Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Departamento de Matemática

Gabarito 1ª Lista - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear

1. a) Não, b) Não, c) Sim, ordem 4x5, d) Não

2. $A_{5\times 6}$, $B_{3\times 6}$, $C_{3\times 4}$, $D_{4\times 3}$, e $E_{3\times 5}$

3. a) $A_{4\times 5}$, b) $a_{23}=11$, $a_{35}=3$, $a_{43}=-4$.

4. $A_{3\times 2}$, $B_{2\times 3}$, $C_{3\times 2}$, $D_{2\times 3}$, $E_{3\times 2}$

5. $c_{32}=18$, $d_{43}=23$.

6. $A=\begin{bmatrix} 3 & -4 & -7 & -10 \\ -2 & 8 & -5 & -8 \\ -5 & -1 & 15 & -6 \\ -8 & -4 & 0 & 24 \end{bmatrix}$

7. a) $A^2=I$, b) $A^3=A$, c) $A^{31}=A$, d) $A^{42}=I$

8. $d_{35,2}=286$.

9. $x=-1$, $y=1$

10. a) $x=4$, b) $x=12$, $y=-8$, $z=-4$, c) $\begin{array}{llll} x=2, & y=-7, & z=-2 \\ x=-2, & y=-3, & z=10 \end{array}$

11. a) $\begin{bmatrix} 22 & -6 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, b) $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, c) $A=\begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}$, d) $\begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -14 & 2 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$

12. a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

    b) 4 matrizes: $\begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -\sqrt{5} & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -\sqrt{5} & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

    c) Não, $A=\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

13.

14.

15. a) ± 1, b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

16.

17. $m = \pm 1$

18. Ortogonais: A, C e D.
    Não ortogonais: B.

19.

20.

21.

22.

23. A matrix A também é diagonal.

24. $A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11}^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{12}^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn}^{-1} \end{bmatrix}$

25.

26. Sim

27.

28. a)F, b)V, c)V, d)V, e)F, f)V, g)V, h)F, i)V

29. a)4^5, b)P é inversível, c)-9, d)Q é inversível

30. -5

31. a)576,

    b)$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{5}{2} & \frac{17}{8} & -\frac{31}{12} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{12} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$,

    c)$B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ -\frac{7}{6} & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -\frac{25}{24} & -\frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$,

d)$(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{215}{288} & -\frac{37}{288} & -\frac{67}{144} & -\frac{25}{72} \\ -\frac{23}{32} & -\frac{5}{32} & -\frac{3}{16} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{31}{24} & \frac{5}{24} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$,

e) $\det C = 0$ ou $\det C = \frac{1}{16}$.

32. $\det Q = (-2)^n$

33. a)58, b)58, c)3364 d)$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{25}{29} & -\frac{32}{29} & -\frac{13}{29} & \frac{10}{29} \\ \frac{7}{29} & -\frac{2}{29} & \frac{1}{29} & -\frac{3}{29} \\ -\frac{157}{58} & \frac{165}{58} & \frac{77}{58} & -\frac{14}{29} \\ -\frac{73}{58} & \frac{83}{58} & \frac{31}{58} & -\frac{3}{58} \end{bmatrix}$,

e)58, f)4698

34. $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$ e $A^{-1} = -\frac{1}{3}(A^2 - 2A - I)$.

35. a)-123, b)$1 + a + b + c$, c)$-c^4 + c^3 - 16c^2 + 8c - 2$, d)-5 e)-120, f)-120

36. a)$x = 0, -1, 1/2$, b)$x = 40/11$, c)$x = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}\sqrt{33}$.

37. $\det(A) = a_{41}a_{32}a_{23}a_{14}$.

38.

39. a)$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{29}{152} & \frac{11}{152} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{21}{152} & \frac{13}{152} & \frac{1}{8} \\ \frac{27}{152} & \frac{5}{132} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$,

b)$A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

c)$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$,

d)$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{13}{24} & 0 \\ \frac{2}{9} & \frac{16}{9} & -\frac{53}{36} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$,

40.

41. a)$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$,

b)$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{14} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{14} \end{bmatrix}$,

c)$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$,

d)$A^{-1} = \frac{1}{51} \begin{bmatrix} -5 & -28 & -6 \\ -2 & 16 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

42. $\det(B) = 1$ e $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

43. a)F, b)F, c)V, d)F, e)F, f)V, g)V, h)F.

44. Para o item (a) faça o produto matricial AB, onde $A = \begin{bmatrix} 249 & 12 & 52 & 52 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 400 & 600 & 450 & 650 \\ 350 & 550 & 500 & 600 \\ 350 & 600 & 500 & 650 \\ 450 & 500 & 400 & 700 \end{bmatrix}$. No item (b) basta somar 60% em cada entrada da matriz resultante.

45. a)$A = \begin{bmatrix} 20 & 15 & 30 \end{bmatrix}$. $\begin{bmatrix} 50 & 15 & 6 & 70 & 25 \\ 500 & 1 & 5 & 20 & 30 \\ 200 & 8 & 7 & 50 & 40 \end{bmatrix}$

b) Os elementos de AB representam o valor total de compra e o preço total de transporte de todos os materiais utilizados na construção de todos os estabelecimentos.

46. Faça os produtos AB e AC, onde $A = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 5 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 25 & 15 & 70 \\ 30 & 25 & 40 \\ 60 & 10 & 55 \\ 15 & 30 & 60 \end{bmatrix}$ e

$C = \begin{bmatrix} 7,5 & 5 & 4,5 & 6,5 \end{bmatrix}$

47. Cada linha representa o custo total de cada produto e as colunas representam esses custos totais em cada cidade.

48. a)F, b)F, c)F, d)V, e)F, f)F, g)V, h)F, i)V, j)V, k)V, l)F.

49. a) Eu acredito na educação!
b)A matriz chave não é inversível.