Esame 20/07/2022

ESERCIZIO DI ELETTROSTATICA

Un conduttore sferico cavo (**R_2=9cm; R_3=10cm**) contiene, in modo concentrico, una sfera conduttrice (**R_1=2cm)**. Sul conduttore interno viene depositata la carica **q_{int} = −10x10^{-9}C**. Il sistema finale è isolato e in equilibrio elettrostatico.

1- Calcolare la distribuzione di carica sulle pareti dei conduttori (Q e densità)
2- Ricavare applicando il teorema di Gauss il campo elettrico **E** generato in tutto lo spazio e disegnare il grafico E(r).
3- Ricavare il potenziale elettrostatico **V** nella sola regione esterna e disegnare il grafico.

Un elettrone viene posizionato a distanza **1cm** dalla superficie esterna.

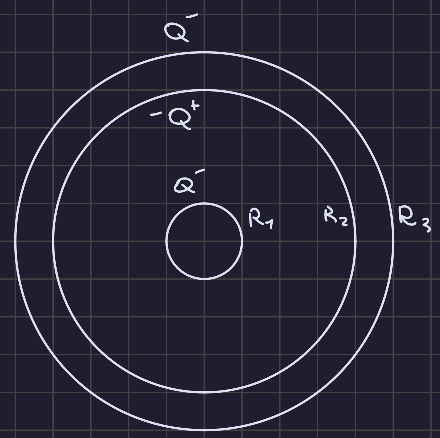
4- Calcolare il lavoro del campo elettrico **L** per far compiere all'elettrone il suo percorso.

$R_1 = 2 \cdot 10^{-2} m$

$R_2 = 9 \cdot 10^{-2} m$

$R_3 = 10^{-1} m$

$Q = -10^{-8} C$



$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

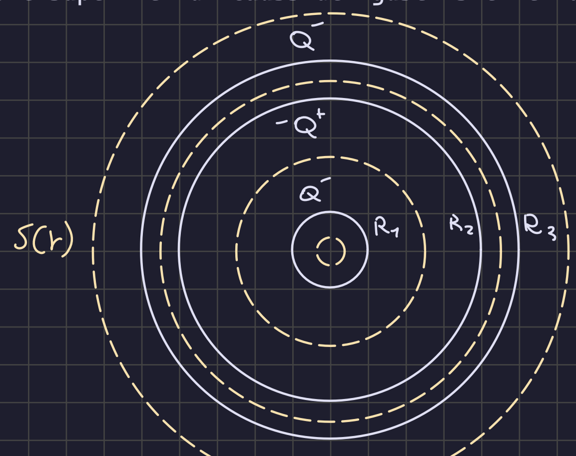
$$\sigma_{R_1} = \frac{Q}{4\pi R_1^2} = -2 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m^2} \qquad Q_{R_1} = Q$$

$$\sigma_{R_2} = \frac{-Q}{4\pi R_2^2} = 9.8 \cdot 10^{-8} \frac{C}{m^2} \qquad Q_{R_2} = -Q$$

$$\sigma_{R_3} = \frac{Q}{4\pi R_3^2} = -8 \cdot 10^{-8} \frac{C}{m^2} \qquad Q_{R_3} = Q$$

Th. Gauss: $\oint_{Sup} \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Per calcolare il campo elettrico bisogna scegliere delle superfici su cui il campo è costante per poterlo tirare fuori dall'integrale, queste superfici sono chiamate superfici di Gauss. In questo caso siccome il campo è radiale prendo come superfici di Gauss dei gusci sferici di raggio r



$$\oint_{S(r)} E(r)\, dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

cost

$$E(r) \oint_{S(r)} dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

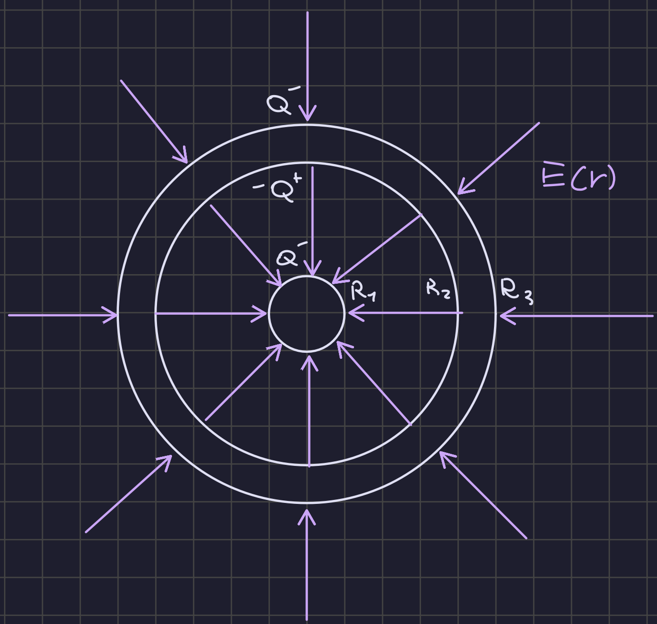
$$E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

