# 1 Cinematica

## 1.1 Moto in una dimensione

$$\text{Velocità: } \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\text{Accelerazione: } \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

### 1.1.1 Moto rettilineo uniforme

$$x(t) = x_i + v_i t$$

### 1.1.2 Moto rettilineo uniformemente accelerato

$$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = v_i + at$$

$$v^2 = v_i^2 + 2a \cdot \Delta x$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

## 1.2 Moto in due dimensioni

### 1.2.1 Moto parabolico

$$x = x_i + v_{ix} t$$

$$y = y_i + v_{iy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_{ix}$$

$$v_y = v_{iy} - gt$$

$$h_{max} = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$R_{gittata} = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

**Informazioni sull'altezza massima:**
Nel punto di altezza massima di un moto parabolico, la velocità verticale vale sempre 0, e la distanza orizzontale percorsa vale metà della gittata. (più un eventuale $x_0$ iniziale)

### 1.3 Moto circolare

$$\text{Spostamento angolare: } \Delta\varphi$$
$$\text{Velocità angolare: } \omega = \frac{\Delta\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$
$$v = r\omega$$
$$\text{Accelerazione angolare: } \alpha = \frac{\Delta\omega}{t}$$

- Moto circolare uniforme:
$$\varphi = \varphi_i + \omega_i t$$
$$\omega = \omega_i$$
$$t = \frac{\varphi_f - \varphi_i}{\omega}$$

- Moto circolare uniformemente accelerato:
$$\varphi = \varphi_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$\omega = \omega_i + \alpha t$$
$$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\varphi$$
$$t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha}$$

$$F_{centripeta} = mr\omega^2$$

**Informazioni utili:**
Nel moto circolare esiste una accelerazione centripeta che segue la direzione del raggio che collega il corpo al centro della circonferenza, e si occupa di mantenere l'oggetto nella traiettoria. Se il moto è solo circolare uniforme non vi è accelerazione tangenziale.

$$a_{centr} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

Se il moto è circolare uniformemente accelerato oltre all'accelerazione centripeta vi sarà anche quella tangenziale, dunque l'accelerazione totale sarà la somma vettoriale. ($\vec{a}_{centr} + \vec{a}_{tang} = \vec{a}_{tot}$ )

$$a_{tang} = r\alpha$$

In un moto circolare, la forza d'attrito statico (se presente) funge da forza centripeta.

# 2 Moto armonico

$$\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) \\ a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

L'accelerazione è la tendenza a tornare al punto di equilibrio.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

## 2.1 Molla

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$k$ è la costante elastica, $m$ è la massa del corpo.

## 2.2 Pendolo

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$l$ è la lunghezza del pendolo.

# 3 Leggi del moto

## 3.1 Leggi di Newton

### 3.1.1 Prima legge di Newton

Se la forza risultante che agisce su un sistema è nulla, vuol dire che il sistema o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme. (velocità costante)

### 3.1.2 Seconda legge di Newton

In un sistema di riferimento inerziale, l'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale alla forza risultante, e inversamente proporzionale alla massa. ($\vec{F}_{ris} = m \cdot \vec{a}_{corpo}$ )

$$F = ma$$

$$F_\perp = F\cos\theta \quad F_\parallel = F\sin\theta$$

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

### 3.1.3 Terza legge di Newton

Se due corpi interagiscono tra di loro, la forza $F_{1\to2}$ esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è di uguale intensità e verso opposto alla forza $F_{2\to1}$ esercitata dal corpo 2 sul corpo 1. ($\vec{F}_{1\to2} + \vec{F}_{2\to1} = 0$ )

# 4 Forze, lavoro ed energia

## 4.1 Forze fondamentali

### 4.1.1 Forza peso

$$\vec{F}_p = mg$$

### 4.1.2 Forza elastica

$$\vec{F}_e = -k\Delta x$$

$-k$ è la costante elastica, $\Delta x$ è la deformazione.

