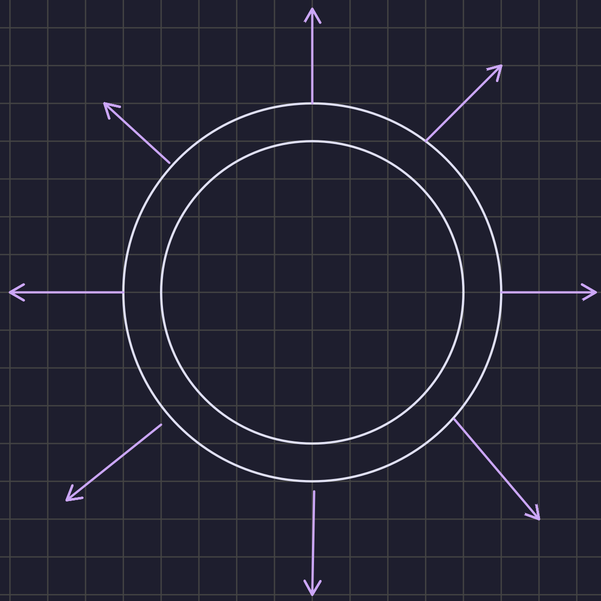


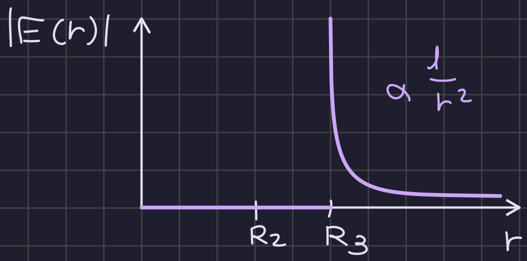
$$\oint_{S(r)} E(r)\, dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

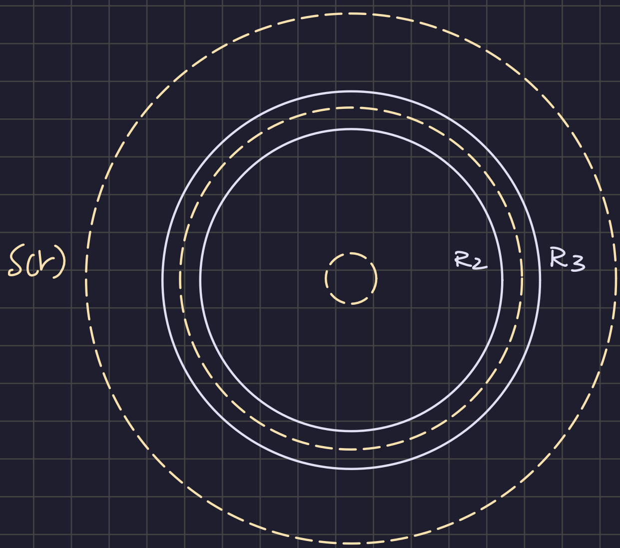
$$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$Q_{int} = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_3 \\ Q & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} [C] \Rightarrow E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_3 \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma\, 4\pi R_3^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R_3^2}{\varepsilon_0 r^2} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \left[\frac{V}{m}\right]$$





Le superfici equipotenziali sono gusci sferici di raggio r perche su queste superfici il campo è costante e di conseguenza anche il potenziale



Si consideri il solo sistema B), nel vuoto.

All'interno del guscio viene depositata una sfera di raggio **R1=0.1cm** su cui è depositata una quantità di carica uguale alla carica presente nella superficie R3.

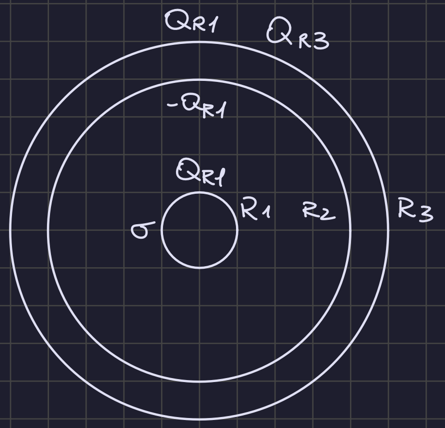
2. descrivere il sistema all'equilibrio e calcolare la nuova distribuzione di carica
3. disegnare le linee di campo

