

---

# Dinámica de la partícula

# Índice

Esquema	3
Ideas clave	4
4.1. Introducción y objetivos	4
4.2. Introducción a la mecánica clásica	5
4.3. Primera ley de Newton	7
4.4. Segunda ley de Newton	16
4.5. Tercera ley de Newton	21
4.6. Principio de conservación de la cantidad de movimiento	23

## DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

## Dinámica clásica. Leyes de Newton

Teoría física cuyo propósito es estudiar el movimiento atendiendo a las causas que lo producen.  
Se fundamenta en tres leyes (Leyes de Newton)

**Primera ley:** todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento a menos que actúe una fuerza sobre él.

**Consecuencia:** los cuerpos no presentan resistencia a moverse, sino a cambiar de velocidad; no necesitan «impulso»

**Sistema de referencia inercial:** aquel en el que se cumple la primera ley. Si no es así, es no inercial

**Transformaciones de Galileo:** las que relacionan magnitudes físicas entre sistemas inerciales

**Segunda ley:** la variación en el movimiento que experimenta un cuerpo cuando actúa una fuerza sobre él es proporcional a esta y sucede en la misma dirección de la fuerza.

La suma de fuerzas que actúan sobre el cuerpo es igual a la masa del mismo por la aceleración que cobra el objeto. Esto es la **ecuación fundamental de la dinámica:**

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

**Unidad de fuerza:** newton

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

**Peso:** fuerza con que la Tierra atrae a un objeto

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

**Expresión alternativa de la segunda ley:**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

**Tercera ley:** toda acción provoca una reacción; si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo ejerce una reacción sobre el primero en la misma dirección pero sentidos contrarios.

La acción y la reacción **se aplican siempre en cuerpos distintos**

**Consecuencia vital. El principio de conservación de la cantidad de movimiento:**

La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas aislado permanece constante

Las interacciones en mecánica clásica se traducen en un intercambio de cantidad de movimiento

## Esquema

## 4.1. Introducción y objetivos

En este tema introducimos una nueva parte de la física: **la dinámica**. A diferencia de los temas anteriores, que trataban la cinemática, en esta lección aparecerán en los cálculos y modelos físicos **las fuerzas**, entendidas como aquellos agentes que son capaces de cambiar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo. La cinemática no hacía referencia alguna a las causas del movimiento.

La dinámica tiene diversas formalizaciones. Este tema estudia la más esencial, la **mecánica newtoniana**, llamada así porque su base teórica son las **tres Leyes de Newton**. Estas tres leyes son los principios teóricos fundamentales, que definen las reglas que obedecen los cuerpos al sufrir la acción de las fuerzas. Son los pilares sobre los cuales se definen el resto de conceptos y ecuaciones de la dinámica. Estas leyes permiten definir **dos conceptos fundamentales**: la fuerza y la cantidad de movimiento.

Aunque las leyes de Newton sean abstractas y teóricas, son fáciles de comprobar experimentalmente, de manera que están muy conectadas con la realidad, como ha de ser en cualquier teoría física.

Al finalizar el estudio de este tema, serás capaz de:

- ▶ Conocer en qué se fundamenta la dinámica clásica newtoniana.
- ▶ Concebir la dinámica clásica como una mecánica basada en las tres leyes de Newton y sus consecuencias.
- ▶ Entender el concepto de fuerza y por qué debe ser una magnitud vectorial.
- ▶ Conocer la importancia del principio de conservación de la cantidad de movimiento.

- Saber qué es el principio de relatividad de Galileo y conocer su importancia.

## 4.2. Introducción a la mecánica clásica

En los temas 2 y 3 estudiamos la cinemática. Aunque esta rama de la física tiene bastantes aplicaciones, su ámbito se limita a la mera descripción del movimiento. Esto implica que el conocimiento del que se dispondría, si no se introdujeran nuevos conceptos y teorías, estaría muy limitado, dado que una parte vital en el estudio de cómo se mueven los cuerpos consiste en tener en cuenta todo aquello que los hace desplazarse. Y, como consecuencia, muestra que la cinemática está incompleta.

En este tema introducimos la dinámica clásica, o dinámica newtoniana, que se puede definir de la siguiente forma:

Se denomina **dinámica clásica** o **dinámica newtoniana** a la teoría que formularon, principalmente, Newton y Galileo y cuyo objetivo es relacionar el movimiento con las causas que lo producen, que la teoría denomina **fuerzas**.

La **dinámica clásica** es una de las tres partes fundamentales en que se divide la mecánica clásica, disciplina que se puede descomponer en **cinemática**, **dinámica** y **estática**. Esta última es la parte de la física que trata los equilibrios de fuerzas en objetos que no se hallan en movimiento. Sería la disciplina usada, por ejemplo, para calcular la tensión que ha de soportar el pilar de un edificio para mantener este en pie.

