

Algoritmi

UniVR - Dipartimento di Informatica

Fabio Irimie

2° Semestre 2024/2025

Indice

1 Grafi	2
1.1 Rappresentazione di un grafo	3

1 Grafi

I grafi permettono di risolvere problemi particolarmente complessi, ma la parte difficile è la conversione di un problema in un grafo. I grafi sono costituiti da nodi e archi:

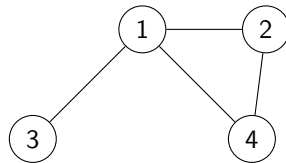


Figura 1: Esempio di grafo

- **Nodi:** rappresentano gli elementi del problema.
- **Archi:** rappresentano le relazioni tra i nodi.

I grafi in cui gli archi hanno un valore (o peso) vengono chiamati **grafi pesati**. Si possono anche aggiungere delle direzioni agli archi, ottenendo così un **grafo orientato**, in cui un arco si può attraversare in un solo verso.

Definizione 1.1 (Cammino). Un **cammino** è una sequenza di nodi per cui esiste un arco tra ogni coppia di nodi adiacenti.

In un cammino, la ripetizione di un nodo rappresenta un **loop** e questo cammino viene detto **cammino ciclico**. (un cammino senza cicli si dice **cammino semplice**)

Il **grado** di un nodo è il numero di archi che incidono sul nodo. Ha senso parlare di grado di un nodo solo quando il grafo non è orientato perchè così ogni arco viene contato una sola volta.

- **Grado entrante:** numero di archi entranti in un nodo.
- **Grado uscente:** numero di archi uscenti da un nodo.

La definizione formale di un grafo è la seguente:

Definizione 1.2. Un grafo è definito come una coppia $G = (V, E)$ dove:

- V è un insieme di nodi.
- E è un insieme di archi:

$$E \subseteq V \times V$$

Dalla figura 1 si ha che:

- $V = \{1, 2, 3, 4\}$.
- $E = \{(1, 3), (3, 1), (1, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 2), (2, 4), (4, 2)\}$.

La definizione formale dei concetti precedenti è:

Definizione 1.3. Il **grado uscente** di un nodo v in un grafo orientato $G = (V, E)$ è il numero di archi uscenti da v ($|\dots|$ è la cardinalità di un insieme):

$$\text{grado_uscente}(v) = |\{u \mid (v, u) \in E\}|$$

Definizione 1.4. Il **grado entrante** di un nodo v in un grafo orientato $G = (V, E)$ è il numero di archi entranti in v :

$$\text{grado_entrante}(v) = |\{u \mid (u, v) \in E\}|$$

Definizione 1.5. Un cammino è una sequenza di nodi in cui per ogni coppia di nodi consecutivi esiste un arco:

$$\forall i \in \{0 \dots n-1\} \quad (v_i, v_{i+1}) \in E$$

1.1 Rappresentazione di un grafo

Per rappresentare un grafo ci sono due modi:

- **Rappresentazione per liste di adiacenza:** Si crea una lista in cui si rappresentano i nodi e ad ogni nodo si associa la lista di tutti i nodi raggiungibili tramite un arco. Prendiamo in considerazione la figura 1:

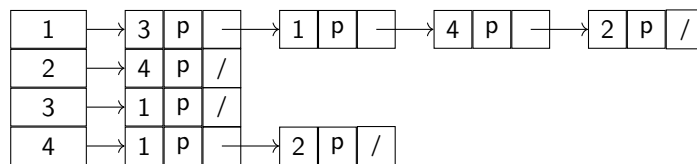


Figura 2: Rappresentazione per liste di adiacenza

Lo spazio in memoria occupato è $\Theta(|V| + |E|)$.

- **Rappresentazione per matrice di adiacenza:** Si crea una matrice A di dimensione $|V| \times |V|$ in cui $A_{ij} = 1$ se esiste un arco tra i nodi i e j , altrimenti $A_{ij} = 0$. Prendiamo in considerazione la figura 1, dove p è il peso dell'arco:

/	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	0	0	0	1
3	1	0	0	0
4	1	1	0	0

Tabella 1: Rappresentazione per matrice di adiacenza

Lo spazio in memoria occupato è $\Theta(|V|^2)$.