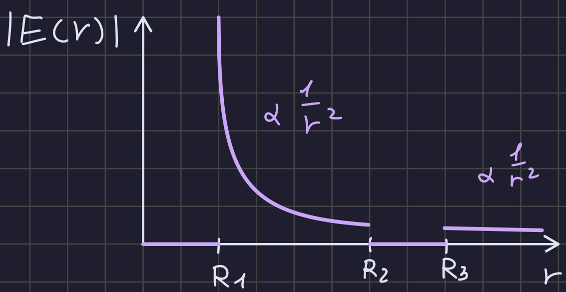
$$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$Q_{int} = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 < r < R_3 \\ Q & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \vee r \geq R_3 \end{cases} \quad [C]$$

$\downarrow$

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \vee r \geq R_3 \end{cases} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$





$$V(B) - V(A) = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{\ell}$$

Per calcolare il potenziale si prende un punto di riferimento in cui il potenziale vale 0, in questo caso prendiamo l'infinito

$$r_0 = \infty \rightarrow V(r_0) = 0$$

$$V(r) - \cancel{V(r_0)} = -\int_{r_0}^{r} E(r)\, dr$$

$$V(r) = -\int_{r_0}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr$$

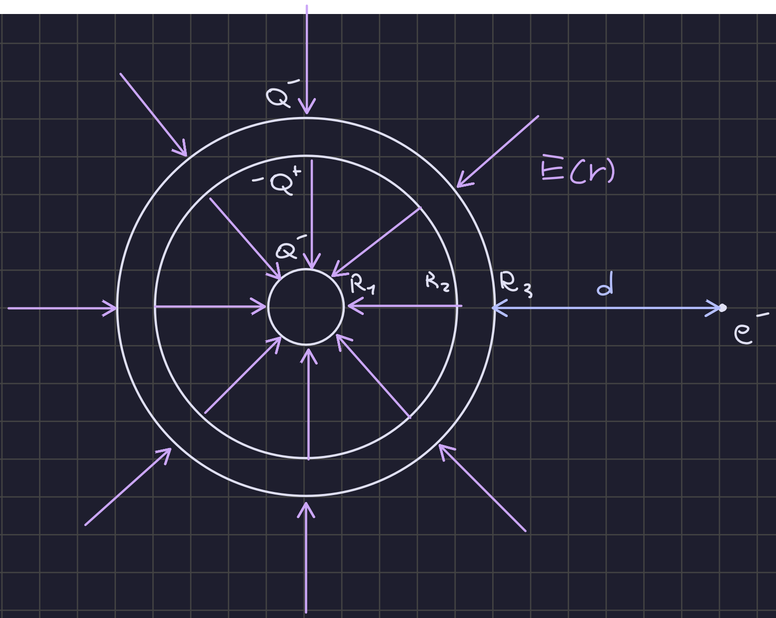
$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_0}^{r} \frac{1}{r^2}\, dr$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{r} + \cancel{\frac{1}{r_0}} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad [V] \quad \text{se} \quad r \geq R_3$$

Un elettrone viene posizionato a distanza **1cm** dalla superficie esterna.

4- Calcolare il lavoro del campo elettrico **L** per far compiere all'elettrone il suo percorso.



$d = 10^{-2}$ m

$e^- = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{l} \rightarrow L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$L = \int_{\infty}^{R_3+d} e^- E(r)\, dr$$

$$= -e^- \int_{\infty}^{R_3+d} \nabla V\, dr \quad \text{Perché } \vec{E} \text{ é conservativo}$$

$$= -e^- (V(R_3+d) - \cancel{V(\infty)})$$

$$= -\frac{e^- Q}{4\pi\varepsilon_0 (R_3+d)}$$

$$= -1.3 \cdot 10^{-16} \quad [J]$$

$$L = \int_{\infty}^{R_3+d} e^- E(r)\, dr$$

$$= e^- \int_{\infty}^{R_3+d} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr$$

$$= \frac{e^- Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\infty}^{R_3+d} \frac{1}{r^2}\, dr$$

$$= \frac{e^- Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{R_3+d} + \cancel{\frac{1}{\infty}} \right)$$

$$= -\frac{e^- Q}{4\pi\varepsilon_0 (R_3+d)} = -1.3 \cdot 10^{-16} \quad [J]$$

CASO A

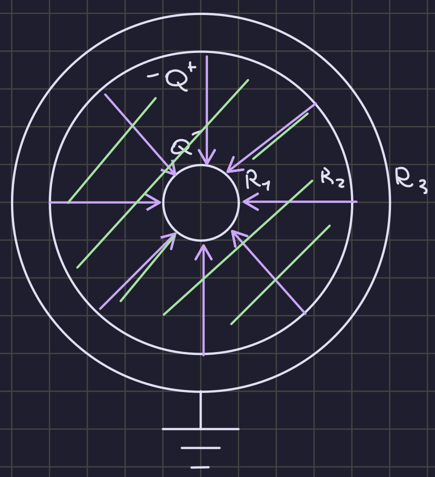
La superficie esterna viene collegata a terra.