En cinemática, el concepto fundamental era el de trayectoria, curva en el espacio que describe un móvil al desplazarse. En dinámica, el concepto esencial es el de fuerza, del que se habla en profundidad en apartados posteriores. Baste por el momento afirmar que una fuerza es todo aquello capaz de cambiar el estado de reposo o de

movimiento de un cuerpo y que se formaliza como un vector que define la dirección y el sentido de actuación de la fuerza.

Se trata de un concepto bastante abstracto que engloba todo tipo de interacción, desde las más obvias (por ejemplo, dar una patada a un balón) a otras más difíciles de explicar (la acción de campos gravitatorios o eléctricos).

Como se estudiará en secciones posteriores de este tema, el nexo entre la cinemática y la dinámica está en la aceleración. A la hora de considerar su movimiento, las fuerzas imprimirán aceleraciones a los móviles y la aceleración, en cinemática, es aquello que cambia la velocidad. La dinámica permitirá saber qué aceleración sufre un cuerpo sometido a diferentes fuerzas, además de otras cuestiones.

La dinámica clásica se basa en **tres leyes**, que son los axiomas de toda la construcción teórica de esta disciplina y caracterizan el comportamiento de los objetos al sufrir la acción de las fuerzas.

Aunque en la actualidad estamos acostumbrados a estas leyes, hay que destacar que no son intuitivas. Así, por ejemplo, durante muchos siglos se pensaba que cuando un objeto se mueve a velocidad constante es porque está actuando una fuerza neta sobre él, cosa que es justo al revés. Las tres leyes de Newton, que se ampliarán en las siguientes secciones, son:

**Primera ley: todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento a menos que este cambie debido a la acción de fuerzas sobre el mismo.**

**Segunda ley: la variación en el movimiento experimentada por un cuerpo cuando actúa sobre él una fuerza es proporcional a esta y se realiza en la dirección en la que actúa la fuerza.**

Tercera ley: toda acción provoca una reacción; esto es, si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, aparece una reacción que el segundo cuerpo aplica sobre el primero, ambas en la misma dirección, pero en sentidos contrarios.

## 4.3. Primera ley de Newton

La primera ley de Newton se denomina, de manera alternativa, **ley de la inercia**. Esto se debe a que su enunciado establece este concepto, el hecho de que los cuerpos físicos muestran la tendencia de mantenerse en el mismo estado de reposo o movimiento que tienen, y es necesario «forzarlos» para que este estado del movimiento varíe. Esta ley tiene, además, la importancia de ofrecer una definición cualitativa de fuerza. Es un primer paso que completará la segunda ley, que da una definición cuantitativa y establece la ecuación fundamental de la dinámica.

Este apartado se divide en tres partes: una explicación detallada de esta primera ley y de su significado, una segunda dedicada a los sistemas de referencia inerciales, que poseen muchas características fundamentales y una introducción breve a las transformaciones de Galileo.

### Enunciado e interpretación

En la experiencia cotidiana, parece que para mantener un objeto en movimiento es necesario aplicarle un esfuerzo o una «fuerza» constantes. Un bloque de piedra, por ejemplo, empezará a moverse cuando varios canteros lo anuden y tiren de él, y dejará de moverse cuando los operarios dejen de tirar de él. De todo esto, se deduce que el estado natural de cualquier cuerpo es quedarse inmóvil y solo cuando se le imprime alguna fuerza empieza a moverse.

Asimismo, si lanzamos un objeto en la superficie de la Tierra con cierto ángulo, como ya estudiamos en cinemática, el móvil va subiendo hasta que se detiene y, después,

empieza a bajar hasta impactar con el suelo. De ello deducimos que cuando se lanza un objeto, lo que se hace es proporcionarle un impulso, una «energía» que se va agotando a la hora de moverse, y cuando ese impulso se agota, el cuerpo cae.

Sin embargo, estos dos casos se producen porque sobre cada cuerpo están actuando constantemente fuerzas que modifican el movimiento o se oponen a él. En realidad, no es que deba tirarse todo el tiempo de un bloque porque su estado natural sea el reposo, sino que al arrastrar un bloque pesado, el suelo ejerce una fuerza de rozamiento que se opone al movimiento y es necesario tirar de él todo el rato porque es preciso vencer esa fuerza de rozamiento para moverlo. Del mismo modo, cuando se lanza un objeto no se le proporciona un impulso que se va agotando, sino que la gravedad actúa continuamente sobre él, va frenando su ascenso, lo detiene y lo hace caer.

En la actualidad, dado que la física newtoniana y sus conceptos relacionados se empiezan a estudiar en niveles educativos elementales, parece intuitivo que los cuerpos presenten inercia, que se mantengan en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme hasta que una fuerza modifique su estado, pero no lo fue durante muchos siglos. Hubo de ser Galileo, en el siglo XVII, quien, a base de diferentes experimentos con esferas y planos inclinados, llegara a la conclusión de que existía el principio de inercia.

El planteamiento de Galileo consistió en intentar aislar los objetos, cuyo movimiento estudiaba, de influencias externas. De esa manera, se podría demostrar la veracidad de los conceptos intuitivos mencionados antes.