### 4.1.3 Forza di attrito

- Attrito statico: $F_{attrito} \leq \mu_s N$
- Attrito dinamico: $F_{attrito} = \mu_d N$

$N$ è la forza normale, $\mu_s$ è il coefficiente di attrito statico, $\mu_d$ è il coefficiente di attrito dinamico.

### 4.1.4 Forza di gravità

$$\vec{F}_g = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

$r$ è la distanza tra i due corpi, $G$ è la costante di gravitazione universale ($6.67 \times 10^{-11}$ N m$^2$/kg$^2$ ) e $\hat{r}$ è il vettore unitario che collega i due corpi.

## 4.2 Lavoro

### 4.2.1 Forza costante

$$L = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

$d$ è lo spostamento e $\theta$ l'angolo tra la forza e lo spostamento.

### 4.2.2 Forza elastica

$$L = \frac{1}{2} k x^2$$

### 4.2.3 Forza peso

$$L = mgh$$

$h$ è la variazione di altezza.

## 4.3 Energia

### 4.3.1 Energia cinetica

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$L_{tot} = \Delta E_{cin}$$

$$\text{Potenza: } P = \frac{L}{\Delta t} \; [W]$$

Con forza e velocità costanti:

$$P = F \cdot v$$

### 4.3.2 Energia potenziale

$$L_{cons} = -\Delta U$$

$$U_{peso} = mgh$$

#### 4.3.3 Energia meccanica

$$E_{mecc} = E_{cin} + U$$
$$L_{non-cons} = \Delta E_{mecc} = \Delta E_{cin} + \Delta U$$

# 5 Quantità di moto e urti

## 5.1 Quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

## 5.2 Impulso

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

**Teorema dell'impulso:**
L'impulso esercitato su un oggetto è uguale alla variazione di quantità di moto generata, che a sua volta è uguale alla forza esercitata per accelerare (o decelerare) il corpo moltiplicata per il tempo di applicazione di tale forza sul corpo.

#### 5.2.1 Momento angolare

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Intorno ad un asse fisso:

$$\vec{L} = I_{asse}\vec{\omega}$$
$$\text{Momento di inerzia: } I = \sum m_i r_i^2$$

## 5.3 Conservazione di quantità di moto

Se il sistema di corpi è isolato, cioè non subisce forze esterne:

$$\Delta\vec{p}_{tot} = 0$$

## 5.4 Urti

#### 5.4.1 Urti elastici

$$\Delta E_{c_{tot}} = 0 \quad \Delta\vec{p}_{tot} = 0$$
$$m_1\left(v_{1i}^2 - v_{1f}^2\right) = m_2\left(v_{2f}^2 - v_{2i}^2\right)$$
$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i}$$
$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i}$$

#### 5.4.2 Urti anelastici

$$\Delta E_{c_{tot}} \neq 0 \quad \Delta\vec{p}_{tot} = 0$$

Se i corpi si attaccano:

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}_f$$

# 6 Sistemi a più corpi

## 6.1 Centro di massa

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$
$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$r$ è la posizione rispetto all'origine.

