Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Departamento de Matemática

Gabarito $3^{\underline{a}}$ Lista - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear

1. $(a) a=-2, b=-9, \quad (b) a=4/5, b=-2, \quad (c) a=-6, b=8.$
2. $(a) a=7, b=-3, c=-2, \quad (b) a=9, b=-6, c=-12, \quad (c) a=1, b=1, c=6.$
3. $c_1=2, c_2=-1, c_3=2.$
4. $c_1=c_2=c_3=0.$
5. (a) e (b) não são espaços vetorias com estas operações.
6.
7. (a) e (c) são espaços vetoriais, mas (b) e (d) não são espaços vetoriais.
8. $d=0$ e a, b, c quaisquer números reais.
9.
10. (a) $w=3u-v$
    (b) Não
    (c) $k=12$
    (d) $c=16a+10b$
11. Somente o ítem (a) é subespaço vetorial.
12. $v_1=1u+\frac{11}{3}v+\frac{16}{3}w; \quad v_2=3u-\frac{11}{3}v-\frac{10}{3}w; \quad v_3=0u+0v+0w.$
13. (i) $E=2A-B+2C$;
    (ii) Não é possível.
14. $(x,y,z)=x(1,1,1)+\frac{-2x+y+z}{2}(0,1,1)+\frac{y-z}{2}(0,1,-1).$
15. $c=\frac{2a}{3}-\frac{4b}{3}.$
16. $k=-8.$
17. $-a+3b+5c=0.$
18.
19. Não.
20. Sim.
21.
22. (a) $\{(2,1,0),(0,0,1)\}$
    (b) $\{(2,1,-2)\}$

(c) $\{(2,1,-2)\}$

A resposta não é única.

23. $\{(2,-5,0)\}$.

24.

25.

26. (a) Sim;

    (b) Não;

    (c) $\{(1,0,1,0),(0,1,2,0)\}$.

27. $s = \{(x,y,z,t) \in I\!R^4; -17x + 9y + 7z = 0\}$.

28. Não.

29. (a) L.I. se $k \neq 8$ e L.D. se $k = 8$.

    (b) Os vetores são sempre L.D.

30. L.I.

31. (a) L.D.

    (b) L.D.

    (c) L.I.

    (d) L.D.

    (e) L.D.

32.

33.

34.

35.

36.

37.

38.

39. $\lambda = -4$.

40. $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$. O subespaço tem dimensão 4.

41. (a) $dim(W_1) = 3$ e $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

    (b) $dim(W_2) = 1$ e $B = \{(1,1)\}$

    (c) $dim(W_3) = 2$ e $B = \{(1,2,3),(0,0,2)\}$

    (d) $dim(W_4) = 2$ e $B = \{(1,1,1,0),(-1,-1,0,1)\}$.

42. $v_2 = (0, 1)$. Basta tomar qualquer vetor que não seja múltiplo de v_1.

43. (a) Não é base.

   (b) É base. Podemos escrever $(x, y, z) = y(2, 1, -1) + (2y - x)(-1, 0, 1) + (x - y + z)(0, 0, 1)$.

   (c) É base. Podemos escrever $(x, y, z) = \frac{1}{16}(x + 4y - 2z)(2, 3, -1) + \frac{1}{16}(-3x + 4y + 6z)(-2, 1, 1) + \frac{1}{4}(x + 2z)(2, 0, 1)$.

44.

45.

46. $(a)[(6,2)]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $(b)[(6,2)]_B = \begin{bmatrix} -2/3 \\ 10/3 \end{bmatrix}$, $(c)[(6,2)]_B = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$

47. $(a)[(2,-3,4)]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $(b)[(2,-3,4)]_B = \begin{bmatrix} -3 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}$, $(c)[(2,-3,4)]_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

48. $B = \{(1, 1, 1, 0), (1, 1, 2, 1), (2, 1, 0, 3), (0, 0, 0, 1)\}$.

49. $(a)B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \right\}$, $(b)B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

50. (i) $B = \{(1, -2, 5, 3), (2, 3, 1, -4)\}$

   (ii) $\{(1, -2, 5, 3), (2, 3, 1, -4), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

   (iii) Nenhum subconjunto da base canônica irá gerar W.

51. $B = \{(-1, 3, 5, 0), (-2, 0, 7, 3)\}$.

52. (a) $B_U = \{(0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$, $B_V = \{(1, 0, 0), (0, 2, 1)\}$, $B_{U \cap V} = \{(0, 2, 1)\}$.

   (b) $B_U = \{(1, -1, 4)\}$, $B_V = \{(1, 0, 0), (1, 0, 1)\}$, $B_{U \cap V} = \emptyset$.

53. $B_U = \{(1, 1, 0, -1), (1, 2, 3, 0)\}$, $B_W = \{(1, 2, 2, -2), (2, 3, 2, -3)\}$,
$\dim U = \dim W = 2$, $\dim(U \cap W) = 1$ e $\dim(U + W) = 3$

54. $B_U = \{t^3 + t^2, -t^3 + t, 1\}$, $B_W = \{t^3 + 1, t^2 + 1, t + 1\}$,
$B_{U+W} = \{t^3 + t^2, t^2 + t, t - 1, -2\}$, $B_{U \cap W} = \{t^3 + t^2 + 2, -t^3 + t\}$.

55. (a) (i) $\alpha = \{ (1, 0, -1), (0, 1, -1) \}$ e $\dim(U) = 2$.

   (ii) $\beta = \{ (1, 0, 0), (0, 1, 0) \}$ e $\dim(W) = 2$.

   (iii) $\gamma = \{ (1, 0, -1), (0, 1, -1), (1, 0, 0) \}$ e $\dim(U + W) = 3$.

   (iv) $\delta = \{ (-1, 1, 0) \}$ e $\dim(U \cap W) = 1$.

   (b) (i) $\alpha = \{ (1, -1, 0, 0), (0, 0, 1, 1) \}$ e $\dim(U) = 2$.

   (ii) $\beta = \{ (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0) \}$ e $\dim(W) = 2$.

   (iii) $\gamma = \{ (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0) \}$ e $\dim(U + W) = 3$.

   (iv) $\dim(U \cap W) = 1$.

   (c) (i) $\alpha = \{ (0, 1, 0), (0, 0, 1) \}$ e $\dim(U) = 2$.

   (ii) $\beta = \{ (2, 2, 0), (1, 2, 3), (7, 12, 21) \}$ e $\dim(W) = 3$.

   (iii) $\gamma = \{ (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) \}$ e $\dim(U + W) = 3$.

(iv) $\delta = \{ (0,1,0), (0,0,1) \}$ e $\dim(U \cap W) = 2$.

(d) (i) $\alpha = \{ (1,0,0,-1), (0,1,0,1), (0,0,1,-1) \}$ e $\dim(U) = 3$.

(ii) $\beta = \{ (1,0,0,1), (0,1,0,1), (0,0,1,1) \}$ e $\dim(W) = 3$.

(iii) $\gamma = \{ (1,0,0,-1), (0,1,0,1), (0,0,1,-1), (1,0,0,1) \}$ e $\dim(U + W) = 4$.

(iv) $\delta = \{ (1,0,-1,0), (0,1,0,1) \}$ e $\dim(U \cap W) = 2$.