Por ejemplo, si es cierto que los cuerpos necesitan «impulso» para moverse y este se consume al irse moviendo, eso se cumplirá si existe rozamiento o si no lo existe. Así, si se va reduciendo el rozamiento, es de esperar que los cuerpos lleguen más lejos, pero siempre se paren. Sin embargo, es fácil ver que si se va reduciendo el rozamiento de un objeto con el suelo (puliendo las superficies, engrasándolas, etc.) este se desplaza, con el mismo impulso, cada vez más lejos y no se mide ninguna reducción



en su velocidad durante el tiempo que está desplazándose sin rozamiento. De ahí, Galileo concluyó que:

Es necesario proporcionar cierta fuerza externa a un cuerpo para modificar su velocidad, ya sea en módulo o en dirección, sin embargo, no es necesario imprimir fuerza alguna para que un móvil mantenga su velocidad. Los cuerpos no muestran resistencia a la hora de mantenerse en movimiento, sino cuando se les intenta cambiar su velocidad.

Newton, que conoció el trabajo de Galileo, al construir su mecánica adoptó este principio de inercia como su primera ley. Esta ley tiene la importancia fundamental de hacer una definición cualitativa de fuerza:

Se denomina fuerza a todo aquello capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme de un cuerpo. Dicho de otro modo, es todo agente capaz de provocar un cambio de velocidad, una aceleración en un cuerpo.

La consecuencia de esta ley es que introduce en la física el concepto de inercia. En la vida cotidiana, cuando resulta difícil detener un objeto que se mueve, se dice que tiene «muchísima inercia». Esto apunta a que cuesta trabajo, por ejemplo, detener un móvil, que es necesario «hacer fuerza» para detenerlo.

La ley de la inercia permite, asimismo, reflexionar acerca de los sistemas de referencia utilizados para describir el movimiento. Se exponen tales reflexiones en el siguiente apartado.

## Sistemas de referencia inerciales

En cinemática estudiamos que el movimiento es relativo, esto es, que hace falta definir un sistema de referencia con respecto al cual se produce el movimiento. La

velocidad y la aceleración variarán, normalmente, si se cambia de sistema de referencia.

También se dijo que dados dos sistemas de referencia, podía suceder que uno se moviera con respecto del otro. Este movimiento relativo, entre sistemas de referencia, puede ser a velocidad constante o bien con velocidad variable. Un ejemplo muy claro sería un sistema de referencia A situado en el suelo de un parque e inmóvil con respecto a él y otro B cuyo origen esté situado en el borde de un tiovivo que está girando con velocidad constante. Es fácil ver que la velocidad con la cual el sistema de referencia del tiovivo se mueve varía constantemente en dirección y sentido, con lo que ambos sistemas de referencia están acelerados el uno respecto del otro.

Este hecho, y la **ley de la inercia**, nos permiten hacer una clasificación vital de los sistemas de referencia en **dos clases**: los inerciales y los no inerciales.

Se dice que un sistema de referencia es inercial cuando en él se cumple la ley de la inercia, esto es, cuando la aceleración que sufre un cuerpo que se desplaza sin sentir la acción de fuerzas externas es nula. En caso contrario, se dice que el sistema de referencia es no inercial.

Esto da idea de la importancia capital de la ley de la inercia: da un criterio para elegir sistemas de referencia donde las ecuaciones de la dinámica funcionan, por así decirlo, mejor.

En un sistema de referencia no inercial, al medir velocidades y aceleraciones, sucederá que objetos sobre los que no actúa ningún agente externo presentan unas aceleraciones que se pueden confundir con la acción de unas fuerzas inexistentes. Esto nunca sucederá en un sistema de referencia inercial.

Otra característica importante es que dado un sistema de referencia inercial A, todo sistema de referencia que no esté acelerado con respecto a A es también inercial,

mientras que los sistemas de referencia que están acelerados respecto de A serán no inerciales.

Aclaremos este concepto mediante ejemplos. Un tipo de sistema de referencia no inercial muy cotidiano es uno fijo en el suelo de un tiovivo que gira. Es muy fácil demostrar que ese sistema de referencia es no inercial. Si un tiovivo gira lo bastante rápido, resulta imposible mantenerse quieto en un sitio de la plataforma sin agarrarse a algo. Si una persona está agarrada al tiovivo y, de pronto, se suelta, sentiría una fuerza que tira hacia ella para expulsarlo de la plataforma. En un tiovivo, desde el punto de vista de una persona que está en la plataforma, es necesario efectuar continuamente una fuerza para mantenerse quieto, lo que supone una violación de la ley de la inercia.

Sin embargo, si se considera un sistema de referencia fijo en el suelo, es obvio comprobar que en él sí se cumple la ley de la inercia. Cualquiera que esté de pie en el suelo, quieto, no necesita efectuar ninguna fuerza para mantenerse inmóvil. Desde ese sistema de referencia «fijo», se puede interpretar de forma correcta lo que le sucede a la persona, que se mantiene en el tiovivo gracias a que se sujeta a alguna parte del mismo.