5- Descrivere la situazione che si viene a creare e calcolare l'energia elettrostatica **U** del sistema

Lo spazio interno è riempito di dielettrico lineare **k=3**

6- Calcolare la capacità del sistema.
7- Calcolare il campo spostamento dielettrico D.

$k = 3$




```
Le cariche sulla superficie esterna si distribuiscono a terra e quindi la superficie esterna si scarica.
Il campo all'esterno è nullo, mentre quello all'interno rimane invariato perchè la superficie esterna agisce
da gabbia di Faraday.
```

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$= \frac{Q}{V(R_1) - V(R_2)}$$

$$= \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \quad [F]$$

$$= 2{,}9 \cdot 10^{-12}\ F$$

$$U_{TOT} = U_{int} + U_{est}$$

$$= U_{int} + 0$$

$$= \int_{Vol} \mu_E \, d\tau \qquad \tau = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad d\tau = 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 E(r)^2 \, 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\cancel{\varepsilon_0} \frac{Q^2}{4^2\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} \cancel{4\pi r^2} dr$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \quad [J]$$

$$= 1{,}7 \cdot 10^{-5} \, J$$

$$U_{TOT} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_0}{2\cancel{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}} \frac{Q^2}{4^2\pi^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^2$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad [J]$$

$$= 1{,}7 \cdot 10^{-5} \, J$$

Per calcolare il campo spostamento dielettrico uso il teorema di Gauss per i dielettrici e anche in questo caso bisogna trovare delle superfici di Gauss in cui il campo sia costante che sono uguali al caso senza dielettrico.

$$\oint_{Sup} \vec{D} \, dS = Q_{libere}$$

$$\oint_{S(r)} D(r) = Q_{libere}$$

$$D(r) \cdot 4\pi r^2 = Q_{libere}$$

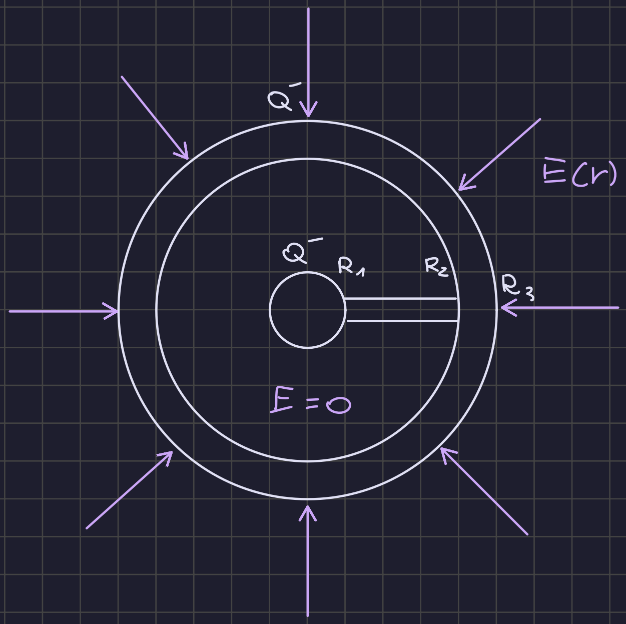
$$D(r) = \frac{Q_{libere}}{4\pi r^2}$$

$$D(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r \geq R_2 \lor r < R_1 \\ \frac{Q}{4\pi r^2} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \qquad \left[\frac{C}{m^2}\right]$$

CASO B

Diversamente, la sfera interna viene collegata alla superficie della cavità R2.

8- Descrivere la situazione che si viene a creare e calcolare l'energia elettrostatica **U** del sistema
9- Calcolare la capacità del sistema.



Le cariche all'interno si distribuiscono su tutta la superficie R_1 e R_2 e le cariche si annullano, mentre all'esterno il sistema rimane invariato.

$$U_{TOT} = U_{INT} + U_{EST} = 0 + U_{EST} = U_{EST}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\cancel{V(\infty)} - V(R_3)} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}} = 4\pi\varepsilon_0 R_3 \; [F] = 1.1 \cdot 10^{-11} \; F$$

$$U_{TOT} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = 2\pi\varepsilon_0 R_3 \frac{Q^2}{4^2\pi^2\varepsilon_0^2 R_3^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_3} \; [J] = 4,5 \cdot 10^{-6} \; J$$

ESERCIZIO DI MAGNETOSTATICA

Un cavo conduttore di raggio **R_1=2mm** è percorso da una corrente elettrica stazionaria **i=5mA** parallela all'asse e distribuita uniformemente sulla sua superficie.

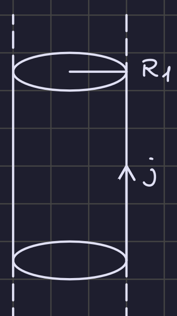
1- Ricavare applicando il teorema di Ampere il campo magnetico **B** generato nello spazio e disegnare in un grafico B(r).

