CA02 – STAT100

Fábio Rodrigues Pereira – fabio.rodrigues.pereira@nmbu.no

Oppgave 0

Se på løsningsforslaget til forrige ukes kollokvieoppgaver, diskuter minst tre ting dere ikke fikk til helt eller forstod, og som dere nå skjønner litt bedre.

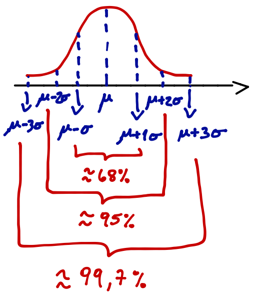
Skriv ned hvilke temaer dere synes var vanskelige, og hva som gjorde at dere klarte å forstå det litt bedre. (For eksempel kollokviediskusjoner, jobbe med øvingsoppgaver, lese i boka, se filmer etc.)

Mistakes:

1st I made a mistake about the definition of the Binomial distribution which happens when we have:
↳ n number of independent attempts where each attempt has the same probability of occuring;
↳ also each attempt has only 2 possible outcome.

2nd Definition of expected value which is the expected average over time.

3rd



? 4th Question here! The exercise 2.2 asks the $P(990 < X < 1020)$. The resolution from canvas calculates:

$P(990<X<1020) = P(-2 < Z \underset{*}{<} 1) = 0{,}8413 - 0{,}0228 = 0{,}819$

↳ Does the table E.3 give us the $P(Z \underset{*}{\leq} z)$ or $P(Z \underset{*}{<} z)$?

↳ I applied the $P(a < Z \underset{*}{\leq} b) = F(b) - F(a)$ rule in my resolution, such that $P(990 < X < 1020) = P(990 < X \leq 1019) = P(-2 < Z \leq 0{,}9)$
$= 0{,}8159 - 0{,}0228 = 0{,}7931$. Isn't it correct?

? 5th Question here! Isn't $P(X<1000)$ the same as $P(X \leq 999)$? → Exercise 2,3.

6th Exercise 2,5: I tried to solve using binomial distribution. I thought that I could use $P(X<1000)$ as the parameter p (wrong!).
This is wrong because the packages have not the same probability to have less than 1000g in all attempts, which is condition for $bin(n,p)$.

↳ correct solution:

$\boxed{\text{normal distribution: } E[X] = \mu = 1010 \quad Var[X] = \sigma^2 = 100}$

$W :=$ sum of the 10th packing weights $= \sum_{i=1}^{10} x_i$

$E[W] = E\left[\sum_{i=1}^{10} x_i\right] = E[X_1] + E[X_2] + \dots + E[X_{10}] = 1010 \cdot 10 = 10100$ grams

$Var[W] = Var\left[\sum_{i=1}^{10} x_i\right] = 10 \cdot 10^2 = 1000$ grams

$SD[W] = \sqrt{1000} \cong 31{,}62$

$\therefore P(W < 10000) = P(W \leq 9999) = \dfrac{9999 - 10100}{31{,}62} \cong -3.19 \approx 0\%$ ∎

? 7th Same question on item 4th and 5th.

$P(V < 1000) = P(V \leq 999)$ → Exercise 2.6b

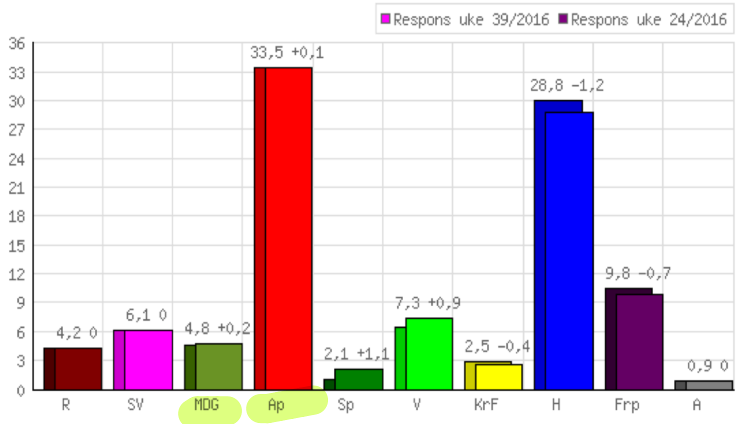
?