Como se estudió en los movimientos circulares en cinemática, para mantener un movimiento de esa clase, es preciso que exista una aceleración dirigida hacia el centro. Es esa aceleración hacia el centro de giro la que modifica la velocidad de la manera necesaria para que la trayectoria continúe siendo una circunferencia. Como el efecto de una fuerza es imprimir aceleración a los cuerpos, para crear esa aceleración hacia el centro de giro hay que sujetarse a algo, hacer fuerza para mantenerse girando. La persona que está dentro del tiovivo, desde el punto de vista de un sistema no inercial, no necesita efectuar ninguna fuerza para mantenerse quieto: ha de realizar una fuerza para mantenerse quieto respecto del tiovivo.

Es muy aconsejable, en la práctica, utilizar sistemas de referencia inerciales, ya que en ellos no es necesario considerar más fuerzas que aquellas que estén actuando realmente sobre los cuerpos considerados.

No obstante, el concepto de sistema de referencia inercial plantea un problema importante. El problema es cómo identificar un sistema de este tipo. Debido a la existencia de fuerzas que actúan a distancia (gravedad, electromagnetismo), que un objeto esté aislado no implica que esté libre de interacciones, esto es, que no esté sufriendo fuerzas.

De hecho, la Tierra, a pesar de hallarse a millones de kilómetros del Sol sufre la atracción gravitatoria de este. Por tanto, solo se podrá saber si un objeto está libre de interacciones si medimos su aceleración y esta es nula, ya que el aislamiento no asegura la inexistencia de interacción. Pero eso solo podrá hacerse con garantías desde un sistema de referencia inercial, y para saber si un sistema de referencia es inercial o no, tendremos que haber demostrado que un cuerpo sin estar sometido a aceleración no experimenta aceleración. Es un círculo vicioso. De hecho, cuando hemos hablado en los ejemplos anteriores de un sistema fijo en el suelo como no inercial, no se hacía una apreciación del todo exacta. En realidad, en cualquier sistema de referencia situado en la superficie de la Tierra, habrá una aceleración (pequeña) dirigida al centro del planeta, debida a su rotación.

De hecho, el concepto de **partícula libre**, esto es, de partícula que no sufre ningún tipo de interacción es una idealización. Incluso una partícula que esté lejos de cualquier estrella, en el seno de una galaxia, sufre, al menos, la interacción gravitatoria de las estrellas, por muy alejada que esté de estas. Pero es preciso medir la aceleración de una partícula libre para saber si se está o no en un sistema de referencia inercial. Esta cuestión se resuelve de una manera que se puede extender a buena parte de la física, y que se recuadra por su importancia:

Se puede considerar inercial a un sistema de referencia donde los cuerpos que se consideran libres de interacción sufran una aceleración lo bastante pequeña como para que pueda despreciarse.

Así, por ejemplo, si se cuenta con un sistema de medida que registra aceleraciones de  $0,01 \text{ m/s}^2$ , se podrá considerar inercial un sistema en el que las partículas solo experimenten aceleraciones de  $0,0001 \text{ m/s}^2$  debidas a la interacción con las estrellas distantes, por ejemplo.

Sin embargo, no es necesario irse tan lejos. Es muy típico en los problemas de física considerar el denominado «sistema de laboratorio», que sería un sistema de referencia fijo en el suelo de la Tierra. Este sistema de referencia no es estrictamente inercial, dado que cualquier cuerpo considerado en reposo sobre la superficie de la tierra sufre una aceleración hacia el centro de la Tierra debido a la rotación del planeta, pero esta aceleración, en muchas circunstancias, es lo bastante pequeña como para que se pueda despreciar.

## Transformaciones de Galileo

La ley de la inercia tiene, como una de sus consecuencias, el hecho de que todo sistema inercial permite describir la dinámica de manera equivalente. Sin embargo, dados dos sistemas de referencia inerciales que se mueven con velocidad constante el uno respecto del otro, es obvio que características como las componentes de cada vector involucrado variarán en función de si se hace desde un sistema de referencia o desde el otro. Como la física descrita desde ambos sistemas es la misma, sería necesario contar con ecuaciones que permitieran relacionar las observaciones realizadas en un sistema con las realizadas en el otro. Tales ecuaciones se denominan **ecuaciones de transformación de Galileo**.

Su expresión resulta ser sencilla y sus resultados parecen razonables y universales. Sin embargo, a finales del siglo XIX y a principios del XX, la experimentación demostró

que estas transformaciones, y el principio de relatividad asociado, no eran correctos en todas las circunstancias, y se corrigieron con la teoría de la relatividad.

