Estudiante: Fabio Quimbay
Email: fabio.quimbay883@comunidadunir.net
Profesor: Miguel Ángel Cabeza
Fecha: Noviembre 10 de 2022

PER5786 2022-2023 Física 1 (GFI) - PER5786 2022-2023

Tema 3 - Movimientos elementales

Problema propuesto 2

Un avión de bombardeo se dirige en línea recta hacia su objetivo a una velocidad de 900 km/h y a una altura de 8400 m. En el objetivo hay cañones antiaéreos cuyos proyectiles tienen una velocidad inicial de 600 m/s y el ángulo máximo de tiro es de 60 grados sobre la horizontal.

Prescindiendo del rozamiento del aire, se pide:

- ¿A qué distancia horizontal del objetivo debe dejar caer las bombas el avión?
- ¿Cuánto tiempo antes de sobrevolar el objetivo debe liberar las bombas?
- ¿Puede ser derribado el avión por la defensa antiaérea?

Formulas base:

Se tomarán las siguientes formulas base del MRUA:

$$\boxed{V = V_0 + a \cdot (t - t_0)^2} \tag{1}$$

$$\boxed{e = e_0 + V_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2} \tag{2}$$

Solución:

Es necesario organizar los parámetros dados, a saber:

$$\begin{aligned} V_{b_x} &= 900\, k/h = 250\, m/s \\ r_{b_y} &= 8400\, m \\ g &= 9.8\, m/s^2 \\ V_p &= 600\, m/s \\ \alpha_p &= 60^\circ \end{aligned}$$

Posteriormente, es necesario determinar el tiempo de vuelo de la bomba al ser liberada y que esta llegue a suelo, de tal forma que:

$$t_b = \sqrt{\frac{2 \cdot (r_{b_y} - r_{b_0})}{g}} = \sqrt{\frac{-8400}{-4.9}} = 41.4039\,s \tag{3}$$

Con el tiempo necesario para que la bomba llegue al suelo, se procede a determinar la distancia que alcanzará esta, así:

$$r_{b_x} = V_{b_x} \cdot t_b = 250\,m/s \cdot 41.4039\,s = 10331\,m \tag{4}$$

Se determina el tiempo de vuelo y alcance máximo del proyectil, para esto calculamos las componentes de la velocidad, a saber:

$$V_{p_x} = \vec{V_p} \cdot \alpha = 600 \cdot cos60^\circ = 300\,m/s \tag{5}$$
$$V_{p_y} = \vec{V_p} \cdot \alpha = 600 \cdot sin60^\circ = 519.615\,m/s \tag{6}$$

Una vez se ha determinado las componentes de la velocidad, ahora se procede a calcular el tiempo de vuelo del proyectil, a saber:

$$V_{p_y} = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{V_{p_y}}{g} = \frac{519.615}{9.8} = 53.022\,s \tag{7}$$

Con el tiempo de vuelo establecido, ahora podemos determinar la altura máxima del proyectil:

$$r_{p_y} = e_{y0} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 53.022^2 = 13775.5\,m \tag{8}$$

Ahora bien, estos valores indican que el proyectil alcanza una altura máxima de $13775.5\,m$ en $53.022\,s$ (con una velocidad de 0 m/s).

Con estos datos, ahora podemos determinar las raíces del polinomio asociado a la altura del proyectil y que coincide con la altura de $8400\,m$, a saber:

$$r_y = r_{0_y} + V_{0_y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \tag{9}$$
$$8400 = 0 + 519.615 \;\; \cdot t - 4.9 \cdot t^2 \tag{10}$$

Con lo que obtenemos el siguiente polinómio:

$$-4.9 \cdot t^2 - 519.615 \cdot t + 8400 = 0 \tag{11}$$

Despejando, obtenemos la raices asociadas: { 19.9003, 86.1435 }, estos valores indican que en esos dos momentos de t es cuando la gráfica descrita por el polinomio se corta con el eje x. Por lo que calculando el desplazamiento generado en x en uno de esos momentos y con la velocidad en x previamente vista, obtenemos:

$$e_{p_x} = V_{p_x} \cdot t$$
$$e_{p_x} = 300 \cdot 19.9003$$
$$e_{p_x} = 5970.09\,m$$

Así, podemos concluir que el proyectil con un ángulo de tiro de 60° no alcanza a impactar al bombardero pues su alcance es mucho menor que el alcance que puede obtener el avión, que es de $10331\,m$, de tal manera que al reducir el ángulo este podrá tener un mejor alcance; sin embargo, incluso con un ángulo de $50^{\circ}, 45^{\circ}\,o\,40^{\circ}$ no logra llegar a la distancia que tiene el bombardero.