

UFV - Universidade Federal de Viçosa

CCE - Departamento de Matemática

1^a Prova de MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear

Nome: _____ Matrícula: _____

1. (30 pontos) Encontre a solução geral do sistema abaixo utilizando o **método de Gauss-Jordan**:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 6 \\ 2x - y + 4z = 2 \\ 4x + 3y - 2z = 14 \end{cases}$$

2. Seja A a matriz dada por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

a) (15 pontos) Calcule o determinante de A usando o **método da expansão de Laplace**.

b) (15 pontos) Calcule A^{-1} usando o **método da matriz adjunta**.

3. (20 pontos) Determine k , de modo que o sistema abaixo admita solução.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3z = 2 \end{cases}$$

4. Verifique se as afirmações seguintes são verdadeiras ou falsas, **justificando sua resposta**.

a) () (5 pontos) Se A e B são matrizes quadradas da mesma ordem então:

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

b) () (5 pontos) Se A e B são matrizes inversíveis de mesma ordem, então $A^T B^{-1}$ também é inversível.

c) () (5 pontos) Sejam A e B matrizes de ordem 4. Sejam C a matriz obtida de A aplicando as operações $L_1 \leftrightarrow L_2$, $L_3 \rightarrow L_3 - 2L_4$, $L_4 \rightarrow -5L_4$ e D a matriz obtida de B aplicando as operações $L_1 \leftrightarrow L_4$, $L_2 \rightarrow L_2 + \frac{1}{2}L_3$, $L_3 \rightarrow \frac{1}{3}L_3$. Se $\det C = 5$ e $\det D = 1$, então $\det(AB) = 3$.

d) () (5 pontos) Seja A uma matriz quadrada de ordem n , então $\det(2A) = 2 \det A$.