Supóngase que hay dos sistemas de referencia  $S$  y  $S'$ , ambos inerciales, cuyos orígenes se mueven uno respecto del otro a velocidad uniforme  $\vec{v}_0$ . En ese caso, si un punto queda descrito por un vector de posición desde  $S$  denotado por  $\vec{r}$  y su vector de posición es  $\vec{r}'$  desde  $S'$ , entre ambos vectores existe la relación:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 t$$

Si a esta ecuación se le añade que el tiempo medido desde cada uno de los sistemas de referencia es el mismo:

$$t = t',$$

Ambas expresiones definen **las transformaciones de Galileo**. Estas transformaciones llevan, sin más que derivar respecto del tiempo la expresión que relaciona los vectores de posición, a la siguiente ecuación para las velocidades:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

Esta se denomina **ley de adición de velocidades** y que significa que la velocidad existente entre los orígenes de los sistemas de referencia se suma a la velocidad «real». Sabiendo, asimismo, que la aceleración es la derivada temporal de la velocidad y que la velocidad con la que se mueven los orígenes de coordenadas uno respecto del otro es constante, se obtiene un resultado notable:

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Esto es, las aceleraciones no varían entre sistemas de referencia inerciales. Este resultado es particularmente importante en diferentes ramas de la física: la existencia de magnitudes invariables ante transformaciones de coordenadas. De

hecho, estas condiciones de invariancia son tan importantes que las transformaciones de Galileo terminaron desechándose en electromagnetismo y relatividad debido a que había otras transformaciones que hacían invariantes leyes que las de Galileo no podían mantener invariantes.

Por ejemplo, las ecuaciones de Maxwell o las magnitudes en el ámbito de la teoría de la relatividad. En particular, la restricción de que el tiempo deba ser el mismo en ambos sistemas de referencia resulta ser incorrecta en muchos casos, de manera que la física moderna restringe el uso de estas transformaciones. En realidad, las correctas en ámbitos más generales son las **transformaciones de Lorentz**.

No obstante, en el ámbito de la mecánica clásica, en la que las transformaciones de Galileo tienen validez, estas nos permiten enunciar el principio de relatividad de Galileo:

Las leyes básicas de la física pueden escribirse de la misma manera en todos los sistemas de referencia que puedan relacionarse entre sí mediante una transformación de Galileo.

Escribirse de la misma forma significa que, por ejemplo, en todos esos sistemas de referencia podremos expresar la ecuación fundamental de la dinámica (que estudiaremos en la siguiente sección) de la siguiente manera:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Sin que aparezcan términos adicionales.

## 4.4. Segunda ley de Newton

Gracias a la primera ley de Newton, se ha obtenido una definición cualitativa de fuerza y el resultado fundamental de que para modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo es preciso ejercer fuerzas sobre él. Sin embargo, no nos proporciona una manera de cuantificar o medir una fuerza. Será la segunda ley de Newton la que nos permita hacerlo.

### Enunciado e interpretación

La segunda ley de Newton suele enunciarse de la forma vista anteriormente:

La variación en el movimiento experimentada por un cuerpo cuando actúa sobre él una fuerza es proporcional a esta y se realiza en la dirección en la que actúa la fuerza.

No obstante, esta afirmación requiere interpretación. De la primera ley se deduce que la acción de una fuerza sobre un objeto se manifiesta al imprimirle una aceleración concreta, ya que es la aceleración aquello que cambia la velocidad de un móvil. Experimentalmente, es posible concluir que:

- ▶ Si se ejerce una fuerza en una dirección concreta, la aceleración adquirida por el móvil se halla en esa misma dirección.
- ▶ Si se aplica una misma fuerza a dos objetos distintos, normalmente, la aceleración que experimentan es diferente.
- ▶ La aceleración es proporcional a la fuerza: si se aplica más fuerza, mayor es la aceleración.
- ▶ Dado un cuerpo, si se le aplican dos fuerzas en direcciones distintas, la aceleración imprimida parece cumplir, en dirección y en módulo, reglas similares a las de la suma de vectores. Por ejemplo, si se tira de un cuerpo con dos fuerzas iguales en



direcciones que forman un ángulo de  $60^\circ$ , la aceleración que experimenta el cuerpo irá dirigida en una dirección que forma  $30^\circ$  con cada una de las fuerzas.

La primera conclusión es que la fuerza se comporta como una magnitud vectorial: no basta con decir qué fuerza se ha ejercido; es preciso especificar, además, dirección y sentido. Sin embargo, falta por determinar en qué manera es proporcional la aceleración experimentada a la fuerza imprimida. De ello tratará la siguiente sección.

## Definición cuantitativa de fuerza

Intuitivamente, se sabe que hay cuerpos más difíciles de mover que otros, en el sentido de que aceleran menos que otros al aplicarles fuerzas. No es necesaria la misma fuerza para levantar un ladrillo que para alzar un saco de cemento, por ejemplo. Y esta mayor o menor resistencia a la acción de las fuerzas parece ser intrínseca a los objetos. Dicho de otro modo, la resistencia a la acción de una fuerza es diferente para cada objeto y, para un mismo objeto, no varía salvo que ese se modifique de alguna manera: se divida, se vacíe, etc. Por último, esa resistencia al movimiento es aditiva: mover dos cuerpos iguales pegados uno al otro implica efectuar el doble de fuerza de la necesaria para mover uno solo.