$R_1 = 2 \cdot 10^{-3} \; m$

$i = 5 \cdot 10^{-3} \; A$

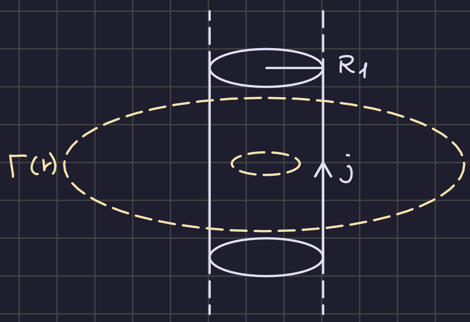
$j = \frac{i}{\pi R_1^2} \; \frac{A}{m^2} =$

SBagliato



Th Ampere $\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \Sigma i_c$

Per calcolare il campo magnetico bisogna considerare dei circuiti su cui è costante per poterlo tirare fuori dall'integrale. In questo caso le linee amperiane che scelgo sono dei cerchi di raggio r



$$\oint_{\Gamma(r)} B(r) d\vec{l} = \mu_0 i_c$$

$$B(r) \oint_{\Gamma(r)} d\vec{l} = \mu_0 i_c$$

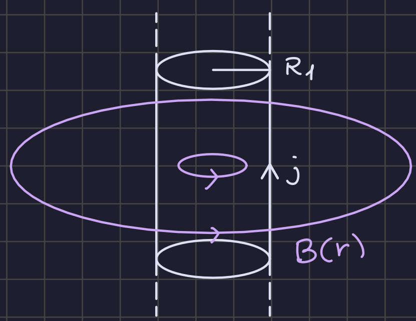
$$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 i_c$$

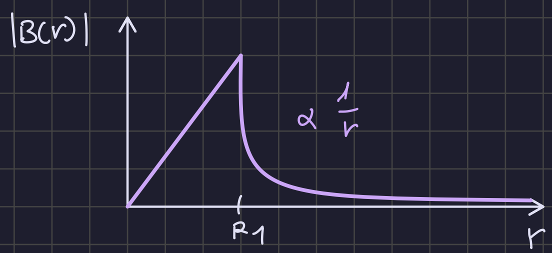
$$B(r) = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi r} \quad [T]$$

$$i_c = \begin{cases} j \cdot \pi r^2 = \frac{i}{\pi R_1^2} \cdot \pi r^2 = \frac{i r^2}{R_1^2} & \text{se } r < R_1 \\ i & \text{se } r \geq R_1 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1} & \text{se } r < R_1 \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi r} & \text{se } r \geq R_1 \end{cases} \quad [T]$$





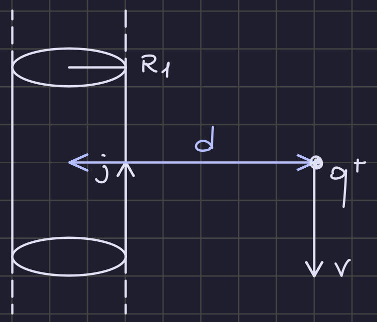
A distanza **d=5m** dall'asse del conduttore viene posta una particella carica **q=10^{-10} C** in moto con velocità **v=15ms^{-1}** in direzione opposta a quella della corrente del conduttore

2- Calcolare la forza **F** agente sulla particella

$d = 5\,m$

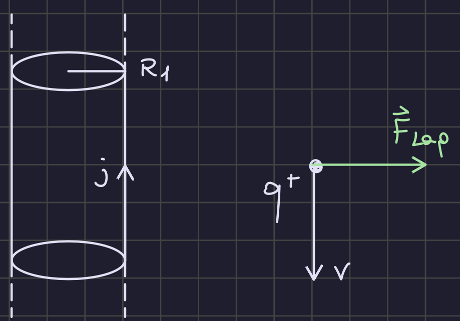
$v = 15\ \frac{m}{s}$

$q = 10^{-9}\,C$



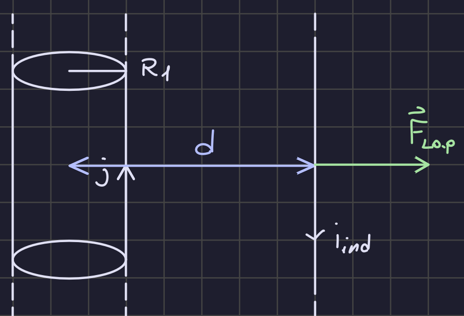
Legge di Laplace: $F_{Lap} = q\vec{v} \times \vec{B}\ \ [N]$

$$F_{Lap} = qv \cdot B(d)$$
$$= qv \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$
$$= 3 \cdot 10^{-19}\ N$$



In una diversa situazione, alla stessa distanza d=~~10~~m dall'asse del conduttore viene posto, parallelo ad esso, un filo percorso da corrente. → 5m ?