(*) I am very happy about the course STAT100! The video explanations are brilliant! Really helpfull! Please, keep like that, thanks!

Oppgave 1

Respons Analyse for Aftenposten 26. september 2016

relative frequency ←



Selv om 2016 ikke var et valgår, måler meningsmålingsbyråene likevel oppslutningen til de ulike partiene jevnlig. Figuren ovenfor er en nylig måling utført av Respons Analyse for Aftenposten basert på et utvalg på 801 svar (vet ikke eller vil ikke stemme er tatt ut). Vi skal se litt nærmere på tallene for to partier, Arbeiderpartiet (Ap) og Miljøpartiet de grønne (MDG).

a) Hvor mange svarte at de ville ha stemt henholdsvis Ap og MDG? (Obs. Heltall)

$AP = 0{,}336 \cdot 801 \cong \underline{\underline{269}}$ people

$MDG = 0{,}05 \cdot 801 \cong \underline{\underline{40}}$ people

b) La X være antall personer som gir sin tilslutning til Ap, og Y være antall som ville ha stemt MDG.

i) Hvorfor er det rimelig å anta at både X og Y er binomisk fordelte variabler?

ii) Hva er n og p for henholdsvis X og Y?

$X :=$ Total number of people that voted for AP; where $X_i = \begin{cases} 1 & \text{if a person votes for AP} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

$Y :=$ Total # of people that voted for MDG; were $Y_i = \begin{cases} 1 & \text{if votes for MDG} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

i) These are binomial distribution variables because there are only 2 possible independent sample space outcomes, such that, "vote for" or "not vote for". Also, each outcome has the same probability of occurring. Finally, the sample random variable counts the total of success of sample space.

ii) $X \sim \text{bin}(n = 801, p = 0{,}336) \sim \text{norm}(np, \sqrt{np(1-p)}) = \text{norm}(269; 13{,}368)$

$Y \sim \text{bin}(n = 801, p = 0{,}05) \sim \text{norm}(40; 6{,}168)$

c) La p_{Ap} og p_{MDG} være henholdsvis sannsynlighetene for at en tilfeldig velger ville ha stemt Ap og MDG om det var valg i morgen.

i) Hvorfor er dette ukjente størrelser.

ii) Når er eventuelt disse kjent?

i.) P_{Ap} and P_{MDG} are unknown parameters because the election has not finished, so we do not have data to calculate them in an exact way.

ii) This parameter can be estimated based on the data from the survey. Or we need to wait the election to be done to have the necessary data.

d) Hvordan kan vi anslå (estimere) disse sannsynlighetene (fra pkt. c)? Finn estimater for disse.

↳ We use the data from the survey. 801 people is the sample size (n), and 269 people who said that would vote for 'Ap' is the random variable X, then $\hat{p}_{AP} = \frac{X}{n} = \frac{269}{801} \approx 0,336$.

↳ If 40 said that would vote for MDG, then $\hat{p}_{MDG} = \frac{Y}{n} = \frac{40}{801} \approx 0,05$.

↳ The approach described here is called 'maximum likelihood' which is quite reasonable when we have a large size of the sample, in other words, when n is large. However, if our sample is scarce it can produce unreliable estimates. //

e) Estimatene for sannsynlighetene er i seg selv tilfeldige variabler. Forklar hvorfor.

↳ The estimate probabilities are random variables because they are quantified by sample outcomes of random occurrence which are also random variables.

f) Forventningsretthet til en estimator kan være et litt vanskelig begrep. Kan du forklare hva vi mener med at estimatene i spørsmål e) er forventningsrette. Bevis også at dette er tilfelle.

↳ Unbiased estimator means that the chosen estimator $\hat{\Theta}$ will not over/under estimate but approximate the estimate parameter to the real parameter, such that $E[\hat{\Theta}] = \Theta$ as long as $n \to \infty$.