Estas ideas nos permiten definir el **concepto de masa**, entendida como una propiedad intrínseca de la materia que, dada una fuerza, proporciona la constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración provocada en el cuerpo.

Esta masa, gracias a los experimentos que afirman que la dirección de aplicación de una fuerza coincide con la dirección de la aceleración provocada, será un escalar. Su valor puede determinarse con experimentos en los que se apliquen, a cuerpos diferentes, la misma fuerza. Supongamos que se aplica una fuerza  $F_1$  a dos objetos de masas  $m_1$  y  $m_2$ . Mientras mayor sea la masa menor es la aceleración, por tanto, se cumplirá la siguiente ley de proporcionalidad inversa:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Si se establece la masa  $m_2$  como patrón e igual a 1 kg, esta ecuación nos permite medir cualquier otra sin más que aplicarle a la masa a medir y a la masa patrón de 1 kg la misma fuerza, y medir las aceleraciones experimentadas. Otra propiedad importante de esta ley de proporcionalidad es que el cociente de aceleraciones se mantiene si la fuerza aplicada sobre ambos objetos es la misma, pero se modifica: cambian las aceleraciones, sin embargo, su cociente permanece constante.

A partir de todos los hechos experimentales anteriores, es posible escribir la **ecuación fundamental de la dinámica**, formulación matemática de la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Y se puede reformular la segunda ley de Newton así:

La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto es igual al producto de la masa del objeto por la aceleración que adquiere.

Esta ecuación es la que siempre habrá que plantear a la hora de resolver cualquier problema en que se vean involucradas fuerzas. Asimismo, nos permite definir las unidades de la fuerza, que en el Sistema Internacional se denominan **newtons**. Dadas las unidades de la masa y la aceleración, el newton se define como:

$$1N = kg \, m/s^2$$

En definitiva, la masa queda definida como la propiedad intrínseca de un objeto que determina cómo responde este a la acción de fuerzas. Sin embargo, existe otra forma de definirla que introduce un concepto teórico de importancia que merece la pena tratar aunque, en la práctica, no tenga mucha influencia.

La masa determinada mediante la aplicación de fuerzas y el estudio de la respuesta de los móviles se denomina **masa inercial**. Si medimos la masa de un cuerpo en función de su respuesta a los campos gravitatorios, la masa obtenida es la **masa gravitatoria**. Esta última se calcula midiendo la fuerza con la que, por ejemplo, la Tierra atrae a un cuerpo determinado. A la hora de «pesar» un cuerpo, que en el ámbito de la física es determinar su masa, se suele emplear la fuerza gravitatoria. Ejemplos claros son las balanzas de platillo, las balanzas romanas y la mayoría de las básculas que se usan cotidianamente.

Es importante, para evitar problemas de nomenclatura, conocer el concepto físico de peso:

Se define el peso (en la superficie de la Tierra) de un objeto como la fuerza con que la Tierra lo atrae. Si el cuerpo tiene masa  $m$  y la aceleración de la

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

En el ámbito cotidiano, se puede decir que un cuerpo pesa 3 kg. En física, esta expresión es incorrecta, ya que el peso es una fuerza, y las fuerzas han de expresarse en newtons, no en kilogramos.

Ambos tipos de masa son conceptualmente diferentes: la masa inercial sería una magnitud derivada de la respuesta de un cuerpo a fuerzas externas, mientras que la gravitatoria sería una magnitud que determina cómo responde a la acción gravitatoria un cuerpo determinado. Sin embargo, para un mismo objeto, ambas masas son iguales en la práctica. Este hecho tiene implicaciones teóricas bastante profundas, ya que, en un principio, no tendrían por qué tener el mismo valor.

La conclusión práctica de este hecho es que, a la hora de calcular la masa de un cuerpo, será posible emplear métodos basados en el uso de fuerzas en general o, bien, métodos basados en la interacción gravitatoria, y el resultado obtenido será el mismo.

Hay un hecho importante que se ampliará en la siguiente sección. La ecuación fundamental de la dinámica escrita antes es un caso particular (muy frecuente, sin embargo) de la segunda ley. Para obtener la expresión más general hay que introducir un concepto nuevo.

## Definición de la cantidad de movimiento

En la formulación original de la segunda ley de Newton, no se habla de masas o aceleraciones, sino de un concepto que la física actual denomina cantidad de movimiento:

Se llama cantidad de movimiento a una magnitud vectorial dada por el producto entre la masa de un cuerpo y la velocidad que lleva:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Este concepto es la base para el **principio de conservación de la cantidad de movimiento**, uno de los principios de conservación más importantes de la física al que se dedica el último apartado de este tema.

Usando este concepto, la segunda ley de Newton puede reformularse de la siguiente manera:

La suma de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto es igual a la variación de la cantidad de movimiento que experimenta:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Es muy fácil demostrar que esta ecuación es más general que la ecuación fundamental de la dinámica y que la incluye como el caso particular en el que la masa del objeto no varía a lo largo del tiempo. En efecto, si se sustituye la cantidad de movimiento por su expresión se tiene:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m \vec{v}) = m \frac{d}{dt}(\vec{v}) = m\vec{a}$$

Donde se ha sacado la masa de la derivada, ya que no varía con el tiempo.