$R_1 = 10^{-3} m$

$Q_{R3} = Q_{sfera}$

$= \sigma \cdot 4\pi R_3^2$

$= 1.2 \cdot 10^{-13} C$



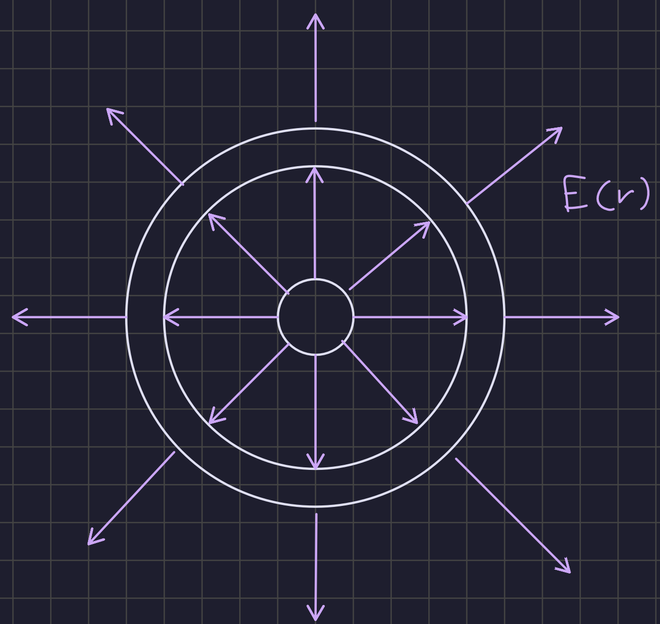
$Q_{R1} = \sigma \cdot 4\pi R_1^2$

$= 1.25 \cdot 10^{-15} C$

All'interno si deposita una carica su R_1 che induce una carica opposta su R_2 formando un campo radiale uscente. All'esterno la superficie R_3 fa da gabbia di Faraday e non influisce sul sistema interno, però la carica indotta dalla carica interna su R_3 viene sommata alla carica che era stata depositata prima su R_3

$Q_{est} = Q_{R1} + Q_{R3} = 1.27 \cdot 10^{-13} C$

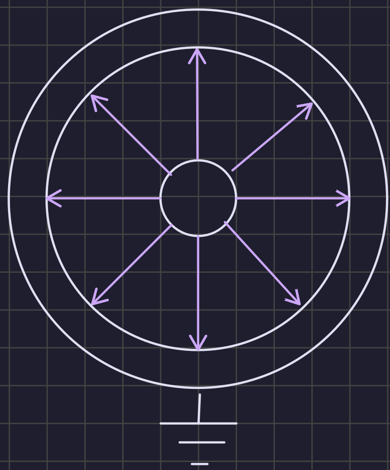
$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{Q_{R1}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \\ \dfrac{Q_{est}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{se } r \geq R_3 \end{cases} \qquad \left[\frac{V}{m}\right]$$



$\sigma_{est} = \dfrac{Q}{Sup} = \dfrac{Q_{est}}{4\pi R_3^2} = 1.01 \cdot 10^{-10} \quad \dfrac{C}{m^2}$

La sfera esterna viene scaricata a terra:

4. calcolare l'energia **U** del sistema



Le cariche all'esterno si distribuiscono a terra e quindi sulla superficie R_3 non rimane nessuna carica e di conseguenza il campo esterno è nullo. Il sistema interno rimane invariato perchè la superficie R_3 agisce da gabbia di Faraday

$$U_{TOT} = U_{int} + U_{est}$$

$$= U_{int} + 0$$

$$= \int_{vol} \mu_E \, d\tau \qquad \tau = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad d\tau = 4\pi r^2 \, dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 \, E(r)^2 \, 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\cancel{\varepsilon_0} \frac{Q_{R1}^2}{4^{\cancel{2}}\pi^{\cancel{2}}\varepsilon_0^{\cancel{2}} r^{\cancel{4}}} \cancel{4\pi r^2} dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \frac{Q_{R1}^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \, dr$$

$$= \frac{1}{2}\frac{Q_{R1}^2}{4\pi\varepsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{Q_{R1}^2}{8\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r}\right]_{R1}^{R_2}$$