3- Calcolare la corrente i che scorre sul filo sapendo che esso risente della stessa forza, in modulo direzione e verso, osservata sulla particella del punto 2) dell'esercizio



$$F_{Lap} = q\vec{v} \times \vec{B} = i d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$F_{Lap} = i\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\downarrow$$

$$F_{Lap} = i_{ind} B(d)$$

$$i_{ind} = \frac{F_{Lap}}{B(d)} = \frac{qv \cdot \cancel{\frac{\mu_0 i}{2\pi d}}}{\cancel{\frac{\mu_0 i}{2\pi d}}}$$

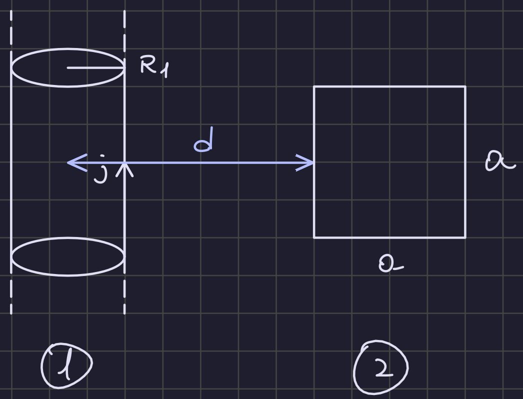
$$= qv$$

$$= 1.5 \cdot 10^{-9}\ A$$

In una diversa situazione, alla stessa distanza **d=5m**, viene posta una spira quadrata di lato **a=10cm** (con un lato parallelo al filo - vedere figura)

4- Calcolare il flusso magnetico concatenato alla spira e il coefficiente di mutua induzione filo-spira

$$a = 10^{-1}\ m$$



$$\Phi = \int_{Sup} \vec{B}\, d\vec{S} \quad [Wb]$$

$$\Phi_{12} = \int_{Sup} B(r)\, d\vec{S}$$

$$= \int_{d}^{d+a} B(r)\, a\, dr$$

$$= \int_{d}^{d+a} \frac{\mu_0 i a}{2\pi r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln\left|\frac{d+a}{d}\right| \quad [Wb]$$

$$= 5 \cdot 10^{-9}\ Wb$$

$$M = \frac{\Phi_{21}}{i_1}$$

$$= \frac{\mu_0 \cancel{i} a}{2\pi} \cdot \frac{1}{\cancel{i}} \ln\left|\frac{d+a}{d}\right|$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left|\frac{d+a}{d}\right|$$

$$= 10^{-6} \quad [H]$$

Secondo tentativo

QUESITI DI TEORIA

A. Discutere le proprietà dei conduttori in equilibrio

B. Enunciare il Teorema di Gauss per i dielettrici

C. Spiegare il significato della Legge di Lenz nella legge del flusso di Faraday

A. 1. Le cariche si distribuiscono solo in superficie
2. Il campo all'interno del conduttore è nullo $E=0$
3. Il potenziale è costante

$$V(B)-V(A)=\int_A^B \vec{E}\,d\ell = \int_A^B 0\,d\ell = \text{cost.}$$

4. Il campo è ortogonale alla superficie

B. $$\oint_{Sup} \vec{D}\,d\vec{S} = Q_{libere}$$

Per qualsiasi superficie la circuitazione del vettore si spostamento del dipolo è uguale alle cariche libere

C. La legge di Faraday dice che la variazione nel tempo del flusso magnetico genera una forza elettromotrice indotta. La legge di Lenz indica che questa forza elettromotrice si oppone al flusso che l'ha generata

$$\mathcal{E} = \underset{\uparrow \atop Lenz}{-} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

ESERCIZIO DI ELETTROSTATICA

Un conduttore sferico cavo (**R_2=9cm; R_3=10cm**) contiene, in modo concentrico, una sfera conduttrice (**R_1=2cm)**. Sul conduttore interno viene depositata la carica **q_{int} = −10x10^{-9}C**. Il sistema finale è isolato e in equilibrio elettrostatico.

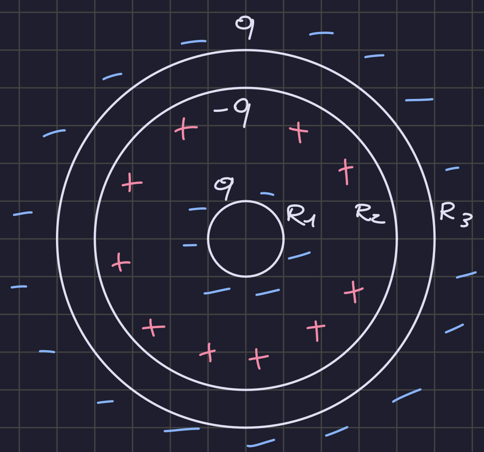
1- Calcolare la distribuzione di carica sulle pareti dei conduttori (Q e densità)
2- Ricavare applicando il teorema di Gauss il campo elettrico **E** generato in tutto lo spazio e disegnare il grafico E(r).
3- Ricavare il potenziale elettrostatico **V** nella sola regione esterna e disegnare il grafico.