En la gran mayoría de los problemas de física newtoniana, la masa de los objetos no varía a lo largo del problema, por ello, entre otros motivos, es  $\vec{F} = m\vec{a}$  la ecuación fundamental de la dinámica. No obstante, la expresión de la segunda ley que involucra la cantidad de movimiento puede ser necesaria en determinados casos. Por ejemplo, en el caso de un cohete, donde el combustible se consume a tal velocidad que la masa del mismo desciende considerablemente en cuestión de minutos.

Como comentarios finales, destacar que la cantidad de movimiento es una magnitud que depende del sistema de referencia elegido, de manera que debe determinarse tal sistema antes de utilizarla. Asimismo, las unidades de la cantidad de movimiento son kg m/s. A pesar de su importancia teórica, no se le suele poner un nombre específico a esta unidad compuesta, como se hace con la fuerza.

## 4.5. Tercera ley de Newton

La última ley de Newton es de gran importancia. Se experimenta a diario, pero hay que comprenderla bien o puede llevar a conclusiones absurdas. Se denomina también **principio de acción y reacción**. El enunciado de esta ley es el siguiente:

Toda acción provoca una reacción. Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo cuerpo ejerce otra fuerza sobre el primero, ambas en la misma dirección, pero en sentidos contrarios. Si los cuerpos se denominan A y B y  $\vec{F}_{XY}$  es la fuerza que el cuerpo X ejerce sobre el Y, esta ley se puede expresar matemáticamente así:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Normalmente, la fuerza que  $A$  ejerce sobre  $B$  se denomina «acción», y la fuerza que  $B$  aplica sobre  $A$ , en consecuencia, se denomina «reacción». Las consecuencias de esta tercera ley son múltiples, y son las que permiten que la mecánica newtoniana no arroje resultados absurdos. Antes de comentarlas, tenemos que tener en cuenta una característica fundamental de esta ley.

Es importante destacar que:

Las fuerzas de acción y reacción derivadas de la tercera ley de Newton se aplican siempre sobre cuerpos diferentes.

Este punto es imprescindible, dado que si la acción y la reacción la experimentara el mismo cuerpo (el cuerpo que sufre la acción de otro), sería imposible el movimiento acelerado, ya que dos fuerzas de igual magnitud y dirección y sentidos contrarios se cancelarían. Cuando un cuerpo  $A$  ejerce una acción sobre un cuerpo  $B$ , efectúa una fuerza que afecta al cuerpo  $B$ . La tercera ley afirma que, en ese caso, el cuerpo  $B$  le imprime una fuerza al  $A$ , igual en dirección y módulo, pero en sentido contrario. Por ello, es posible, por ejemplo, en una colisión, que al chocar un móvil contra otro, ambos adquieran aceleración, ya que cada uno experimenta una fuerza.

El principio de acción y reacción introduce en la mecánica newtoniana comportamientos esenciales para hacer realista el modelo. Si no existiera este principio, sucederían multitud de cosas absurdas al utilizar la mecánica de Newton. Por ejemplo, cuando se empuja una pared con una mano, la acción sería la fuerza ejercida contra la pared y la reacción es la fuerza, provocada por la pared, que impide que la mano penetre en los ladrillos y el cemento. Sin la tercera ley, la mecánica de Newton establecería que si se ejerce una fuerza contra una pared, la mano la atraviesa, ya que no hay fuerzas que se opongan al movimiento de la mano.

Otro ejemplo sería cualquier objeto en reposo en el suelo. Si la superficie donde está el cuerpo no ejerciera una reacción sobre el objeto igual al peso del mismo, la suma de fuerzas aplicada al objeto en reposo daría una fuerza no nula y, por lo tanto, todo

objeto quieto en el suelo debería experimentar una aceleración hacia el centro de la Tierra, lo que supondría que el cuerpo atravesaría el suelo. Como puede verse, esta ley concede solidez a los cuerpos físicos, impide que un cuerpo pueda atravesar otro lo que, en muchas ocasiones, es absurdo.

En la última sección este tema se remarca la importancia de esta ley, ya que introduce un principio que se puede considerar una formulación alternativa a la tercera ley, y es un principio de tal importancia que ha implicado el descubrimiento de varias partículas. Los físicos tienen tanta confianza en este principio que, cuando en experimentos de física de partículas, parecía que no se cumplía, se ha considerado que sí era válido, pero que existían partículas no detectadas que harían que el principio siguiera cumpliéndose. De esta forma, se han descubierto diversas partículas elementales.

## 4.6. Principio de conservación de la cantidad de movimiento

De la tercera ley de Newton se puede extraer una consecuencia de vital importancia en mecánica, tal y como se ha apuntado antes. Se trata del **principio de conservación de la cantidad de movimiento**, que puede enunciarse de la siguiente manera:

La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas que no sufren interacciones externas (sistema de partículas aislado) permanece constante.