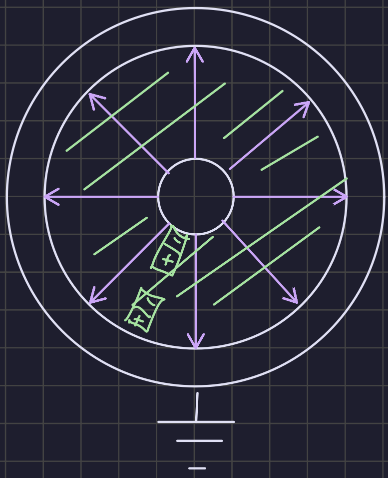
$$= \frac{Q_{R1}^2}{8\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \quad [J]$$

$$= 6.31 \cdot 10^{-18} \, J$$

Lo spazio interno è ora riempito di materiale dielettrico lineare di costante dielettrica **K=2**

5. calcolare le cariche di Polarizzazione

$K = 2$



$$\sigma_{Pol\,R_1} = E(R_1)\,\frac{K-1}{K}$$

$$= \frac{Q_{R1}}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}\,\frac{K-1}{K}$$

$$= 5.65$$

$$\sigma_{Pol\,R_2} = E(R_2)\,\frac{K-1}{K}$$

$$= \frac{Q_{R1}}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}\,\frac{K-1}{K}$$

$$= 0.07$$

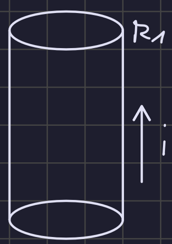
ESERCIZIO DI MAGNETOSTATICA

Un cavo conduttore di raggio **R_1=5mm** è percorso da una corrente elettrica stazionaria **i=10mA** parallela all'asse e distribuita uniformemente sulla superficie.

1. Si mostri l'applicazione del teorema di Ampere
   - disegnare le linee amperiane e spiegare la scelta
   - ricavare il campo magnetico **B** (MODULO DIREZIONE VERSO!!!) tracciando il grafico **B(r)**
   - disegnare le linee di campo

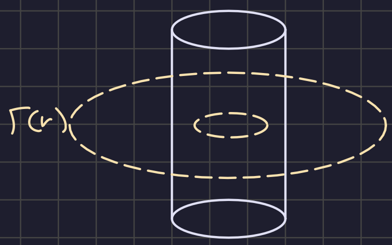
$R_1 = 5 \cdot 10^{-3}\,m$

$i = 10^{-2}\,A$



Th Ampere $\displaystyle\oint_\Gamma \vec{B}\,d\vec{\ell} = \mu_0 i_c$

Per calcolare il campo mangnetico bisogna scegliere delle linee amperiane su cui sia costante. In questo caso si ha una simmetria cilindrica e siccome il campo arrotola la corrente è costante su cerchi di raggio r



$$\oint_{\Gamma(r)} B(r)\,dr = \mu_0 i_c$$

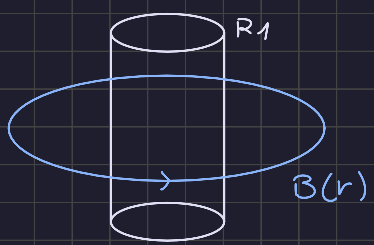
cost

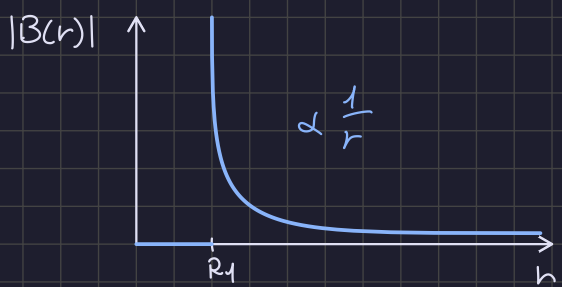
$$B(r) \oint_{\Gamma(r)} dr = \mu_0 i_c$$

$$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 i_c$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi r} \quad [T]$$

$$i_c = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \\ i & \text{se } r \geq R_1 \end{cases} \quad [A] \longrightarrow \quad B(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r} & \text{se } r \geq R_1 \end{cases} \quad [T]$$