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$$

### 6.1.1 Momento di inerzia

$$I_{cm} = \sum m_i r_i^2$$

# 7 Rotazione corpo rigido attorno ad un asse fisso

## 7.1 Momenti della forza e inerzia

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

Il momento di inerzia dipende dal corpo:
Per un punto materiale: $I = mr^2$

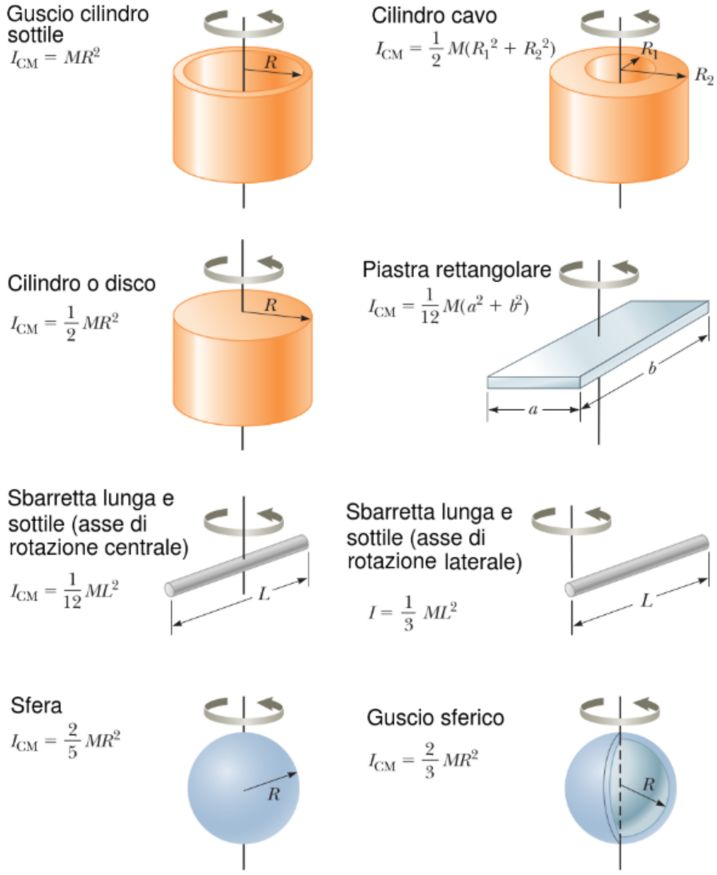


Figura 1: Momenti di inerzia notevoli

**Informazioni sul momento:** Il momento di una forza misura la capacità di una forza di mettere in rotazione un corpo intorno ad un asse fisso. Il momento si calcola con il prodotto vettoriale tra $\vec{r} \times \vec{F}$,, ciò vuol dire che conta solo la componente perpendicolare della forza sul raggio.

Per convenzione se $\sum \tau > 0$ si ha una rotazione antioraria del corpo se $\sum \tau < 0$ invece si ha una rotazione oraria, mentre se $\sum \tau = 0$ il corpo non ruota.

Per la condizione di equilibrio statico, la somma dei momenti deve fare 0, non solo la somma delle forze. Siccome si sta valutando una condizione d'equilibrio, posso permettermi di scegliere il perno di rotazione ovunque io voglia, imponendo ogni volta che $\sum \tau = 0$.

## 7.2 Energia e lavoro

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$L = \frac{1}{2}\omega_f^2 - \frac{1}{2}\omega_i^2$$

### 7.3 Momento angolare

$$L_{tot} = \left( \sum_i m_i r_i^2 \right) \omega = I\omega \qquad \sum \tau_{est} = I\alpha$$

**Principio di conservazione del momento angolare:** Se il momento dato dalle forze esterne al sistema è nullo, allora il momento angolare del sistema si conserva.

$$L_i = L_f \quad \Longleftrightarrow \quad m_i \cdot r_i \cdot v_i = m_f \cdot r_f \cdot v_f \quad \Longleftrightarrow \quad \omega_i \cdot I_i = \omega_f \cdot I_f$$

## 8 Gravitazione

### 8.1 Prima legge di Keplero

Tutti i pianeti percorrono orbite ellittiche, ed il Sole rappresenta uno dei due fuochi

### 8.2 Seconda legge di Keplero

Il raggio vettore passante per l'asse Sole-Pianeta spazza aree uguali in tempi uguali.

### 8.3 Terza legge di Keplero

Il quadrato del periodo di rivoluzione di un pianeta attorno al Sole è direttamente proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita.

$$T^2 = k \cdot A^3$$

dove $k$ è una costante del sistema solare e $A$ è il semiasse maggiore dell'orbita.

### 8.4 Legge di gravitazione universale

Per la terza legge di Newton, due corpi esercitano sull'altro una forza gravitazionale di uguale intensità con direzioni opposte.

$$F_{12} = -F_{21} = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

dove $G$ è la costante di gravitazione universale, $m_1$ e $m_2$ sono le masse dei corpi e $d$ è la distanza tra i due corpi.

