Esercizi svolti in classe

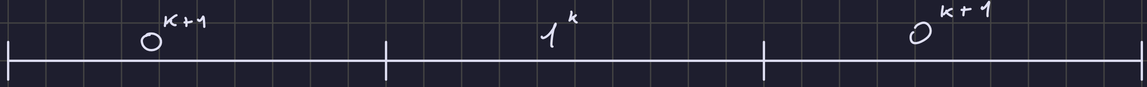
Esercizio 2.16. $L = \{\, 0^n 1^m 0^h \mid m < n,\ m < h \,\}$

Condizioni di appartenenza

$$0^n 1^m 0^h \in L \iff \exists i, j \geq 1 .\ \begin{cases} n = m + i \\ h = m + j \end{cases}$$

Prendiamo $m = k$ e $n = h = k + 1$ (più piccolo elemento che soddisfa le condizioni)

$z = 0^{k+1} 1^k 0^{k+1} \in L$



	0^{k+1}	1^k	0^{k+1}
1)	v, x		
2)	v	x	
3)		v, x	
4)		v	x
5)			v, x

Se $v \in 0^{k+1}$ e $x \in 0^{k+1}$ allora $|vwx| > k$ escluso dalle ipotesi sulla suddivisione

Se v o x contengono sia 0 che 1 (a cavallo tra gruppi) allora $\forall i > 1\ z_i \notin L$ perchè cambia la struttura dei gruppi di simboli

1) $v, x \in 0^{k+1}$

$z_i = 0^{k+1+(i-1)|vx|} 1^k 0^{k+1}$ Il numero di 0 deve essere più grande del numero di 1

Prendiamo $i = 0$

$$z_0 = 0^{k+1-|vx|} 1^k 0^{k+1} \in L \iff \begin{cases} \cancel{k} + 1 - |vx| > \cancel{k} \\ k + 1 > k \quad \checkmark \text{ sempre vera} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} |vx| < 1 \\ k + 1 > k \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} |vx| = 0 \\ k + 1 > k \end{cases}$$

Quindi $z_0 \in L \iff |vx| = 0$ ma $|vx| > 0$ per ipotesi, quindi $z_0 \notin L$

2) $v \in 0^{k+1}$ $x \in 1^k$

$z_i = 0^{k+1+(i-1)|v|} \; 1^{k+(i-1)|x|} \; 0^{k+1}$

Caso 1: Se $|x| = 0 \Rightarrow |v| \neq 0$ e quindi é uguale a 1)

Caso 2: Se $|x| \neq 0$

Prendiamo $i=2$

$$z_2 = 0^{k+1|v|} \; 1^{k+|x|} \; 0^{k+1} \in L \iff \begin{cases} k+1|v| > k+|x| \\ \cancel{k}+|x| < \cancel{k}+1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k+1|v| > k+|x| \\ |x| < 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k+1|v| > k+|x| \\ |x| = 0 \end{cases} \text{Assurdo}$$

$$\Rightarrow z_2 \notin L$$

3) $v, x \in 1^k$ Analogo al caso $|x| \neq 0$ del punto 2)

4) $v \in 1^k$ $x \in 0^{k+1}$ Analogo al punto 2)
(secondo gruppo) (Dimostrazione uguale scambiando le x con le v e viceversa)

5) $v, x \in 0^{k+1}$ Analogo al punto 1)
(secondo gruppo)

Abbiamo quindi dimostrato che il linguaggio non è context free