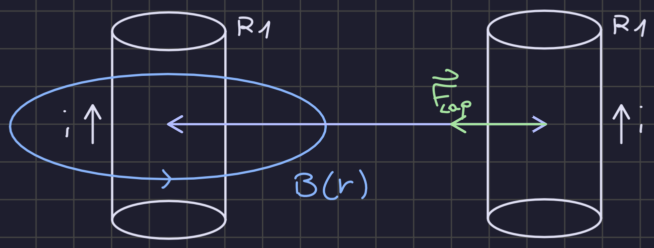




A distanza **d=5m** dall'asse del conduttore viene posto, parallelo ad esso, un filo percorso dalla stessa corrente i .

2. Calcolare la forza F agente sul filo (MODULO DIREZIONE VERSO!!!)

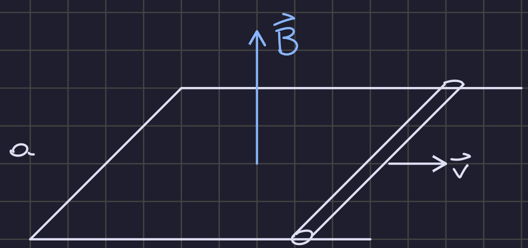
$d = 5\,m$



$$F_{Lap} = i\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$
$$= i \cdot B(d)$$
$$= \frac{\mu_0\, i^2}{2\pi d}$$
$$= 4 \cdot 10^{-12}\ N$$

ESERCIZIO DI INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

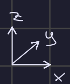
Un circuito a U vincolato nel piano XY e formato da due binari paralleli ad X distanti **a=1cm**, ha una parte mobile libera di scorrere senza attrito, in direzione x. Nello spazio è presente un campo magnetico stazionario e uniforme **B=0.5T** in direzione normale al circuito (fig.). Il tratto mobile viene tenuto in moto con velocità **v_0=0.5ms^{-1}** lungo x costante.



$a = 10^{-2}\,m$

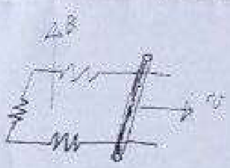
$B = \frac{1}{2}\,T$

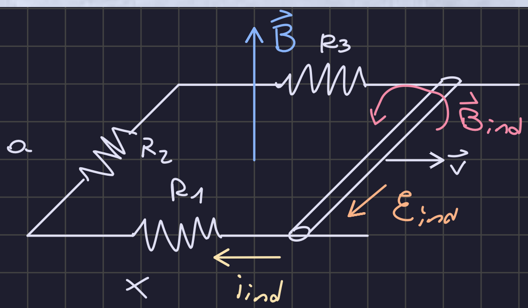
$v = \frac{1}{2}\,\frac{m}{s}$



Si trascuri ogni fenomeno di autoinduzione.

Il circuito viene chiuso con le resistenze di **R1=5kΩ, R1=2kΩ**i, **R1=2kΩ** collegate come in figura





$R_1 = 5 \cdot 10^3\ \Omega$

$R_2 = 2 \cdot 10^3\ \Omega$

$R_3 = 2 \cdot 10^3\ \Omega$

1- Calcolare la corrente indotta nella barretta i_{ind}
2- Calcolare il bilancio energetico nei diversi elementi del sistema

Legge di Faraday

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$\downarrow$

$$|\mathcal{E}_{ind}| = \left| -\frac{d\Phi(B)}{dt} \right|$$

$$\Phi(B) = B \cdot Sup = B\, a \overbrace{x(t)}^{\text{Spostamento}} \quad [Wb]$$

