

4ª Lista - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear

1. Quais as coordenadas do vetor $v = (1, 0, 0)$ em relação à base $\beta = \{(1, 1, 1), (-1, 1, 0), (1, 0, -1)\}$.
2. Determine as coordenadas do vetor $u = (4, 5, 3)$ de \mathbb{R}^3 em relação às seguintes bases:
 - (a) Canônica;
 - (b) $\{(1, 1, 1), (1, 2, 0), (3, 1, 0)\}$;
 - (c) $\{(1, 2, 1), (0, 3, 2), (1, 1, 4)\}$.
3. Quais as coordenadas do vetor $p(t) = t^3 - 2t^2 + 1$ em relação à base $\beta = \{t^3 + 1, t^2 - 1, t, 2\}$.
4. Considere a base ordenada $\gamma = \{v_1, v_2, v_3\}$ do \mathbb{R}^3 onde

$$v_1 = (1, 0, -1), \quad v_2 = (1, 1, 1), \quad v_3 = (1, 0, 0).$$

Encontre as coordenadas do vetor $u = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ com relação à base ordenada γ .

5. Considere o espaço vetorial real \mathbb{R}^2 . A matriz da mudança da base ordenada $\gamma = \{(1, 1), (-2, 2)\}$, para a base ordenada $\alpha = \{v_1, v_2\}$ é dada por

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Determine a base ordenada α . Determine o elemento $u \in \mathbb{R}^2$ tal que $[u]_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

6. Considere as bases $\beta = \{u_1, u_2, u_3\}$ e $\gamma = \{w_1, w_2, w_3\}$ de \mathbb{R}^3 , relacionadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} w_1 = u_1 - u_2 - u_3 \\ w_2 = 2u_2 + 3u_3 \\ w_3 = 3u_1 + u_3 \end{cases}.$$

Pede-se:

- (a) Determine as matrizes de mudança de base $[I]_\gamma^\beta$ e $[I]_\beta^\gamma$.
- (b) Sabendo que

$$[u]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

determine o vetor u com relação à base γ .

7. Considere a seguinte matriz de mudança de base

$$[I]_{\beta'}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Encontre:

(a) $[v]_{\beta}$, onde $[v]_{\beta'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

(b) $[v]_{\beta'}$, onde $[v]_{\beta} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

8. Considere o subconjunto de vetores $\beta = \{ (1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1) \}$.

(a) Mostre que β é uma base para \mathbb{R}^3 .

(b) Encontre a matriz de mudança de coordenadas, $A = [I]_{\beta}^{\mathcal{C}}$, da base canônica $\mathcal{C} = \{ e_1, e_2, e_3 \}$ de \mathbb{R}^3 para a base β . Qual é a matriz de mudança de coordenadas, $A' = [I]_{\mathcal{C}}^{\beta}$, da base β para a base canônica?

(c) Quais são as coordenadas dos vetores canônicos e_1 , e_2 e e_3 em relação à base β ?

(d) Quais são as coordenadas do vetor $v = (1, -2, 5)$ em relação à base β ?

9. Considere o subconjunto de vetores $\beta = \{ (1, 1, -2), (1, -1, 0), (1, 1, 1) \}$.

(a) Mostre que β é uma base para \mathbb{R}^3 .

(b) Encontre a matriz de mudança de coordenadas, $A = [I]_{\beta}^{\mathcal{C}}$, da base canônica $\mathcal{C} = \{ e_1, e_2, e_3 \}$ de \mathbb{R}^3 para a base β . Qual é a matriz de mudança de coordenadas, $A' = [I]_{\mathcal{C}}^{\beta}$, da base β para a base canônica?

(c) Quais são as coordenadas dos vetores canônicos e_1 , e_2 e e_3 em relação à base β ?

(d) Quais são as coordenadas do vetor $v = (1, -2, 5)$ em relação à base β ?