$R_1 = 2\cdot 10^{-2}\,m$

$R_2 = 9\cdot 10^{-2}\,m$

$R_3 = 10^{-1}\,m$

$q = -10^{-8}\,C$



$$\sigma_{R1} = \frac{q}{4\pi R_1^2} = -2\cdot 10^{-6}\ \frac{C}{m^2}$$

$$\sigma_{R_2} = \frac{-q}{4\pi R_2^2} = 9.8 \cdot 10^{-8} \; \frac{C}{m^2}$$

$$\sigma_{R_3} = \frac{q}{4\pi R_3^2} = -8 \cdot 10^{-8} \; \frac{C}{m^2}$$

Th Gauss $\quad \oint_{sup} \vec{E} \, d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Come superficie di Gauss scelgo dei gusci sferici di raggio r perchè su queste superfici il campo è costante

$$\oint_{S(r)} E(r) dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

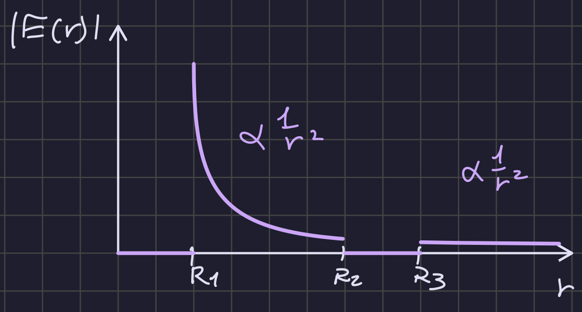
$$E(r) \oint_{S(r)} dr = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

$$Q_{int} = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 \leq r \leq R_3 \\ q & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \vee r \geq R_3 \end{cases} \qquad [C]$$

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \vee R_2 \leq r \leq R_3 \\ \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \vee r \geq R_3 \end{cases} \qquad \left[\frac{V}{m}\right]$$



$$V(B) - V(A) = -\int_A^B \vec{E} \, d\vec{l}$$

Prendiamo in considerazione un punto di riferimento in cui il potenziale sia nullo, in questo caso visto che si ha una simmetria sferica il punto di riferimento è l'infinito

$$r_0 = \infty \Rightarrow V(r_0) = 0$$

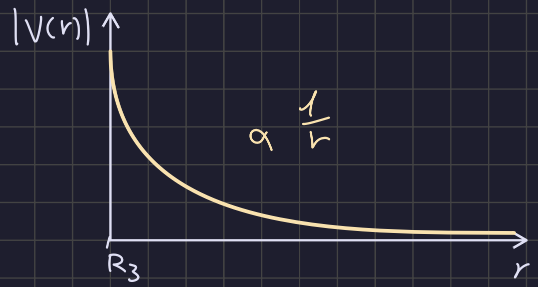
$$V(r) - \cancel{V(r_0)} = -\int_{r_0}^{r} E(r)\,dr$$

$$V(r) = -\int_{r_0}^{r} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_0}^{r} \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r} + \cancel{\frac{1}{r_0}}\right)$$

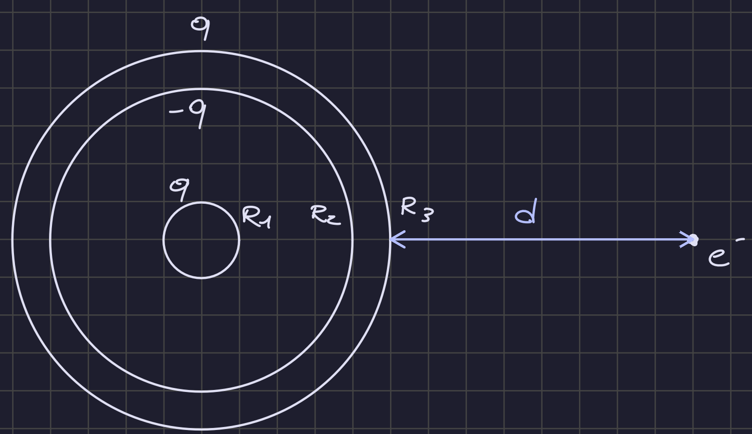
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\ [V]$$



Un elettrone viene posizionato a distanza **1cm** dalla superficie esterna.

4- Calcolare il lavoro del campo elettrico **L** per far compiere all'elettrone il suo percorso.

$d = 10^{-2}\,m$



$$L = -\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l}\ [J] \qquad \vec{F} = q\vec{E}\ [N]$$

$$L = -\int_{R_3+d}^{\infty} e^- E(r)\,dr$$

$$= e^- \int_{R_3+d}^{\infty} \qquad dr$$

$$= e^- \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_3+d}^{\infty} \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$= \frac{e^- q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_3+d}\right)$$

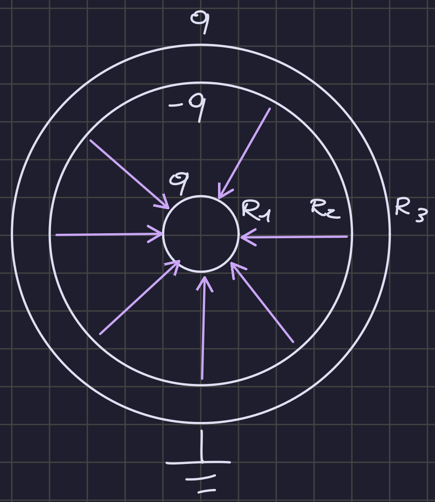
$$= \frac{e^- q}{4\pi\varepsilon_0 (R_3 + d)}$$

$$= 1.3 \cdot 10^{-16} \ J$$

CASO A

La superficie esterna viene collegata a terra.