↳ In our case here, we chose $\frac{X}{n}$ as estimator for the estimate $\hat{p}_{AP}$ and estimator $\frac{Y}{n}$ for the estimate $\hat{p}_{MDG}$, such that:

$$* \; E[\hat{p}_{AP}] = E\left[\frac{X}{n}\right] = \frac{1}{n} E[X] \overset{a}{=} \frac{1}{\cancel{n}} \cdot \cancel{n} p = p \longrightarrow \text{Then } E[\hat{p}_{AP}] = p \quad //$$

$$* \; Var[\hat{p}_{AP}] = Var\left[\frac{X}{n}\right] \overset{b}{=} \frac{1}{n^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{n} p(1-p) = \frac{p(1-p)}{n} \quad //$$

Remark:

a $E[X] = np$ for $X \sim bin(n,p)$

b $Var[X] = np(1-p)$ for $X \sim bin(n,p)$

↳ The same can be done for $\hat{p}_{MDG}$.

g) Forklar forskjellen på *standardavviket* og *standardfeilen* til estimatorene. Hvorfor vil standardavviket til estimatorene være ukjent?

↳ SD measures the amount of variability, dispersion, the outcomes have from the true mean, while SE, which is smaller than SD, measures how far the sample mean is likely to be from the true mean. //

↳ The standard deviation of the estimators are unknown because we do not have the variance or the SD of the population.

h) Kan du finne standardfeilen til estimatene til p_{Ap} og p_{MDG}?
Hvilken har størst standardfeil?
Hvorfor er standardfeilen størst for partier med stor oppslutning?
Hva betyr det at standardfeilen er større når vi estimerer oppslutning om Ap i forhold til MDG?

$E[\hat{p}] = E\left[\frac{X}{n}\right] = \frac{1}{n} E[X] = \frac{1}{\cancel{n}} \cdot \cancel{n} \cdot p = p$ //

$Var[\hat{p}] = Var\left[\frac{X}{n}\right] = \frac{1}{n^2} Var[X] = \frac{\cancel{n} p(1-p)}{n^{\cancel{2}}} = \frac{p(1-p)}{n}$ //

↳ $\hat{\sigma}_{\hat{p}_{AP}} = \sqrt{Var[\hat{p}_{AP}]} = \sqrt{\frac{0,336(1-0,336)}{801}} \cong 0,0173$ //

$\hat{\sigma}_{\hat{p}_{MDG}} = \sqrt{Var[\hat{p}_{MDG}]} = \sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{801}} \cong 0,0077$ //

* $SE[\hat{p}] = \hat{\sigma}_{\hat{p}}$ because p is unknown and $\hat{p}$ was used instead.

↳ $\hat{p}_{AP}$ have bigger $\hat{\sigma}_{\hat{p}_{AP}}$ than $\hat{\sigma}_{\hat{p}_{MDG}}$.

↳ $SE[\hat{p}]$ is bigger for 'Ap' because their estimate $\hat{p}_{AP}$ variance $Var[\hat{p}_{AP}]$ is larger than $Var[\hat{p}_{MDG}]$.

↳ This means that the uncertainty of the estimate $\hat{p}$ of the MDG's supporters are closer to the real p than for the dispersion between the estimate $\hat{p}$ of the 'Ap' supporters and their real p. ▨

Ekstraoppgaver til oppgave 1:

i) Anta at du vil spørre et nytt utvalg på 801 personer.
Bruk tallene fra undersøkelsen ovenfor til å anslå sannsynligheten for at færre enn 260 vil svare ja til Ap i den nye undersøkelsen. (Hint: Normaltilnærming av binomisk fordeling).
Anslå sannsynligheten for at færre enn 30 vil si ja til MDG.

j) Anta at du i tillegg hadde resultat fra en annen meningsmåling der du spurte 1602 personer om hva de stemmer. Denne ga Ap en oppslutning på 31.2 % En avis foreslår å middle over (ta gjennomsnitt av) disse to målingene.

Hvorfor er ikke dette en god ide`?

Kom med et bedre forslag, bruk dette til å estimere andelen som stemmer Ap.
Vis at estimatet er forventningsrett og finn standardfeilen.
Sammenlign standardfeilen med avisens forslag.

Anta at meningsmåling 1 spurte n_1 personer og meningsmåling 2 spurte n_2 personer.
La $\hat{p}_1$ og $\hat{p}_2$ være anslaget for Ap's oppslutning for henholdsvis meningsmåling 1 og meningsmåling 2.

Vis at $a\hat{p}_1 + (1-a)\hat{p}_2$ er en forventningsrett estimator for p (Ap's sanne oppslutning i dag) uansett valg av a.