### 8.5 Energia potenziale gravitazionale

$$U_g = -G\frac{m_1 m_2}{d}$$

### 8.6 Velocità di fuga

Tramite l'energia potenziale gravitazionale è possibile calcolare quella velocità per cui si può sfuggire al campo gravitazionale di un pianeta, dunque ogni corpo celeste possiede la sua caratteristica velocità di fuga. ($v_{f_{terra}} = 11.2\frac{km}{s}$ )

$$v_{fuga} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

dove $M$ è la massa del pianeta e $r$ è il raggio del pianeta.

# 9 Termodinamica

## 9.1 Principi

### 9.1.1 Principio 0

Se due sistemi termici sono separatamente in equilibrio termico con un terzo sistema, allora i primi due sistemi sono in equilibrio termico tra di loro. Questa definizione apre al concetto di equilibrio termico e temperatura di un corpo, stabilita tramite confronto con più corpi e determinando dei valori di riferimento. Due corpi in equilibrio termico non presentano flussi di calore tra di loro.

### 9.1.2 Primo principio

L'energia totale di un sistema termodinamico (energia interna + lavoro scambiato con l'esterno) è conservata sempre. La formula che rappresenta ciò è:

$$\Delta U_{sistema} = Q_{assorbito} - L_{compiuto}$$

$$\text{Calore e capacità termica: } Q = C \cdot \Delta T$$

dove $C$ è la capacità termica del corpo e $\Delta T$ è la variazione di temperatura.

$$\text{Calore latente: } L_t = \frac{Q}{m}$$

Il calore latente di trasferimento è la quantità di calore necessaria per far variare di una unità di massa la temperatura di un corpo.

$$\text{Entropia: } \Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ_{REV}}{T}$$

dove $T$ è la temperatura e $dQ_{REV}$ è il calore scambiato in maniera reversibile.

### 9.1.3 Secondo principio

È impossibile che un sistema operi in un ciclo termodinamico e converta completamente il calore assorbito da una sorgente termica in lavoro meccanico senza produrre alcuna altra forma di effetto o scambio di calore con l'ambiente circostante.

## 9.2 Legge di stato dei gas

La legge di stato dei gas impone che pressione e volume di un gas "ideale" siano inversamente proporzionali tra di loro e proporzionali alla temperatura del corpo. Nella formula "n" rappresenta il numero di moli e "R" la costante universale dei gas. La formula ha una controparte equivalente.

$$PV = nRT$$

dove $P$ è la pressione, $V$ è il volume, $n$ è il numero di moli, $R$ è la costante universale dei gas e $T$ è la temperatura.

$$R = 8.31 \frac{J}{mol \cdot K}$$

$$PV = Nk_bT$$

dove $N$ è il numero di particelle, $k_b$ è la costante di Boltzmann.

$$k_b = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

## 9.3 Equivalenze tra misure di pressione

$$1\frac{N}{m^2} = 1 \text{ Pa} \quad 1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} \quad 1 \text{ bar} = 105 \text{ Pa} \quad 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

## 9.4 Calore specifico

$$\text{Per unità di massa: } c = \frac{C}{m}$$

$$\text{Per mole: } c_{mol} = \frac{C}{n}$$

$$\text{Per i solidi: } c = 3R$$

dove $R$ è la costante universale dei gas.

$$\text{Per i gas perfetti: } c_p - c_v = R$$

| | $c_v$ | $c_p$ | $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ |
|---|---|---|---|
| Monatomici | $\frac{3}{2}R$ | $\frac{5}{2}R$ | $\frac{5}{3}$ |
| Biatomici | $\frac{5}{2}R$ | $\frac{7}{2}R$ | $\frac{7}{5}$ |