5- Descrivere la situazione che si viene a creare e calcolare l'energia elettrostatica **U** del sistema



Le cariche sulla superficie esterna si distribuiscono a terra e quindi il campo esterno diventa nullo. Il sistema interno rimane invariato perche R_3 agisce da gabbia di faraday

$$C = \frac{q}{V(R_1) - V(R_2)} = 2.9 \cdot 10^{-12} \ F$$

$$U_{TOT} = \frac{1}{2} c (\Delta V)^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{q}{\cancel{\Delta V}} (\Delta V)^{\cancel{2}}$$

$$= \frac{1}{2} q \left(V(R_1) - V(R_2) \right)$$

$$= 1.7 \cdot 10^{-5} \ J$$

Lo spazio interno è riempito di dielettrico lineare **k=3**

6- Calcolare la capacità del sistema.
7- Calcolare il campo spostamento dielettrico D.

$$K = 3$$

$$C_K = C_0 \cdot K = 8.5 \cdot 10^{-12} \ F$$

Th Gauss diel. $\oint_{Sup} \vec{D}\, d\vec{S} = Q_{lib}$

$$\oint_{S(r)} \overbrace{D(r)}^{cost} dr = Q_{lib}$$

$$D(r) \oint_{S(r)} dr = Q_{lib}$$

$$D(r) \cdot 4\pi r^2 = Q_{lib}$$

$$D(r) = \frac{Q_{lib}}{4\pi r^2}$$

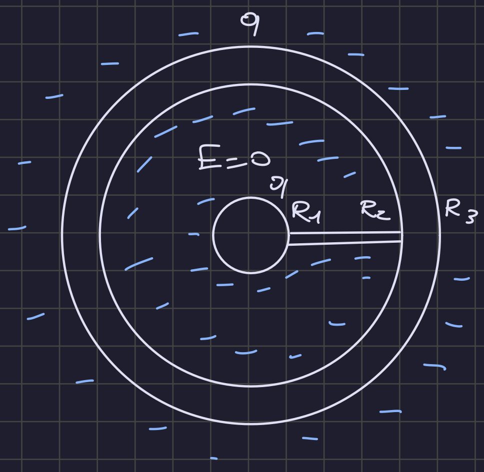
$$Q_{lib} = \begin{cases} 0 & \text{se } r<R_1 \vee R_2<r<R_3 \vee r>R_3 \\ q & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \qquad [C]$$

$$D(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r<R_1 \vee R_2<r<R_3 \vee r>R_3 \\ \frac{q}{4\pi r^2} & \text{se } R_1 \leq r \leq R_2 \end{cases} \qquad \left[\frac{C}{m^2}\right]$$

CASO B

Diversamente, la sfera interna viene collegata alla superficie della cavità R2.

8- Descrivere la situazione che si viene a creare e calcolare l'energia elettrostatica **U** del sistema
9- Calcolare la capacità del sistema.



Le cariche interne si distribuiscono su tutta la superficie R_1 e R_2 annullando il campo. All'esterno il sistema rimane invariato perchè R_3 agisce da gabbia di Faraday

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{V(R_3) - V(\infty)} = \frac{q}{V(R_3)} = 1.1 \cdot 10^{-11}\ F$$

$$U_{TOT} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{\Delta V} (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} q \Delta V = \frac{1}{2} q V(R_3) = 4.5 \cdot 10^{-8}\ J$$

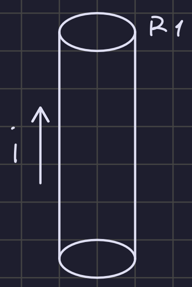
ESERCIZIO DI MAGNETOSTATICA

Un cavo conduttore di raggio $\mathbf{R_1}$**=2mm** è percorso da una corrente elettrica stazionaria **i=5mA** parallela all'asse e distribuita uniformemente sulla sua superficie.

1- Ricavare applicando il teorema di Ampere il campo magnetico **B** generato nello spazio e disegnare in un grafico B(r).