Vis at $a = \frac{n_1}{n_1+n_2}$ gir den estimatoren med minst varians.

Vis at den beste estimatoren kan skrives som $\frac{X_1+X_2}{n_1+n_2}$ der X_1 og X_2 er antall som svaret Ap i henholdsvis meningsmåling 1 og meningsmåling 2.

Oppgave 2

JOURNAL OF CHEMICAL EDUCATION

Article

pubs.acs.org/jchemeduc

Effects of the Flipped Classroom Model on Student Performance for Advanced Placement High School Chemistry Students

David Schultz,[†,‡] Stacy Duffield,[*,‡] Seth C. Rasmussen,[§] and Justin Wageman[‡]

[†]Davies High School, Fargo, North Dakota 58104, United States

[‡]School of Education, North Dakota State University, Fargo, North Dakota 58102, United States

[§]Department of Chemistry and Biochemistry, North Dakota State University, Fargo, North Dakota 58102, United States

Supporting Information

ABSTRACT: This mixed-methods study investigated the effects of the flipped classroom on academic performance of high school advanced placement chemistry students. Student perceptions about the approach were also studied. The control group consisted of students from the 2011−2012 academic year, in which traditional teaching methods were used. The treatment group consisted of students from the 2012−2013 academic year, in which the flipped classroom approach was used. Identical assessments were administered and analyzed through both descriptive statistics and independent *t* tests. A statistically significant difference was found on all assessments with the flipped class students performing higher on average. In addition, most students had a favorable perception about the flipped classroom noting the ability to pause, rewind, and review lectures, as well as increased individualized learning and increased teacher availability. This contribution is part of a special issue on teaching introductory chemistry in the context of the advanced placement (AP) chemistry course redesign.

KEYWORDS: *General Public, Curriculum, Computer-Based Learning, Learning Theories, Student-Centered Learning, High School/Introductory Chemistry*

Innledning

Har flipped classroom noe for seg med tanke på studenters læring? Studien ovenfor er gjort i USA hvor de har sammenliknet resultater på kjemiprøver og slutteksamen i to påfølgende studieår (samme oppgaver ble gitt begge år).

Vi skal i denne oppgaven kun se på resultater på slutteksamen. Tradisjonell undervisning har vært gitt i dette kurset i mange år, og gjennom disse årene har man kommet fram til at poengsummen på slutteksamen er tilnærmet normalfordelt med forventning $\mu_T = 85.0$ poeng (av 110 mulige) og med et standardavvik på $\sigma_T = 10.0$ (Indeks «T» betyr Tradisjonell). I 2012-2013 underviste de altså kurset i form av Flipped Classroom og man var ute etter å si noe om den nye undervisningsformen har noe for seg.

I 2012-2013 ble totalt 29 studenter undervist med flipped classroom, og gjennomsnittsresultatet ble $\bar{x} = 95.57$.

Antagelser

La X_i være en tilfeldig variabel som representerer poengsum til slutteksamen for en student nr i som har blitt undervist med flipped classroom type undervisning. (i = 1, 2, . . ., 29)

Vi antar at $X_i \sim N(\mu_F, \sigma_F = 10.0)$ (Altså med ukjent forventning, men samme standardavvik som tradisjonell undervisning).

a) i) Hva beskriver μ_T, μ_F og μ_T - μ_F.

ii) Hvorfor er det interessant å sammenligne disse to størrelsene?

i) μ_T and μ_F describe the average of the sum of the students points, in each sample, and $\mu_T - \mu_F$ is the difference between the average of the sums.

ii) These are interesting to compare because we can use the statistical inferences to analyze which pedagogical technique is more effective.

b) Hvorfor har μ_F en ukjent verdi?

↳ μ_F is unknown because we only have a classroom sample, not the entire population of students for that course. ☒

c) Man ønsker altså å se på virkningen på eksamensresultatene fra ett år med tradisjonell undervisning til et påfølgende år med flipped classroom.

Diskuter på gruppa om det kan være noen skjulte (hidden) faktorer som virker inn, og som kan gi en tilsyneldtende (apparently) for positiv effekt av omleggingen.

↳ The scarce number of students in the flipped classroom sample can hidden important informations and influences positively or negatively the estimate parameter mean. ☒

d) Utvalgsgjennomsnittet ($\bar{x}$) er vår estimator for μ_F. Hva er standardavviket til estimatoren? Hvorfor er det ønskelig at dette blir minst mulig?
Hvilke faktorer kan du påvirke for å redusere standardavviket?

