Analisi II

UniVR - Dipartimento di Informatica

Fabio Irimie

2° Semestre 2024/2025

Indice

1 Equazioni differenziali

L'equazione differenziale ordinaria (EDO) è un'equazione del tipo:

$$F(t, y, y', y^n, \dots, y^{(n)}) = 0$$

dove $y(t)$ è la funzione incognita e F è un operatore differenziale che lega le variabili $t, y, y', y^n, \dots, y^{(n)}$ a valori reali.

Si dice **soluzione** di un'EDO nell'intervallo $I \subset \mathbb{R}$ una **funzione** φ, definita almeno in I e a valori reali per cui risulti:

$$F(t, \varphi(t), \varphi'(t), \dots, \varphi^{(n)}(t)) = 0 \quad \forall t \in I$$

Esempio 1.1. Se prendiamo in considerazione una popolazione di conigli con tasso di natalità λ, abbiamo che l'equazione che descrive la crescita della popolazione è:

$$\dot{N}(t) = \lambda N(t)$$

Se $N(t) = 0$ si ha una **soluzione stazionaria** dell'equazione differenziale perchè quando si raggiunge 0 la popolazione non cresce più. Risolviamo:

$$\frac{\dot{N(t)}}{N(t)} = \lambda$$

Facciamo un cambio di variabile $N(t) = n$ $\dot{N(t)}dt = dn$

$$\int \frac{\dot{N(t)}}{N(t)}\, dt = \int \frac{1}{n}\, dn = \log(N(t)) = \lambda t + c$$

$$N(t) = ce^{\lambda t} \quad c > 0$$

Consideriamo che al tempo 0 la popolazione sia di 100 conigli: $N(0) = 100$, abbiamo che:

$$N(0) = c = 100$$

e la soluzione del problema è:

$$N(t) = 100e^{\lambda t}$$

1.1 Equazioni differenziali di primo ordine

Un'equazione differenziale di primo ordine è un'equazione del tipo:

$$F(t, y, y') = 0$$