$R_1 = 2 \cdot 10^{-3}\, m$

$i = 5 \cdot 10^{-3}\, A$



Th Ampere $\quad \oint_{\Gamma} \vec{B}\, d\vec{\ell} = \mu_0 i_c$

Scelgo come linee amperiane dei circuiti che rendano costante il campo magnetico, in questo caso siccome si ha una simmetria cilindrica prendo dei cerchi di raggio r

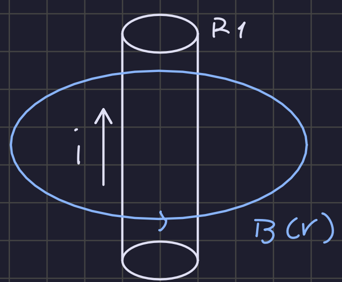
$$\oint_{\Gamma(r)} B(r)\, dr = \mu_0 i_c$$

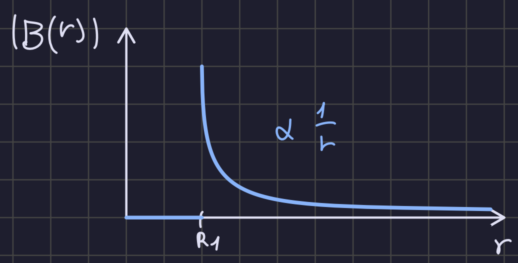
$$B(r) \oint_{\Gamma(r)} dr = \mu_0 i_c$$

$$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 i_c$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi r}$$

$$i_c = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \\ i & \text{se } r \geq R_1 \end{cases} \quad [A] \rightarrow \quad B(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r} & \text{se } r \geq R_1 \end{cases} \quad [T]$$





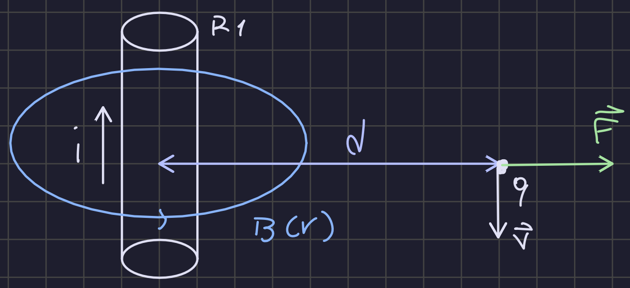
A distanza **d=5m** dall'asse del conduttore viene posta una particella carica **q=10^{-10} C** in moto con velocità **v=15ms^{-1}** in direzione opposta a quella della corrente del conduttore

2- Calcolare la forza **F** agente sulla particella

$q = 10^{-10}\,C$

$d = 5m$

$v = 15\,\frac{m}{s}$

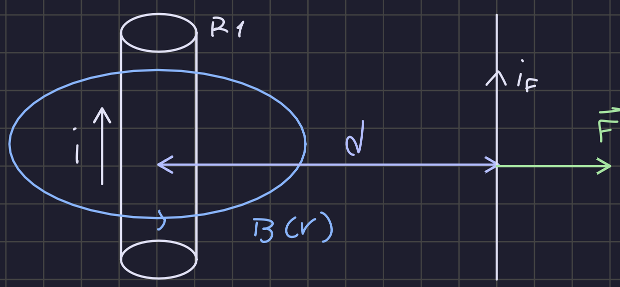


$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

$$F = q v \cdot B(d) = q v \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = 3 \cdot 10^{-19}\,N$$

In una diversa situazione, alla stessa distanza ~~d=10m~~ dall'asse del conduttore viene posto, parallelo ad esso, un filo percorso da corrente.
d= 5m ?

3- Calcolare la corrente i che scorre sul filo sapendo che esso risente della stessa forza, in modulo direzione e verso, osservata sulla particella del punto 2) dell'esercizio



$$\vec{F} = i d\vec{\ell}\times\vec{B}$$

$\downarrow$

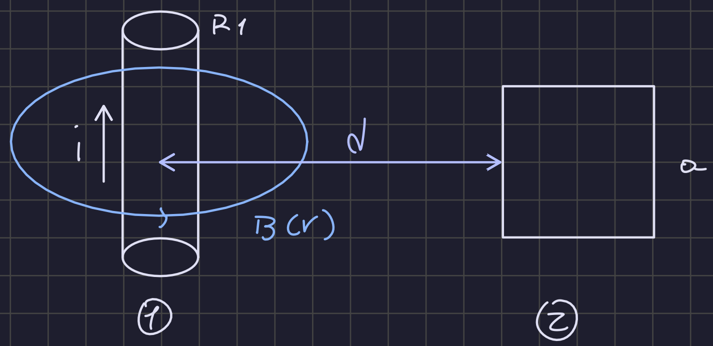
$$F = i_F\, B(d)$$

$$i_F = \frac{F}{B(d)} = \frac{q v \cdot \cancel{B(d)}}{\cancel{B(d)}} = q v = 1.5 \cdot 10^{-9}\,A$$

In una diversa situazione, alla stessa distanza **d=5m**, viene posta una spira quadrata di lato **a=10cm** (con un lato parallelo al filo - vedere figura)

4- Calcolare il flusso magnetico concatenato alla spira e il coefficiente di mutua induzione filo-spira

$a = 10^{-1}\ m$



$$\Phi_{12} = \int_{sup} \vec{B}\, d\vec{S}$$

$$\Phi_{12} = \int_{d}^{d+a} B(r)\, a\, dr$$

$$= \int_{d}^{d+a} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, a\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln\left|\frac{d+a}{d}\right|$$

$$= 1.9 \cdot 10^{-12}\ [Wb]$$

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left|\frac{d+a}{d}\right| = 3.9 \cdot 10^{-10}\ [H]$$