Dersom du ville halvere usikkerheten (standardavviket) hvor mange observasjoner (studenter på flipped classroom) måtte du ha involvert?

↳ The standard deviation of the estimator $\bar{x} := \sigma_{\bar{x}} = \frac{\theta}{\sqrt{m}}$ where $\theta = \begin{cases} \sigma & \text{if known} \\ \hat{\sigma} & \text{otherwise} \end{cases}$

↳ This is desirable to be as smaller as possible because the standard deviation measures the statistical dispersion, in our case here, the standard error of the parameter $\bar{x}$ from the realistic μ. In other words, if the $SE[\bar{x}]$ is larger, the distance between $\bar{x}$ and μ could be large also and the statistical inference will have a large bias.

↳ The standard deviation can be reduced if we have a large m, such that: $\downarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\theta}{\uparrow\sqrt{m}}$

↳ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{10}{\sqrt{29}} \cong 1{,}857$. If we increase 4 times m, $\sigma_{\bar{x}} = \frac{10}{\sqrt{29 \cdot 4}} = \frac{10}{2 \cdot \sqrt{29}} \cong 0{,}928$, $\sigma_{\bar{x}}$ will be reduced by a half. ☒

e) $\hat{\mu}_F = 95.57$ er et såkalt *punktestimat*. Kan du tenke deg hvorfor et slikt punktestimat i seg selv ikke er så veldig informativt?

↳ Point estimation is a single value calculated from a sample data to identify a point in a parameter space, in our case here, it is supposed to be 'the best' estimate mean of an unknown population mean.

↳ $\hat{\mu}_F$ in itself is not much informative because it is only one sample estimate mean point of only one sample space with size less than 30. ☒

f) Vi skal lage et *intervallestimat* for μ_F i form av et 95% konfidensintervall. Finn dette intervallet og gi en tolkning av det forståelig for en som ikke kan statistikk.

↳ $KI\,95\% = \underbrace{\bar{X}}_{95{,}57} \pm \underbrace{z_{0{,}025}}_{1{,}96} \cdot \frac{\sigma^{\to 10}}{\sqrt{m}_{\to 29}} = (91{,}93\,;\,99{,}21)$ // We are 95% secure that this interval covers the true expected value. ☒

g) Lag også et 99% konfidensintervall. Prøv å gi en forklaring på hvorfor intervallet nå blir bredere. Diskuter hvilke andre faktorer som påvirker bredden av et konfidensintervall.

↳ $KI_{99\%} = \bar{X} \pm \underset{2{,}575}{z_{0{,}005}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = (90{,}79\ ;\ 100{,}36)$ //

↳ The lenght of the confidence interval is influenced by the quantiles $\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$ where here are $\pm z_{0{,}005}$ which give us a better security level than the $\pm z_{0{,}025}$ from exercise 2f.

h) Hvorfor er det interessant å sjekke om 85 ligger inne i intervallet eller utenfor.
Hva er tilfelle med 95 % intervallet?
Hvilke refleksjoner gjør du deg avhengig om intervallet dekker 85 eller ikke?

↳ $\mu_T = 85$ is outside of the lenght of the KI of μ_F, in both cases. This means that the estimate true average of the students points, those teached with the flipped method, has a 95% or 99% confiability that will be larger than the average on the traditonal teaching method.

Ekstra oppgaver til oppgave 2:

i) Diskuter på gruppa om antagelsene om fordelingen til X synes rimelige, spesielt det med samme standardavvik for poengsum med både tradisjonell og flipped undervisning.

j) Det man egentlig er ute etter å si noe om er hvorvidt $\mu_F > \mu_T$. (Dette skal vi belyse mer under neste tema som er hypotesetesting) Hva betyr det egentlig at $\mu_F > \mu_T$?

k) Dersom vi nå antar at også spredning i poeng (som standardavvik) endrer seg fra tradisjonell undervisning til flipped classroom, hvordan ville du estimere dette standardavviket? Hvorfor kan vi ikke finne et estimat for basert på de opplysningene vi har?

l) Hva blir standardfeilen til $\hat{\mu}_f$.