$$= \left| -\frac{d(B a x(t))}{dt} \right|$$

$$= |-B a v(t)|$$

$$= B a v$$

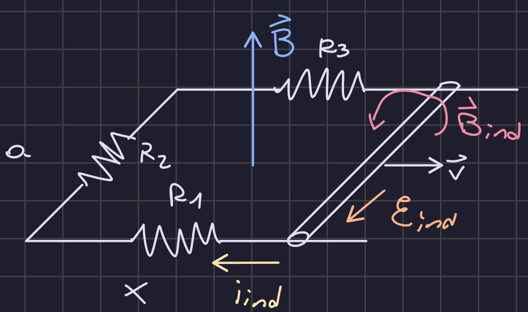
$$= 2.5 \cdot 10^{-3} \ [V]$$

Legge di Ohm

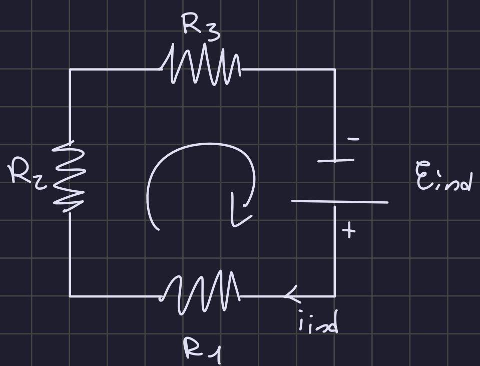
$$\mathcal{E} = V = Ri \qquad R_{TOT} = \sum_i R_i = R_1 + R_2 + R_3 = 9 \cdot 10^3 \ \Omega$$

$$\mathcal{E}_{ind} = i_{ind} R_{TOT}$$

$$i_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R_{TOT}} = 2.8 \cdot 10^{-7} \ A$$



=



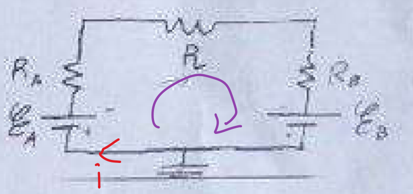
$$P_{erogata} = P_{dissipata} \qquad P = V \cdot i$$

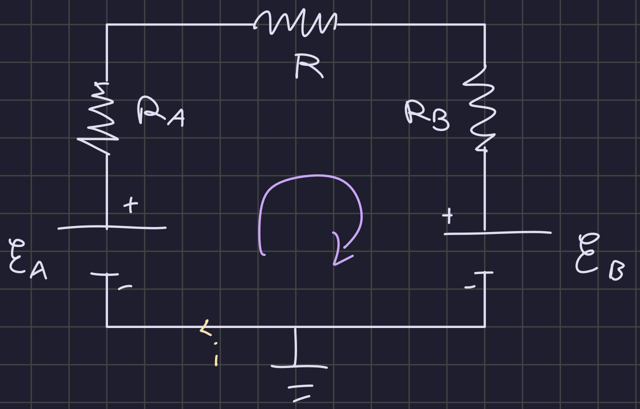
$$P_e = V_\mathcal{E} \cdot i_{ind} \qquad P_d = V_{R_{TOT}} \cdot i_{ind}$$

$$= \mathcal{E}_{ind} \cdot i_{ind} \qquad = R_1 i_{ind}^2 + R_2 i_{ind}^2 + R_3 i_{ind}^2$$

$$= 7 \cdot 10^{-10} \qquad = 7 \cdot 10^{-10}$$

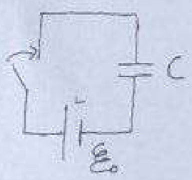
3- Impostare le leggi di Kirchhoff per il circuito in figura

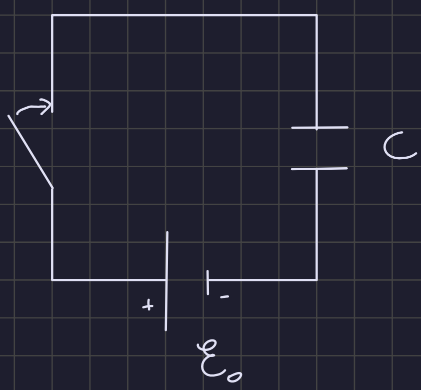




$$\mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B = i R_A + i R + i R_B$$

4- Scrivere la legge di Ohm e l'espressione dell'andamento della corrente nel circuito in figura





$$i = \frac{V_R(t)}{R}$$

$$i(t) = i_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$$