UFV - Universidade Federal de Viçosa

CCE - Departamento de Matemática

3^a Prova de MAT 137

Nome: ____ **Matrícula:** __________

1^a **Questão** Verifique se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique suas respostas.

a) (10 pontos) Se $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é uma transformação linear tal que $T(2,2) = (4,4)$ e $T(1,-1) = (-1,1)$, então $T^2(2,1) = \left(\frac{13}{2}, \frac{11}{2}\right)$.

b) (10 pontos) Sejam $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear inversível, B uma base do $\mathbb{R}^3$ e

$$[T]_B^B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a matriz do operador T com relação a base B. Então a matriz de T^{-1} com relação a base B é

$$[T^{-1}]_B^B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c) (10 pontos) Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ um operador linear, B uma base do $\mathbb{R}^2$ e

$$[T]_B^B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Então T é um isomorfismo.

2^a **Questão** Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que

$$T(x, y, z) \;=\; (x, x - y, 2x - y - z).$$

Faça o que se pede:

a) (10 pontos) Mostre que T é uma transformação linear.

b) (10 pontos) Determine o núcleo de T e sua dimensão.

c) (10 pontos) Determine a imagem de T e uma base para ela.

d) (10 pontos) Enuncie e verifique o Teorema do Núcleo e da Imagem para T.

3^a **Questão** (40 pontos) Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o operador linear tal que

$$T(x, y, z) \;=\; (x - 2y - 2z, y, 2y + 3z).$$

Verifique se T é diagonalizável. Em caso afirmativo, escreva a matriz de T numa base formada por autovetores.

Boa Prova!