## 9.5 Gas perfetti

### 9.5.1 Energia interna

$$\Delta U = nc_v\Delta T$$

### 9.5.2 Entropia

$$\Delta S = nc_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

### 9.5.3 Pressione di un gas in un tubo verticale

$$P = P_0 + \rho g h$$

## 9.6 Trasformazioni termodinamiche

### 9.6.1 Isocora ($\Delta V = 0$)

$$L = 0 \quad Q = n c_v \Delta T$$

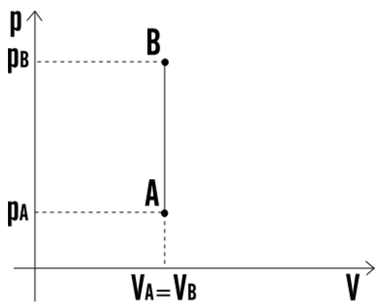


Figura 2: Grafico di una trasformazione isocora

### 9.6.2 Isobara ($\Delta P = 0$)

$$L = -P\Delta V \quad Q = n c_p \Delta T$$

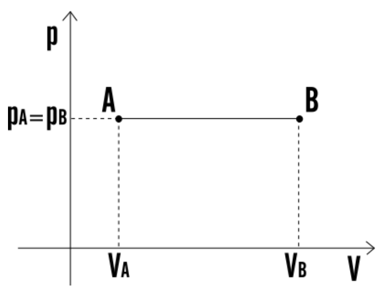


Figura 3: Grafico di una trasformazione isobara

### 9.6.3 Isoterma ($\Delta T = 0$)

$$L = -Q \quad Q = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

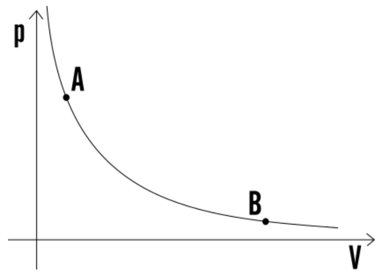


Figura 4: Grafico di una trasformazione isoterma

#### 9.6.4 Adiabatica ($Q = 0$)

$$PV^{\gamma} = \text{costante}$$
$$TV^{\gamma-1} = \text{costante}$$
$$P^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{costante}$$

dove $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

$$L = \Delta U = \frac{1}{\gamma - 1}\left(P_f V_f - P_i V_i\right)$$

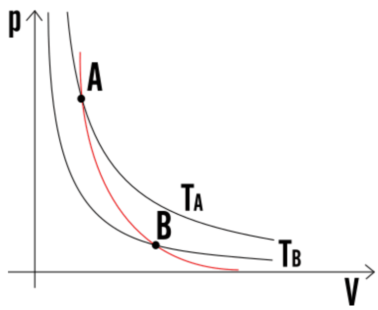


Figura 5: Grafico di una trasformazione adiabatica

### 9.7 Macchine termiche

$$\text{Efficienza: } \eta = \frac{L}{Q_{assorbito}} = 1 - \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}}$$

$$\text{C.O.P. frigorifero: COP} = \frac{Q_{ceduto}}{L}$$

$$\text{C.O.P. pompa di calore: COP} = \frac{Q_{assorbito}}{L}$$

$$\text{Efficienza di Carnot: } \eta = 1 - \frac{T_{ceduta}}{T_{assorbita}}$$

$$\text{Teorema di Carnot: } \eta < \eta_{reversibile}$$

### 9.8 Espansione termica dei solidi

$$\text{Espansione lineare: } \frac{\Delta L}{L_i} = \alpha \Delta T$$

$$\text{Espansione superficiale: } \frac{\Delta A}{A_i} = 2\alpha \Delta T$$

$$\text{Espansione volumetrica: } \frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha \Delta T$$

dove $\alpha$ è il coefficiente di dilatazione lineare.

### 9.9 Formule relative al calore

$$1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$$

$$Q_{latente/vaporizzazione} = mL$$

$$T_{critica} = -273.15 \text{ C} = 0 \text{ K}$$

$$T_{fareneit} = \frac{9}{5} T_{celsius} + 32$$

## 10 Fluidi

$$\text{Spinta di archimede: } B_A = \rho_L V g$$

dove $\rho_L$ è la densità del liquido, $V$ è il volume immerso e $g$ è l'accelerazione di gravità.

$$\text{Continuità: } Av = \text{costante}$$

dove $A$ è l'area della sezione e $v$ è la velocità del fluido.

$$\text{Bernoulli: } P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$$

cioè la somma tra pressione, energia cinetica e potenziale è costante.