El hecho de que este enunciado pueda considerarse equivalente al visto anteriormente para la tercera ley se puede demostrar con un ejemplo sencillo. Sean dos partículas, 1 y 2, de masas  $m_1$  y  $m_2$ , que solo interactúan la una con la otra (están aisladas). En un instante de tiempo  $t$ , cada partícula se halla, respectivamente, en las posiciones  $X_1$  y  $X_2$  y sus velocidades en ese momento son  $\vec{v}_1$  y  $\vec{v}_2$ . Como consecuencia

de la interacción mutua, las velocidades se modificarán posiblemente en módulo y en intensidad. Por ello, es evidente que sus cantidades de movimiento también cambiarán. Sea  $\vec{F}_{12}$  la fuerza que la partícula 1 ejerce sobre la 2 y  $\vec{F}_{21}$  la que la partícula 2 ejerce sobre la 1 debido a su interacción mutua.

A la primera fuerza mencionada le corresponde una reacción que se denomina  $\vec{F}_{R12}$  y se aplica sobre el cuerpo 1, y  $\vec{F}_{R21}$  es la fuerza de reacción que aparece sobre el cuerpo 2 como reacción a la fuerza que aplicó este sobre el 1. Debemos destacar que se ha aplicado aquí la tercera ley de Newton.

Si, ahora, aplicamos la segunda ley de Newton, en su versión expresada como cambio en la cantidad de movimiento, para cada una de las partículas, se tienen para la partícula 1:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{R12} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

Y para la partícula 2:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{R21} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

Sumando ambas ecuaciones, obtenemos:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{R12} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{R21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

Pero la tercera ley de Newton establece que  $\vec{F}_{R12} = -\vec{F}_{12}$  y que  $\vec{F}_{R21} = -\vec{F}_{21}$  con lo que las cuatro fuerzas de la ecuación precedente se cancelan dos a dos y queda:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$$



Dado que la suma de derivadas es la derivada de la suma y que la derivada con respecto al tiempo de una función, que depende del tiempo solo es cero si esta es constante, se obtiene que:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = cte$$

La cantidad de movimiento global de un sistema aislado se mantiene constante a lo largo del tiempo, que es lo que queríamos demostrar. Aunque esta demostración se ha hecho para dos partículas, es posible generalizarla para cualquier número de estas, aunque el cálculo es más engorroso.

El principio de conservación de la cantidad de movimiento se experimenta a diario. El ejemplo más sencillo es el retroceso de las armas de fuego. Cuando se dispara una pistola, por ejemplo, se pasa de un sistema en el que la bala y la pistola se hallaban en reposo, a otro en el que hay una bala que ha adquirido una cantidad de movimiento concreta (la masa de la bala por la velocidad que adquiere).

Dado que la interacción gravitatoria solo actúa en la dirección horizontal y está anulada por la fuerza con que la mano del tirador sujeta en horizontal el arma, se puede considerar aislado el sistema arma-bala, al menos en el instante inicial en el que la bala acaba de dispararse, antes de que la gravedad modifique la velocidad de la bala hacia abajo. Como, entonces, se puede aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento, como al principio, la cantidad de movimiento del sistema bala-pistola era nula (ambos en reposo), si la bala ha adquirido una cantidad de movimiento hacia adelante, la pistola ha de adquirir una cantidad de movimiento hacia atrás, del mismo módulo que la adquirida por la bala, de manera que la suma de ambas siga siendo nula, como al principio. Es la tercera ley de Newton la que explica que las armas de fuego tengan retroceso.

Otro ejemplo de aplicación cotidiana de este principio son los fuegos artificiales y los cohetes. Al prender el combustible de un fuego artificial orientado hacia arriba, se consigue que el combustible, convertido en gas, salga disparado hacia abajo, o lo que

es lo mismo, que adquiriera determinada cantidad de movimiento. Como antes de la ignición, la cantidad de movimiento del sistema fuego artificial-combustible era nula, si parte del gas ha adquirido una cantidad de movimiento hacia abajo, el resto del fuego artificial ha de adquirir cierta velocidad hacia arriba que iguale la cantidad de movimiento del gas que sale despedido hacia abajo.

Hay una última consecuencia que se puede extraer de esta forma de considerar las interacciones. Y es que:

Las interacciones en mecánica se traducen en un intercambio de cantidad de movimiento entre las partículas en interacción.

Es fácil de comprobar. Para el caso de dos partículas, el principio de conservación de la cantidad de movimiento establece la siguiente relación entre las cantidades de movimiento en el instante  $t$  y en el instante  $t'$ :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

Si se llevan al mismo lado de la ecuación los momentos de cada partícula:

$$\vec{p}_1 - \vec{p}'_1 = \vec{p}'_2 - \vec{p}_2 \Rightarrow -\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2$$

La misma cantidad de movimiento que pierde una de las partículas la gana la otra.